

Академия наук Узбекской ССР
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

БОИДАРЕНКО

Александр Иванович

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ МНОЖЕСТВЕННОМ РОЖДЕНИИ ЧАСТИЦ
В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИЙ 20 - 200 ГЭВ.

(диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук)

Научные руководители:

доктор физико-математических
наук, академик АН УзССР

С.А. АЗИМОВ,

кандидат физико-математических
наук, старший научный сотрудник

Г.М. ЧЕРНОВ.

г. Ташкент
март 1975 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

ВВЕДЕНИЕ	3 стр.
Глава I. МНОГОЧАСТИЧНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В СТОЛКНОВЕНИЯХ АДРОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ. (Краткий обзор)	5 стр.
§1. Основные определения и соотношения	5 —"
§2. Основные экспериментальные данные и их общие черты	10 —"
§3. Модельная интерпретация	18 —"
Глава II. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ	25 —"
§4. Анализ азимутальных распределений	25 —"
§5. Корреляции по продольной компоненте импульса	37 —"
Глава III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ..	45 —"
§6. Используемый экспериментальный материал	45 —"
§7. Азимутальные корреляции в pN - и πN -соударениях	49 —"
§8. Эффекты неоднородности и кластеризации	61 —"
§9. Корреляции в протон-ядерных соударениях	77 —"
ВЫВОДЫ	88 —"
ПРИЛОЖЕНИЯ	90 —"
Приложение I.	90 —"
Приложение 2	93 —"
ЛИТЕРАТУРА	97 —"

В в е д е н и е .

В последнее время все большее внимание исследователей привлекает изучение корреляционных эффектов в актах множественного рождения частиц при столкновении адронов высокой энергии. Изучение подобных эффектов, по-видимому, позволит более подробно исследовать детали механизма рождения, сделать более надежным выбор между различными моделями множественного рождения.

К настоящему времени выполнено множество работ, посвященных исследованию этого вопроса; многими исследователями предложен ряд оригинальных идей и методов изучения корреляционных эффектов, однако, нельзя сказать, что полученные данные являются исчерпывающими и непротиворечивыми и, что достигнута однозначность в их интерпретации. Одна из основных трудностей состоит, по нашему мнению, в отделении корреляционных эффектов, обусловленных динамикой процесса от таких, как тривиальные корреляции рождения и эффектов, возникающих под действием законов сохранения. Другое обстоятельство, на которое нельзя не обратить внимания, заключается в том, что подавляющая доля исследований относится к, так называемым, инклюзивным (реже - полуинклюзивным) распределениям, которые, как показали работы последнего времени, оказываются малочувствительными к динамике взаимодействий. Нам кажется, что анализ отдельных актов взаимодействий позволит получить большую (по крайней мере - дополнительную) информацию.

В настоящей работе нами описан и апробирован ряд новых методов анализа корреляционных эффектов при множественном рождении и проанализированы с их помощью распределения про-

странственных и азимутальных углов во взаимодействиях адронов с нуклонами и ядрами фотоэмульсии при импульсах первичных частиц $p_0 = 20 - 200$ Гэв/с.

В первой главе работы приведен краткий обзор экспериментальных данных по корреляциям и их модельная интерпретация. В главе второй изложены методы исследования многочастичных эффектов в индивидуальных актах множественного рождения, разработанные нами. Третья глава содержит основные экспериментальные результаты и их обсуждение.

Работа выполнена в лаборатории высоких энергий Физико-технического института Академии Наук Узбекской ССР за период с 1971 по 1975 годы.

Глава I.

МНОГОЧАСТИЧНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В СТОЛКОВЫХ АТРОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ.

(Краткий обзор)

В нашем обзоре мы будем уделять основное внимание общим закономерностям и свойствам корреляций при различном выборе кинематических переменных, особенно в шкалах быстрот и азимутальных углов, используя инклюзивные и полунклюзивные спектры и затрагивая лишь в общих чертах корреляции в распределенных по множественности, корреляции в передаче квантовых чисел и другие.

Настоящий обзор, разумеется, не претендует на полноту, и для более подробного изучения вопроса автор отсылает читателя к ряду превосходных обзоров, опубликованных в последнее время [1, 7, 8]. Основное внимание мы уделим вопросам, имеющим отношение к основной части работы; кроме того, некоторые сведения о состоянии исследований по рассматриваемым вопросам будут даны в последующих главах.

§1. Основные определения и соотношения.

Рождение частиц в реакции

$$a + b \rightarrow 1 + \dots + n \quad (1.1)$$

полностью характеризуется инвариантным дифференциальным сечением

$$\frac{d^n \sigma_{ex}}{dp_1 \dots dp_n} \quad (1.2)$$

где $p_i = (w_i, \vec{p}_i)$ - четырехимпульс рожденной частицы, а

$d p_i = d^3 \vec{p}_i / w_i$. Наряду с (1.2) часто используется так называемое эксклюзивное распределение:

$$\Omega^{(n)}(p_1, \dots, p_n, s) = \frac{1}{\sigma} \frac{d^n \sigma_{ex}}{dp_1 \dots dp_n} \quad (1.3)$$

(s - квадрат полной энергии в системе центра масс столкновения), где σ может быть полным сечением σ_{tot} , полным неупругим сечением σ_{in} и так далее. Для определенности мы будем использовать неупругое сечение σ_{in} .

Интегрированием по части переменных мы получаем эксклюзивную k -частичную ($k = 1, 2, \dots, < n$) плотность (для простоты положим, что все частицы одинаковы):

$$\Sigma_k^{(n)}(p_1, \dots, p_k, s) = \frac{1}{(n-k)!} \int \dots \int dp_{k+1} \dots dp_n \Omega^{(n)}(p_1, \dots, p_n, s) \quad (1.4)$$

Однако, в большинстве экспериментов некоторая доля вторичных частиц не регистрируется (например нейтральные), в этом случае пользуются полуинтегрированным сечением:

$$d^n \sigma^{si} / dp_1, \dots, dp_n = \sum_{v=0}^{\infty} \frac{1}{v!} \int \dots \int dp_{n+1} \dots dp_{n+v} \frac{d^{n+v} \sigma_{ex}}{dp_1 \dots dp_n dp_{n+1} \dots dp_{n+v}} \quad (1.5)$$

Здесь частицы с номерами $1, n$ - заряжены, а с номерами $n+1, n+v$ - нейтральны. Подобно (1.4) определим полуинтегрированное распределение:

$$\Sigma^{(n)}(p_1, \dots, p_n, s) = \frac{1}{\sigma_{in}} \frac{d^n \sigma^{si}}{dp_1 \dots dp_n} \quad (1.6)$$

Σ - частичную полуинтегрированную плотность:

$$\begin{aligned} \Sigma_k^{(n)}(p_1, \dots, p_k, s) &= \\ &= \frac{1}{(n-k)!} \int \dots \int dp_{k+1} \dots dp_n \Sigma^{(n)}(p_1, \dots, p_n, s). \end{aligned} \quad (1.7)$$

Наряду с $S_{\kappa}^{(n)}$ используется полунклюзивная плотность, нормированная не на полное неупругое сечение, а на сечение канала b_n

$$S_{\kappa}^{(n)}(p_1, \dots, p_{\kappa}, s) = \frac{b_{in}}{b_n} S_{\kappa}^{(n)}(p_1, \dots, p_{\kappa}, s). \quad (I.8)$$

И наконец инклюзивная k - частичная плотность определяется как:

$$\begin{aligned} \frac{1}{b_{in}} \frac{d^{\kappa} \sigma^i}{dp_1 \dots dp_{\kappa}} &= \Phi_{\kappa}(p_1, \dots, p_{\kappa}, s) = \\ &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{l!} \int \dots \int dp_{\kappa+l} \dots dp_{\kappa+l} \Omega^{(\kappa+l)}(p_1, \dots, p_{\kappa+l}, s). \end{aligned} \quad (I.9)$$

Между инклюзивной и полунинклюзивной k - частичными плотностями существует простая связь:

$$\Phi_{\kappa}(p_1, \dots, p_{\kappa}, s) = \sum_{n=\kappa}^{\infty} S_{\kappa}^{(n)}(p_1, \dots, p_{\kappa}, s). \quad (I.10)$$

Определим теперь инклюзивную корреляционную функцию:

$$C_2(p_1, p_2, s) = \Phi_2(p_1, p_2, s) - \Phi_1(p_1, s) \Phi_1(p_2, s). \quad (I.11)$$

Поскольку в дальнейшем мы будем в основном использовать только двухчастичную корреляционную функцию, то мы ею и ограничимся и не будем выписывать здесь громоздкие выражения для $C_{\kappa}(p_1, \dots, p_{\kappa}, s)$ при $\kappa \geq 3$. Наряду с функцией C_2 часто используется функция:

$$\begin{aligned} R_2(p_1, p_2, s) &= \frac{\Phi_2(p_1, p_2, s)}{\Phi_1(p_1, s) \Phi_1(p_2, s)} - 1 = \\ &= \frac{C_2(p_1, p_2, s)}{\Phi_1(p_1, s) \Phi_1(p_2, s)}, \end{aligned} \quad (I.12)$$

которой отдает предпочтение экспериментаторы.

Аналогично инклюзивным можно определить и полуинклюзивные корреляционные функции:

$$\varphi_2^{(n)}(p_1, p_2, s) = s_2^{(n)}(p_1, p_2, s) - s_1^{(n)}(p_1, s) s_+^{(n)}(p_2, s), \quad (I.13)$$

$$\rho_2^{(n)} = \frac{\varphi_2^{(n)}(p_1, p_2, s)}{s_+^{(n)}(p_1, s) s_+^{(n)}(p_2, s)}. \quad (I.14)$$

Подчеркнем особенность, указанную Ко [1]. Если в случае отсутствия корреляций инклюзивная корреляционная функция равна нулю ($C_2 = 0$, $R_2 = 0$), то полуинклюзивная функция равна нулю только когда частицы не тождественны, например с противоположными знаками зарядов ($\varphi_{+-}^{(n)} = 0$, $\rho_{+-}^{(n)} = 0$); и отличается от нуля в случае двух тождественных (неразличимых) частиц, например одного знака заряда ($\varphi_{--}^{(n)} = -\frac{1}{n} s_-^{(n)}(p_1, s) \cdot s_-^{(n)}(p_2, s)$, $\rho_{--}^{(n)} = -\frac{1}{n}$), или в эксперименте, где не определяется знак заряда, для двух заряженных частиц

$$(\varphi_{cc}^{(n)} = -\frac{1}{n} s_c^{(n)}(p_1, s) s_c^{(n)}(p_2, s), \rho_{cc}^{(n)} = -\frac{1}{n}).$$

Далее Ко показал, что даже в случае отсутствия корреляций в системах ++, --, +- функция $\rho_{cc}^{(n)}$ будет иметь структуру, если только $s_-^{(n)}(p, s)$ и $s_+^{(n)}(p, s)$ - различные функции импульса.

Импульсы двух частиц можно выразить в следующих пяти независимых переменных (имея в виду столкновения неполяризованных частиц, так как в этом случае можно провести интегрирование по одному из азимутальных углов):

$$y_1, y_2, p_{11}, p_{12}, \epsilon_{12}, \quad (I.15)$$

где

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{\omega + p_{||}}{\omega - p_{||}} \quad (I.16)$$

($p_{||}$ - продольная компонента импульса) - так называемая продольная быстрота, или просто быстрота; p_{\perp} - модуль поперечной компоненты импульса, а

$$\varepsilon_{12} = \arccos \frac{\vec{p}_{\perp 1} \cdot \vec{p}_{\perp 2}}{p_{\perp 1} p_{\perp 2}} \quad (0 \leq \varepsilon \leq \pi) \quad (I.17)$$

- угол между поперечными импульсами двух частиц в азимутальной (поперечной) плоскости. Зачастую вместо быстроты используется другая величина:

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{|\vec{p}| + p_{||}}{|\vec{p}| - p_{||}} = - \ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \quad (I.18)$$

(θ - пространственный угол), являющаяся неплохим приближением к быстроте только при малых массах частиц (например пионы), но не требующая в эксперименте импульсных измерений. Интегрированием по части переменных корреляционные функции можно представить в зависимости только от быстрот, например:

$$\varphi_2^{(n)}(y_1, y_2, s) = \int dp_{\perp 1} dp_{\perp 2} d\varepsilon_{12} \varphi_2^{(n)}(y_1, y_2, p_{\perp 1}, p_{\perp 2}, \varepsilon_{12}, s) \quad (I.19)$$

только от азимутального угла:

$$\begin{aligned} \Phi_2(\varepsilon_{12}) &= \\ &= \frac{\pi}{\langle n(n-1) \rangle} \int dy_1 dy_2 dp_{\perp 1} dp_{\perp 2} \Phi_2(y_1, y_2, p_{\perp 1}, p_{\perp 2}, \varepsilon_{12}, s) \end{aligned} \quad (I.20)$$

и так далее.

В дальнейшем мы будем рассматривать в основном продольные корреляции (как функцию y_1 и y_2 или η_1 и η_2), азимутальные корреляции (как функцию ε_{12}) и более сложные.

Мы не будем рассматривать некоторые интересные типы корреляций, такие как присоединенную множественность, корреляции в зависимости от величины p_{\perp} и другие.

§2 Основные экспериментальные данные и их общие черты.

Наибольшее количество опубликованных к настоящему времени экспериментальных работ относится к корреляциям между бисекторами в двухчастичной инклюзивной реакции:

$$a + b \rightarrow c_1 + c_2 + \text{все остальное} \quad (1.21)$$

в широкой области энергий от нескольких десятков ГэВ на ускорителях Серпухова и *FNAL* [1 - 8] до наивысших энергий *CERN ISR* [8 - 11]. В этих данных можно отметить следующие особенности:

а) Центральные значения корреляционных функций $R_2(y_1 = 0, y_2 = 0)$ в системах $\pi^+\pi^+$, $\pi^-\pi^-$, $\pi^+\pi^-$, cc , $c\gamma$ в пределах ошибок не обнаруживают зависимости ни от энергии, ни от типа первичных частиц во всем рассматриваемом интервале энергий. Эта независимость противоречит фрагментационным моделям, которые предсказывают рост $R_2(0,0)$ в этой области энергий на фактор 10, она создает также трудности для модели Вилера - Редже [28].

б) Величина $R_{+-}(0,0)$ примерно вдвое больше величины $R_{--}(0,0) \approx R_{++}(0,0)$, а величины $R_{cc}(0,0)$ и $R_{c\gamma}(0,0)$ примерно располагаются по величине между $R_{+-}(0,0)$ и $R_{--}(0,0)$. В качестве примера приведем сводные экспериментальные данные по величине $R_2(0,0)$ из работы [1] (см. рис.1).

в) При высоких энергиях функция $R_2(y_1, y_2)$ в центральной области обладает определенными инвариантными свойствами относительно перемещений вдоль продольной оси столкнове-

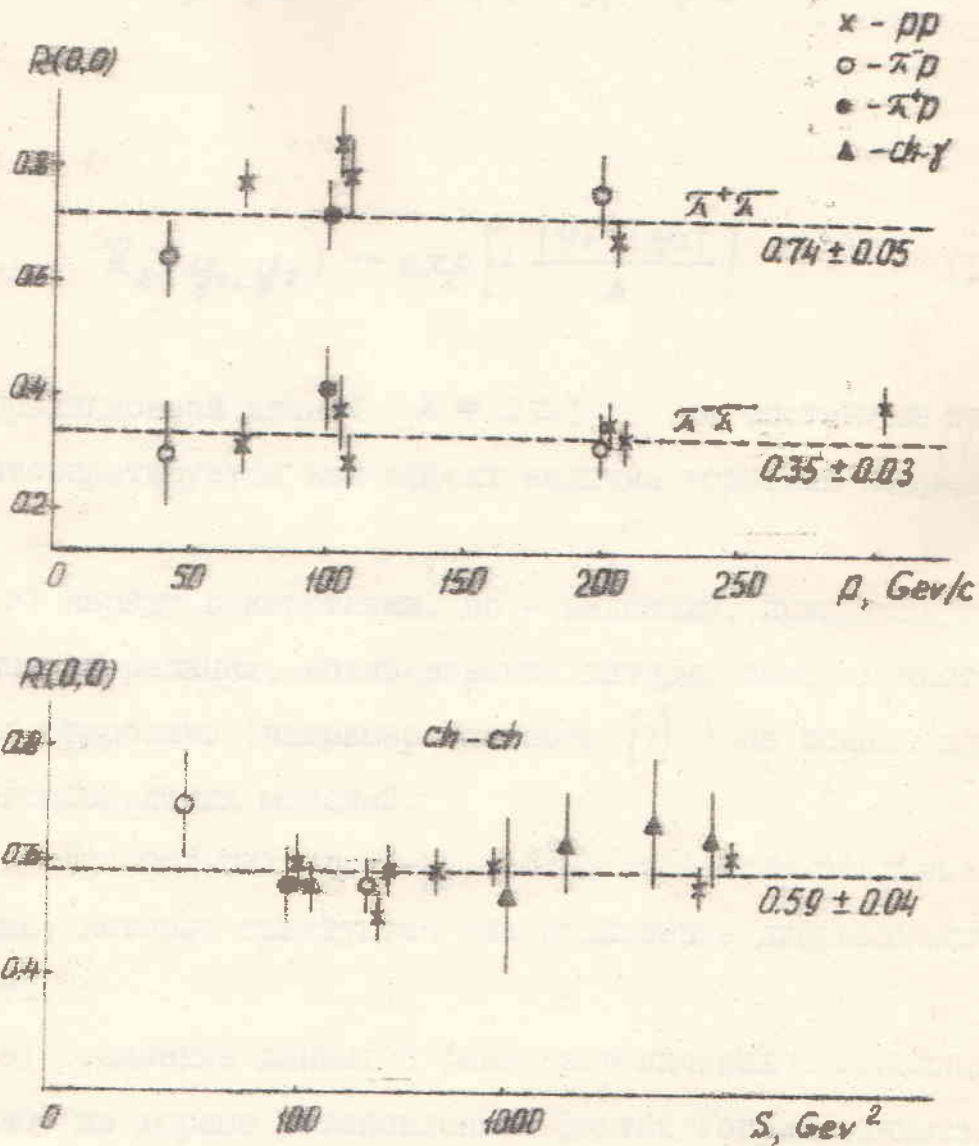


Рис. I. Экспериментальные значения $R_2(0,0)$ при энергиях Серпухова, FNAL и CERN ISR по работам последних лет.

ния. Она зависит только от $|y_1 - y_2|$, но не от y_1 и y_2 в отдельности и имеет в этой области экспоненциальную форму:

$$R_2(y_1, y_2) \sim \exp \left[- \left(\frac{y_1 - y_2}{\lambda} \right)^2 \right] \quad (1.22)$$

или

$$R_2(y_1, y_2) \sim \exp \left[- \frac{|y_1 - y_2|}{\lambda} \right] \quad (1.23)$$

с корреляционной длиной $\lambda = 2 \pm 1$. Это обстоятельство обычно интерпретируется как эффект наличия коротких корреляций [12].

г) Наряду с короткими, по - видимому, присутствуют и длинные корреляции, возникновение которых было, в частности, интерпретировано (например Биаласом [7]) на основе двух- и многокомпонентных моделей.

д) При больших $y_1 \approx -y_2$ наблюдаются положительные корреляции, которые трактуются как проявление дифракционной компоненты.

е) Сравнение данных с феноменологическими моделями, основанное на хорошо установленных фактах (ограниченность поперечного импульса, эмпирическое распределение множественности, эмпирические полуинклюзивные одночастичные распределения), показывает качественное согласие, однако, некоторые особенности эксперимента этими моделями не описываются. Такое несоответствие указывает на то, что корреляции имеют не только кинематическое происхождение, но и обусловлены причинами, которые следует искать глубже, в динамике процесса.

Рассмотрим теперь общие особенности полуинклюзивных двухчастичных корреляций быстрот, основываясь на данных работ [1,3,4,6,8 - II] :

а) Общий вид полуинклюзивной двухчастичной корреляционной функции $\rho_2^{(n)}(y_1, y_2)$ в плоскости быстрот подобен виду инклюзивной функции $R_2(y_1, y_2)$. Для низких множественностей наблюдается дифракционный эффект, выраженный в виде пика вблизи кинематических границ. Подобный же эффект при больших множественностях трактуется как корреляция между лидерами.

б) В центральной области $\rho_2^{(n)}(y_1, y_2)$ обнаруживается инвариантность к перемещениям вдоль оси столкновения и короткие корреляции. Значения корреляционных функций в максимуме:

$\varphi_{cc}^{(n)}(0,0) \sim n$, $\rho_{cc}^{(n)} \sim \frac{1}{n}$; при больших значениях $|y_1 - y_2|$ они стремятся к нижнему пределу: $\varphi_{cc}^{(n)} \sim -n$, $\rho_{cc}^{(n)} \sim -\frac{1}{n}$. Такое поведение ожидается в мультипериферической модели [13,14] и в моделях независимого испускания кластеров [15 - 17].

в) Имеется разница между экспериментами *FNAL* и *JSR*: в экспериментах на ускорителе *FNAL* используется быстрота y и исследуются фиксированные множественности, на *JSR* измеряется $\eta^* = -\ln \text{tg } \theta^*/2$ и используется некоторый интервал соседних множественностей. Но - видимому, в основном вследствие этого возникают разногласия в данных *FNAL* и *JSR*, так как пересчет данных *FNAL* при условиях *JSR* приводит к неплохому согласию [6].

г) При энергиях Серпухова и *FNAL* корреляционные функции $\rho_{--}^{(n)}$ и $\rho_{++}^{(n)}$ постоянны в пределах ошибок во всей области изменения быстрот y_1 и y_2 и пропорциональны $-1/n$, то есть отсутствуют корреляции тождественных пионов, что является замечательным фактом и хорошо объясняется различными моде-

лами с нейтральными кластерами небольшой массы. Функция $\rho_{+-}^{(m)}$ ведет себя подобно $\rho_{cc}^{(m)}$ при энергиях ISR , если учитывать нормировку.

д) При энергии 205 ГэВ в pp-соударениях [6] в четырехлучевых взаимодействиях были отобраны события с большим ($>2,5$ единиц быстроты) интервалом между быстротами (*rapidity gap*) одной из крайних частиц и ближайшей к ней. Эти события трактовались как дифракционные. Показано, что для таких событий функция $\rho_{+-}^{(m)}(y_1, y_2)$ имеет узкий пик. Значение в максимуме в несколько раз выше, чем для всех четырехлучевых событий, то есть налицо сильные короткие корреляции в дифракционной компоненте [34-36].

Перейдем к рассмотрению данных по азимутальным корреляциям. При сравнительно низких энергиях [18-21] эти эффекты исследовались довольно полно и найдено, что они удовлетворительно согласуются с ожидаемыми из учета действия законов сохранения импульса в статистической модели или модели некоррелированных струй. При исследовании зависимости азимутальных корреляций от разности между быстротами для пар частиц получены противоречивые результаты: в одних работах эти корреляции слабо зависят от $|y_1 - y_2|$, в других отмечается уменьшение корреляций с ростом $|y_1 - y_2|$, как ожидается в моделях коротких корреляций. Однако, все авторы отмечают в то же время наличие наряду с короткими и длинных корреляций. При энергиях Сернухова, FNAL и ISR азимутальные корреляции исследованы менее детально, но по ряду работ в этой области энергий [10, 22-24, 32, 33] можно сделать следующие выводы:

а) В области энергий ISR получены значения параметра δ в представлении $R_2(\epsilon) = a + b \cos \epsilon$ в зависимости от

разности быстрот двух частиц и значений их поперечных импульсов. Параметр δ отрицателен и растет по абсолютной величине с ростом p_{\perp} . Данные показывают также наличие длинных корреляций, которые обнаружены и при энергиях Серпухова и *FNAL*.

б) Трудно понимаемая особенность данных *ISR* - полное отсутствие коротких корреляций, хотя они обнаружены при более низких энергиях, например в виде разницы в асимметрии для пар тождественных и нетождественных частиц при малых значениях $|y_1 - y_2|$.

в) Азимутальные корреляции сильнее между пионами противоположных знаков заряда, чем между пионами одного знака, что возможно понять, как и аналогичный эффект в корреляциях быстрот, в рамках модели независимого испускания кластеров.

Кроме описанных общих результатов исследований инклюзивных и полуйнклюзивных корреляций в ряде работ [46, 62 - 66] изучались и характеристики индивидуальных актов рождения. Эти работы основаны на двух, ставших довольно популярными, методах анализа, предложенных Бергером и другими [43] и Зланским с сотрудниками [66].

Опишем вкратце метод Бергера. Рассмотрев дифракционное рождение одного кластера и изотропный распад в его системе покоя (главная диаграмма *nova* - модели), Бергер приходит к выводу, что при довольно общих предположениях средний разброс распадных частиц по шкале быстрот равен 0,91. В качестве альтернативы он рассмотрел модель с равномерным распределением вторичных частиц в кинематически дозволенной области быстрот (модель мультипериферического типа). Далее он показал, что, если подходящим образом из n - частичного взаимодействия выбрать подансамбль из N ($2 \leq N \leq n$) частиц,

определенные для этого подансамбля средняя быстрота

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (1.24)$$

и его стандарт:

$$\delta = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{y} - y_i)^2 \right]^{1/2} \quad (1.25)$$

могут служить неплохим критерием для выбора между этими моделями. Самым автором показано, что этот критерий может быть применен только в области больших энергий (> 100 Гэв).

Подансамбль предлагается выбрать таким образом: удаляется одна частица с условием:

$$|y_k - \bar{y}| = \max |y_i - \bar{y}| \quad i = \overline{1, n} \quad (1.26)$$

(\bar{y} - по всем n частицам), оставшиеся образуют подансамбль, его характеристики $\bar{y}^{(1)}$ и $\delta^{(1)}$.

Рассмотрим несколько работ, в которых был применен этот метод. В работе [63] в экзотических реакциях типа $\pi^+ p \rightarrow p + n \pi^+$ при энергиях $\sqrt{s} = 23$ Гэв были построены двумерные распределения по величинам $\bar{y}^{(1)}$ и $\delta^{(1)}$. Обнаружена структура этого распределения, не описываемая моделью цилиндрического фазового объема. События из пиков этого распределения вносят основной вклад в максимумы распределений эффективных масс дифракционно-рожденных систем $\pi^+ \pi^- \pi^-$ и $p \pi^+ \pi^-$.

В работе [62] при энергиях $\sqrt{s} R$ для каждого события определялись $\bar{y}^{(2)}$ и $\delta^{(2)}$ в системе частиц, оставшихся после удаления частицы с η_{max} и частицы с η_{min} . По этим величинам были построены двумерные распределения по $\bar{y}^{(2)}$ и $\delta^{(2)}$ при фиксированных n_{ch} . При низких n_{ch} обнаружены два узких пика с малыми $\delta^{(2)}$ и большими $|\bar{\eta}|$, интерпретируемых как дифракция

снаряда и мишени, и широкое плато в середине, которое объясняется различными центральными процессами. При увеличении n пики исчезают, а плато сужается и растет, что объясняют вымиранием дифракционных каналов.

Конечно, плато можно также хорошо объяснить, например, двухструйной дифракцией или любым механизмом, в котором число кластеров больше одного.

