Б. М. ЯВОРСКИЙ, А. А. ПИНСКИЙ

ОСНОВЫ ФИЗИКИ

Том 2

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА; КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ;
ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ,
МОЛЕКУЛ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ; ФИЗИКА ЯДРА
И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

ЛИЧНАЯ БИБЛИОТЕКА
ПОЛЯКОВА Ф.Б.
FELIX B. POLYAKOV
PRIVATE LIBRARY OF

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1978

9
11
26
33
45
57
73
3

530.1
Я 22
УДК 378.10 (075.4)

АННОТАЦИЯ

Во втором томе «Основ физики» рассмотрены основы электродинамики, учение о колебательных и волновых процессах, излагая сетку, основы современных представлений о физике атомов, молекул, твердых тел и об их важнейших свойствах. Все разделы, рассматриваемые во втором томе, так же как и в первом, органически связаны с теорией относительности и квантовой механикой. От читателя требуется основательное знание математики и физики в объеме неполной средней школы. Работа над книгой поможет школьникам изучить курс физики достаточно углубленно и на современном уровне. «Основы физики» — это не книга для развлекательного чтения: работа над книгой потребует от читателя серьезных усилий.

Книга предназначена для учащихся старших классов средней школы. Она может быть также полезна в качестве пособия для углубленного изучения физики при подготовке в вузы. Книга представляет интерес для студентов вузов, преподавателей физики школ и техникумов.

8-3-1
165-71

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 9

Часть пятая. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Глава 1. **Поле неподвижных зарядов в вакууме** 11

§ 1.1. Силовые линии (11). § 1.2. Эквипотенциальные поверхности (12). § 1.3. Связь между напряженностью и потенциалом (13). § 1.4. Диполь в электрическом поле (15). § 1.5. Плоский конденсатор (18). § 1.6. Электроемкость (19). § 1.7. Энергия поля. Плотность энергии (21). § 1.8. Сила взаимодействия между пластинами конденсатора (26). § 1.9. Проводник в электрическом поле (27). § 1.10. Сегнетоэлектрики и электреты (32).

Глава 2. **Диэлектрики** 28

§ 2.1. Электрическое поле при наличии диэлектрика (28). § 2.2. Диэлектрическая проницаемость (32). § 2.3. Электрическая восприимчивость (34). § 2.4. Энергия поля в диэлектрике (36). § 2.5. Деформация диэлектрика (38). § 2.6. Ориентационная поляризуемость (42).

Глава 3. **Постоянный ток** 35

§ 3.1. Стороннее поле. Электродвижущая сила (45). § 3.2. Сила тока и плотность тока (47). § 3.3. Закон Ома для однородного участка цепи (50). § 3.4. Сопротивление (52). § 3.5. Закон Ома в дифференциальной форме (54). § 3.6. Закон Ома для неоднородного участка цепи и для замкнутой цепи (55). § 3.7. Закон Джоуля — Ленца (58). § 3.8. Зарядка и разрядка конденсатора (64).

Глава 4. **Магнитное поле в вакууме** 45

§ 4.1. Взаимодействие токов. Магнитные силы (45). § 4.2. Закон преобразования электрического поступка и поперечной силы (48). § 4.3. Взаимодействие между движущимися зарядами (48). § 4.4. Вектор индукции магнитного поля. Силовые линии (49). § 4.5. Магнитное поле кругового тока (51). § 4.6. Магнитный момент (53). § 4.7. Напряженность магнитного поля (55). § 4.8. Магнитное поле соленоида (56).

Глава 5. **Заряды и токи в магнитном поле** 57

§ 5.1. Сила Лоренца (57). § 5.2. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле (58). § 5.3. Определение знака заряда элементарных частиц (60). § 5.4. Пондеромотор (61). § 5.5. Энергия системы и условие электростатики (62). § 5.6. Синхрофазотрон (66). § 5.7. Удельный заряд электрона (68). § 5.8. Удельный заряд ионов (70). § 5.9. Проводник с током в магнитном поле (71). § 5.10. Рамка с током в магнитном поле (74).