Уязвимым местом метода мы считаем также произвол в выборе подансамбля, поскольку флуктуации в распределении быстрот в индивидуальных актах весьма велики. Метод может быть пригоден как дополнительный при анализе эксклюзивных реакций и, возможно, при энергиях JSR.

Сланский и другие предложили измерять средние флуктуации распределения быстрот (или какой-либо другой кинематической переменной) в индивидуальных событиях, для чего ими был привлечен мощный аппарат математической статистики [66]. Пусть $p(y)$ — эмпирическая плотность распределения величины y и

$$S_{ni}(y) = \frac{z}{n}, \quad i = \overline{1, N} \quad (1.27)$$

— эмпирическая интегральная функция распределения в i -том событии из n частиц, (z — число частиц с $y_i \leq y$). Мерой флуктуаций предлагается функция, определенная для каждого события:

$$\mu_i(y) = [S_{ni}(y) - F(y)]^2 p(y), \quad i = \overline{1, N}, \quad (1.28)$$

где

$$F(y) \equiv \int_{-\infty}^y p(t) dt = \langle S_n(y) \rangle \quad (1.29)$$

(знак $\langle \rangle$ означает усреднение по ансамблю из N событий).
Из соотношения (I.28) можно определить две важные величины:
среднюю плотность флуктуаций:

$$M(y) = \langle [S_{ni}(y) - F(y)]^2 \rangle \rho(y) = \quad (I.30)$$

$$= [\langle S_n^2(y) \rangle - \langle S_n(y) \rangle^2] \rho(y)$$

и статистику для каждого события:

$$\omega_{ni}^2 = \int dy \rho_i(y) \quad i = \overline{1, N} . \quad (I.31)$$

Средняя статистика связана со средней плотностью флуктуаций:

$$\langle \omega_n^2 \rangle = \int dy M(y) . \quad (I.32)$$

Показано, что если частицы независимы и следует в каждом событии закону $\rho(y)$, то $\langle \omega_n^2 \rangle = 1/6n$; при учете законов сохранения $\langle \omega_n^2 \rangle$ уменьшается на фактор 3; если имеются неоднородности в распределении отдельных событий, то $\langle \omega_n^2 \rangle$ растет.

Величины $M(y)$ и $\langle \omega_n^2 \rangle$ позволяют сравнивать данные с различными моделями.

Метод Сланского был применен к анализу эксклюзивных распределений при 13 и 30 Гэв/с и полуминкловзивных при 208 и 308 Гэв/с [46, 64 - 66]. Анализ эксклюзивных каналов позволил разделить события с фрагментацией мишени и снаряда, анализ полуминкловзивных каналов позволил оценить размеры кластеров.

§3. Модельная интерпретация.

Обобщением фейнмановской гипотезы масштабной инвариантности на многочастичные распределения является гипотеза коротких корреляций (ГКК) [7, 27]. Она означает, что многочастичная плотность факторизуется:

$$\begin{aligned}
 P_n(Y_1, y_1, y_2, \dots, y_n, Y_2) &= \\
 &= a_n(Y_1, y_1, \dots, y_n) b_n(y_{n+1}, \dots, y_n, Y_2)
 \end{aligned}
 \tag{I.33}$$

при условии, что

$$Y_1, y_1, y_2, \dots, y_n \ll y_{n+1}, \dots, y_n, Y_2
 \tag{I.34}$$

Таким образом, вероятность обнаружить частицу с данным импульсом не зависит от импульса другой частицы, если их импульсы существенно различны.

Из уравнения (I.33) вытекают, в частности, основные свойства "скейлинга" [7]:

существование плато по быстроте в области, где $Y_1 \ll y_1 \ll y_2 \ll \dots \ll y_n \ll Y_2$;

энергетическая независимость распределения быстрот в области, где $Y_1 \ll y_1, y_2, \dots, y_n \ll Y_2$.

Важно отметить, что ГКК, приводя к коротким корреляциям, не исключает и длинные. Действительно, если a_n и b_n зависят от n , то вероятность нахождения частицы зависит от факта существования другой частицы, даже если они широко разделены по быстроте. Учитывая это, различают сильную [33] ГКК (a и b зависят от n) и слабую ГКК, которая наряду с короткими, допускает и длинные корреляции.

Эти свойства вытекают из рассмотрения диаграммы Мёллера [33], показанной на рис. 3 при условии, что обменный объект - особенность Померанчука. Если эта особенность - факторизуемый полюс в плоскости комплексных моментов, тогда вклад от диаграммы можно представить в виде (I.33). Члены этого произведения - константы связи померона с p и q системами, не зависят от n и отсюда прямо следует ГКК. Слабая ГКК не требу-

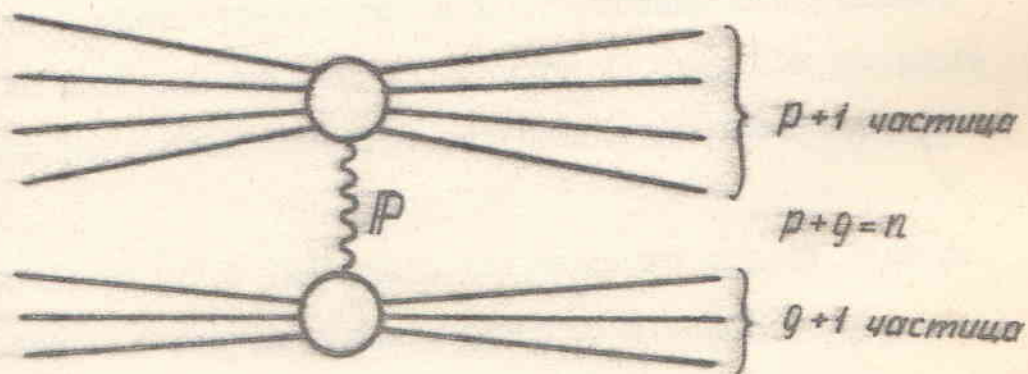


Рис.2. Диаграмма Мёллера, иллюстрирующая гипотезу коротких корреляций.

Чтобы особенность Померанчука была единственным полюсом. Таким образом она более обща.

К следствиям сильной ГКК, помимо корреляций, быстро убывающих по быстроте, относятся:

величина корреляционной функции стремится к конечному пределу с ростом энергии;

корреляционные коэффициенты f_n линейно растут со средней множественностью.

Слабая ГКК приводит к полиномиальному росту f_n в зависимости от средней множественности и к отсутствию азимутальных корреляций для далеких, по шкале быстрот, частиц. Как мы видели ранее, это последнее свойство вступает в противоречие с экспериментом.

Рядом авторов [29,30,31] была получена из модели Мёллера-Радзе двухчастичная корреляционная функция в виде

$$R_2(y_1, y_2) \sim \exp\left(-\frac{|y_1 - y_2|}{2}\right), \quad (1.35)$$

из которой получены также соотношения:

$$R_{+-}(0,0) : R_{+0}(0,0) : R_{++}(0,0) = 2 : 1 : 0, \quad (1.36)$$

которые находятся в противоречии с опытом. Минский и Томас [29] путем введения дополнительных графов добились изменения соотношения (1.36) в сторону лучшего согласия с экспериментом. Однако, при этом величина C_{++} оказалась уменьшающейся с энергией как $s^{-1/4}$. А если учесть расширение с энергией одночастичных спектров, то R_{++} убывает ещё быстрее.

Рассмотрим простейшую из мультикомпонентных моделей — двухкомпонентную, содержащую дифракционную и недифракционную

корреляционная функция запишется здесь в следующем виде:

$$C_2(y_1, y_2) = d_0 C_2^0(y_1, y_2) + d_{12} C_2^{\pi}(y_1, y_2) + \frac{d_{12}}{d_{12}} [p(y_1) - p_0(y_1)] [p(y_2) - p_0(y_2)] \quad (I.37)$$

Одно из основных свойств этой модели заключается в следующем: корреляционная функция дает плато в плоскости быстрой, то есть смесь двух компонент приводит к длинным корреляциям; если дифракционную компоненту убрать, то длинные корреляции исчезнут.

Простейшая двухкомпонентная модель качественно описывает существующие экспериментальные данные. Для улучшения модели Робертс и Рой [37] предложили разбить дифракционную компоненту на скейлинговую трехмерную и нескейлинговую померон - померон - мезонную части; Ле Беллак и другие [38] развили эти положения и получили удовлетворительное согласие с последними данными JSR.

Кластерные модели можно разделить на два класса:

кластеризация в индивидуальных событиях,

кластеризация событий в фазовом объеме.

В модели независимого или мультипериферического рождения кластеров и в дифракционной кластерной модели генерация частиц предполагается происходящей в два этапа. На первом рождается кластер, его рождение описывается либо мультипериферическим, либо дифракционным, либо механизмом, подобным модели векторизованных струй. Последующий шаг - распад кластеров, который обычно описывается посредством статистической бутстрапской модели [39] или модели с эмпирическим распределением

пульсов, или простого статистического механизма. В дифракционных кластерных моделях рассматривают как изотропный, так и анизотропный распады.

Следует заметить, что существует, по крайней мере, две различные точки зрения на природу кластеров. Часть авторов см., например, [40, 41], рассматривают кластеры как реальные физические объекты; часть использует понятие кластеризации просто как удобный инструмент для объяснения коллективных эффектов (см., например, [42]).

Остановимся коротко на общих свойствах корреляционных функций, вытекающих из кластерных моделей. Большинство моделей приводит к определенным предсказаниям о форме короткой части корреляций по быстрой, неплохо согласующейся с опытом [44, 45]. Двухчастичная корреляционная функция содержит две части. Первая описывает частицы из одного кластера, вторая из разных. Частицы из одного кластера коротко коррелированы по быстрой. В предположении об изотропном распаде кластеров корреляционная функция имеет вид:

$$C_2(y_1, y_2) = \kappa(y_1 + y_2) \exp \left[-\frac{(y_1 - y_2)^2}{4\delta^2} \right], \quad (1.38)$$

где коэффициент пропорциональности:

$$\kappa(y_1 + y_2) = \langle N_c n_d (n_d - 1) \frac{1}{2\pi\delta^2} \exp \left[-\frac{1}{\delta^2} \left(Y - \frac{y_1 + y_2}{2} \right)^2 \right] \rangle, \quad (1.39)$$

N_c - число кластеров, n_d - множественность распада кластера,

Y - быстрая кластера, $\langle \rangle$ означает усреднение по всем кластерам. Эта функция имеет следующие основные свойства:

при высоких энергиях $\kappa(y_1 + y_2)$ образует плато по $y_1 + y_2$, так как экспонента имеет тенденцию размываться при усреднении

то широкому интервалу Y ;

если A_{ij} - распределение энергетически независимы, а число кластеров растет с энергией, то $K(0)$ - энергетически независим;

если \bar{n}_i растет с энергией, а число кластеров постоянно, то $K(0) \sim \bar{n}$.

Отметим в заключение, что факт существования кластеров не может считаться экспериментально установленным, за исключением, быть может, малолучевых каналов реакций (дифракционные кластеры). Вообще в последнее время ситуация в проблеме множественного рождения такова, что "почти все модели почти всё описывают, но почти ничего не объясняют" (фраза неоднократно повторявшаяся на почти всех конференциях последних лет).

Глава II.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ.

В этой главе мы опишем несколько новых методов исследования корреляционных эффектов, которые могут оказаться полезными для выяснения динамических черт множественных процессов и для выбора между различными модельными представлениями. Их общее свойство — нацеленность на изучение характеристик индивидуальных актов рождения, так как, по нашему мнению, при современном состоянии эксперимента изучение только инклюзивных или полуминусивных характеристик малоэффективно. Мы будем также уделять большое внимание отделению динамических эффектов от кинематических, для чего заметное место будет отведено апробации методов на случайных звездах, моделирующих влияние чисто кинематических и твердо установленных экспериментальных особенностей взаимодействий.

§4 Анализ азимутальных распределений.

Для выяснения деталей механизма множественного рождения частиц в столкновениях адронов высокой энергии значительный интерес представляет изучение различных эффектов, связанных с азимутальным угловым распределением вторичных частиц, то есть распределением углов в плоскости перпендикулярной оси столкновения.

Предсказания о свойствах азимутальных распределений дают многие модели множественного рождения. Например, при больших поперечных импульсах рожденной системы в однофайербольной модели, или в модели одиночного дифракционного возбуждения, или других моделях с рождением одного кластера возможно асимметричное испускание частиц в азимутальной плоскости. Большие поперечные

импульсы двух рождившихся центров испускания частиц или большой угловой плотности разлетающейся системы могут дать тенденцию к компенсированному разлету частиц. В рамках мультипериферической модели или любой другой модели с короткими корреляциями возникают сильные азимутальные корреляции между частицами с близкими продольными импульсами.

В настоящем разделе мы изложим общий метод исследования азимутальных эффектов. Основными особенностями этого метода является возможность полного и детального изучения азимутальных корреляций как в суммарных ливнях так и в индивидуальных актах множественного рождения и количественный учет кинематических факторов, таких как форма распределения поперечных импульсов и законов сохранения.

Пусть $y_1 \dots y_n$ и $\vec{z}_1 \dots \vec{z}_n$ - скорости и поперечные импульсы n - частичного конечного состояния реакции:

$$a + b \rightarrow 1 + 2 + \dots + n \quad (n \geq 3) \quad (2.1)$$

Рассмотрим нормированную плотность распределения по углу $\varepsilon = \arccos(\vec{z}_1 \cdot \vec{z}_2 / z_1 z_2)$, $0 \leq \varepsilon \leq \pi$, между векторами поперечных импульсов пары вторичных частиц конечного состояния

$$f^{(n)}(\varepsilon, s) = \frac{1}{n(n-1)} \int \rho_2^{(n)}(y_1, y_2, \vec{z}_1, \vec{z}_2, \varepsilon, s) dy_1 dy_2 d\vec{z}_1 d\vec{z}_2, \quad (2.2)$$

где $\rho_2^{(n)}(y_1, y_2, z_1, z_2, \varepsilon, s)$ - двухчастичная функция шести переменных, в случае неполяризованного лучка и мишени она не зависит от азимутальных углов частиц 1 и 2, а только от ε .

Функция $f^{(n)}(\varepsilon, s)$ нормирована

$$\int_0^\pi f^{(n)}(\varepsilon, s) d\varepsilon = 1 \quad (2.3)$$

Так как функция $f^{(n)}(\varepsilon, s)$ задана на отрезке $[0, \pi]$,

продолжим её четным образом на $[\pi, 0]$ и определенную таким образом четную функцию на отрезке $[-\pi, \pi]$ разложим в ряд Фурье по косинусам

$$f^{(n)}(\epsilon, s) = \frac{1}{\pi} \sum_{\kappa=0}^{\infty} C_{\kappa}^{(n)} \cos \kappa \epsilon = \frac{1}{\pi} \left(1 + \sum_{\kappa=1}^{\infty} C_{\kappa}^{(n)} \cos \kappa \epsilon \right), \quad (2.4)$$

коэффициент $C_0^{(n)} = 1$ из условия нормировки (2.3). Остальные коэффициенты получим, используя стандартное представление Фурье:

$$C_{\kappa}^{(n)} = \int_{-\pi}^{\pi} f^{(n)}(\epsilon, s) \cos \kappa \epsilon d\epsilon = 2 \int_0^{\pi} f^{(n)}(\epsilon, s) \cos \kappa \epsilon d\epsilon = \\ = 2 \langle \cos \kappa \epsilon \rangle \quad (2.5)$$

Как видим коэффициенты Фурье равны, по определению, удвоенному математическому ожиданию (среднему значению) величины $\cos \kappa \epsilon$ в событии с n частицами в конечном состоянии.

Таким образом $f^{(n)}(\epsilon, s)$ можно представить также в виде:

$$f^{(n)}(\epsilon, s) = \frac{1}{\pi} \left(1 + 2 \sum_{\kappa=1}^{\infty} \langle \cos \kappa \epsilon \rangle \cos \kappa \epsilon \right) \quad (2.4)$$

из равенства (2.5) следует, что можно определить оценку $S_{\kappa}^{(n)}$ коэффициентов $C_{\kappa}^{(n)}$ в каждом акте взаимодействия

$$S_{\kappa}^{(n)} = 2 \sum_{i \neq j}^n \cos \kappa \epsilon_{ij} / [n(n-1)] = \\ = 2 \left[\left(\sum_{i=1}^n \sin \kappa \varphi_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \cos \kappa \varphi_i \right)^2 - n \right] / [n(n-1)], \quad (2.6)$$

где φ_i - обычный азимутальный угол, отсчитываемый от начальной плоскости, связанной с измерительным прибором ($0 \leq \varphi_i \leq 2\pi$) случайные величины, пропорциональные (2.6) при $\kappa = 1$ и 2 предлагались для исследования азимутальных корреляций еще в работе

[47]. Напомним, что в отличие от распределения по ϵ, φ - распределению величин φ_i в суммарном явлении, так как отсутствует априорная, физически выделенная, начальная плоскость отсчета азимутальных углов [48].

Математическое ожидание определенной для каждого события случайной величины $S_{\kappa}^{(n)}$ равно $C_{\kappa}^{(n)}$, а стандартное отклонение

$$\sigma(S_{\kappa}^{(n)}) = 2 \left\{ \int_0^{\pi} \left(\sum_{i \neq j} \cos \kappa \epsilon_{ij} \right)^2 f^{(n)}(\epsilon, s) d\epsilon - \left[\int_0^{\pi} \left(\sum_{i \neq j} \cos \kappa \epsilon_{ij} \right) f^{(n)}(\epsilon, s) d\epsilon \right]^2 \right\}^{1/2} / n(n-1), \quad (2.7)$$

при $C_{\kappa}^{(n)} \geq 0$ равно

$$\sigma(S_{\kappa}^{(n)}) = 2 \left[1 + (n-2) C_{\kappa}^{(n)} - (n-\frac{3}{2})(C_{\kappa}^{(n)})^2 \right]^{1/2} / [n(n-1)]^{1/2}. \quad (2.7')$$

Набор величин $S_{\kappa}^{(n)}$ полностью определяет свойства азимутального углового распределения $f^{(n)}(\epsilon, s)$. В силу известных свойств ряда Фурье (ортogonalность и экстремальность) нетрудно видеть, что эти величины некоррелированы и являются наилучшими оценками в смысле максимального правдоподобия.

При независимости и равномерном в интервале $[0, 2\pi]$ распределении углов φ_i , $f^{(n)}(\epsilon, s) = \frac{1}{\pi}$ и все $C_{\kappa}^{(n)}$ ($\kappa \geq 1$) равны нулю. В этом случае математическое ожидание и стандарт $S_{\kappa}^{(n)}$ равны соответственно 0 и $2/\sqrt{n(n-1)}$. В действительности, однако, независимость φ_i нарушается законом сохранения энергии - импульса.

Рассмотрим модель, в которой учитывается лишь сохранение поперечного импульса:

$$d\delta^{(n)} / d\vec{r}_1, d\vec{r}_2, \dots, d\vec{r}_n = \prod_{i=1}^n \Phi(\vec{r}_i) \delta^{(2)} \left(\sum_{i=1}^n \vec{r}_i \right). \quad (2.8)$$

По аналогии с [49], где рассматривался частный случай функции $\Phi(\vec{r})$, будем называть ее протостатистической моделью (ПМ). Так как в ПМ энергия не входит, плотность $f^{(n)}$ и коэффициенты Фурье $C_{\kappa}^{(n)}$ становятся независимыми от S . Обозначив плотность, соответствующую (2.8), через $f_0^{(n)}(\epsilon)$, а коэффициенты её разложения через $C_{0\kappa}^{(n)}$ имеем:

$$f_0^{(n)}(\epsilon) = \frac{1}{\pi} \left(1 + \sum_{\kappa=1}^{\infty} C_{0\kappa}^{(n)} \cos \kappa \epsilon \right). \quad (2.9)$$

Найдем коэффициенты Фурье $C_{0\kappa}^{(n)}$ в формуле (2.9) (смотри Приложение I). Они оказались равными:

$$C_{0\kappa}^{(n)} = 2(-1)^\kappa \left\{ \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} \Phi(\vec{r}) J_0(r x) r dr \right]^{n-2} \right. \\ \left. - \left[\int_0^{\infty} \Phi(\vec{r}) J_\kappa(r x) r dr \right]^2 x dx \right\} / \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} \Phi(\vec{r}) J_0(r x) r dr \right]^n x dx, \quad (2.10)$$

где J_κ - функция Бесселя κ -того порядка.

Для вычисления $C_{0\kappa}^{(n)}$ необходимо конкретизировать $\Phi(\vec{r})$. Большинство моделей множественной генерации, такие как партонная, мультипериферическая и другие, приводят к виду этой функции в матричном элементе (2.8) в виде некоторой радиально - затухающей функции $F(r^2)$. Используя представление Лапласа, можно показать [49], что для любого $F(r^2)$ функция $f_0^{(n)}(\epsilon)$ оказывается такой же, как при

$$\Phi(\vec{r}) \sim \exp(-a r^2) \quad (a > 0). \quad (2.11)$$

Нетрудно видеть, что для гауссовой формы $\Phi(\vec{r})$ наблюдаемое одночастичное распределение поперечных импульсов $P(\vec{r})$ тоже будет гауссовым, хотя и с несколько иным показателем экспоненты (вывод, смотри Приложение I)

$$P(\bar{z}) \sim \Phi(\bar{z}) \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} \Phi(\bar{z}) J_0(zx) z dz \right]^{n-1} J_0(zx) x dx \sim$$

$$\sim \exp\left(-\frac{an}{n-1} z^2\right) \quad (2.12)$$

Проведенное нами вычисление коэффициентов $C_{ок}^{(n)}$ по формуле (2.10) при $\Phi(\bar{z})$ в виде распределения Гаусса (2.11) показывает (рис.3), что абсолютные значения $C_{ок}^{(n)}$ быстро убывают с ростом n для всех n . В качестве иллюстрации на рис.3 показаны $C_{ок}^{(n)}$ $k = \overline{1,4}$ в зависимости от n . Для практических целей с большой точностью достаточно ограничиться тремя членами в разложении (2.9)

$$f_0^{(n)}(\epsilon) \approx \frac{1}{\pi} (1 + C_{01}^{(n)} \cos \epsilon + C_{02}^{(n)} \cos 2\epsilon) \quad (2.13)$$

с коэффициентами

$$C_{01}^{(n)} \approx -\pi/2(n-1) \quad , \quad C_{02}^{(n)} \approx 8\pi/25(n-1)^2 \quad , \quad (2.14)$$

положив все остальные коэффициенты равными нулю. Отметим, что часто используют представление $f(\epsilon)$ в виде [21,8]:

$$f(\epsilon) = a + b \cos \epsilon \quad , \quad (2.15)$$

содержащее члена с $\cos 2\epsilon$, заметно противоречащее экспериментальным данным, в особенности при малых n .

Из эксперимента, однако, известно (см. например, [50]), что в заметно лучшем согласии с опытом находится линейное экспоненциальное распределение

$$P(\bar{z}) \sim \exp(-bz) \quad (b > 0) \quad (2.16)$$

Такое вычисление $C_{ок}^{(n)}$, соответствующих (2.16), затруднительно,

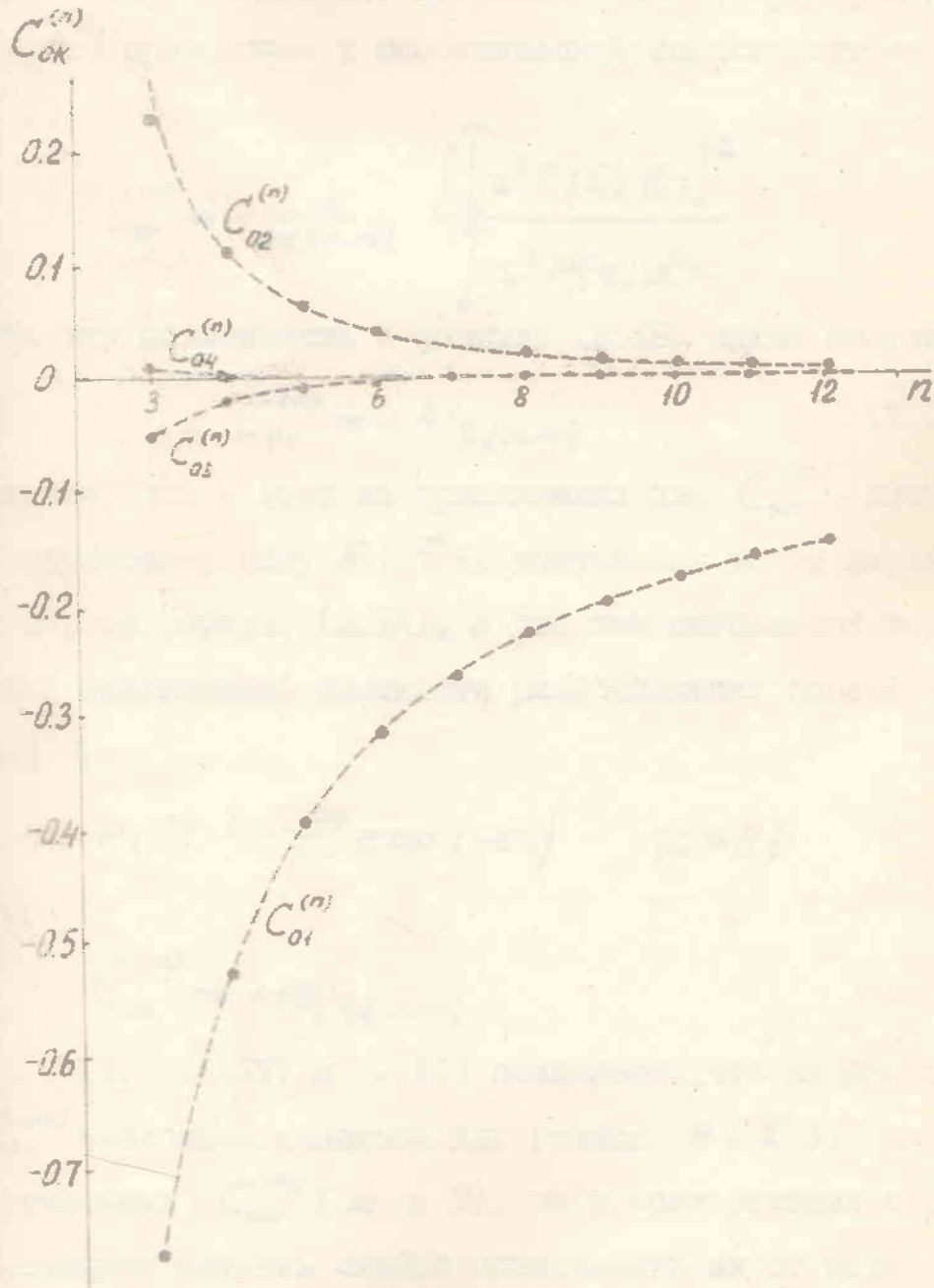


Рис. 3. Значения величин $C_{ок}^{(n)}$ в зависимости от полной множественности, вычисленные по простатистической модели с $\Phi(\tau) \sim \exp(-\alpha\tau^2)$.

так как вид $\varphi(\bar{z})$ для линейного экспоненциального распределения неизвестен. Поэтому мы использовали сделанное в работе [21] предположение о факторизации по \bar{z}_1 и \bar{z}_2 р-волнового коэффициента разложения двухчастичной функции $P^{(n)}(\bar{z}_1, \bar{z}_2)$ в ряд Фурье, приводящее к аналитической зависимости между $C_{01}^{(n)}$ и $P(\bar{z})$:

$$C_{01}^{(n)} = -\frac{2}{n(n-1)} \frac{\left[\int_0^\infty z^2 P(\bar{z}) dz \right]^2}{\int_0^\infty z^3 P(\bar{z}) dz}$$

Используя эту зависимость и формулу (2.16) можно получить

$$C_{01}^{(n)} = -4/3(n-1) \quad (2.17)$$

Отметим, что в этом же приближении для $C_{01}^{(n)}$, соответствующего гауссовому виду $P(\bar{z})$, получается то же выражение, что и в первой формуле (2.14), а для так называемой термодинамической инклюзивной плотности распределения поперечных импульсов [39]

$$P(\bar{z}) \sim z^{1/2} \exp(-cz) \quad (c > 0) \quad (2.18)$$

получается

$$C_{01}^{(n)} = -10/7(n-1) \quad (2.19)$$

Формулы (2.14), (2.17) и (2.19) показывают, что коэффициенты Фурье $C_{01}^{(n)}$ несколько различны для разных $P(\bar{z})$. Что же касается остальных $C_{0k}^{(n)}$ ($k \geq 2$), то в соответствии с работой [21], следует ожидать слабую зависимость их от вида $P(\bar{z})$.

Таким образом, мы будем в дальнейшем использовать в качестве "кинематически исходного" распределения по азимутальным углам распределение (2.13) с коэффициентами, ожидаемыми из предположения о линейно-экспоненциальной форме $P(\bar{z})$ (2.16)

$$C_{01}^{(n)} = -4/3(n-1), \quad C_{02}^{(n)} = 1/(n-1)^2 \quad (2.20)$$

Как уже упоминалось, в ПММ пренебрегается законом сохранения энергии. Это пренебрежение представляется качественно обоснованным, так как наиболее чувствительные к закону сохранения энергии большие поперечные импульсы сильно подавлены используемыми и апробированными на опыте формами распределений $P(\vec{v})$. Для количественной проверки полученных в рамках ПММ выражений для $f_0^{(n)}(\epsilon)$ и $C_{ок}^{(n)}$ мы вычислили их в ансамблях случайных звезд при всех используемых в настоящей работе значениях p_0 и n , полученных моделированием pN - и nN -соударений при матричном элементе:

$$|M|^2 \sim \prod_{i=1}^n \exp(-a\tau_i^2) \quad (2.21)$$

(цилиндрический фазовый объем). Вычисленные значения $C_{ок}^{(n)}$ оказались практически независимыми от энергии в интервале $p_0 = 20 - 200$ Гэв/с и с большой точностью совпали с соответствующими матричному элементу (2.21) значениями $C_{ок}^{(n)}$ (2.14). Подробнее о генерации звезд мы расскажем в Приложении 2.

Отметим также, что аналогичные совпадения азимутальных характеристик для ПММ и событий, генерированных по фазовому объему, было констатировано также и в работе [49] для реакций pp при 28 Гэв/с и K^+p при 9 Гэв/с.

В настоящее время при высоких энергиях измеряются, как правило лишь характеристики заряженных частиц. Кроме того, представляет интерес рассмотрение азимутальных корреляций для отдельных групп частиц из разных кинематических областей акта взаимодействия. Поэтому необходимо рассмотреть случаи, когда известны азимутальные углы лишь части из полного числа вторичных частиц.

Пусть для простоты мы имеем дело с событиями при фиксиро-

ванном числе заряженных частиц n (здесь и далее мы будем обозначать полное число вторичных частиц в реакции (2.1) через $n + n_0$, где n_0 - число нейтральных или более общо, - нерассматриваемых частиц). Для усредненных по N событиям случайных величин $S_k^{(n)}$

$$\overline{S_k^{(n)}} = \sum_{i=1}^N S_{ki}^{(n)} / N \quad (2.22)$$

математическое ожидание равно:

$$\langle \overline{S_k^{(n)}} \rangle = \overline{C_k^{(n+n_0)}} \quad (2.23)$$

а стандарт (при четных k)

$$\sigma(\overline{S_k^{(n)}}) = \frac{2[1 + (n-2)\overline{C_k^{(n+n_0)}} - (n-3/2)(\overline{C_k^{(n+n_0)}})^2]^{1/2}}{[Nn(n-1)]^{1/2}} \quad (2.24)$$

Здесь под $\overline{C_k^{(n+n_0)}}$ понимается среднее значение $C_k^{(n+n_0)}$ в рассматриваемой группе из N событий, то есть среднее по распределению числа нейтральных (нерассматриваемых) частиц:

$$\overline{C_k^{(n+n_0)}} = \sum_{n_0} W(n_0) C_k^{(n+n_0)} / \sum_{n_0} W(n_0) \quad , \quad (2.25)$$

где $W(n_0)$ - распределение n_0 в событиях с n заряженными (рассматриваемыми) частицами. Например, если $n_0 = n/2$ (это приближенное соотношение между числами нейтральных и заряженных частиц в актах множественного рождения выполняется, как известно, лишь в среднем), то $\overline{C_k^{(n+n_0)}} = C_k^{(3n/2)}$.

Формулы (2.23), (2.24) и (2.25) позволяют, очевидно, анализировать инклюзивные и полуинклюзивные распределения $f(\epsilon)$.

Представляется интересным найти связь между величинами $S_k^{(n)}$ и другими, наиболее часто используемыми характеристиками азимутальных угловых корреляций. Наиболее широко используется в литературе коэффициент асимметрии ϵ - распределения,

зведенный еще в [51] :

$$A = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi} f(\varepsilon) d\varepsilon - \int_0^{\pi/2} f(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_{-\pi}^{\pi} f(\varepsilon) d\varepsilon} \quad (2.26)$$

Используя разложение $f(\varepsilon)$ в виде (2.4), легко показать, что

$$A = -\frac{2}{\pi} \left(C_1 - \frac{C_3}{3} + \frac{C_5}{5} - \dots \right) \quad (2.27)$$

Действительно, подставив в (2.26) представление $f(\varepsilon)$ в виде ряда

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\pi} \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos k\varepsilon \right)$$

и произведя интегрирование получаем (2.27).

При отсутствии каких-либо динамических корреляций, то есть для $f_0^{(n)}(\varepsilon)$ в виде (2.13) с коэффициентами (2.20) получаем

$$A_0^{(n+n_0)} = -\frac{2C_{01}^{(n)}}{\pi} = \frac{8}{3\pi(n+n_0-1)} \quad (2.28)$$

Также широко популярна аналогичная форма для "гауссового" вида $C_{01}^{(n)}$ (2.14)

$$A_0^{(n+n_0)} = \frac{1}{n+n_0-1}$$

Аналогично (2.26) можно ввести "коэффициент коллинеарности"

$$B = \frac{\int_0^{\pi/4} f(\varepsilon) d\varepsilon + \int_{3\pi/4}^{\pi} f(\varepsilon) d\varepsilon - \int_{\pi/4}^{3\pi/4} f(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_{-\pi}^{\pi} f(\varepsilon) d\varepsilon} \quad (2.29)$$

которого связь с коэффициентами Фурье функции $f(\epsilon)$ да-
ется формулой:

$$B = \frac{2}{\pi} \left(C_2 - \frac{C_4}{3} + \frac{C_6}{5} - \dots \right), \quad (2.30)$$

которая выводится аналогично (2.27).

При отсутствии динамических корреляций

$$B_0^{(n+n_0)} = \frac{2C_{02}^{(n)}}{\pi} = \frac{2}{\pi(n+n_0-1)^2} \quad (2.31)$$

Соотношения (2.26 - 2.31) позволяют использовать оценки α и β коэффициентов асимметрии и компланарности A и B в качестве характеристик азимутальных корреляций как в суммарных, так и в индивидуальных актах взаимодействия. Опытные значения α и β при этом легко вычисляются прямым подсчетом числа парных углов ϵ_{ij} в соответствующих интервалах изменения ϵ . Математические ожидания случайных величин α и β (а также $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$) могут быть определены по соответствующим характеристикам коэффициентов ряда Фурье $S_k^{(n)}$ (2.27, 2.30).

Нетрудно найти также соответствие между введенными в [47] (а также [48]) характеристиками β_1 и β_2 азимутальных корреляций и коэффициентами Фурье $S_{1,2}^{(n)}$:

$$\beta_{1,2} = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{2} S_{1,2}^{(n)} \quad (2.32)$$

При отсутствии динамических корреляций математические ожидания величин $\beta_{1,2}$ равны соответственно:

$$\bar{\beta}_1 = -\frac{2}{3} \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n+n_0-1}, \quad \bar{\beta}_2 = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{n(n+1)}}{(n+n_0-1)^2} \quad (2.33)$$

в линейно - экспоненциальном распределении поперечных импуль-

сов, а стандартное отклонение величины β_2 :

$$\sigma(\beta_2) = \left[1 + \frac{n-2}{(n+n_0-1)^2} \right]^{1/2} \quad (2.34)$$

Значение $\sigma(\beta_2)$, как показывает моделирование, в интервале $n = 4 + 20$ (и $\langle n_0 \rangle = \frac{1}{2} n$) примерно вдвое меньше ожидаемого при независимости частиц (порядка 0,5).

Приложение разработанной методики к анализу экспериментальных данных дано в следующей главе.

§5. Корреляции по продольной компоненте импульса.

Рассмотренный в предыдущем параграфе метод анализа азимутальных угловых корреляций является частным случаем общего метода исследования двухчастичных корреляций по любой кинематической переменной, основанного на гармоническом анализе соответствующей двухчастичной функции. В настоящем разделе мы рассмотрим этот общий метод в приложении к продольным переменным.

Как уже отмечалось, в последнее время играют заметную роль кластерные (дифракционные, термодинамическая и другие) модели множественной генерации частиц, общей чертой которых является рождение частиц в два или более этапа: образование нестабильных систем (кластеров, фэйрболов) и их последующий распад. Кластеры вводят также и в традиционные одностадийные модели, например, в мультипериферическую модель.

В эксперименте, однако, установить кластеризацию довольно трудно. Это связано с большой степенью перекрытия распадных частиц при доступных в настоящее время ускорительных энергиях и с чрезвычайно большими флуктуациями множественности и других кинематических характеристик рожденных частиц. Фактически,

кластеризация частиц довольно хорошо установлена лишь в некоторых малолучевых каналах адрон - адронных соударений (дифракционные события); вопрос о роли кластеров в многолучевых актах, дающих наибольший вклад в полное неупругое сечение, остается открытым. Было отмечалось также, что ставшее наиболее распространенным инклюзивное изучение с этой точки зрения очень малоэффективно. Как будет видно из дальнейшего, предлагаемые методы позволят получить более детальную информацию о кластеризации, чем другие известные методы.

Следует заметить, что, как показал ещё Ко [67], значительная часть корреляций, вносящая вклад в двухчастичную функцию, обусловлена так называемыми корреляциями рождения. Такого рода эффекты возникают в силу следующих причин: вследствие того что распределение по продольной переменной, для определенности, быстроты, неравномерно, вероятность реализации данной $y = |y_1 - y_2|$ зависит от положения значений y_1 и y_2 , то есть от вероятности их осуществления. Чтобы избежать влияния таких факторов желательно определить кинематическую переменную, равномерно распределенную на конечном отрезке.

Рассмотрим произвольную скалярную характеристику y вторичной частицы из акта взаимодействия, имеющую физически определенное начало отсчета (для определенности быстроту). Пусть $f(y, d)$ плотность распределения этой величины (d - набор каких-либо параметров). Функция $f(y, d)$ может быть задана *a priori* или взята из эксперимента (эмпирическое распределение в суммарном ливне, составленное из событий с фиксированной множественностью n).

Рассмотрим функцию определенную следующим образом:

$$z = \int_0^y f(t, d) dt \quad (2.35)$$

Плотность $f(y, \alpha)$ считаем нормированной, то есть

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(y, \alpha) dy = 1 \quad (2.36)$$

В функции Z без труда можно узнать интегральную функцию распределения быстроты:

$$z \equiv P(Y < y) \quad (2.37)$$

В силу известной теоремы математической статистики, если y_i следуют распределению $f(y, \alpha)$, то z_i , принимая во внимание (2.36), равномерно распределены в интервале $[0, 1]$ независимо от значений параметров α . Таким образом, мы величине y , изменяющейся в произвольных пределах $-\infty < y < \infty$ (точнее в кинематически дозволённых границах) поставили в одностороннее соответствие при помощи функции $f(y, \alpha)$ величину z равномерно распределённую в $[0, 1]$. Таким образом, мы исключили так называемые корреляции рождения из двухчастичной функции величин Z . Нетрудно также видеть, что зависимость между y и z монотонна, то есть если $y_i > y_j$, то всегда $z_i \geq z_j$.

Рассмотрим теперь n -частичное конечное состояние с скоростями y_1, \dots, y_n и соответствующие им $n(n-1)/2$ величин x_{ij} ($i, j = \overline{1, n}, i \neq j$):

$$x_{ij} = \bar{x} |z_i - z_j| \quad (2.38)$$

Применив к распределению $f(z) = 1$ ($0 \leq z \leq 1$) операцию свертки ([68] стр. 105), получим плотность распределения величины x в виде:

$$\varphi(x) = \frac{2}{x} \left(1 - \frac{x}{x}\right), \quad (0 \leq x \leq x), \quad \int_0^x \varphi(x) dx = 1 \quad (2.39)$$

Проведем гармонический анализ функции $\varphi(x)$ (мы следу-

ем далее технике, аналогичной той, что применялась для исследования азимутальных корреляций). Продолжим $\psi(x)$ четным образом в $[-L, 0]$ и разложим в ряд Фурье по косинусам

$$\psi(x) = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos kx = \frac{1}{L} \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos kx \right). \quad (2.40)$$

Коэффициент $A_0 = 1$ в силу нормировки функции $\psi(x)$, остальные коэффициенты этого ряда равны удвоенному математическому ожиданию величины $\cos kx$, так как:

$$A_k = 2 \int_0^{\pi} \psi(x) \cos kx dx = 2 \langle \cos kx \rangle. \quad (2.41)$$

Тогда следует, что можно получить оценки α_k величин A_k в каждом акте взаимодействия:

$$\alpha_k = \frac{2 \sum_{i,j}^n \cos kx_{ij}}{n(n-1)} = \frac{2 \left[\left(\sum \cos kx_i \right)^2 + \left(\sum \sin kx_i \right)^2 - n \right]}{n(n-1)}. \quad (2.42)$$

Математические ожидания величин α_k равны A_k , а стандартные отклонения при $A_k \geq 0$ равны

$$s(\alpha_k) = 2 \left[1 + (n-2)A_k - (n-\frac{3}{2})A_k^2 \right]^{1/2} / [n(n-1)]^{1/2}. \quad (2.43)$$

Величины α_k полностью определяют свойства распределения $\psi(x)$ и являются попарно некоррелированными и наилучшими оценками в смысле максимального правдоподобия.

При независимости ψ_i (и, следовательно x_i) коэффициенты Фурье A_k легко вычисляются. Подставив (2.39) в (2.41) получим

$$A_k = \begin{cases} 8/k^2 L^2 & \text{при нечетных } k \geq 1 \\ 0 & \text{при четных } k \geq 2 \end{cases}. \quad (2.44)$$

В действительности, однако, независимость y_i нарушается законом сохранения энергии - импульса, поэтому исходные (то есть обусловленные чисто кинематическими причинами) значения α_c должны быть определены с учетом этих законов. Величины α_c были вычислены нами в ансамблях случайных звезд (Приложение 2) и применены для сравнения с экспериментом. Отметим, что апробируя методику исследования на случайных звездах, мы автоматически учитываем флуктуации полной множественности в событиях с фиксированным числом заряженных частиц n .

Следует заметить следующее. При исследовании азимутальных корреляций не имело смысла изучать распределение азимутального угла, у которого отсутствует физически выделенное начало отсчета. В случае же продольных корреляций, изучение распределений величины x в индивидуальном акте позволит получить информацию дополнительную к той, которая может быть извлечена посредством величин α_c .

Рассмотрим физический смысл величин α_c . Нетрудно видеть, что величина α_c - линейная функция квадрата длины суммарного вектора

$$L^2 = \left(\sum_{i=1}^n \sin \pi z_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \cos \pi z_i \right)^2, \quad (2.45)$$

составленного из векторов, направленных из начала координат в точки на полуокружности единичного радиуса, на которую определенным образом спектрированы с равномерной плотностью значения быстрой суммарного ливня. Угол φ_c между этим суммарным вектором и "полярной осью":

$$\varphi_c = \text{Arctg} \left(\sum_{i=1}^n \sin \pi z_i / \sum_{i=1}^n \cos \pi z_i \right). \quad (2.46)$$

Максимальное значение $\alpha_c = 2$ достигается в случае совпадения

направлений всех единичных векторов (бесконечно узкий кластер). Таким образом, α_1 можно трактовать как критерий существования одного кластера, а Φ_1 показывает кинематическую область, в которой этот кластер образуется. Аналогично можно показать, что α_2 возрастает при наличии двух кластеров (сгущений). Подобно Φ_1 можно определить величины Φ_k

$$\Phi_k = \text{Arctg} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \sin kx_i}{\sum_{i=1}^n \cos kx_i} \right) \quad (2.46)$$

величина Φ_2 имеет в случае независимости y_i равномерное распределение в $[0, 2\pi]$ и также может служить косвенным индикатором места образования кластеров.

Можно усмотреть два типа практических задач, для которых может быть полезен предлагаемый метод. В первом из них для проверки моделей функция $J(y, \alpha)$ задана а priori.

При задании несущественен: аналитическая функция, график, таблица, случайные звезды и так далее. Отметим, что возможно обобщение на события с разными n , тогда $J(y, \alpha)$ - инклюзивное распределение). Тогда отличие опытных величин α_k и их распределений от расчетных означает обнаружение непредсказанных моделей корреляций.

Другая задача (внемоделный поиск корреляций) возникает при использовании эмпирической функции $J_{эмп.}(y)$, определенной по суммарному ливню, составленному из событий с данным n .

Нетрудно видеть, что анализ эффективен только при неоднородности y - распределений в индивидуальных актах, то есть позволяет регистрировать лишь часть корреляционных эффектов, выходящих за пределы проявляющихся в суммарных распределениях.

Применению описанного метода к экспериментальным данным посвящена следующая глава.

До сих пор мы уделяли основное внимание двухчастичным корреляциям, которые, конечно, в какойто мере могут являться отражением эффектов в группах из более чем двух частиц. Попытаемся найти путь к исследованию коллективных эффектов в этих группах.

Рассмотрим снова n - частичное конечное состояние. Быстроты частиц этого состояния выстроим в вариационный ряд $-\infty \leq y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n < \infty$. Тем самым мы, в силу монотонности преобразования $y \rightarrow z$, расположим в ряд по возрастанию и z_i (2.35) $0 \leq z_1 \leq \dots \leq z_n \leq 1$.

Рассмотрим разности κ - того порядка

$$\Delta_{\kappa}^{(n)} = z_{i+\kappa} - z_i = \int_{y_i}^{y_{i+\kappa}} f(t, \alpha) dt \quad (2.47)$$

($i = 1, 2, \dots, n - \kappa$, $i = 1, 2, \dots, n - \kappa$). Как показано в работе [52], они имеют закон распределения

$$\Phi(\Delta_{\kappa}^{(n)}) \equiv P(\Delta_{\kappa}^{(n)} < \Delta) = \frac{n!}{(\kappa-1)!(n-\kappa)!} \int_0^{\Delta} t^{\kappa-1} (1-t)^{n-\kappa} dt \quad (2.48)$$

при независимости и равномерном распределении величины z_i . Этот закон не зависит от i и α . Правая часть - неполная β - функция Эйлера. Легко найти плотность распределения, математическое ожидание и стандартное отклонение величины $\Delta_{\kappa}^{(n)}$

$$\varphi(\Delta) = \frac{d\Phi(\Delta)}{d\Delta} = \frac{n!}{(\kappa-1)!(n-\kappa)!} \Delta^{\kappa-1} (1-\Delta)^{n-\kappa} \quad (2.49)$$

$$\left(\int_0^1 \varphi(x) dx = 1 \right),$$

$$\langle \Delta_{\kappa}^{(n)} \rangle = \int_0^1 \Delta \psi(\Delta) d\Delta = \frac{\kappa}{n+1}, \quad (2.50)$$

$$\sigma(\Delta_{\kappa}^{(n)}) = \left[\int_0^1 \Delta^2 \psi(\Delta) d\Delta - \langle \Delta \rangle^2 \right]^{1/2} = \frac{\sqrt{\kappa(n-\kappa+1)}}{(n+1)\sqrt{n+2}}. \quad (2.51)$$

Формулы (2.49 - 2.51) дают полное количественное описание $\Delta_{\kappa}^{(n)}$ - распределений в индивидуальных актах с фиксированным n при независимости y_i . В действительности, требование для вывода (2.48) независимости y_i нет, в первую очередь вследствие действия законов сохранения. Для учета этих законов и других кинематических факторов нами были проведены вычисления характеристик распределения $\Delta_{\kappa}^{(n)}$ в ансамблях случайных звезд (см. Приложение 2) и проведены сравнения с экспериментом.

Относительно этого метода также можно определить два класса задач, подобно тому как это сделано для α_{κ} . При применении его, анализируя распределения $\Delta_{\kappa}^{(n)}$ при разных n и κ , можно, в принципе видеть какое число частиц образует кластеры и в каких кинематических областях эти кластеры появляются.

Глава III.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ.

§6. Используемый экспериментальный материал.

В настоящей работе использованы стопки ядерных фотоэмульсий, облученных в выведенном пучке протонов на ускорителе *CERN* при импульсе налетающих частиц 21 и 24 Гэв/с; на пучке протонов ускорителя ИВВ (Бернуков) при импульсах 50 и 57 Гэв/с; на пучке π^- - мезонов ИВВ при импульсах 45 и 60 Гэв/с; и наконец в пучке протонов ускорителя *FNAL* (Батавия) при импульсе 200 Гэв/с. Суммарная длина просмотренных по следу первичных треков составила около 20 км. Полное число неупругих взаимодействий в эмульсии и средний свободный пробег для них при каждом значении импульса p_0 налетающей частицы показаны в таблице I. В число неупругих событий не включались:

- а) события с одной релятивистской частицей при угле отклонения от направления первичного следа меньше $\theta_{упр}$ ($\theta_{упр}$ - угол соответствующий условной верхней границе упругого рассеяния на нуклонах и ядрах, его значения для каждого p_0 приводились в работах [53 - 59]);
- б) случаи испускания δ -электрона;
- в) случаи электромагнитного образования электрон - позитронной пары частицей первичного пучка.

Для отбора взаимодействий со свободными и квазисвободными нуклонами в эмульсии использовались следующие необходимые критерии:

- а) наличие не более одного сильноионизирующего трека в зве-

Таблица 4.

Первичная частица	Р, Гэв/с	Ускоритель	Длина протектора трека, м.	Полное число неупругих взаимодействий.	Средний свободный пробег, см.	Число квазинуклонных взаимодействий.	Число ядерных взаимодействий.	Ссылка
p	21	ЦЕРН	2557	7273	35,2 ± 0,4	728 ¹⁾	-	[53]
p	24	ЦЕРН	-	-	-	-	668	[71]
p	50	Серпухов	2568	7173	35,8 ± 0,4	1021	352	[54, 71]
p	67	Серпухов	3057	8239	37,1 ± 0,4	1119 ²⁾	546	[55, 71]
p	200 ³⁾	Батавия	5306	14932	35,5 ± 0,3	2093	1574	[56, 59, 70]
π ⁻	45	Серпухов	2725	6602	40,1 ± 0,5 ⁵⁾	1077 ¹⁾	-	[57]
π ⁻	60 ⁴⁾	Серпухов	3147	7012	43,7 ± 0,6 ⁵⁾	914	-	[58]

1) Без событий с $n_{ch} = 1$

2) Материал АЦМТУ-сотрудничества [55]

3) Часть статистики составил материал АИМТ-сотрудничества [56, 59, 70]

4) Материал АБДЖМТУ-сотрудничества [58]

5) С учетом примеси лентонов.

аде, вылетающего в переднюю полусферу в лабораторной системе координат и идентифицированного как протон с пробегом > 3 см (кинетическая энергия $25 < T < 400$ Мэв);

б) отсутствие ядра отдачи, а для событий с четным числом вторичных заряженных частиц $n_{ch} =$ и электронов от β -распада.

В отобранных таким образом событиях на всей длине просматриваемого первичного трека и во всех неупругих взаимодействиях на части трека^{*)} проводились угловые измерения. Результаты измерений обрабатывались на ЭВМ М-2 по разработанным в нашей лаборатории геометрическим программам.

В просмотре и измерении материала со стопок 50, 67 и 200 Гэв/с, а также в разработке геометрических программ и обработке всего материала автор принимал непосредственное участие. Результаты измерений в других стопках были любезно предоставлены в распоряжение автора сотрудниками лаборатории.

После обработки событий, результатом которой явились пространственные θ и азимутальные φ углы всех вторичных частиц относительно первичного трека в квазинуклонных событиях и те же углы для вторичных релятивистских частиц в неупругих соударениях, к событиям квазинуклонного типа был применен дополнительный критерий Биргер-Смородина [60]: нижняя граница M_c^{min} массы мишени не должна превышать массу нуклона.

Числа событий, удовлетворявших всем критериям отбора ква-

*) Материал по pN -взаимодействиям при 60 Гэв/с является собственностью международного сотрудничества, в которое входила наша лаборатория [68], а также по pN при 67 Гэв/с [59, 56] и часть материала по pN и p -ядро при 200 Гэв/с [70].

Зинуклонных взаимодействий показаны в таблице I при всех импульсах первичных частиц. Четнолучевые события относились нами к взаимодействиям со свободными и квазисвободными протонами. Среди нечетнолучевых взаимодействий квазинуклонного типа, как, известно, присутствуют, кроме соударений с ядерными нейтронами, реакции с ядрами особого типа - когерентные взаимодействия. Эти взаимодействия исключались нами по единой общей методике, описанной в [54,55,61] :

а) удалялись все "чистые" (то есть не имеющие никаких видимых признаков возбуждения ядра) квазикогерентные события с $\sum \sin \theta_i < A$, где A - условная верхняя граница для величины $\sum \sin \theta_i$ в когерентных реакциях [54] ;

б) для учета отброшенных вместе с квазикогерентными событиями "чистых" p_n -соударений предполагалось, что их угловые характеристики идентичны характеристикам p_n -взаимодействий, имеющим электрон от β -распада, с тем же числом лучей и в той же области $\sum \sin \theta_i$; последним приписывался статистический вес, равный $\frac{n'+n''}{n''} > 1$, где n' и n'' соответственно числа "чистых" некогерентных и фоновых (с β -электроном) звезд с $\sum \sin \theta_i < A$. При этом значение n' определялось как разность между полным числом квазикогерентных звезд и истинным значением когерентных реакций, определенным по вычитательной процедуре [55,61] .

Оставшиеся после исключения когерентных, нечетнолучевые события считались соударениями с квазисвободными нейтронами ядер эмульсии.