Глава 6. **Магнетики** 73

§ 6.1. Три типа магнетиков (73). § 6.2. Магнитный момент атома (73). § 6.3. Величины, характеризующие магнитное поле в веществе (76).

§ 6.4. Диамагнетизм (75). § 6.5. Парамагнетизм (80). § 6.6. Ферромагнетизм. Точка Кюри (82). § 6.7. Гистерезис (85). § 6.8. Доменная структура ферромагнетиков (87). § 6.9. Опыт Эйнштейна и де-Гааза (90). § 6.10. Опыт Штерна и Герлаха (91). § 6.11. Спин электрона (93). § 6.12. Антиферромагнетизм (94).

Глава 7. **Электромагнитная индукция** 97

§ 7.1. Открытие Фарадея (97). § 7.2. Явление электромагнитной индукции и сила Лоренца (98). § 7.3. Электродвижущая сила индукции (100). § 7.4. Явление индукции в неподвижном проводнике (100). § 7.5. Напряженность индуцированного поля (101). § 7.6. Электромагнитное поле в системе относительности (102). § 7.7. Закон индукции Фарадея (103). § 7.8. Правило Ленца (103). § 7.9. Электромагнитная индукция и закон сохранения энергии (106). § 7.10. Самоиндукция (106). § 7.11. Энергия электромагнитного поля (108). § 7.12. Включение цепи с индуктивностью (109).

Глава 8. **Электропроводность твердых тел** 117

§ 8.1. Экспериментальные основы электронной теории проводимости металлов (113). § 8.2. Эффект Холла (113). § 8.3. Электронный газ (116). § 8.4. Вывод закона Ома из электронной теории (117). § 8.5. Электропроводность металлов в полуклассической теории (119). § 8.6. Закон Джоуля — Ленца (120). § 8.7. Контактная разность потенциалов (121). § 8.8. Термоэлектричество (122). § 8.9. Работа выхода (125).

Глава 9. **Теплоемкость и теплопроводность твердых тел** 127

§ 9.1. Теплоемкость (127). § 9.2. Теплоемкость металлов (129). § 9.3. Теплопроводность диэлектриков (130). § 9.4. Теплопроводность металлов (133).

Глава 10. **Электропроводность электролитов** 135

§ 10.1. Электролитическая диссоциация (135). § 10.2. Закон Ома и электродвижущая электролитов (137). § 10.3. Законы Фарадея (138). § 10.4. Вторичные реакции и применение электролиза (139). § 10.5. Гальванический элемент (141). § 10.6. Аккумуляторы (143).

Глава 11. **Ток в вакууме** 143

§ 11.1. Термоэлектронная эмиссия (143). § 11.2. Диод и его характеристика (144). § 11.3. Триод и его характеристики (147). § 11.4. Электронно-лучевая трубка (148).

Глава 12. **Ток в газах** 150

§ 12.1. Ионизация и рекомбинация (150). § 12.2. Несамостоятельный разряд (151). § 12.3. Ударная ионизация (154). § 12.4. Опыты Гейгера — Мюллера (156). § 12.5. Самостоятельный разряд. Плазма (157). § 12.6. Тлеющий разряд (159). § 12.7. Плазма в магнитном поле (161). § 12.8. Способы удержания плазмы (164). § 12.9. МГД-генератор (166).

Часть шестая. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Глава 13. **Гармонические колебания** 169

§ 13.1. Гармонический осциллятор (169). § 13.2. Частота и период колебаний (171). § 13.3. Энергия гармонического осциллятора (172). § 13.4. Запись колебаний (173). § 13.5. Сложение колебаний одинаковой частоты (177). § 13.6. Векторные диаграммы (178).

Глава 14. **Гармонический анализ** 180

§ 14.1. Сложение колебаний с близкими частотами (180). § 14.2. Модулированные колебания (181). § 14.3. Сложение колебаний с кратными частотами (183). § 14.4. Разложение Фурье. Спектр (183).