При измерениях угловых характеристик протон-ядерных взаимодействий в отобранных наборах неупругих событий также были выделены когерентные события, а также (статистически)

события, соответствующие взаимодействиям со свободными протонами и ядрами водорода в эмульсии.

Оставшиеся события считались взаимодействиями на сложных ядрах эмульсии (C, N, O, Ag, Br)

После всех описанных выше процедур для анализа были отобраны π^-N - взаимодействия при 45 и 60 Гэв/с, pN - взаимодействия при 21, 50, 67, 200 Гэв/с и p - ядро взаимодействия при 24, 50, 67 и 200 Гэв/с. Их количество при каждом p_0 указано в таблице I.

§7. Азимутальные корреляции в pN - и π^-N -соударениях.

В настоящем параграфе мы проанализируем азимутальные угловые распределения в pN - и π^-N -событиях (кроме π^-N - соударений при $p_0 = 60$ Гэв/с, где азимутальные углы не измерялись) на основе метода развитого в §1.

На рисунках 4 и 5 показаны экспериментальные значения $S_k^{(n)}$ при $k = 1, 4$ (мы рассматривали также и более высокие k) во всех анализируемых ансамблях в зависимости от n (здесь и далее n - число вторичных заряженных частиц, n_0 - число нейтральных), рассчитанные по формулам (2.6) и (2.22). Каждый из коэффициентов $S_k^{(n)}$ характеризует вклад соответствующих членов разложения в суммарное распределение $f^{(n)}(\epsilon)$ (2.4) и азимутальные корреляции соответствующего порядка (асимметрии, коллинеарность, азимутальный "трилистник", "четырёхлистник" и т.д.) На рисунке 4 представлены также расчетные кривые для $k = 1$ и 2:

1. $C_k^{(3n/2)}$ для линейно - экспоненциального распределения (2.16), рассчитанные по формулам (2.20);

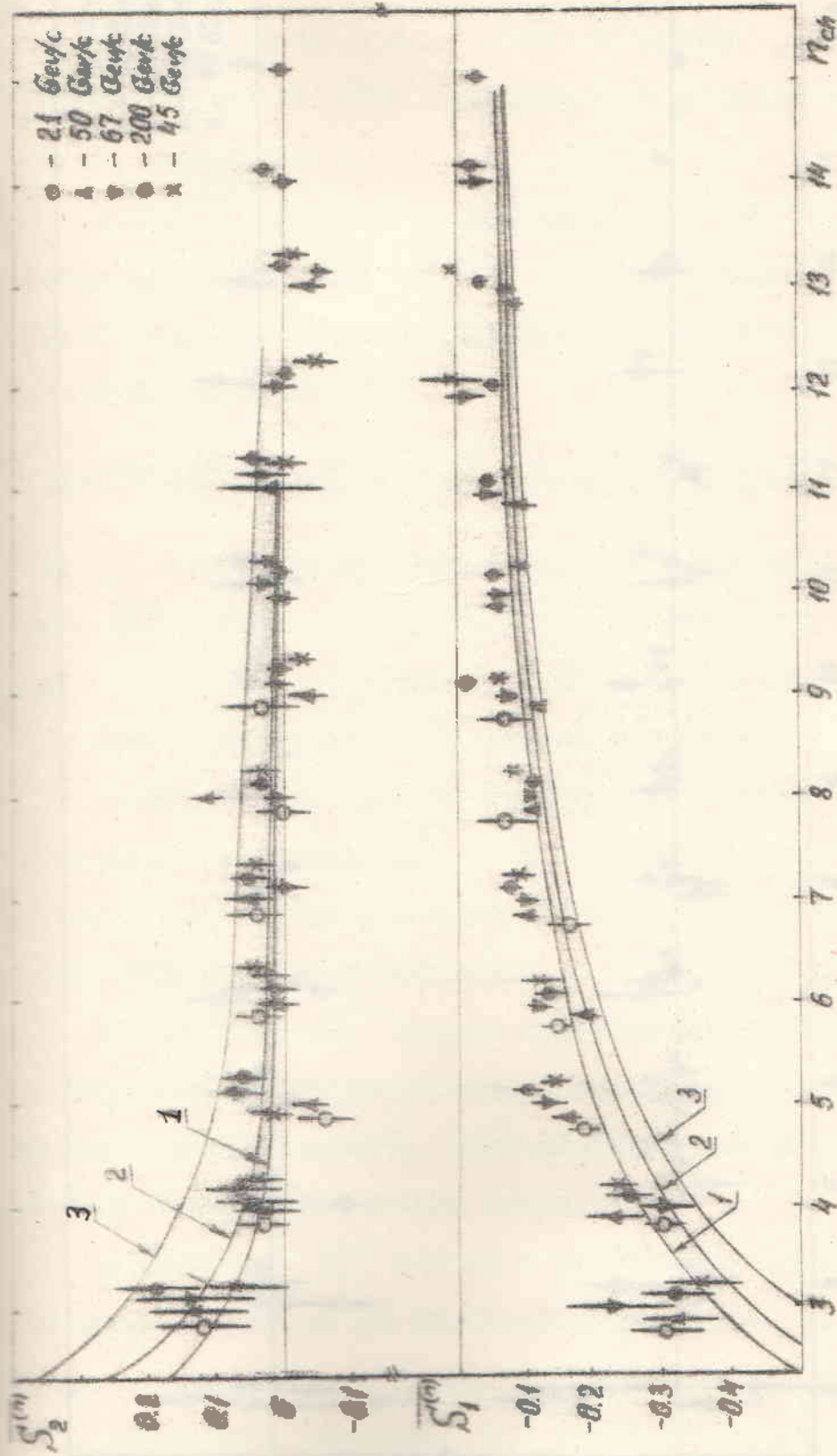


Рис. 4. Средние значения $S_1^{(m)}$ и $S_2^{(m)}$ в ρN - и πN -соударениях в зависимости от множественности заряженных частиц. Описание кривых дано в тексте.

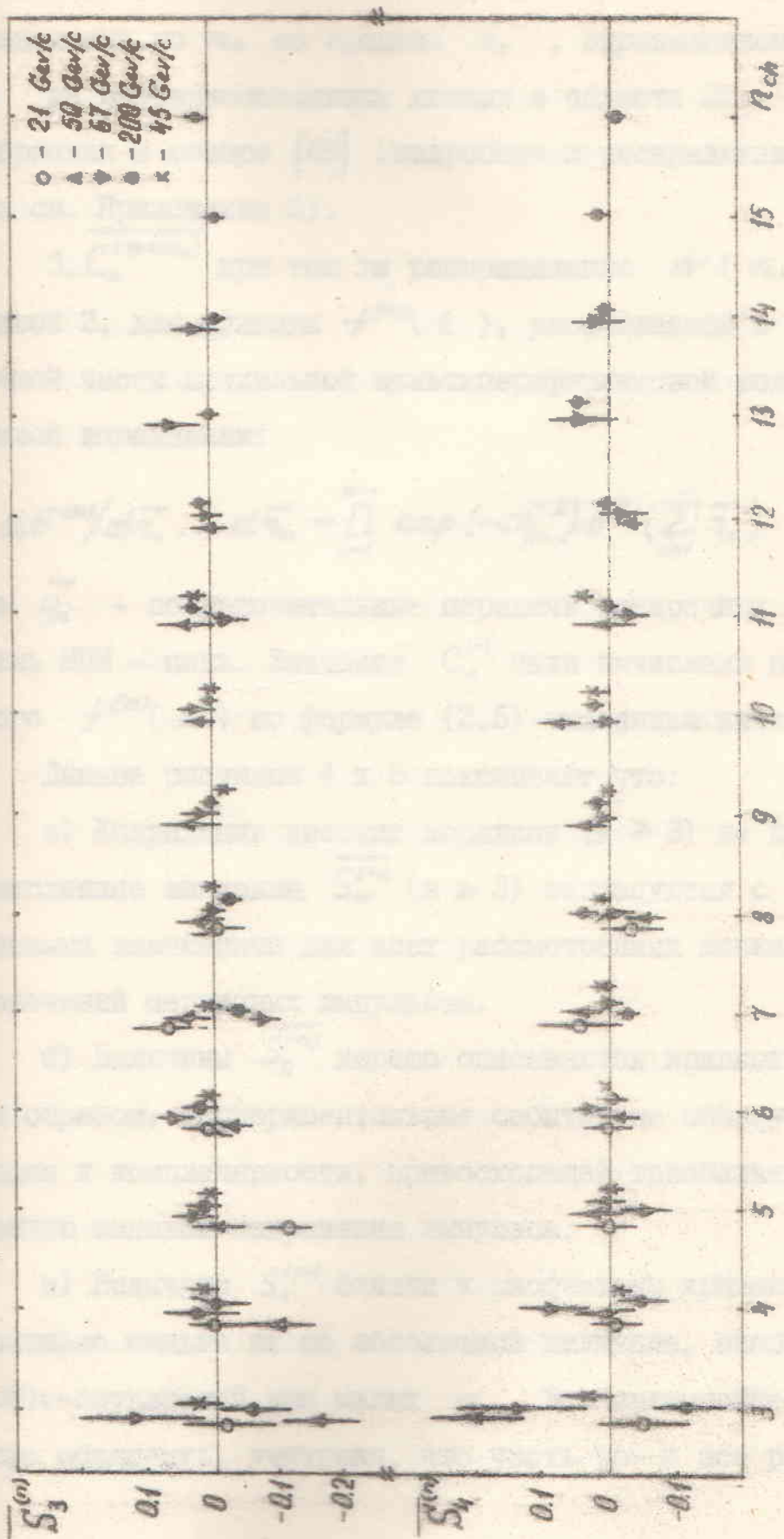


Рис.Б. Средние значения $S_3^{(n)}$ и $S_4^{(n)}$ в ρN - и K^+N -соударениях в зависимости от множественности заряженных частиц.

2. $C_k^{(n+n_0)}$ для того же распределения (2.16) вычисленные по формулам (2.20) и (2.25) при усеченном биномиальном распределении по n со средним \bar{n} , определенном при каждом n из экспериментальных данных в области 20 - 200 Гэв/с, собранных в обзоре [45] (подробнее о распределении нейтральных см. Приложение 2).

3. $C_k^{(n+n_0)}$ при том же распределении $N(n_0)$, как для кривой 2, для функции $f^{(n)}(\epsilon)$, рассчитанной в [49] по поперечной части предельной мультипериферической модели, определенной выражением:

$$d\delta^{(n)}/d\vec{z}_1 \dots d\vec{z}_n = \prod_{i=1}^{n-1} \exp(-c\vec{q}_i^2) \delta^{(2)}\left(\sum_{i=1}^n \vec{z}_i\right), \quad (3.1)$$

где \vec{q}_i - последовательные передачи поперечных импульсов вдоль ММ - цепи. Значения $C_k^{(n)}$ были вычислены нами для этого $f^{(n)}(\epsilon)$ по формуле (2.5) численным интегрированием.

Данные рисунков 4 и 5 показывают что:

а) Корреляции высоких порядков ($k \geq 3$) не проявляются; вычисленные значения $\overline{S_k^{(n)}}$ ($k \geq 3$) согласуются с ожидаемыми нулевыми значениями для всех рассмотренных множественностей и значений первичных импульсов.

б) Величины $\overline{S_2^{(n)}}$ хорошо описываются кривыми 1 и 2. Таким образом, экспериментальные события не обнаруживают тенденции к компланарности, превосходящей тривиальную - обусловленную законом сохранения импульса.

в) Величины $\overline{S_1^{(n)}}$ близки к расчетным кривым 1 и 2, но несколько меньше их по абсолютной величине, особенно для $p\bar{p}$ и $\bar{p}p$ -соударений при малых n . Это превышение, однако, легко объяснить, учитывая, что часть $p\bar{p}$ - и все $\bar{p}p$ -события,

рассмотренные в настоящей работе, обусловлены соударениями с внутрядерными нуклонами. Действительно, учет фермиевского движения нуклонов - мишеней приводит к уменьшению по абсолютной величине $S_1^{(n+n_0)}$. Количественную оценку его можно получить, введя дополнительный поперечный импульс ($\sim 0,2$ Гэв/с) или (грубо) увеличивая на единицу число ненаблюдаемых частиц n_0 . Это обстоятельство, а также учет других возможных эффектов, связанных с присутствием ядра, значительно улучшает согласие данных рис.4 с расчетом. Заметим также, что, если средняя множественность нейтральных частиц в $p n$ - соударениях (суммарный заряд равен +1) больше, чем в pp - (суммарный заряд равен +2), разница между pp - и $p n$ - соударениями будет именно такой, как на рис.4 (корреляции в $p n$ - событиях совпадают с таковыми в pp - при множественности последних, больших на 1). Вообще, следует заметить, что коэффициент $S_1^{(n)}$ весьма чувствителен к числу ненаблюдаемых частиц.

г) Таким образом, в пределах ошибок суммарные азимутальные корреляции при всех n не зависят от энергии соударения и типа взаимодействующих частиц и количественно согласуются с ожидаемыми из чисто кинематических соображений. Наблюдаемые корреляции хорошо воспроизводятся простой моделью (2.8) с функцией $\varphi(\vec{z})$, соответствующей линейному экспоненциальному распределению поперечных импульсов $\rho(\vec{z})$ (2.16).

д) Азимутальные корреляции, предсказываемые МПМ (3.1), не согласуются с экспериментальными значениями $S_1^{(n)}$ и $S_2^{(n)}$. Более детальная проверка предсказаний предельной МПМ будет проведена ниже.

На рисунке 6 показаны, для примера, распределения $S_1^{(n)}$ и $S_2^{(n)}$, просуммированные для всех pp-соударений с разными $p_0 = 21, 50, 67$ при $n = 4, 6, 8$ (как показал анализ, распределения для разных p_0 и типов взаимодействующих частиц не отличаются друг от друга в пределах статистических флуктуаций). Кривые получены при расчете по модели цилиндрического фазового объема, розыгрышем случайных звезд при всех p_0 , где также получена независимость от энергии и типа взаимодействующих частиц. Как видно из рисунка экспериментальные данные хорошо согласуются с кривыми, что ещё с большей степенью надежности подтверждает выводы сделанные при анализе рисунков 4 и 5 (некоторое расхождение для $S_2^{(n)}$ связано с использованием при моделировании гауссовой функции $P(x)$ (2.11), что сдвигает кривую в область меньших значений по сравнению с линейно-экспоненциальным распределением, см., например, (2.14) и (2.20)).

На рисунке 7 показана зависимость полного коэффициента асимметрии A , определяемого соотношениями (2.26) и (2.27) от p_0 для разных n из pp-, p \bar{p} -, \bar{p} p- и $\bar{p}\bar{p}$ -соударений, рассмотренных в настоящей работе. Показаны также данные для pp-соударений при $p_0 = 205$ Гэв/с, полученные в работе [32]. Сравнение с расчетными зависимостями, полученными нами по формуле (2.28) при таких же предположениях о распределении нейтральных частиц, как для кривых 1 и 2 из рисунка 4 (соответственно прямые 1 и 2), показывает, что и этот показатель азимутальных корреляций не зависит от энергии и типа соударения и хорошо описывается кинематическими факторами.

Рассмотрим теперь в деталях зависимость азимутальных корреляций между заряженными частицами от разности их продольных импульсов. Эта зависимость является одним из наиболее критич-

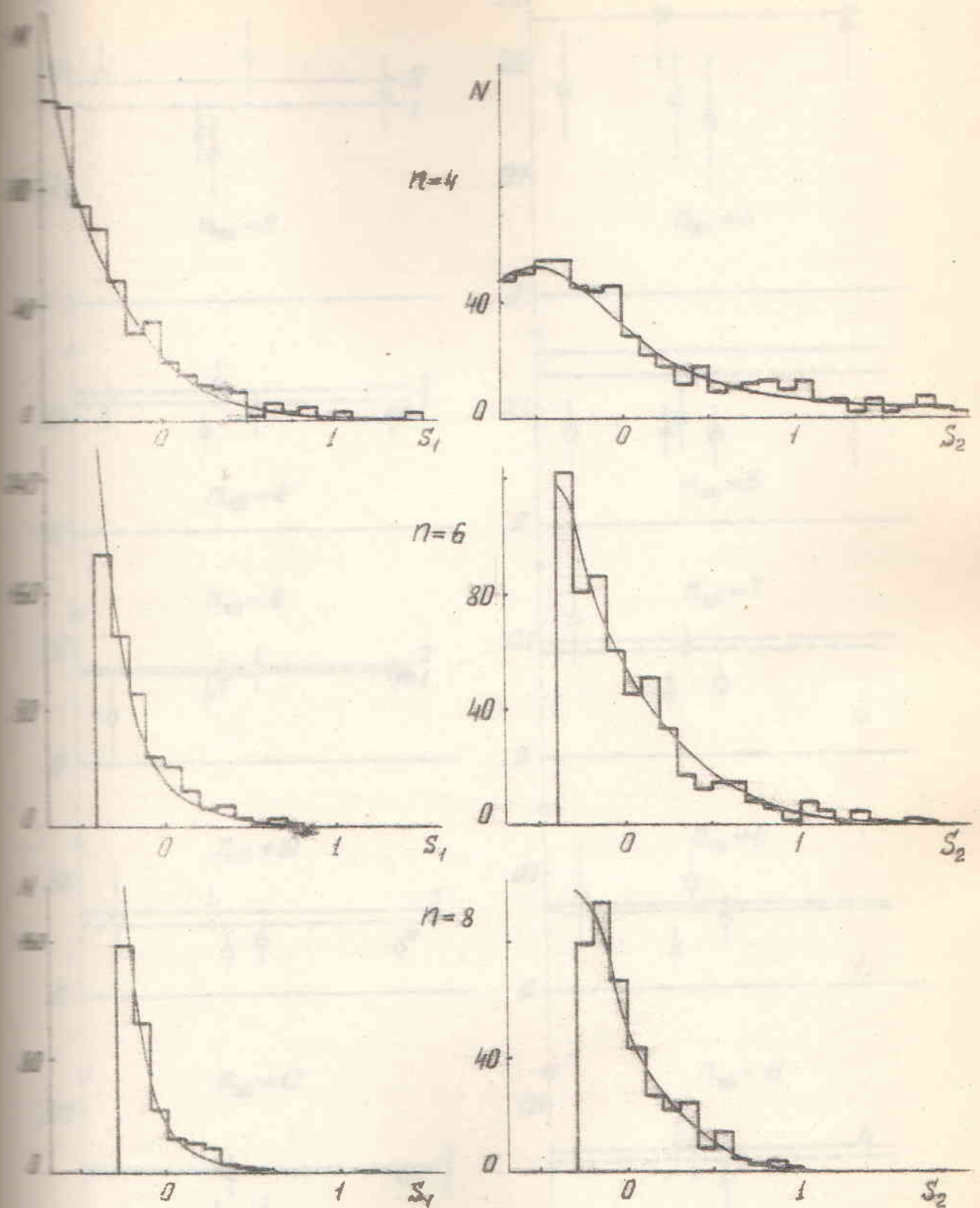


Рис. 6. Распределения S_1 и S_2 для множественностей $n_{ch} = 4, 6, 8$ в pp-соударениях (просуммированы по всем энергиям), кривые - расчет по модели цилиндрического фазового объема.

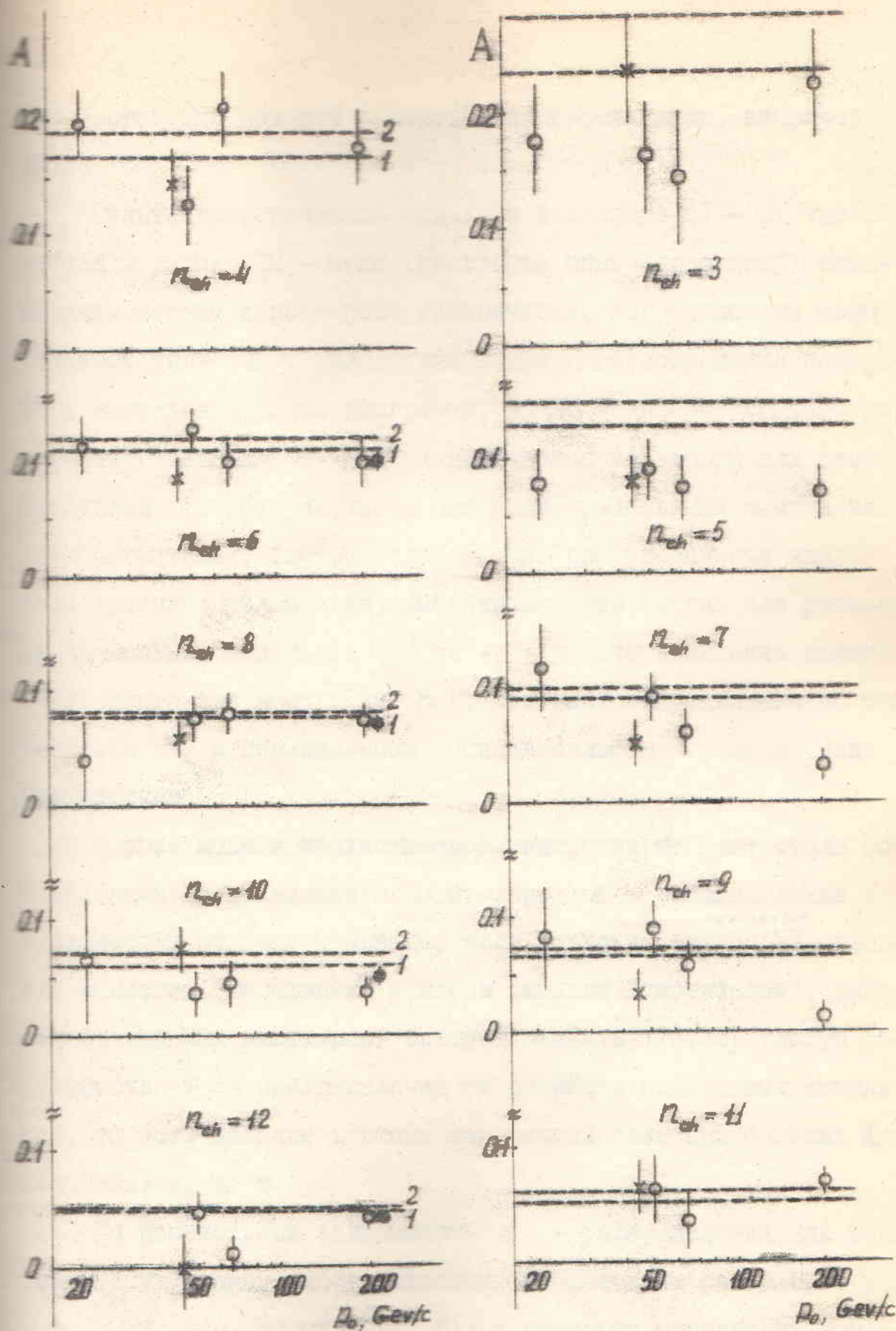


Рис. 7. Зависимость коэффициента асимметрии от первичного импульса. Прямые 1 - расчетные значения A по ПСМ в предположении, что $n_0 = \bar{n}_0 = \frac{1}{2} n$, прямые 2 - то же при распределении n_0 в виде усеченного биномиального распределения.

ных тестов для моделей с короткими корреляциями, например МТМ.

Мультипериферической модели с небольшим ($I - 2$) числом частиц в узлах МТМ - цепи (диаграмма типа "гребенки") свойственны весьма характерные динамические корреляции по азимутальному углу ϵ . Вследствие локального сохранения поперечного импульса в узлах диаграммы, в МТМ возникают сильные корреляции (тенденция $\epsilon \sim \lambda$) для частиц из одного или соседних узлов (то есть частиц с близкими продольными импульсами или быстротами), быстро ослабевающие при увеличении числа промежуточных узлов между выбранной парой частиц или разности их продольных импульсов [49,72 - 74]. Это поведение должно иметь место при всех p_0 и n , так как распределения по субэнергиям S_i и передаваемым четыреимпульсам t_i вдоль цепи фиксированно.

Другие модели множественной генерации не дают столь определенных предсказаний относительно ϵ - распределения в зависимости от Δy . Однако, если рождение частиц ^{происходит} из одного или немногих "массивных" центров (модели "пионизации", файерболов, тяжелых кластеров) следует ожидать [72,75] слабую зависимость ϵ - распределения от разности продольных импульсов, то есть наличие длинных корреляций даже при больших (но конечных) p_0 и n .

Мы рассмотрели зависимость ϵ - распределения для всех типов соударений, рассматриваемых в настоящем разделе, от p_0 , n , Δy (см. формулу (I.18)) и разности порядковых номеров частиц при выстраивании их в вариационный ряд по величине z .

На рисунке 8 показаны в качестве примера зависимости

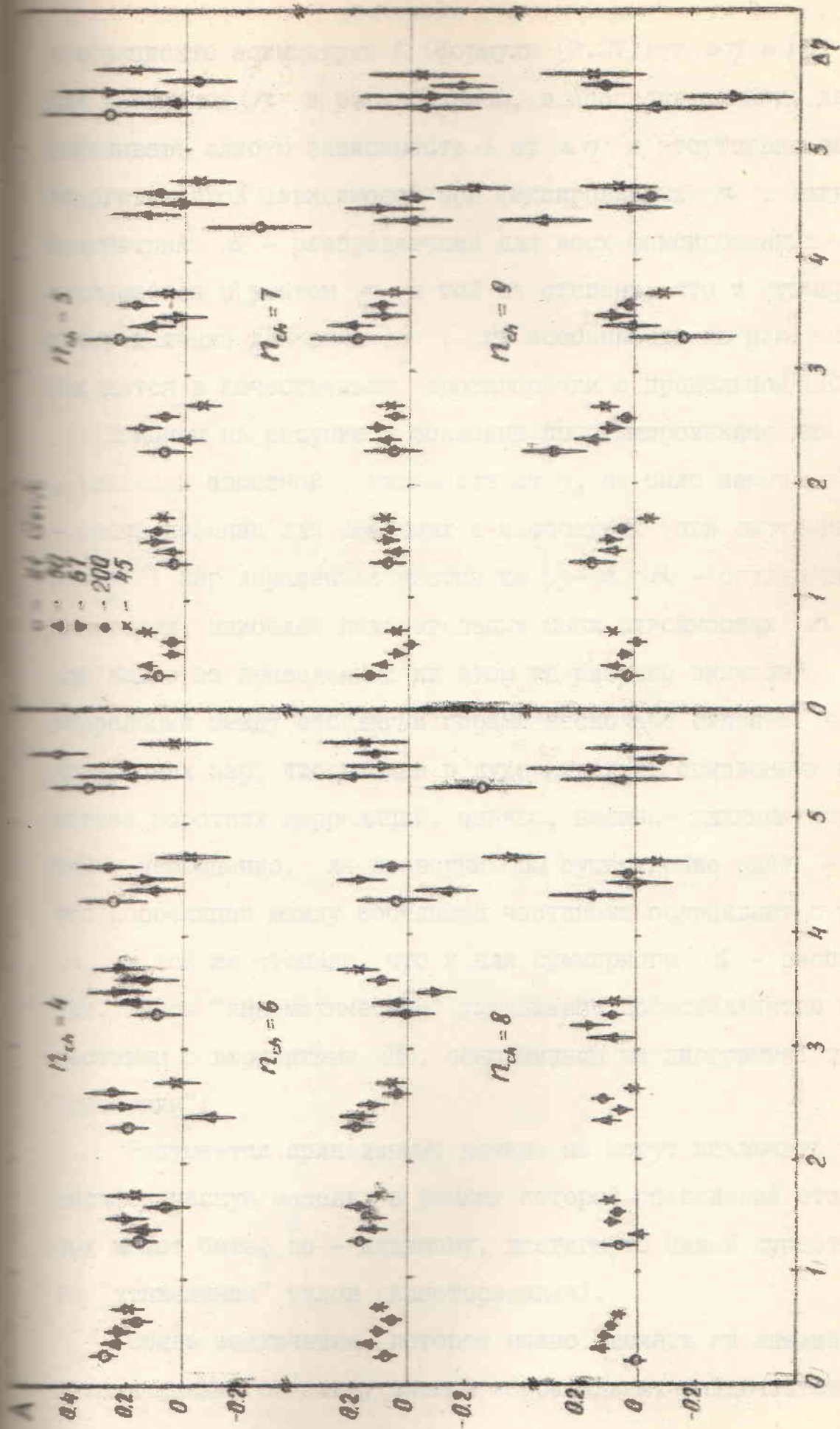


Рис. 8. Зависимость коэффициента асимметрии от $\Delta\gamma = |2i - 2j|$ при разных множественностях и энергиях.

коэффициента асимметрии A (формула (2.27)) от $\Delta\eta = |\eta_i - \eta_j|$ для различных n и r_0 . В целом, в пределах ошибок, данные показывают слабую зависимость A от $\Delta\eta$ и отсутствие заметной энергетической зависимости при фиксированных n . Важно, что асимметрия ε - распределения для всех фиксированных $\Delta\eta$ уменьшается с ростом n в той же степени, что и суммарные распределения для всех η . Эти особенности на наш взгляд находятся в качественном противоречии с предельной ММ.

Наконец на рисунке 9 показаны просуммированные для всех r_0 (никакой заметной зависимости от r_0 не было замечено) ε - распределения для соседних и несоседних (при выстраивании по η) пар заряженных частиц из pp - и $p\bar{p}$ - соударений при некоторых, наиболее показательных множественностях n . Как видно из приведенных на этом же рисунке значений A , корреляции между соседними парами несколько сильнее, чем для несоседних пар, что вполне в духе моделей, основанных на гипотезе коротких корреляций, однако, наличие длинных корреляций - несомненно. Для проверки ММ существенно опять - таки, что корреляции между соседними частицами ослабевают с ростом n в той же степени, что и для суммарного ε - распределения. Такое "кинематическое" уменьшение представляется несовместимым с вариантами ММ, основанными на диаграммах типа "гребенки".

Разумеется приведенные данные не могут исключить мультипериферическую модель, в рамках которой объяснение этих данных может быть, по - видимому, достигнуто ценой существенного "утяжеления" узлов (кластеризация).

Общее заключение, которое можно сделать из анализа существующих данных по азимутальным корреляциям, заключается в том,

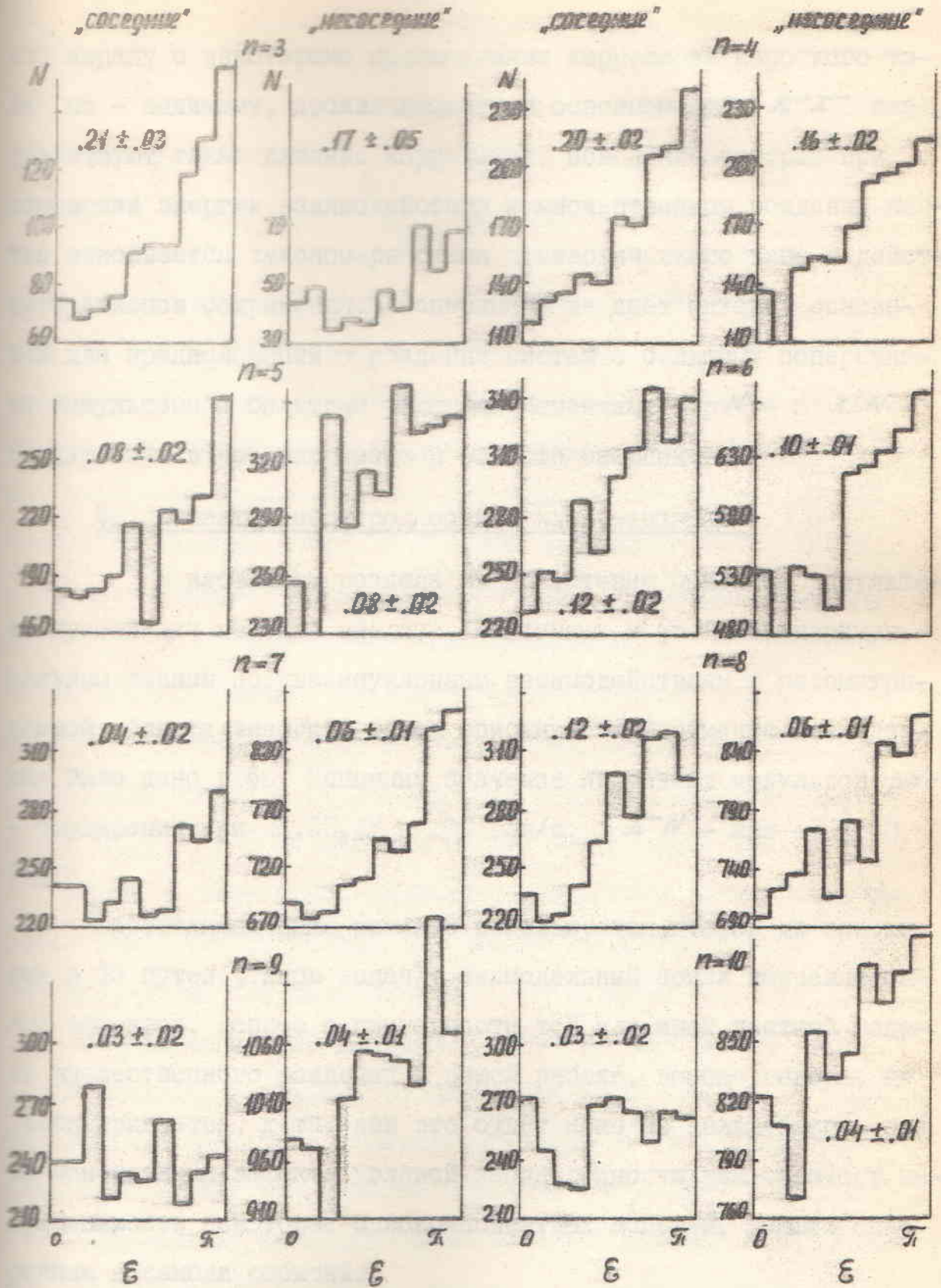


Рис. 9. ϵ - распределения для частиц, выстроенных в вариационный ряд по $\lambda = -\ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}$ при различных множественностях в pN -взаимодействиях, просуммированных по всем энергиям. Приведены также коэффициенты асимметрии.

то наряду с некоторыми проявлениями корреляций короткого типа (по - видимому, проявляющимися в основном для $\pi^+\pi^-$ пар), существуют также длинные корреляции, поведение которых при изменении энергии взаимодействия и множественном рождении частиц описывается закономерностями статистического типа и действием законов сохранения. Эксперимент не дает никаких оснований для предположений о рождении систем с большими поперечными импульсами и большими угловыми моментами в pN - и πN - соударениях в рассматриваемой области энергий.

§8. Эффекты неоднородности и кластеризации.

В настоящем разделе мы представим основные результаты применения методов анализа, описанных в §5, к экспериментальным данным по квазинуклонным взаимодействиям в рассматриваемой области энергий. Общее описание экспериментальных данных было дано в §6. Напомним значения первичных импульсов: pN - соударения при 21, 50, 67 и 200 Гэв/с; πN - при 45 и 60 Гэв/с.

В проводимом ниже анализе используется второй из описанных в §5 путей (типов задач): внемоделный поиск корреляционных эффектов. Вопрос о пригодности той или иной частной модели множественного рождения в нашей работе, вообще говоря, не рассматривается, хотя, как это будет ясно из дальнейшего, сама констатация эффекта угловой неоднородности уже означает неприменимость некоторых однокомпонентных моделей, дающих однородные ансамбли событий.

В каждом акте взаимодействия мы вычислили величины α_n ($n = \overline{1,5}$) (см. формулу (2.42)), используя значения $\eta_i = -\text{ctg}(\theta_i/2)$ (так называемая "квазибыстрота") в индивидуальных событиях

«эталонные» функции $f_{эмп.}^{(n)}(\eta)$ - эмпирические нормированные полуинклюзивные η - распределения при каждом n и p_0 . Величина x_{ij} в формуле (2.42) полагалась равной

$$x_{ij} = \bar{x} \left| \int_{\eta_i}^{\eta_j} f_{эмп.}^{(n)}(\eta) d\eta \right| \quad (3.2)$$

запоминаем, что η_i и η_j - из одного события).

На рис. I0, II приведены значения $\langle \alpha_k \rangle$ ($k = \overline{1,5}$) для рассматриваемых типов соударений и кривые, рассчитанные по модели цилиндрического фазового объема (см. Приложение 2). Средние числа нейтральных частиц при каждом n были взяты из экспериментальных данных в области энергий $20 \div 200$ Гэв/с

[69]. Случайные звезды по этой модели генерировались при всех p_0 , n и для разных типов первичных частиц (р или $\bar{\Lambda}^-$).

На рис. I0, II, однако, показаны «универсальные» кривые, которыми мы аппроксимировали полученные модельные значения. Эта «универсальность» - неувидительна, так как процедура спрямления $f_{эмп.}^{(n)}(\eta)$ делает эти кривые очень слабо зависящими от энергии и типа сталкивающихся частиц (эта зависимость определяется, как легко видеть, только различием в числе нейтральных частиц при фиксированном n и разных p_0).

Из данных рис. I0, II видно, что имеется сильный эффект неоднородности отдельных событий: величины $\langle \alpha_1 \rangle$ и $\langle \alpha_2 \rangle$ существенно превышают расчетные вплоть до самых больших множественностей (по крайней мере, до $n = 10 - 12$). При $k = 3$ корреляции проявляются значительно слабее, корреляции еще более высоких порядков (при $k \geq 3$) практически не проявляются.

Рассмотрим распределение отдельных событий при различных p_0 и n по величинам α_1 и α_2 .

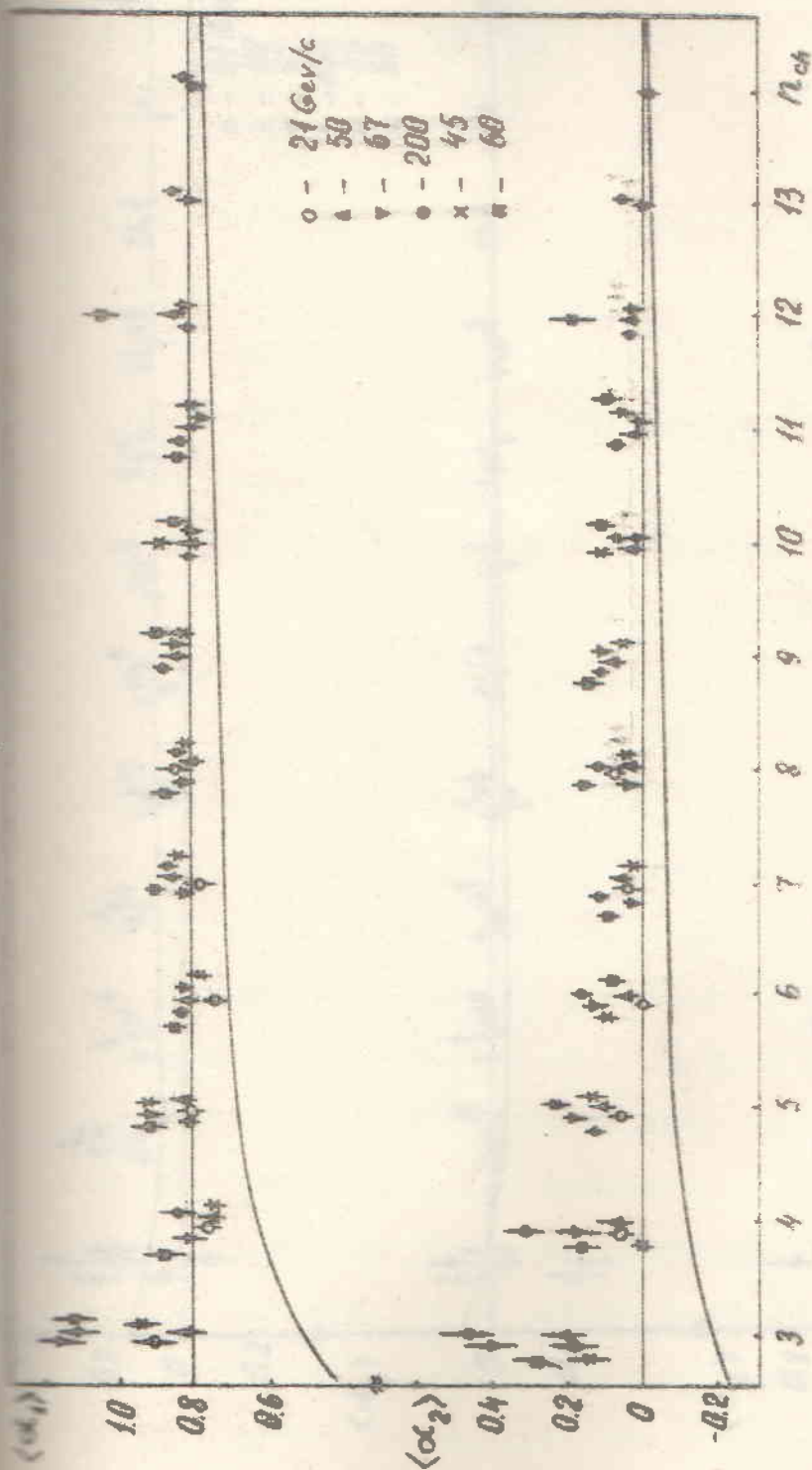


Рис.10. Средние значения α_1 и α_2 для pN - и π^-N -соударений при всех энергиях в зависимости от множественности заряженных частиц. Прямые - значения A_1 и A_2 в случае независимого испускания, кривые - расчет по модели цилиндрического фазового объема.

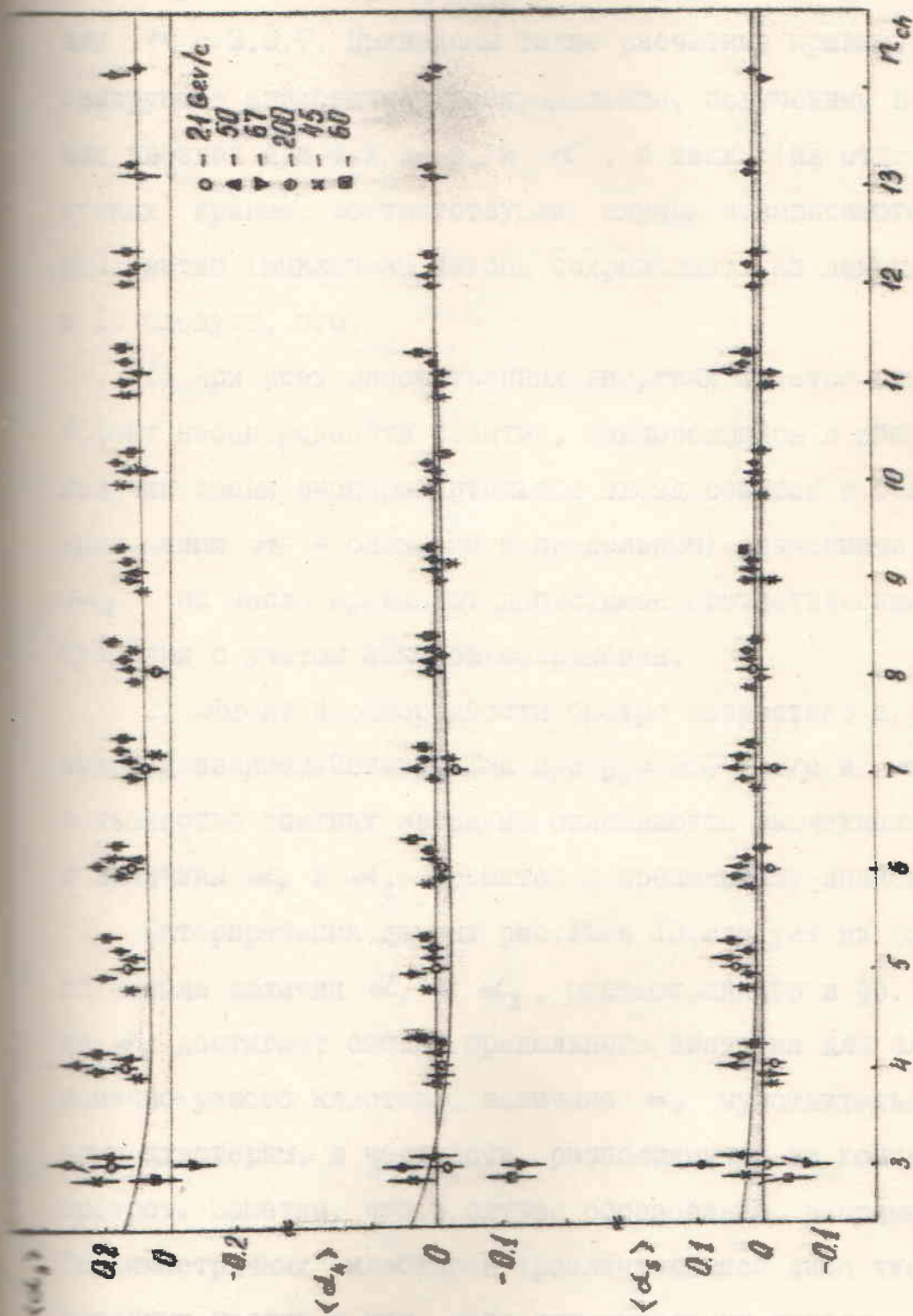


Рис. 11. Средние значения α_3 , α_4 и α_5 для pN - и $\bar{p}N$ -соударений при всех энергиях в зависимости от множественности.

На рис. 12, 13 в качестве примера показаны α_1 и α_2 -распределения в pp - соударениях при 21, 50 и 67 (данные при этих близких значениях p_0 были здесь объединены) и 200 Гэв/с при $n = 4, 6, 8$ и в $p\pi$ - соударениях при тех же p_0 для $n = 3, 5, 7$. Приведены также расчетные кривые, аппроксимирующие аналогичные распределения, полученные в случайных звездах при тех же p_0 и n , а также (на отдельных рисунках) кривые, соответствующие случаю независимого испускания частиц (выключены законы сохранения). Из данных рис. 12 и 13 следует, что:

1) При всех рассмотренных энергиях имеется существенный эффект неоднородности событий, заключающийся в избыточном наличии среди экспериментальных звезд событий с большими (при малых n - близкими к предельным) значениями α_1 и α_2 . Их число превышает допустимое статистическими флуктуациями с учетом законов сохранения.

2) Эффект неоднородности быстро возрастает с ростом энергии взаимодействия. Так при $p_0 = 200$ Гэв/с и $n = 3, 4$ большинство опытных звезд не описываются расчетными кривыми и величины α_1 и α_2 стремятся к предельному значению $\alpha_2 = 2$.

Интерпретация данных рис. 12 и 13 следует из физического смысла величин α_1 и α_2 , рассмотренного в §5. Величина α_1 достигает своего предельного значения для случая бесконечно узкого кластера, величина α_2 чувствительна к двум кластерам, в частности, расположенным на концах шкалы скоростей. Заметим, что в случае образования, например, двух "несимметричных" кластеров (различающимися либо числом заряженных частиц в них, либо относительным расположением на "окружности" $0 - 2\pi$, являющейся областью изменения величин

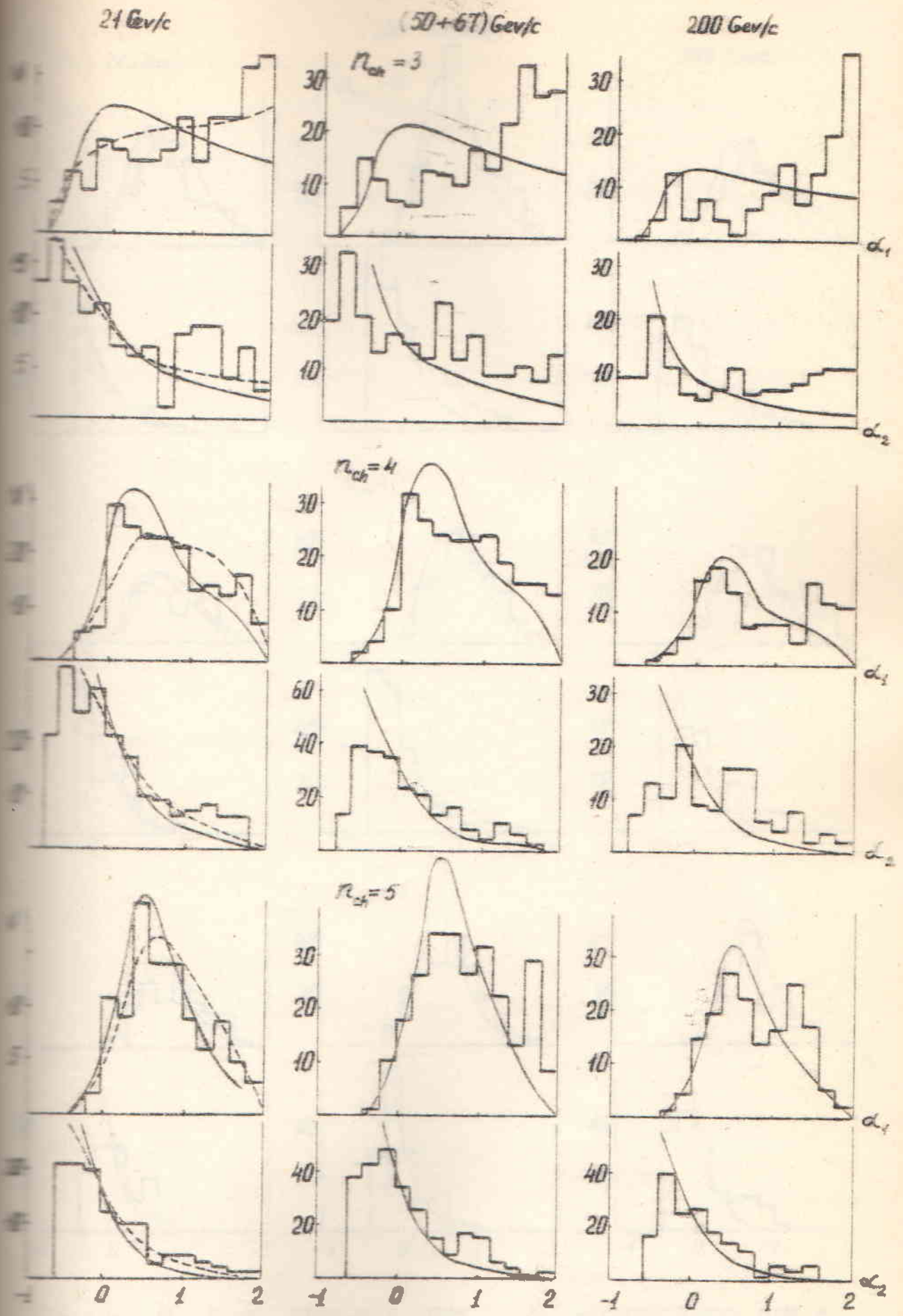


Рис. 12. α_1 и α_2 распределения в pN -соударениях при $n_{ch} = 3, 4, 5$. Кривые - см. рис. 13.

(50+67) GeV/c

21 GeV/c

200 GeV/c

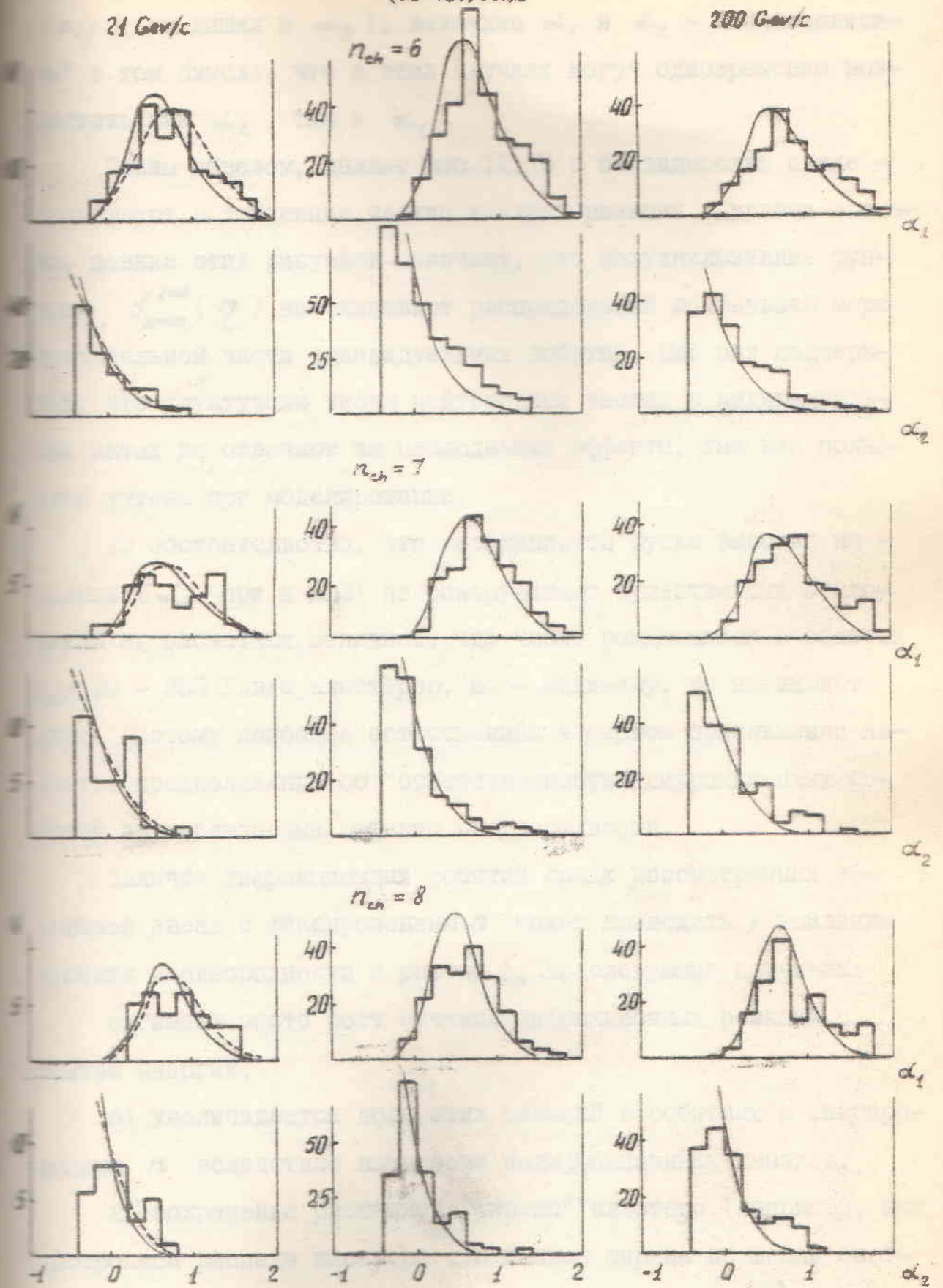


Рис.13. α_1 и α_2 распределения в pN -соударениях при $n_{ch} = 6, 7, 8$. Сплошные кривые, - расчет по модели цилиндрического фазового объема, пунктир - независимое испускание.

z_{ij} , входящих в α_2). Величины α_1 и α_2 - "не независимы" в том смысле, что в этих случаях могут одновременно возрастать как α_2 , так и α_1 .