Глава 15. **Свободные колебания** 185

§ 15.1. Пружинный маятник (185). § 15.2. Степень затухания. Добротность (190). § 15.3. Математический маятник (188). § 15.4. Физический маятник (189). § 15.5. Колебательный контур (190). § 15.6. Энергия, собственная частота и добротность контура (192). § 15.7. Единый подход к изучению колебаний (193).

Глава 16. **Автоколебания** 195

§ 16.1. Автоколебательные системы (195). § 16.2. Часы (197). § 16.3. Ламповый генератор (198). § 16.4. Самовозбуждение автоколебаний (198).

Глава 17. **Вынужденные колебания** 200

§ 17.1. Синусоидальная вынуждающая сила (200). § 17.2. Резонанс (202). § 17.3. Резонанс и гармонический анализ (205). § 17.4. Полуширина резонансной кривой. Избирательность (206). § 17.5. Процесс установления вынужденных колебаний (206). § 17.6. Установление колебаний при резонансе (208). § 17.7. Прием ультразвуковых импульсов (208). § 17.8. Синхронизация. Неопределенность для частоты и времени (209).

Глава 18. **Переменный ток** 209

§ 18.1. Синхронный генератор переменного тока (209). § 18.2. Цепь переменного тока (211). § 18.3. Активное сопротивление (213). § 18.4. Действующие значения тока и напряжения (213). § 18.5. Емкостное сопротивление (214). § 18.6. Индуктивное сопротивление (215). § 18.7. Закон Ома для цепи переменного тока (216). § 18.8. Мощность переменного тока (217). § 18.9. Трансформатор (218). § 18.10. Передача энергии на расстояние (220). § 18.11. Вращающееся магнитное поле (221). § 18.12. Синхронный и асинхронный двигатели (221).

Глава 19. **Упругие волны** 223

§ 19.1. Поперечные и продольные волны (223). § 19.2. Скорость упругих волн (225). § 19.3. Энергия и интенсивность волны (226). § 19.4. Затухание волн (227).

Глава 20. **Уравнение волны** 229

§ 20.1. Длина волны (229). § 20.2. Уравнение плоской волны (230). § 20.3. Уравнение сферической волны (232). § 20.4. Эффект Доплера в акустике (233). § 20.5. Отражение и преломление волн (234). § 20.6. Коэффициенты отражения и прозрачности (237).

Глава 21. **Интерференция и дифракция** 238

§ 21.1. Принцип суперпозиции (238). § 21.2. Стоячие волны (239). § 21.3. Собственные частоты (241). § 21.4. Интерференция (242). § 21.5. Интерференция от двух источников (244). § 21.6. Интерференция от нескольких источников (247). § 21.7. Когерентность и монохроматичность (249). § 21.8. Дифракция (250). § 21.9. Дифракция на прямоугольной щели (251).

Глава 22. **Элементы акустики** 253

§ 22.1. Характеристики звука (253). § 22.2. Источники звука (256). § 22.3. Ультразвуковые преобразователи (258). § 22.4. Приемники звука (260). § 22.5. Эхо (261). § 22.6. Особенности инфра- и ультразвуков (263).

Глава 23. **Электромагнитные волны** 265

§ 23.1. Скорость электромагнитных волн (266). § 23.2. Плоские электромагнитные волны (267). § 23.3. Стоячие волны (268). § 23.4. Излучение электромагнитных волн электрическим диполем (270). § 23.5. Излучение колеблющихся зарядов и диполя (270). § 23.6. Излучение ускоренно движущегося заряда (273). § 23.7. Излучение Вавилова — Черенкова (275). § 23.8. Эффект Доплера в оптике (276).

Глава 24. **Элементы радиотехники** 278

§ 24.1. Радиосвязь (278). § 24.2. Радиовещание (280). § 24.3. Телевидение (281). § 24.4. Ламповый усилитель (282). § 24.5. Детектирование (модуляция) (284).