Таким образом, данные рис. 12, 13 с очевидностью свидетельствуют о тенденции частиц к кластеризации. Другими словами, данные этих рисунков означают, что полуинклюзивные функции $f_{\text{semi}}^{(n)}(\eta)$ не описывают распределений по меньшей мере значительной части индивидуальных событий. Ещё раз подчеркнем, что флуктуации чисел нейтральных частиц в индивидуальных актах не отвечают за наблюдаемые эффекты, так как полностью учтены при моделировании.

То обстоятельство, что коэффициенты Фурье высоких порядков (α_k при $k \geq 3$) не обнаруживают существенных отклонений от расчетных, означает, что число рождающихся в области $p_0 = 20 - 200$ Гэв/с кластеров, по-видимому, не превышает двух. Поэтому наиболее естественным в первом приближении является предположение об "ответственности" дифракционных событий за наблюдаемые эффекты неоднородности.

Наличие дифракционных событий среди рассмотренных ансамблей звезд с фиксированным n может приводить к усилению эффекта неоднородности с ростом p_0 по следующим причинам:

- а) имеет место рост сечения дифракционных реакций с ростом энергии;
- б) увеличивается доля этих реакций в событиях с фиксированным n вследствие вымирания недифракционных каналов;
- в) сохранение распадной "ширины" кластера (например, при изотропном распаде кластера его полная ширина по шкале быстрой - как известно, около 2 единиц, см., например, [75]) при увеличении с энергией полной области изменения быстрой

означает сужение его "распадной ширины" в шкале α_i (2.35) это приводит к тому, что при $p_0 \rightarrow \infty$, α_i для одноструйно - дифракционных событий стремится к предельному значению $+2$.

Данные рис.12,13 позволяют утверждать, что по меньшей мере две последние причины наблюдаются на опыте. Стремление α_1 , α_2 к предельным значениям свидетельствует в пользу предположения в), а уменьшение, с ростом p_0 , доли событий при каждом $n \leq 6$ с $\alpha_1 < \alpha_1^0$ и $\alpha_2 < \alpha_2^0$, где α_1^0 и α_2^0 - определенным образом выбранные фиксированные значения α_1 и α_2 - наиболее естественно согласуются с предположением б). Разумеется, мы отдаем себе отчет, что для более уверенных выводов об относительной роли предположений а), б), в), в частности, и степени "ответственности" за наблюдаемые эффекты дифракционных событий вообще, - необходимо дальнейшее исследование, включающее в себя, например, моделирование свойств предполагаемых дифракционных процессов.

Независимое качественное подтверждение предположения о дифракционном механизме наблюдаемых ступеней частиц в индивидуальных актах можно получить из анализа распределений по углу φ_1 (формула (2.46)), который определяет направление суммарного вектора \vec{L} (формула (2.45)) с "полярной осью". Ясно, что при одноструйной дифракции значения этого угла должны концентрироваться около предельных значений 0 и π .

На рис.14,15 показаны распределения по углу φ_1 , для некоторых множественностей и при разных p_0 . Приведены также φ_1 - распределения для событий с $\alpha_2 > 0$ (то есть обогащенными дифракционными реакциями) и расчетные кривые по

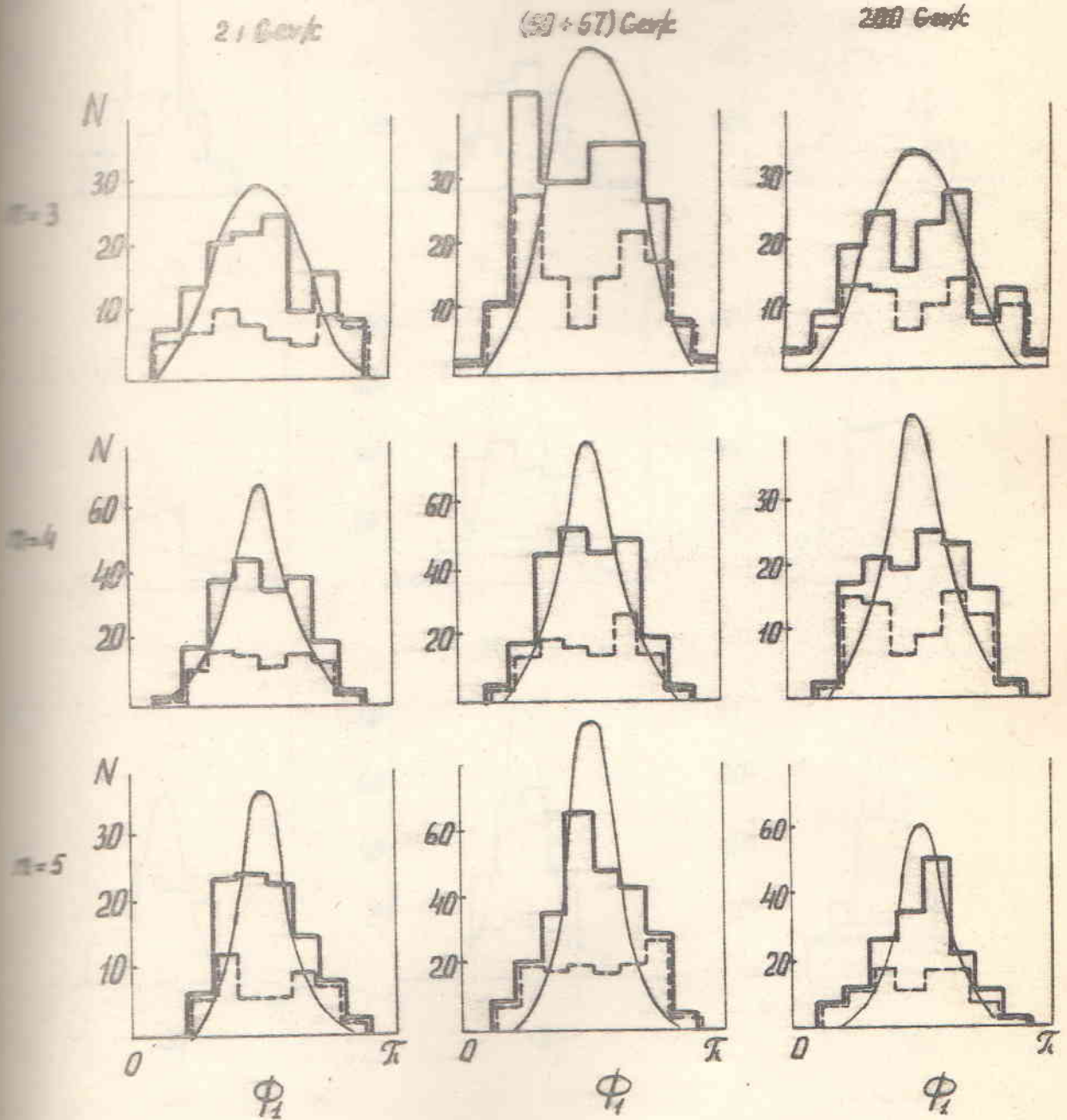


Рис. 14. Φ_1 -распределение в pN -соударениях при $n_{ch} = 3, 4, 5$. Кривые - расчет по модели цилиндрического фазового объема, пунктирная гистограмма - события с $\alpha_2 > 0$.

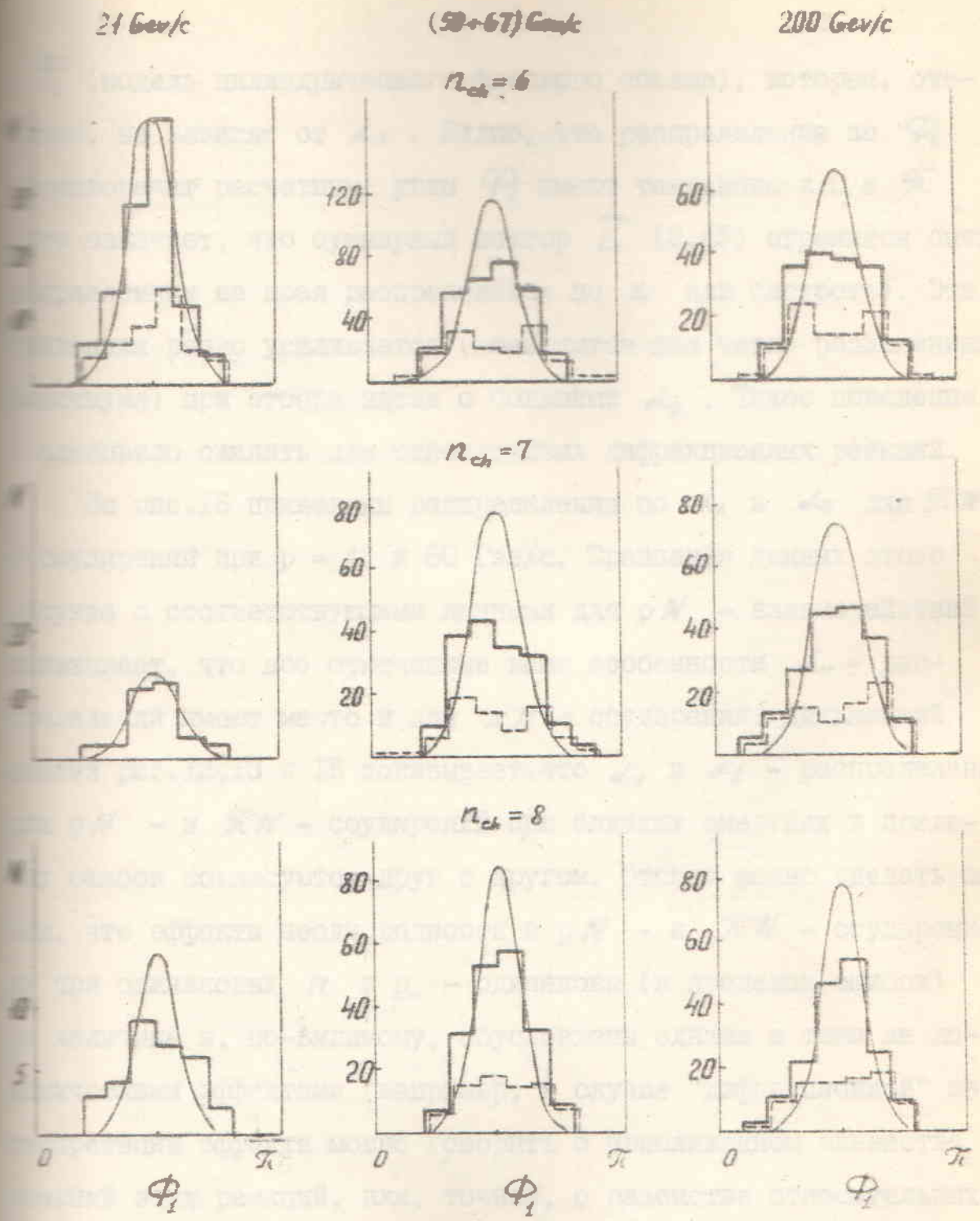


Рис. 15. Φ_1 -распределение в pN -соударениях при $n_{ch} = 6, 7, 8$. Кривые — расчет по модели цилиндрического фазового объема, пунктирная гистограмма — события с $\alpha_2 > 0$.

Φ_2 (модель цилиндрического фазового объема), которые, очевидно, не зависят от d_x . Видно, что распределения по Φ_2 противоречат расчетным: углы Φ_2 имеют тенденцию к 0 и π (это означает, что суммарный вектор \vec{L} (2.45) стремится быть направленным на края распределения по χ или быстрой). Эта тенденция резко усиливается (появляются два четко разделенных максимума) при отборе звезд с большими d_2 . Такое поведение следовало ожидать для одноструйных дифракционных реакций.

На рис. 16 приведены распределения по d_1 и d_2 для $\bar{K}N$ -соударений при $p = 45$ и 60 Гэв/с. Сравнение данных этого рисунка с соответствующими данными для pN -взаимодействий показывает, что все отмеченные выше особенности d_x -распределений имеют место и для $\bar{K}N$ -соударений. Дальнейший анализ рис. 12, 13 и 16 показывает, что d_1 и d_2 -распределения для pN - и $\bar{K}N$ -соударений при близких энергиях в пределах ошибок согласуются друг с другом. Отсюда можно сделать вывод, что эффекты неоднородности в pN - и $\bar{K}N$ -соударениях при одинаковых N и p_0 - одинаковы (в пределах ошибок) по величине и, по-видимому, обусловлены одними и теми же динамическими эффектами (например, в случае "дифракционной" интерпретации эффекта можно говорить о приближенном равенстве сечений этих реакций, или, точнее, о равенстве относительных вкладов дифракционных каналов в изученные топологические сечения).

Перейдем теперь к практическому применению разработанного в §5 метода анализа последовательных разностей величин χ_i . Здесь мы также поставим задачу внемодельного поиска корреляций и вычислим с этой целью в каждом акте взаимодействия

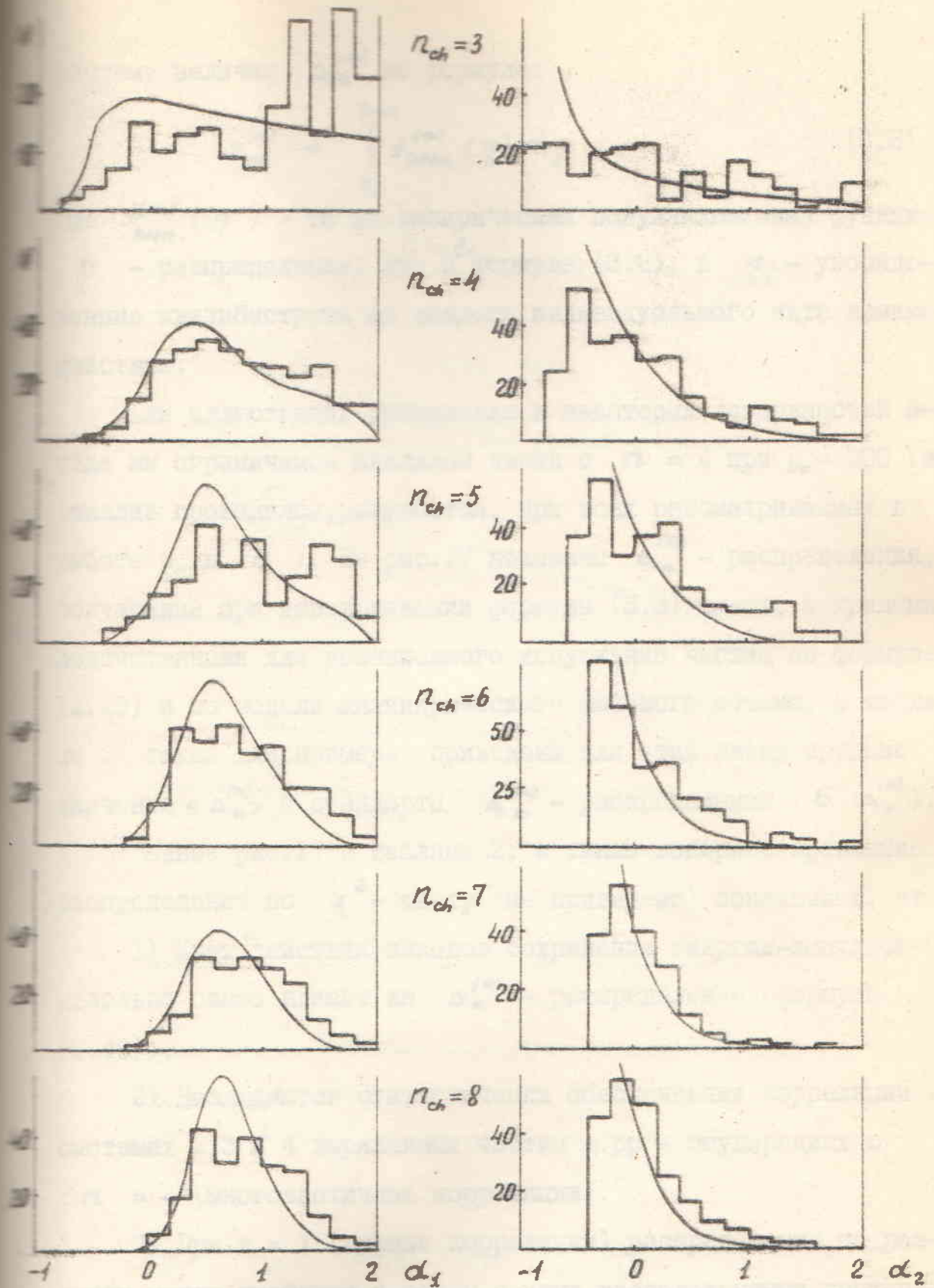


Рис.16. α_1 и α_2 распределения для πN -соударений. Сплошные кривые - расчет по модели цилиндрического фазового объема.

систему величин $\Delta_k^{(n)}$ по формуле:

$$\Delta_k^{(n)} = \int_{z_i}^{z_{i+k}} f_{эмн.}^{(n)}(\eta) d\eta, \quad (3.3)$$

где $f_{эмн.}^{(n)}(\eta)$ - та же эмпирическая полуинклюзивная функция η - распределения, что и в формуле (3.2), а z_i - упорядоченные квазибыстрые из каждого индивидуального акта взаимодействия.

Для иллюстрации применения и некоторых возможностей метода мы ограничимся анализом звезд с $n = 4$ при $p_0 = 200$ Гэв/с (анализ проводился, разумеется, при всех рассматриваемых в работе p_0 и n). На рис. 17 показаны $\Delta_k^{(4)}$ - распределения, полученные при использовании формулы (3.3) вместе с кривыми, подсчитанными для независимого испускания частиц по формуле (2.49) и по модели цилиндрического фазового объема. В таблице 2, также для примера, приведены для этих звезд средние значения $\langle \Delta_k^{(4)} \rangle$ и стандарты $\Delta_k^{(4)}$ - распределений $\sigma(\Delta_k^{(4)})$.

Данные рис. 17 и таблицы 2, а также попарное сравнение распределений по χ^2 -тесту (не приведено) показывают, что:

1) Учет действия законов сохранения энергии-импульса довольно слабо влияет на $\Delta_k^{(4)}$ - распределение (формула (2.49)).

2) Наблюдаются статистически обеспеченные корреляции в системах 2, 3 и 4 заряженных частиц в pp - соударениях с $n = 4$ (многочастичные корреляции).

3) При $k = 1$ (парные корреляции) распределения по разрывам между крайними и рядом с ними расположенными частицами ($i = 1$ и 3) не сильно отличаются от расчетных; разрывы между частицами из "внутренней" пары сильно обогащены малыми величинами $\Delta_k^{(4)}$. Это поведение согласуется с ожидаемым из

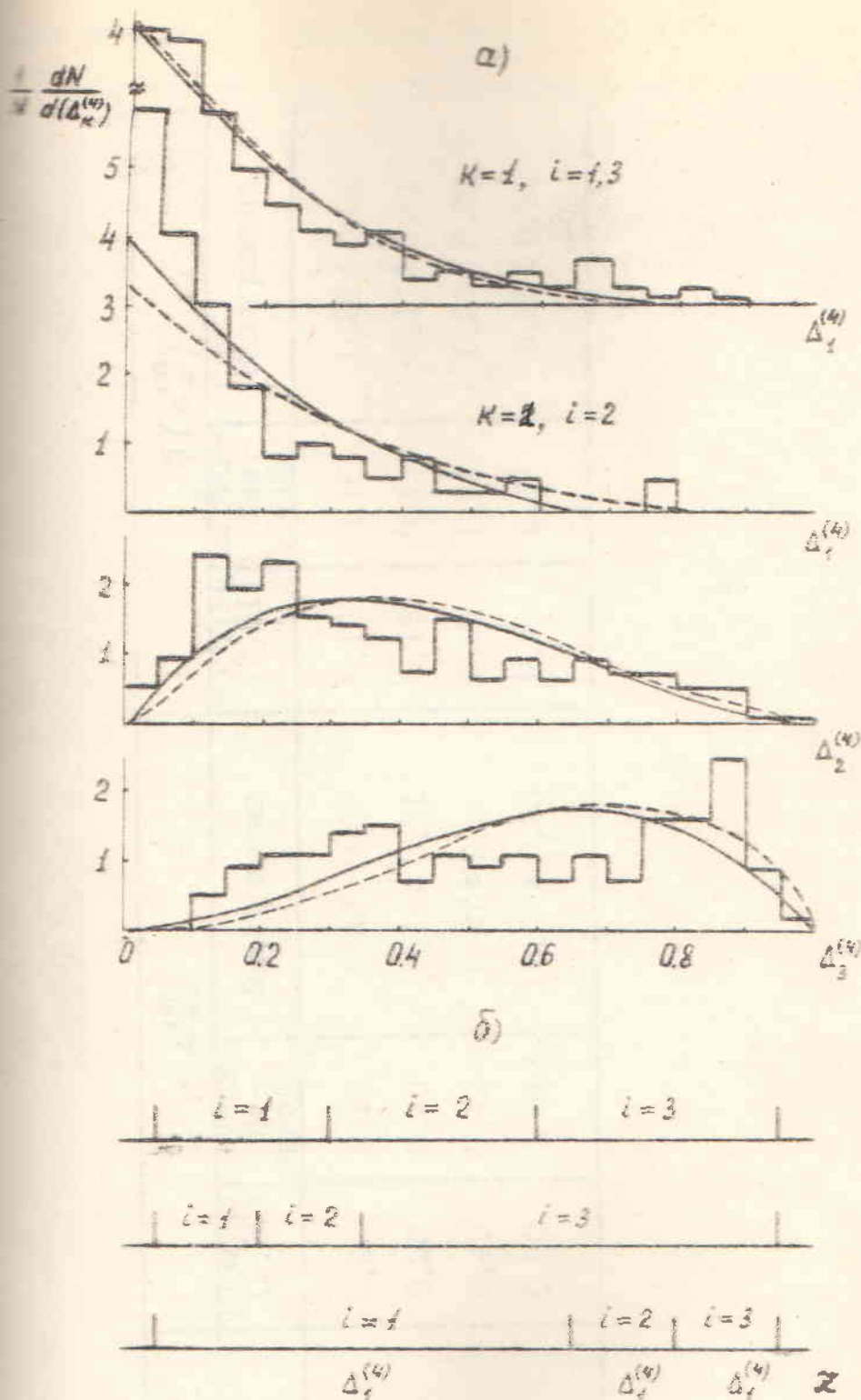


Рис. 17. а) Распределения $\Delta_{\kappa}^{(n)}$ при $p_0 = 200$ Гэв/с и $n_{ch} = 4$ при разных K и i , сплошные кривые - независимое испускание, пунктир - расчет по модели цилиндрического фазового объема.

б) Схема, иллюстрирующая применение величин $\Delta_{\kappa}^{(n)}$.

Таблица 2.

Распределение	$\langle \Delta_k \rangle$				$\sigma(\Delta_k)$			
	Формула (2.50)	Случай- ные звезды	Эксперимент	Формула (2.51)	Случай- ные звезды	Эксперимент	Формула (2.51)	Эксперимент
$k = 1, i = 1, 3$	0,20	0,19	$0,22 \pm 0,02$	0,16	0,16	$0,22 \pm 0,01$	0,16	$0,22 \pm 0,01$
$k = 1, i = 2$	0,20	0,23	$0,16 \pm 0,01$	0,16	0,19	$0,17 \pm 0,01$	0,16	$0,17 \pm 0,01$
$k = 2$	0,40	0,42	$0,37 \pm 0,02$	0,20	0,21	$0,24 \pm 0,01$	0,20	$0,24 \pm 0,01$
$k = 3$	0,60	0,61	$0,57 \pm 0,03$	0,20	0,21	$0,25 \pm 0,02$	0,20	$0,25 \pm 0,02$

вышеприведенных данных по методу α_k распределением точек на оси быстрот (рис. 176). Как видно из рисунка при наличии дифракционных событий с концентрацией трех заряженных частиц вблизи одного из краев оси, распределение для $i = 2$ должно быть смещено в область малых $\Delta_k^{(n)}$ сравнительно с распределением для $i = 1$ и 3.

4) Система трех ($k = 2$) и четырех ($k = 3$) заряженных частиц обнаруживает тенденцию к "сгущениям" и "разрежениям", что вполне соответствует описанной картине.

Эти данные, а также результаты анализа при других n и p_0 подтверждают выводы, полученные при применении метода α_k .

§9. Корреляции в протон-ядерных соударениях.

В настоящем разделе мы рассмотрим некоторые приложения описанных выше методик к данным по протон-ядерным взаимодействиям в эмульсии при $p_0 = 24, 50, 67$ и 200 Гэв/с.

Исследование характеристик адрон-ядерных соударений в последнее время привлекло значительное внимание исследователей. Этот интерес обусловлен работами последних лет [79-84], в которых была обоснована возможность изучения с их помощью таких важных характеристик процесса множественного рождения, как исследование его пространственно-временной структуры, проведение выбора между различными моделями элементарного акта соударения, изучения рождения и распадных свойств адронных сгустков и др. В этих же работах (и некоторых других) был выдвинут целый ряд моделей для описания адрон-ядерных взаимодействий.

В последние годы появилось и немалое количество работ по экспериментальному исследованию этих взаимодействий

например, [72,85 - 92]. Большинство этих работ выполнено с помощью эмульсионной методики. Следует отметить, однако, что изучение корреляционных эффектов в соударениях этого типа - находится в самом зачаточном состоянии. Можно сказать еще сильнее - таких работ практически нет: основное внимание в выполненных исследованиях уделялось множественности различных типов вторичных частиц и их одночастичным инклюзивным (реже - полуйнклюзивным) распределениям.

А. Азимутальные корреляции в протон - ядерных взаимодействиях.

Рассмотрим корреляционные эффекты в азимутальном угловом распределении релятивистских заряженных частиц в протон-ядерных взаимодействиях в эмульсии при импульсах 24, 50, 67 и 200 Гэв/с. На рис. 18 и 19 показаны зависимости $S_k^{(m)}$ ($k = 1 - 4$) от n_s (числа релятивистских вторичных заряженных частиц) в этих взаимодействиях. На рис. 18 показаны также две кривые:

1) Зависимость $C_{0k}^{(3n_s/2)}$ ($k = 1, 2$), справедливая при предположении, что число нейтральных пионов составляет в среднем $1/2 n_s$ и полное число вторичных частиц равно $n_s + \frac{n_s}{2} = \frac{3}{2} n_s$. Эта кривая, как мы видели выше, довольно прилично описывала данные по элементарному акту pN - и $\pi^- N$ - взаимодействий. Экспериментальные точки для p - ядро взаимодействий заметно выше кривой $C_{0k}^{(3n_s/2)}$.

2) Зависимость $C_{0k}^{(3n_s/2 + 2.5)}$ ($k = 1, 2$). Известно, что в числе n_s ливневых частиц не входят протонотдачи из соударений с внутриядерными нуклонами, если их импульс меньше ~ 1 Гэв/с ("серые" треки). Принимая во внимание: а) то, что среднее число внутриядерных соударений в эмульсии равно 2,7 (исходя

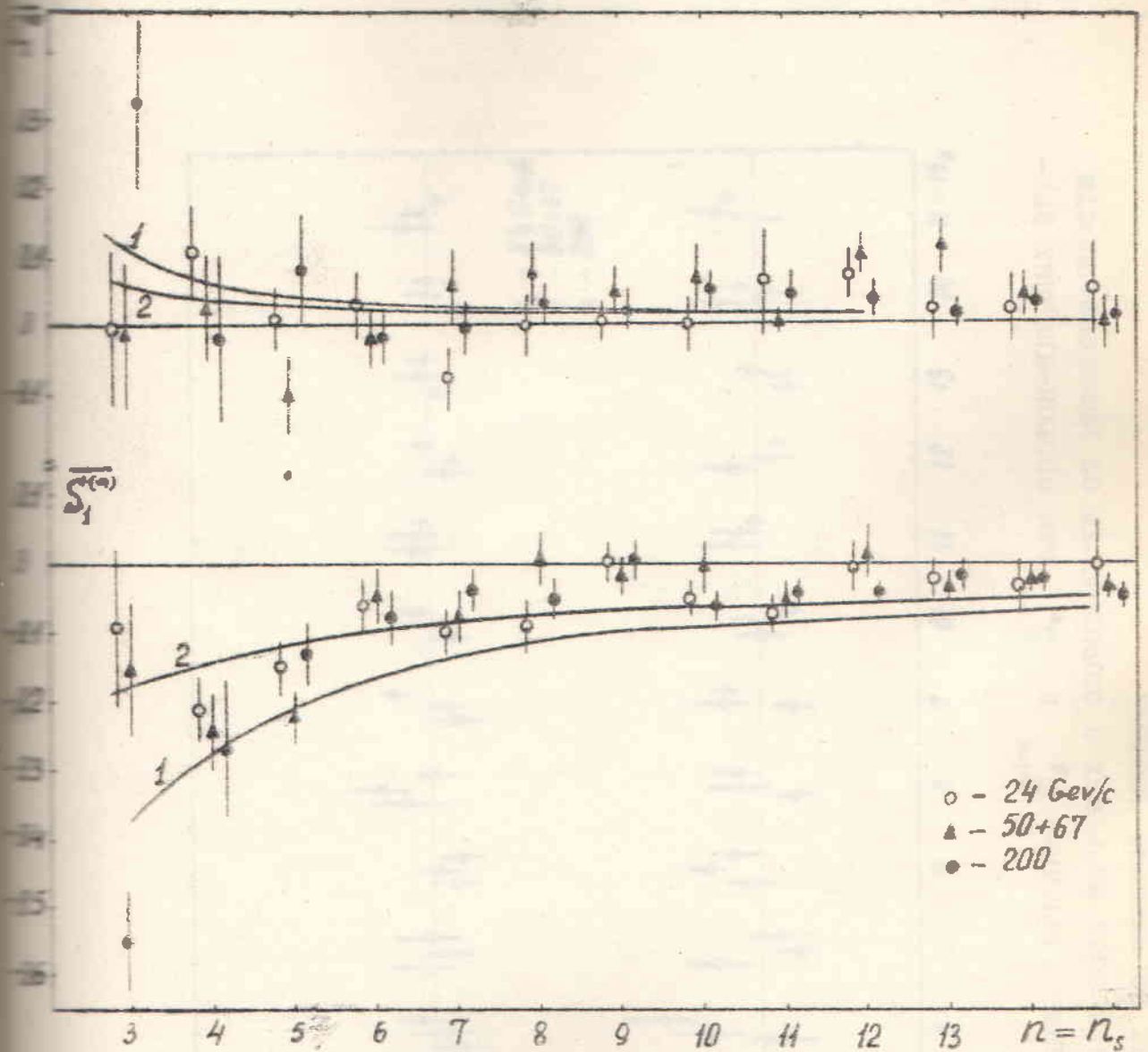


Рис. 18. Средние значения $S_1^{(n)}$ и $S_2^{(n)}$ для протон-ядерных взаимодействий при всех энергиях в зависимости от множественности релятивистских заряженных частиц. Описание кривых дано в тексте.

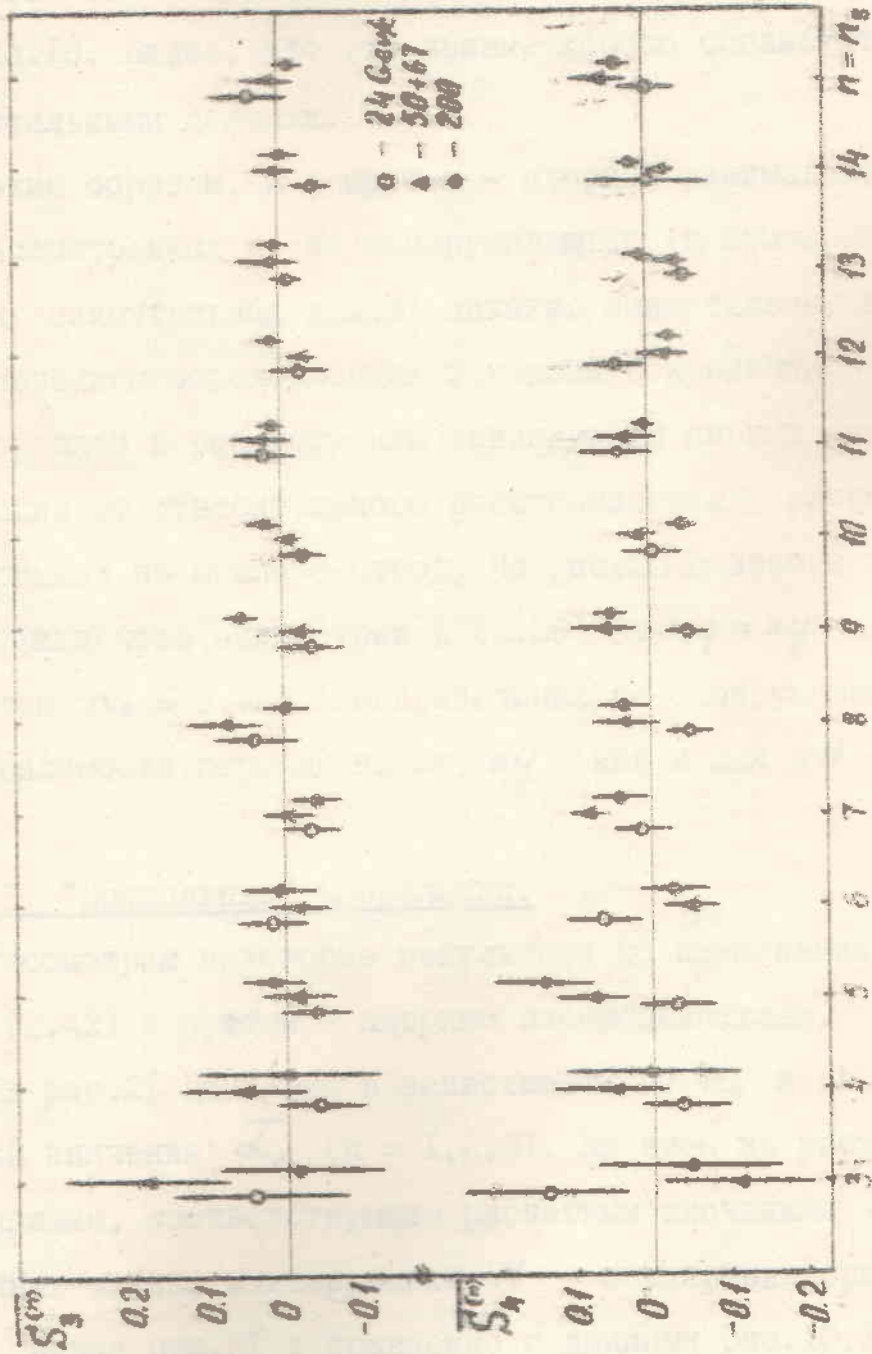


Рис. 19. Средние значения $S_3^{(n)}$ и $S_4^{(n)}$ для протон-ядерных взаимодействий при всех энергиях в зависимости от множественности релятивистских заряженных частиц.

из предположения о плотности внутриядерных нуклонов в ядре в виде распределения Саксона - Вудса [70, 92], б) то обстоятельство, что примерно половина из внутриядерных нуклонов - нейтроны и, наконец, используя данные об импульсных спектрах нуклонов отдачи из pN - соударений, мы оценили среднее число "ненаблюдаемых" (т.е. не входящих в n_s) вторичных частиц (нуклонов отдачи) равным $\sim 2,5$. Тогда мы приходим к кривым 2 на рис.18. Видно, что эти кривые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Таким образом, и в протон - ядерных взаимодействиях при всех рассмотренных p_s не обнаруживаются (в суммарных распределениях азимутальных углов) никакие азимутальные корреляции, за исключением обусловленных законами сохранения.

Перейдем к рассмотрению зависимости парных азимутальных корреляций от относительного расстояния между рассматриваемыми частицами по шкале быстрот. На рис.20 показаны зависимости коэффициентов асимметрии A (2.26) от $\Delta\eta \approx \Delta y$ для множественностей $n_s = 3 \div 8$. Распределения не обнаруживают заметной зависимости корреляций от Δy (как и для pN - соударений).

Б. "Продольные" корреляции.

Рассмотрим некоторые результаты по применению α_c - критерия (2.42) к протон - ядерным взаимодействиям.

На рис.21 показаны в зависимости от n_s и для различных энергий значения $\bar{\alpha}_c$ ($k = 1, 2, 3$). На этом же рисунке приведены кривые, соответствующие расчетным значениям α_c для случайных звезд, имитирующих pN - соударения при этих энергиях. Данные рис.21 и сравнение с данными рис.10,11 позволяют заключить, что:

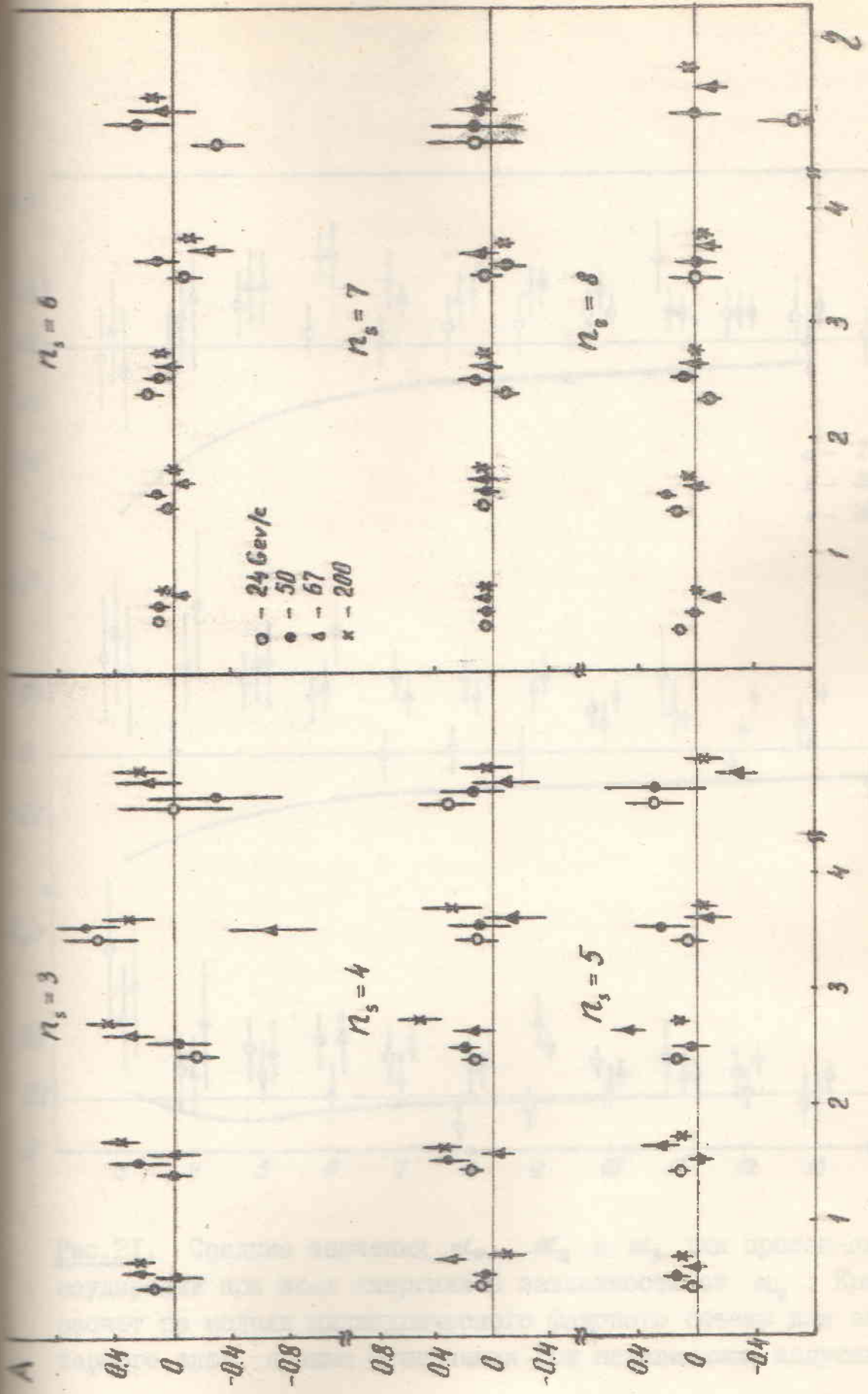


Рис.20. Зависимость коэффициента асимметрии от Δ_2 в протон-ядерных соударениях для всех энергий и различных множественностей релятивистских заряженных частиц.

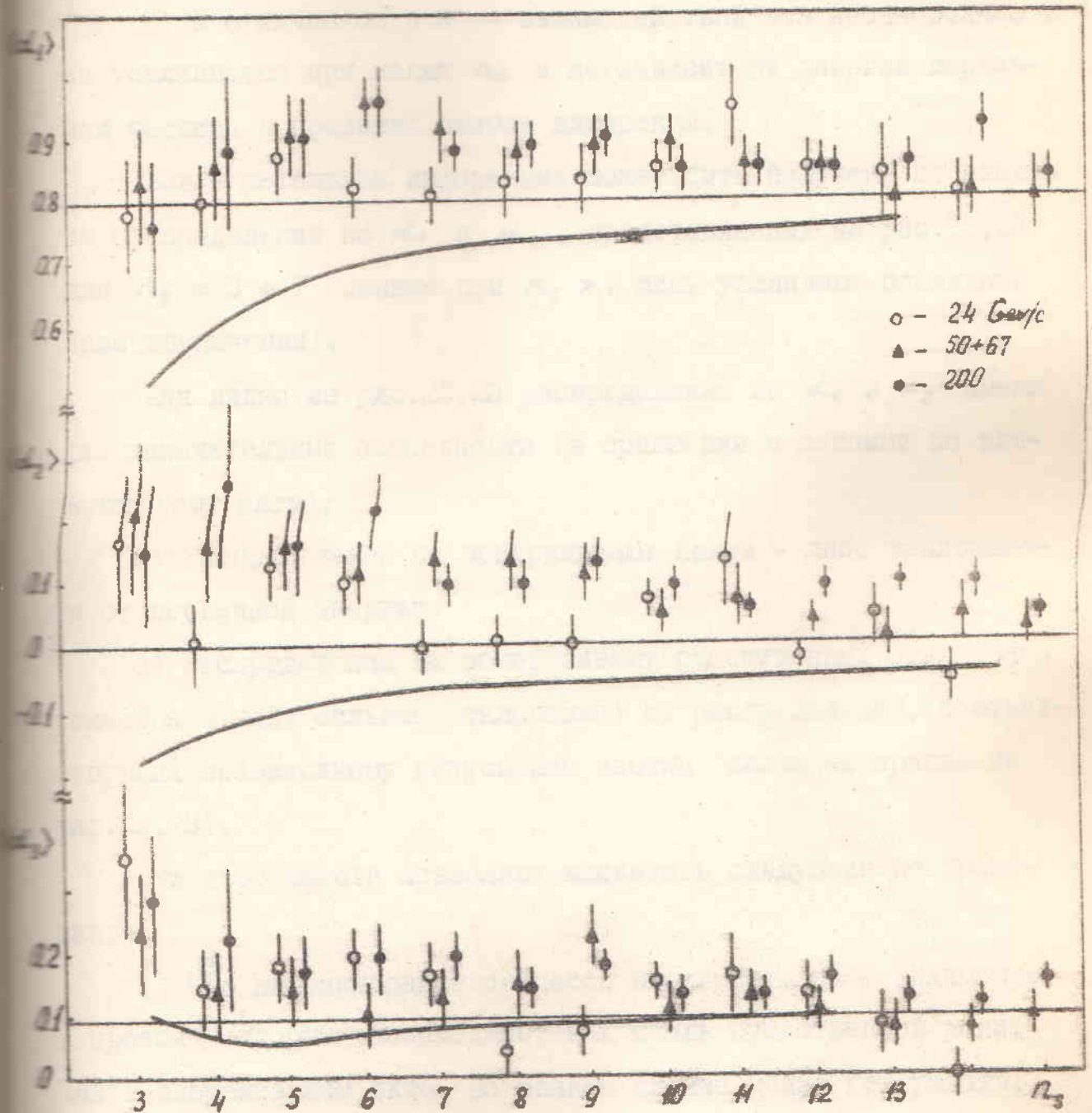


Рис.2Г. Средние значения α_1 , α_2 и α_3 для протон-ядерных соударений при всех энергиях в зависимости от n_2 . Кривые - расчет по модели цилиндрического фазового объема для элементарного акта, прямые - значения при независимом испускании.

1) Имеют место неоднородности индивидуальных событий в протон - ядерных взаимодействиях (\bar{d}_1 и \bar{d}_2 не согласуются со значениями для случайных звезд).

2) В отличие от pN - взаимодействий эта неоднородность не усиливается при малых n_s и не зависит от энергии первичной частицы в пределах ошибок измерений.

Более детальная информация может быть получена из анализа распределений по d_1 и d_2 , представленных на рис.22,23 для $n_s = 3 + 7$ (данные при $n_s > 7$ лишь усиливают сделанные ниже заключения).

Как видно из рис.22,23 распределения по d_1 и d_2 имеют две замечательные особенности (в сравнении с данными по элементарному акту):

а) Распределения не обнаруживают какой - либо зависимости от первичной энергии.

б) Распределения не обнаруживают существенных отклонений (имеются в виду сильные отклонения) от распределений, соответствующих независимому испусканию частиц (сплошные кривые на рис.22,23).

Эти особенности позволяют высказать следующие соображения:

1) Что ^{уч} дифракционные процессы не играют, по - видимому, в протон - ядерных взаимодействиях столь существенной роли, как в элементарном акте. Во всяком случае можно утверждать, что дифракционные кластеры, возможно образующиеся в столкновениях с внутриядерными нуклонами, вступают во взаимодействие и теряют характерные для них кинематические свойства.

2) Близость экспериментальных распределений к ожидаемым при независимом испускании частиц свидетельствует, по-видимо-

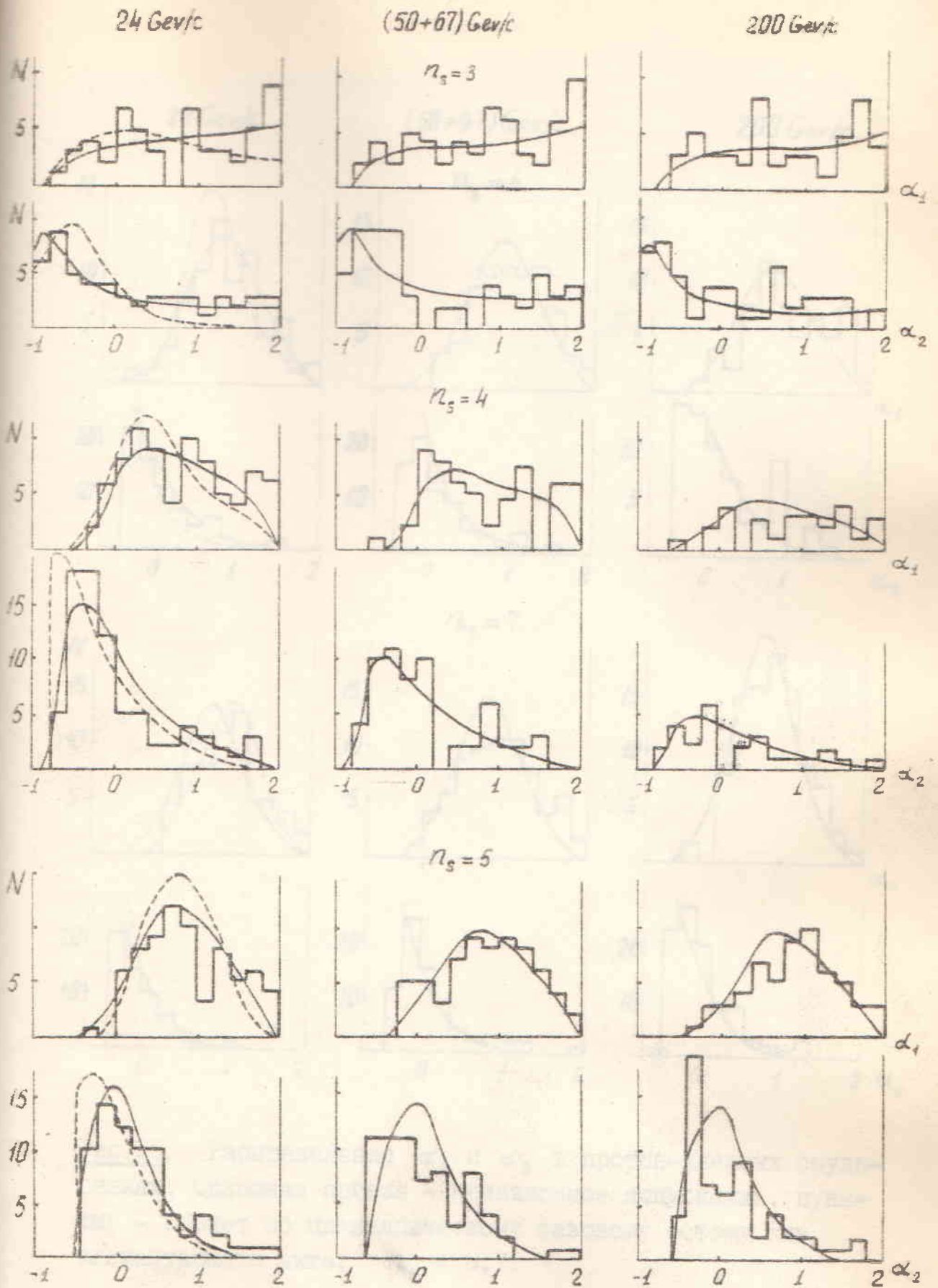


Рис. 22. Распределения α_1 и α_2 в протон-ядерных соударениях. Сплошная кривая - независимое испускание, пунктир - расчет по цилиндрическому фазовому объему для элементарного акта.

$n_s = 3, 4, 5.$

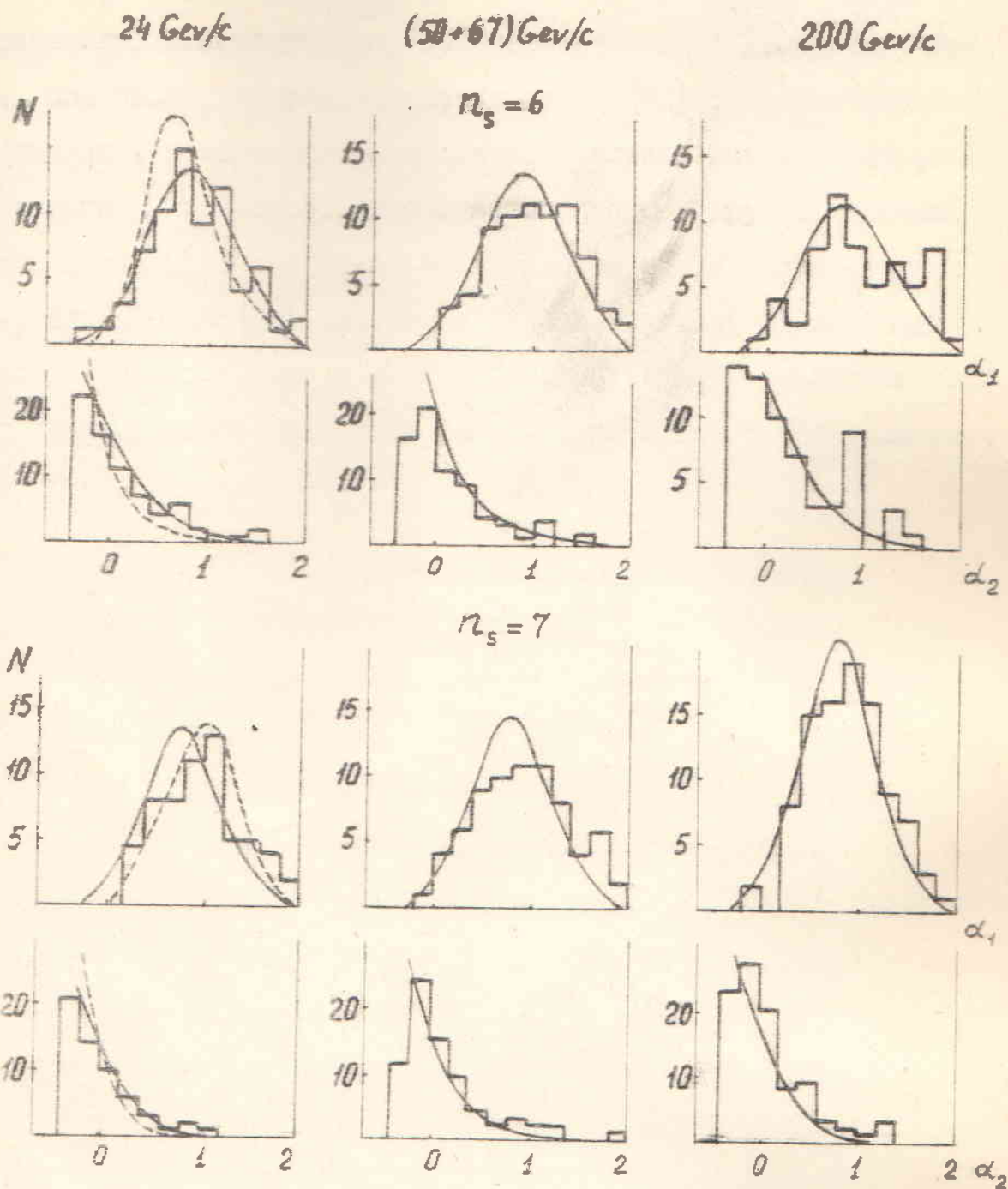


Рис.23. Распределения α_1 и α_2 в протон-ядерных соударениях. Сплошная кривая - независимое испускание, пунктир - расчет по цилиндрическому фазовому объему для элементарного акта. $n_s = 6, 7$.