Глава 25. **Интерференция света** 293

§ 25.1. Шкала электромагнитных волн (295). § 25.2. Волновой пучок. Световой вектор (297). § 25.3. Геометрическая длина пути. Оптическая длина пути. Оптическая разность хода (298). § 25.4. Монохроматичность (299). § 25.5. Когерентность (299). § 25.6. Интерференция света (300). § 25.7. Расчет интерференционной картины (302). § 25.8. Интерферометр Майкельсона (305). § 25.9. Применения интерференции (306).

Глава 26. **Дифракция света** 309

§ 26.1. Дифракция на одной щели (309). § 26.2. Дифракционная решетка (312). § 26.3. Условия ширины главного максимума (314). § 26.4. Разрешающая способность решетки (316). § 26.5. Дифракция рентгеновских лучей (316). § 26.6. Дифракция в трехмерной решетке (317). § 26.7. Рентгеноструктурный анализ (319). § 26.8. Голография (321).

Глава 27. **Дисперсия и поглощение** 323

§ 27.1. Показатель преломления света (321). § 27.2. Коэффициенты отражения и прозрачности (325). § 27.3. Дисперсия (326). § 27.4. Дисперсия в электронных представлениях (328). § 27.5. Электронная теория дисперсии (329). § 27.6. Нормальная и аномальная дисперсии (329). § 27.7. Поглощение света (332). § 27.8. Фазовая и групповая скорости (333). § 27.9. Измерение скорости света (335).

Глава 28. **Поляризация света** 337

§ 28.1. Поляризованный и естественный свет (337). § 28.2. Анализатор. Закон Малюса (338). § 28.3. Двойное лучепреломление (339). § 28.4. Призмы полного лучепреломления. Поляризатор и анализатор Николя (341). § 28.5. Поляроиды — поляризатор и анализатор кроме (341). § 28.6. Вращение плоскости поляризации (336). § 28.7. Оптическая активность в жидкостях (348).

Глава 29. **Геометрическая (лучевая) оптика** 349

§ 29.1. Основные законы геометрической оптики. Пучок и луч (349). § 29.2. Принцип Ферма. Законы отражения и преломления (341). § 29.3. Призма (344). § 29.4. Линза (345). § 29.5. Построение изображений в тонкой линзе (349). § 29.6. Формула тонкой линзы (350). § 29.7. Недостатки линз (351). § 29.8. Сферические зеркала (355). § 29.9. Фокусировка электронных пучков (353).

Глава 30. **Оптические приборы** 357

§ 30.1. Фотометрия (357). § 30.2. Глаз (361). § 30.3. Аккомодация. Близорукость и дальнозоркость (362). § 30.4. Угол зрения. Разрешающая способность (363). § 30.5. Лупа (366). § 30.6. Микроскоп (367). § 30.7. Телескопы (369). § 30.8. Разрешающая способность оптических приборов (370). § 30.9. Электронный микроскоп (373). § 30.10. Проекционная аппаратура (374). § 30.11. Ширина проекции (377). § 30.12. Спектральные приборы (378).

Часть седьмая. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ, МОЛЕКУЛ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Глава 31. **Тепловое излучение** 380

§ 31.1. Тепловое излучение (380). § 31.2. Законы излучения абсолютно черного тела (382). § 31.3. Идея Планка. Формула Планка для теплового излучения (385).

Глава 32. **Основы квантовой оптики** 387

§ 32.1. Фотоэлектрический эффект (387). § 32.2. Законы внешнего фотоэффекта (388). § 32.3. Понятие о квантовой теории света. Квантовое объяснение законов внешнего фотоэффекта (390). § 32.4. Фотохимическое действие света (391). § 32.5. Масса и импульс фотона. Световое давление. Квантовая точка зрения (395). § 32.6. Понятие об эффекте Комптона (400). § 32.7. Двойственная корпускулярно-волновая природа света (404).

Глава 33. **Волновые свойства частиц вещества** 407

§ 33.1. Дискретная корпускулярно-волновая природа частиц вещества (407). § 33.2. Волновые свойства электронов, атомов и молекул (413). § 33.3. Физический смысл волн де-Бройля (417).

Глава 34. **Понятие о квантовой механике** 419

§ 34.1. Понятие о волновой функции (419). § 34.2. Соотношения неопределенностей Гейзенберга (423). § 34.3. Движение свободной частицы (425). § 34.4. Частица в потенциальной яме прямоугольной формы (430). § 34.5. Линейный гармонический осциллятор (431). § 34.6. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер (433).

Глава 35. **Водородоподобные системы по Бору** 443

§ 35.1. Ядерная модель атома Резерфорда (443). § 35.2. Трудности классического объяснения ядерной модели атома Резерфорда (447). § 35.3. Линейчатый спектр атома водорода (449). § 35.4. Постулаты Бора (453). § 35.5. Квантование энергии и значение постоянной Ридберга в теории Бора (456). § 35.6. Опыты Франка и Герца (459).

Глава 36. **Водородоподобные системы в квантовой механике** 462

§ 36.1. Квантование энергии электрона атома водорода в квантовой механике (462). § 36.2. Квантовые числа (466). § 36.3. Физический смысл квантовых чисел. Орбиты в квантовой механике (467). § 36.4. Пространственное квантование (468). § 36.5. Еще о спине электрона (470). § 36.6. Тонкая структура спектральных линий (473). § 36.7. Квантовомеханический смысл постулатов Бора (475). § 36.8. Спонтанное и вынужденное излучения и поглощение света (477). § 36.9. Понятие о вынужденном (индуцированном) излучении света (481).

Глава 37. **Многоэлектронные атомы** 483

§ 37.1. Принцип Паули (483). § 37.2. Периодическая система элементов Менделеева (486). § 37.3. Тормозное рентгеновское излучение (492). § 37.4. Характеристическое рентгеновское излучение (496).

Глава 38. **Строение и спектры молекул** 500

§ 38.1. Общая характеристика химических связей (500). § 38.2. Молекулы (502). § 38.3. Молекула с неполярной химической связью (505). § 38.4. Понятие о молекулярных спектрах (508).

Глава 39. **Электропроводность металлов в современной теории** 511

§ 39.1. Недостатки классической теории электропроводности металлов (511). § 39.2. Кинетическая энергия электронов в металле (514). § 39.3. Уровень Ферми для электронов в металле (515). § 39.4. Понятие об импульсном пространстве электронов в металле (517). § 39.5. Понятие о вырождении электронного газа в металле (520). § 39.6. Распределение электронов в металле по энергиям при абсолютном нуле (523). § 39.7. Влияние температуры на распределение электронов по энергиям (525). § 39.8. Теплоемкость вырожденного электронного газа (528). § 39.9. Понятие о квантовой теории электропроводности металлов (530). § 39.10. Явление сверхпроводимости (534).

Глава 40. **Элементы зонной теории кристаллов** 538

§ 40.1. Понятие о зонной теории твердых тел (538). § 40.2. Распределение энергетических уровней электронов в изолированных атомах и в кристаллах твердого тела (541). § 40.3. Расположение энергетических зон в кристалле (543). § 40.4. Внутренние и межзонные переходы электронов (544). § 40.4. Металлы и диэлектрики в зонной теории (546).

Глава 41. **Электрические свойства полупроводников** 549

§ 41.1. Собственная электронная проводимость полупроводников (549). § 41.2. Собственная дырочная проводимость полупроводников (552). § 41.3. Примесные электронные полупроводники (полупроводники n-типа) (553). § 41.4. Примесные дырочные полупроводники (полупроводники p-типа) (555).