му, о большой роли внутриядерного каскада в адрон - ядерных соударениях. Действительно, при механизме внутриядерного каскада, подобного, например, описанному в [85], кинематические ограничения, налагаемые на вторичные частицы законом сохранения энергии - импульса, чрезвычайно слабы. С другой стороны, в рамках модных в последнее время кластерных моделей (одного [84] или многих [83] кластеров) кинематические ограничения - того же порядка, что и в элементарном акте. Возможность описания данных этого раздела в рамках этих моделей, по-видимому, требует обоснования.

ВЫВОДЫ.

Резюмируем в заключение некоторые основные результаты настоящей работы:

1) Описан ряд общих методов анализа корреляций в индивидуальных актах множественного рождения:

- а) парных азимутальных корреляций,
- б) парных корреляций по любой функции продольного импульса,
- в) многочастичных корреляций.

Все эти методики апробированы на отделение динамических эффектов от чисто кинематических.

2) Исследованы парные азимутальные корреляции в pN -, π^+N - и pA - соударениях в области 20 - 200 Гэв. Показано, что азимутальные распределения не обнаруживают каких-либо корреляций, за исключением обусловленных чисто кинематическими причинами. Исследование зависимости величины корреляций от энергии, множественности, разности между продольными импульсами пар частиц и их порядкового номера при выстраивании в вариационный ряд приводит к выводу о несовместимости данных с предельной МММ.

3) Изучены эффекты неоднородности и кластеризации в pN -, π^+N - и pA - соударениях. Показано, что индивидуальные акты pN - и π^+N - взаимодействий обнаруживает сильную тенденцию к кластеризации частиц. В малолучевых реакциях происходит увеличение доли дифракционных каналов с ростом энергии. Распадные "ширины" дифракционных кластеров в шкале быстрот, по-видимому, слабо зависят (или не зависят) от энергии. Эффекты слабо зависят от типа сталкивающихся частиц.

4) Корреляции между быстротами в протон - ядерных соуда-

рениях отличаются от таковых в p^N - соударениях: а) величина корреляций не зависит от энергии и не обнаруживает эффектов, связанных с дифракционными реакциями, б) данные соответствуют слабым корреляциям между релятивистскими частицами. Эти черты протон - ядерных соударений качественно легко воспроизвести в рамках каскадного механизма. Возможность их объяснения в рамках кластерных моделей нуждается в обосновании.

Основные результаты работы опубликованы в [93 - 98] и докладывались на научных сессиях Отделения ядерной физики АН УССР по физике высоких энергий (Москва (ИЯЭ), 1973 г. и Ленинград, 1975 г.).

В заключение автор выражает глубокую благодарность научным руководителям работы академику АН УССР С.А.Азимову и старшему научному сотруднику Г.М.Чернову за руководство, постоянное внимание к работе и творческую помощь. Автор сердечно благодарен старшим научным сотрудникам ЛВЭ ФТИ Л.П.Черновой, и К.Г.Гуламову за ценные советы и постоянную поддержку, научным сотрудникам В.И.Петрову и В.Ш.Навотному за огромную помощь в работе, Н.М.Мялковской, Л.Н.Свечниковой, Н.С.Лукичевой, Т.П.Трофимовой, Т.Т.Рискиеву, а также всему коллективу ЛВЭ ФТИ за товарищескую поддержку, Г.Г.Арушанову за ценные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЯ.

Приложение I.

Рассмотрим протостатистическую модель, аналогичную предложенной Фостер и др. [49] для общего вида $\Phi(\vec{z})$:

$$\frac{d\delta^{(n)}}{d\vec{z}_1 \dots d\vec{z}_n} = \prod_{i=1}^n \Phi(\vec{z}_i) \delta^{(2)}\left(\sum_{i=1}^n \vec{z}_i\right), \quad (\text{П.1})$$

где $\Phi(\vec{z})$ - функция, связанная с одночастичным распределением (см. ниже - формулу (П.3)). Из (П.1) можно получить выражение для двухчастичной плотности распределения

$$\begin{aligned} \rho(\vec{z}, \vec{z}') &= \frac{d\delta^{(n)}}{d\vec{z} d\vec{z}'} = \\ &= \frac{1}{(n-2)!} \Phi(\vec{z}) \Phi(\vec{z}') \int \prod_{i=1}^{n-2} d\vec{z}_i \Phi(\vec{z}_i) \cdot \delta^{(2)}\left(\sum_{i=1}^{n-2} \vec{z}_i + \vec{z} + \vec{z}'\right). \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Далее мы следуем технике работы [21]. Учитывая, что \vec{z} - плоский вектор, подставим в подынтегральное выражение (П.2) $\delta^{(2)}$ функцию в виде интеграла Фурье и, меняя порядок интегрирования, получим:

$$\begin{aligned} \rho(\vec{z}, \vec{z}') &= \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \frac{1}{(n-2)!} \Phi(\vec{z}) \Phi(\vec{z}') \cdot \\ &\cdot \int d\vec{x} e^{i(\vec{z} + \vec{z}')\vec{x}} [\Psi(x)]^{n-2}, \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

где \vec{x} - также плоский вектор, а

$$\begin{aligned} \Psi(x) &= \int d\vec{z} e^{i\vec{z}\vec{x}} \Phi(\vec{z}) = \int_0^{\infty} r dr \Phi(\vec{z}) \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i r x \cos \varphi} \\ &= 2\pi \int_0^{\infty} r dr J_0(rx) \Phi(\vec{z}). \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

Преобразовываем (П.3) далее:

$$\rho(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{(n-2)!} \varphi(\vec{r}) \varphi(\vec{r}') \int_0^{\infty} x dx [\Psi(x)]^{n-2} \times \int_0^{2\pi} d\theta e^{i|\vec{r} + \vec{r}'|x \cos \theta} = \quad (\text{II.5})$$

$$= \frac{1}{(n-2)!} \varphi(\vec{r}) \varphi(\vec{r}') \int_0^{\infty} x dx [\Psi(x)]^{n-2} \frac{1}{2\pi} J_0(|\vec{r} + \vec{r}'|x),$$

где $J_0(|\vec{r} + \vec{r}'|x)$ - функция Бесселя нулевого порядка. Разложим функцию Бесселя в ряд [78]

$$J_0(|\vec{r} + \vec{r}'|x) = J_0(rx) J_0(r'x) + 2 \sum_{\kappa=1}^{\infty} (-1)^{\kappa} J_{\kappa}(rx) J_{\kappa}(r'x) \cos \kappa \epsilon, \quad (\text{II.6})$$

где ϵ - угол между векторами \vec{r} и \vec{r}' . Теперь подставим (II.6) в (II.5) и получим разложение для двухчастичной функции:

$$\rho(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{2} \rho_0(\vec{r}, \vec{r}') + \sum_{\kappa=1}^{\infty} \rho_{\kappa}(\vec{r}, \vec{r}') \cos \kappa \epsilon, \quad (\text{II.7})$$

где

$$\rho_{\kappa}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{(-1)^{\kappa}}{(n-2)!} \varphi(\vec{r}) \varphi(\vec{r}') \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} x dx [\Psi(x)]^{n-2} J_{\kappa}(rx) J_{\kappa}(r'x) \quad (\text{II.8})$$

($\kappa = 0, 1, 2, \dots$)

Таким образом, $f_0^{(n)}(\epsilon)$, определенную как

$$f_0^{(n)}(\epsilon) = \frac{d\delta^{(n)}}{d\epsilon} = \frac{2\pi}{n(n-1)} \int_0^{\infty} r dr \int_0^{\infty} r' dr' \rho(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (\text{II.9})$$

можно представить в виде ряда

$$f_0^{(n)}(\epsilon) = \frac{1}{2} C_{00}^{(n)} + \sum_{\kappa=1}^{\infty} C_{0\kappa}^{(n)} \cos \kappa \epsilon, \quad (\text{II.10})$$

где коэффициенты ряда выражаются следующим образом:

$$C_{0\kappa}^{(n)} = \frac{2(-1)^\kappa}{n!} \int_0^\infty x dx [\Psi(x)]^{n-2} \left[\int_0^\infty r dr J_\kappa(rx) \Phi(\vec{r}) \right]^2 \quad (\text{П.11})$$

($\kappa = 0, 1, 2, \dots$) .

Нормируя функцию $f_0^{(n)}(\epsilon)$ на единицу, получаем окончательно:

$$C_{0\kappa}^{(n)} = 2(-1)^\kappa \left\{ \int_0^\infty \left[\int_0^\infty \Phi(\vec{r}) J_0(rx) r dr \right]^{n-2} \cdot \right.$$

(П.12)

$$\left. \cdot \left[\int_0^\infty \Phi(\vec{r}) J_\kappa(rx) r dr \right]^2 x dx \right\} / \int_0^\infty \left[\int_0^\infty \Phi(\vec{r}) J_0(rx) r dr \right]^n x dx$$

($\kappa = 1, 2, 3, \dots$).

Из (П.1) можно получить также одночастичную плотность распределения поперечного импульса

$$P(\vec{r}) = \frac{d\sigma^{(n)}}{d\vec{r}} = \frac{1}{(n-1)!} \Phi(\vec{r}) \int \prod_{i=1}^{n-1} d\vec{r}_i \Phi(\vec{r}_i) \delta^{(2)}\left(\sum_{i=1}^{n-1} \vec{r}_i + \vec{r}\right) =$$

(П.13)

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{(n-1)!} \Phi(\vec{r}) \int_0^\infty x [\Psi(x)]^{n-1} J_0(rx) dx$$

Для вывода этой формулы достаточно проделать преобразования, аналогичные описанным выше. Нетрудно видеть, что подставив в (П.13) функцию $\Phi(\vec{r})$ в виде "Гаусса" (2.11), получим

$P(\vec{r})$ в виде (2.12). Подставляя (2.11) в выражение для коэффициентов (П.12) и проводя численное интегрирование мы получили окончательные значения $C_{0\kappa}^{(n)}$, попутно замечая, что хотя бы из соображений размерности, значения $C_{0\kappa}^{(n)}$ не зависят от коэффициента a в показателе функции Гаусса (2.11).

Приложение II.

Розыгрыш звезд по модели цилиндрического фазового объема был предложен в работе Ван-Хова [77]. Его суть заключается в независимом розыгрыше поперечных $\vec{r}_i(x_i, y_i)$ и продольных z_i компонент импульсов вторичных частиц n -частичного конечного состояния реакции

$$a + b \rightarrow 1 + 2 + \dots + n, \quad (\text{П.14})$$

основываясь на экспериментально установленном факте малости поперечного импульса по сравнению с продольным (здесь и далее все величины в системе центра масс столкновения). Запишем интеграл состояния реакции (П.14) в виде

$$S = \int \prod_{\kappa=1}^n \frac{d^3 \vec{p}_\kappa}{E_\kappa} \delta^{(3)}\left(\sum_{\kappa=1}^n \vec{p}_\kappa\right) \delta\left(\sum_{\kappa=1}^n E_\kappa - E\right) \prod_{\kappa=1}^n \exp(-r_\kappa^2/2R^2). \quad (\text{П.15})$$

(Фактор $\exp(-r_\kappa^2/2R^2)$ учитывает ограниченность поперечного импульса и выбран в гауссовой форме). Для учета закона сохранения поперечного импульса Ван-Хов ввел матрицу O размерности $n \times n$, все строки которой ортогональны друг другу (см., например, [78] стр.394)

$$\sum_{i=1}^n O_{ij} O_{ik} = \delta_{jk}, \quad (\text{П.16})$$

а каждый элемент определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} O_{i\kappa} &= [i(i+1)]^{-1/2} & 1 \leq \kappa \leq i \leq n-1, \\ O_{i(i+1)} &= -i [i(i+1)]^{-1/2} & 1 \leq i \leq n-1, \\ O_{n\kappa} &= n^{-1/2} & 1 \leq \kappa \leq n, \\ O_{i\kappa} &= 0 & \kappa > i+1. \end{aligned} \quad (\text{П.17})$$

У такой матрицы $\det \|O\| = 1$; $\sum_{i=1}^n O_{ij} = 0$ ($j < n$) или \sqrt{n} ($j = n$). Теперь, если ввести новые переменные ξ_j ($j = \overline{1, n}$) с помощью матрицы O : $x_\kappa = \sum_{j=1}^n O_{\kappa j} \xi_j$, то $\sum_{\kappa=1}^n x_\kappa = \xi_n \sqrt{n}$. Поэтому

$$\begin{aligned} \prod_{\kappa=1}^n dx_\kappa \delta\left(\sum_{\kappa=1}^n x_\kappa\right) &= \det \|O\| d\xi_1 \dots d\xi_n \delta(\xi_n \sqrt{n}) = \\ &= n^{-1/2} \prod_{j=1}^{n-1} d\xi_j, \end{aligned} \quad (\text{П.18})$$

а при замене $\xi_n \rightarrow x_n$ последнюю строку матрицы можно не использовать

$$x_\kappa = \sum_{j=1}^{n-1} O_{\kappa j} \xi_j \quad \kappa = \overline{1, n} \quad (\text{П.19})$$

Аналогично введем η_j с помощью $y_\kappa = \sum_{j=1}^{n-1} O_{\kappa j} \eta_j$.

Ввиду ортонормированности строк матрицы

$$\sum_{\kappa=1}^n z_\kappa^2 = \sum_{\kappa=1}^n (x_\kappa^2 + y_\kappa^2) = \sum_{j=1}^{n-1} (\xi_j^2 + \eta_j^2) = \sum_{j=1}^{n-1} (\xi_j^2 + \eta_j^2). \quad (\text{П.20})$$

Следовательно "поперечную" часть интеграла состояния получим в виде

$$\begin{aligned} S' &= \int \prod_{\kappa=1}^n d\vec{z}_\kappa \delta\left(\sum_{\kappa=1}^n \vec{z}_\kappa\right) \exp\left(-\frac{1}{2R^2} \sum_{\kappa=1}^n z_\kappa^2\right) = \\ &= \frac{1}{n} \int \prod_{j=1}^{n-1} d\xi_j d\eta_j \exp\left(-\frac{\xi_j^2 + \eta_j^2}{2R^2}\right). \end{aligned} \quad (\text{П.21})$$

Такое распределение легко получить, разыгрывая на ЭВМ случайные числа по нормальному закону с дисперсией R . Разыграв \vec{z}_i , вычисляем для каждой частицы "продольную" массу

$$\mu^2 = E_i^2 - \vec{z}_i^2 = m_i^2 + z_i^2. \quad (\text{П.22})$$

Оставшийся интеграл состояний будет

$$S'' = \int \prod_{\kappa=1}^n \frac{dz_\kappa}{2E_\kappa} \delta\left(\sum_{\kappa=1}^n z_\kappa\right) \delta\left(\sum_{\kappa=1}^n E_\kappa - E\right). \quad (\text{П.23})$$

Далее, при помощи $n-1$ случайного числа λ_j , распределенного по нормальному закону, и матрицы O_{kj} разыгрываются n компонент продольного импульса z_k , удовлетворяющих закону сохранения импульса. Чтобы удовлетворить закону сохранения энергии, решается уравнение

$$\sum_{k=1}^n (\mu_k^2 + q^2 z_k^2)^{1/2} = E \quad (\text{П.24})$$

относительно q и на корень этого уравнения q_0 умножаются продольные импульсы $q_i = q_0 z_i$.

Вес полученного состояния равен

$$K_n = \frac{1}{n^{3/2}} \frac{1}{(2\pi R^2)^{n-1}} \frac{2\pi^{n/2}}{\Gamma(\frac{n-1}{2})} q_0^{n-2} F, \quad (\text{П.25})$$

где

$$F = \left[\frac{\partial}{\partial q} \sum_{k=1}^n [\mu_k^2 + q^2 z_k^2]^{1/2} \right]_{q=q_0}^{-1} \quad (\text{П.26})$$

Чтобы получить звезды веса единицы проводилась браковка [78], то есть вес каждой звезды сравнивался с αM :

$$K_n \geq \alpha M, \quad (\text{П.27})$$

где α - случайное число равномерно распределенное в $[0, 1]$,

M - число, заведомо превышающее возможные K_n . При невыполнении условия (П.27) звезда отбрасывалась, при выполнении ей присваивался вес равный 1 и звезда направлялась на обработку.

Для получения звезд с фиксированным числом заряженных частиц n_{ch} разыгрывались по очереди звезды с $n = n_{ch}$; $n = n_{ch} + 1$ с "отбрасыванием" одной частицы случайным образом; $n_{ch} + 2$ - "отбрасывались" две частицы и так далее. Число звезд с различными n_0 задавались распределением

$$N_{\text{sch}}(n_0) = N_{\text{sch}} W(n_0)$$

(П.28.)

$$W(n_0) = (1 - \omega)^{N_{\text{sch}}} \omega^{n_0} C_{N_{\text{sch}} - n_0 - 1}^{n_0}$$

где N_{sch} - заданное число звезд при данном N_{sch} ,
 $\omega = \frac{\langle n_0 \rangle}{N_{\text{sch}}}$ - вероятность частице быть нейтральной,
 $\langle n_0 \rangle$ - среднее число нейтральных частиц, взято из об-
зора Витмора [69] при каждом N_{sch} и ρ_0 . Использованное
нами "усеченное" биномиальное распределение (П.28) по n_0
при фиксированных N_{sch} довольно близко к пуассоновскому, а
при больших \bar{n}_0 - и к гауссовому распределению, обычно ис-
пользуемым при моделировании полумиклозивных реакций (см., на-
пример, [87]).

ЛИТЕРАТУРА.

1. W.Ко, Prepr. UCD-PPL-7-17-74 Invited Talk at London Conf 1974.
2. В.Г.Гришин и др., ОИЯИ, PI-7854, Дубна, 1974.
3. Е.О.Абдрахманов и др., ОИЯИ, PI-8269, Дубна, 1974.
4. В.В.Бабинцев и др. "Имплозивные и полупимпловизивные двухчастичные корреляции в pp-соударениях при 69 Гэв/с", сотрудничество СССР - Франция, доклад на конференции в Лондоне, 1974.
5. R.Singer et.al., ANL/HEP 7368, 1973.
6. R.Singer et.al., ANL/HEP 7369, 1973.
7. A.Bialas, Preprint TH 1745 - CERN, 1973.
8. J.Ranft, Preprint BG 109/39/74, Invited Talk at Leipzig Simp., 1974.
9. S.Amendolia et.al., Phys.Lett. 48B, 359, 1974.
10. H.Dibon et.al., Phys.Lett., 44B, 313, 1973.
11. J.Allaby et.al., Invited talk at London Conf., 1974.
12. A.Mueller, Phys.Rev., D4, 150, 1971.
13. R.Arnold, G.Thomas, ANL/HEP/ 7401, 1974.
14. L.Caneschi, CERN-TH-1826, 1974.
15. G.Ranft, J.Ranft, Phys.Lett. , 49B, 286, 1974.
16. E.Berger, CERN-TH-1816, 1974.
17. F.Hayot, M.Le Bellac, Preprint UM-HB-74-7, 1974.
18. H.Braun et.al., Strasbourg preprint CBH-73-1, 1973.
19. W.Shephard, Notre Dame preprint, 1972.
20. J.Friedman et.al., Phys.Rev.Lett, 28, 191, 1972.
21. M.Pratap, J.Shaw, Phys.Rev. D8, 3938, 1973.
22. Е.О.Абдрахманов и др., ОИЯИ, PI-7543, Дубна, 1973.
23. R.Blutner et.al., KMU/HEP-74-4, 1974.
24. C.Bromberg et.al., UR-460, 1973.
25. H.Boggild, T.Ferbel, UR-479, 1974.

26. A.Krzywicki, Nucl.Phys., B58, 633, 1973.
27. K.Gottfried, TH. 1615-CERN, 1973.
28. A.Mueller, Phys.Rev., D2, 2933, 1970.
29. S.Pinsky, G.Thomas, ANL/HEP-7345, 1973.
30. J.Freeman, C.Quigg, Phys.Lett., 39B, 1973.
31. R.Berger et.al., Phys.Rev., D7, 2080, 1973.
32. M.Pratap et.al., Phys.Rev.Lett., 33, 797, 1974.
33. G.Ranft, Lett. al Nuovo Cim., 10, 485, 1974.
34. A.Bialas et.al., Nucl.Phys., B48, 237, 1972.
35. A.Bialas et.al., Phys.Lett., 39B, 211, 1972.
36. A.Bialas et.al., Nucl.Phys., B43, 413, 1972.
37. R.Roberts, D.Roy, Rutherford prepr. (July 1973).
38. M.Le Bellac et.al., Invited Talk at Pavia Simp., 1973.
39. R.Hagedorn, Nuovo Cim.Suppl., 3, 147, 1965.
40. S.Pokorski, L.Van Hove, TH. 1772-CERN, 1973.
41. G.Ranft, J.Ranft, Phys.Lett., 45B, 43, 1973.
42. A.Krzywicki, LPTHE-73/33, 1973.
43. E.Berger et.al., Phys.Lett., 43B, 132, 1973.
44. A.Bialas et.al., Phys.Lett., 45B, 337, 1973.
45. P.Pirilä, S.Pokorski, TH. 1686-CERN, 1973.
46. T.Lundbom et.al., Phys.Lett., 48B, 449, 1974.
47. Ш.Абдужамиллов и др., ЖЭТФ, 45, 407, 1963.
48. С.А.Азимов, Г.М.Чернов "Статистические методы в физике высоких энергий", Ташкент, "ФАН", 1970.
49. M.Forster et.al., Phys.Rev., D6, 3135, 1972.
50. G.Casconi, Nuovo Cim., 57A, 837, 1968.
51. А.П.Мишакова, Б.А.Никольский, ЖЭТФ, 42, 1213, 1962.
52. Г.М.Чернов, Изв. АН УзССР, сер. физ-мат., 11, 69, 1974.

53. С.А.Азимов и др., Изв. АН СССР, сер. физ., 34, 1912, 1970;
в сб. "Взаимодействие частиц высокой энергии с нуклонами
и ядрами", Ташкент, " ФАН ", 1972, стр.185.
54. С.А.Азимов и др., Изв. АН УзССР, сер. физ-мат., №4, 69,
1973.
55. АДКЕМТУ - сотрудничество, *Phys.Lett.*, 39B, 282, 1972;
Сообщ. ОИЯИ, PI-6504, Дубна, 1972.
56. С.А.Азимов и др., Изв. АН УзССР, сер. физ-мат., №6, 38,
1974.
57. С.А.Азимов и др., Изв. АН УзССР, сер. физ-мат., №1, 51,
1974.
58. АБДКМСТУ - сотрудничество, *Phys.Lett.*, 31B, 237, 1970;
Сообщ. ОИЯИ, PI-5072, Дубна, 1970.
59. АЛМТ - сотрудничество, Письма в ЖЭТФ, 17, 655, 1973;
Изв. АН СССР, сер. физ., 38, 923, 1974.
60. И.М.Граменицкий, ОИЯИ, №553, Дубна, 1963.
61. С.А.Азимов и др., Ядерная физика, 14, 137, 1971.
62. G.Giacomelli et.al., FERMILAB-Pub-74/106-EXP, 1974.
63. H.Grässler et.al., CERN/D. Ph. II/PHYS-74-28, 1974.
- ✓ 64. R.Slansky, *Nucl.Phys.*, B73, 477, 1974.
65. J.Hanlon et.al., *Phys.lett.*, 46B, 415, 1973.
66. T.Lundlam, R.Slansky, *Phys.Rev.*, D8, 1408, 1973.
67. W.Ко, *Phys.Rev.Lett.*, 28, №14, 935, 1972.
68. И.В.Душин-Барковский, Н.В.Смирнов, "Теория вероятностей
и математическая статистика в технике" (общая часть),
Гос. Изд. техн. теор. литературы, Москва, 1955.
69. J.Whitmore, NAL-Pub-73/70-EXP, 1973.
70. АЛМТ - сотрудничество, Препр. ФИАН, №9, 1975;
Ядерная физика, 19, 1046, 1974.

71. С.А.Азимов и др., ДАН УзССР, №II, 23, 1974.
72. J.Fridman et.al., Phys.Rev.Lett., 28, 191, 1972.
73. F.Duimio, G.Marchesini, Nukl.Phys., B48, 378, 1972.
74. Л.Э.Генденштейн, Письма в ЖЭТФ, 17, 37, 1973.
75. E.Berger et.al., Phys.Rev., D6, 2580, 1972.
76. И.С.Градштейн, И.М.Рывкич, "Таблицы интегралов, сумм, рядов, и произведений" Гос. Изд. физ-мат. литературы, Москва, 1962.
77. W.Kittel, L.Van Hove, Computer Phys.Commun., 1, 425, 1970.
78. Г.И.Копылов "Основы кинематики резонансов", "Наука", Москва, 1970.
79. Е.Л.Фейнберг, в сб. "Проблемы теоретической физики", "Наука", Москва, 1972.
80. A.Dag, J.Vary, Phys.Rev., D6, 2412, 1972.
81. О.В.Канчели, Письма в ЖЭТФ, 18, 465, 1973.
82. P.Fishbane, J.Trefil, Phys.Rev., D6, 1467, 1973.
83. K.Gottfried, TH.1735-CERN, 1973.
84. Б.Н.Калинкин, В.Л.Емнин, Сообщ. ОИЯИ, P2-7869, P2-7870, P2-7871, Дубна, 1974.
85. В.С.Барашенков, В.Д.Тонеев, "Взаимодействия высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами", Атомиздат, Москва, 1972.
86. З.В.Анзон и др., Письма в ЖЭТФ, 14, 405, 1971.
87. Г.И.Копылов и др., Сообщ. ОИЯИ, P1-7696, Дубна, 1974.
88. K.M.Abdо et.al., E1-7548, Dubna, 1973.
89. BEFBILLMNOPRSV - collaboration, Phys.Lett.B48, 467, 1974.
90. С.А.Азимов и др., Ядерная физика, 7, 604, 1968.
91. Н.В.Масленникова и др., Кр. сообщ. по физике, №2, 16, 1974; №7, 22, 1974.

92. С.А.Азимов и др., ДАН УзССР, №11, 23, 1974.
93. С.А.Азимов, А.И.Бондаренко, К.Г.Гуламов, В.И.Петров, Т.Т.Рискиев, Т.П.Трофимова, Л.П.Чернова, Г.М.Чернов, Письма в ЖЭТФ, 17, 659, 1973.
94. А.И.Бондаренко, Г.М.Чернов, ДАН УзССР, №6, 17, 1974.
95. А.И.Бондаренко, Г.М.Чернов, Тезисы докладов II республиканской конференции молодых физиков, "ФАН", Ташкент, 1974, стр.24.
96. А.И.Бондаренко, В.И.Петров, Г.М.Чернов, там же, стр.27.
97. С.А.Азимов, А.И.Бондаренко, К.Г.Гуламов, В.Ш.Навотный, В.И.Петров, Т.Т.Рискиев, Т.П.Трофимова, Л.П.Чернова, Г.М.Чернов, Изв. АН УзССР, №1, 84, 1975.
98. С.А.Азимов, А.И.Бондаренко, К.Г.Гуламов, Т.Т.Рискиев, Л.П.Чернова, Г.М.Чернов, Изв. АН УзССР, №2, 56, 1975.