Глава 42. **Физические процессы в полупроводниковых устройствах** 558

§ 42.1. Контактные явления на границе металлов (558). § 42.2. Выпрямление на контакте двух металлов (561). § 42.3. Выпрямление на границе металл — полупроводник (564). § 42.4. Выпрямление на границе электронного и дырочного перехода (564). § 42.5. Понятие о полупроводниковых триодах — транзисторах (567). § 42.6. Фотосопротивления и полупроводниковые фотоэлементы (569).

Глава 43. **Некоторые оптические свойства вещества** 571

§ 43.1. Комбинационное рассеяние света (571). § 43.2. Люминесценция (574). § 43.3. Отрицательное поглощение света (577). § 43.4. Оптические квантовые генераторы (582).

Часть восьмая. **ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ**

Глава 44. **Основные свойства и строение атомных ядер** 591

§ 44.1. Заряд и масса атомных ядер (591). § 44.2. Спин и магнитный момент ядер (593). § 44.3. Состав ядра (594). § 44.4. Энергия связи ядер. Дефект массы (595). § 44.5. Ядерные силы (601). § 44.6. Размеры ядер (611). § 44.7. Капельная модель ядра (612).

Глава 45. **Естественная радиоактивность** 616

§ 45.1. Общие сведения о радиоактивных излучениях (616). § 45.2. Открытие явления радиоактивных превращений (619). § 45.3. Правила смещения при радиоактивных превращениях (621). § 45.4. Активность и ее измерение (623). § 45.5. Закон радиоактивного распада (626). § 45.6. Статистический характер явления радиоактивного распада (630). § 45.7. Использование явления радиоактивности для измерения времени в геологии и археологии (627). § 45.8. Экспериментальные методы изучения радиоактивных излучений и частиц (630). § 45.9. Понятие о теории радиоактивного распада (635). § 45.10. Гамма-лучи (638). § 45.11. Эффект Мёссбауэра (643). § 45.12. Понятие о закономерностях β-распада (647).

Глава 46. **Искусственные превращения атомных ядер** 653

§ 46.1. Превращение азота в кислород. Открытие нейтрона (653). § 46.2. Искусственная радиоактивность (656). § 46.3. Возникновение и увеличение электронно-нейтронных пар (658). § 46.4. Составное ядро. Общая характеристика ядерных реакций (661). § 46.5. Понятие о взаимодействии нейтронов с веществом (664). § 46.6. Трансурановые элементы (666). § 46.7. Деление ядер (667). § 46.8. Энергия деления. Спонтанное деление ядер (672). § 46.9. Цепная реакция деления (678). § 46.10. Ядерные реакторы (678). § 46.11. Атомная бомба (684). § 46.12. Термоядерные реакции (685).

Глава 47. **Элементарные частицы** 691

§ 47.1. Два подхода к структуре элементарных частиц (691). § 47.2. Понятие о космических лучах и их свойствах (693). § 47.3. Мезоны (π-мезоны) и их свойства (697). § 47.4. Positon и мезоны и их свойства (700). § 47.5. Ускорительная экспериментальная техника (703). § 47.6. Странные частицы (K-мезоны) и гипероны (707). § 47.7. Античастицы (710). § 47.8. Структура нуклонов (722).

Заключение 728

Приложения 732

ПРЕДИСЛОВИЕ

Во втором томе «Основ физики» мы продолжили развитие основного замысла — показать органическую связь классической и современной физики. Этот замысел привел к необходимости пересмотреть не только содержание основного курса физики, но и методические подходы к его изложению. Многие вопросы классической физики, например магнитные явления, рассмотрены с использованием идей специальной теории относительности. Методика такого изложения предложена А. А. Пинским. Развивая единый подход к изучению колебательных и волновых процессов, мы показали волновую природу соотношения неопределенностей. Рассмотрены важнейшие идеи квантовой механики и показано, какую роль эти идеи сыграли в изучении строения и свойств атомов, молекул, твердых тел, атомного ядра и элементарных частиц. Естественно, что при таком подходе к курсу физики была изменена привычная последовательность изложения ряда разделов. Так, современные представления о строении, электрических и оптических свойствах твердых тел рассмотрены после изучения атомов и молекул. Мы стремились показать границы применимости тех или иных физических представлений, закономерную связь непрерывно развивающихся физических теорий.

При отборе материала мы руководствовались, в определенной мере, пересмотром содержания современного курса физики в средней и высшей школе. Все изложение проведено без привлечения высшей математики. Авторы стремились, жертвуя в некоторых случаях математической строгостью, обращать внимание на физический смысл рассматриваемых явлений и их взаимосвязей. Обширный материал, изложенный во втором томе, содержит многие разделы основного курса физики в старших классах средней школы. Материал книги может быть полезен при изучении целого

ряда школьных факультативных курсов по физике. Студенты высших учебных заведений найдут во втором томе «Основ физики» материал, относящийся к наиболее трудным разделам курса физики.

Авторы выражают глубокую благодарность рецензентам: профессору Ю. М. Кушниру, члену-корреспонденту АПН СССР доктору педагогических наук Н. М. Шахмаеву и Г. М. Ховрашову, прочитавшим рукопись второго тома и сделавшим ряд ценных замечаний.

Авторы признательны тем читателям первого тома «Основ физики», которые в своих письмах прислали полезные советы и замечания.

Отзывы и замечания по второму тому авторы просят присылать по адресу: Москва, В-71, Ленинский проспект 15, издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы.

Б. М. Яворский
А. А. Пинский

Москва — Калининград
1957—1970 гг.

ЧАСТЬ ПЯТАЯ

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

ГЛАВА 1

ПОЛЕ НЕПОДВИЖНЫХ ЗАРЯДОВ В ВАКУУМЕ

§ 1.1. Силовые линии

1. В первом томе данной книги (т. 1, §§ 10.1—10.6 и §§ 18.6—18.9) было рассмотрено взаимодействие точечных электрических зарядов и диполей в вакууме.

Поле неподвижных зарядов — *электростатическое поле* — характеризуется двумя физическими величинами: напряженностью E и потенциалом φ. Согласно определению вектор напряженности

$$E = \frac{F}{q}, \tag{1.1}$$

где q — пробный заряд, F — сила, действующая на пробный заряд в данной точке поля (т. 1, § 10.5). Потенциал

$$\varphi = \frac{U}{q}, \tag{1.2}$$

где U — потенциальная энергия пробного заряда в данной точке поля (т. 1, § 18.7).

2. Если поле создается точечным зарядом Q, то напряженность (т. 1, § 10.6)

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \tag{1.3}$$

и потенциал (т. 1, § 18.8)

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \tag{1.4}$$

3. Очень наглядную картину электрического поля можно получить по методу силовых линий, который предложил Фарадей.

Силовой линией (линией напряженности) называется некоторая линия (прямая или кривая), касательная к кото-

рой в каждой точке совпадает с направлением вектора напряженности. Силовой линии приписывается определенное направление, совпадающее с направлением вектора напряженности.

Если источником поля является точечный положительный заряд, то вектор напряженности направлен вдоль радиуса-вектора, если же источником поля служит отрицательный заряд, то вектор напряженности направлен в противоположную сторону (т. 1, рис. 10.7). Отсюда следует, что силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных.

4. Не следует приписывать силовым линиям большего смысла, чем просто наглядной картины поля. Нельзя считать, что поле как бы «состоит» из силовых линий (как щетка состоит из волосков),— на самом деле через любую точку поля можно провести силовую линию, так что силовых линий бесчисленное множество.

Не следует отождествлять силовые линии с траекториями движения зарядов в поле; дело в том, что по касательной к траектории направлен вектор скорости, а направление скорости далеко не всегда совпадает с направлением силы и тем самым — с направлением вектора напряженности. И конечно же недопустимо пытаться объяснить электрические явления с помощью «натяжения», «давления» и «взаимодействия» силовых линий, как это иногда прежде практиковалось в учебной литературе.

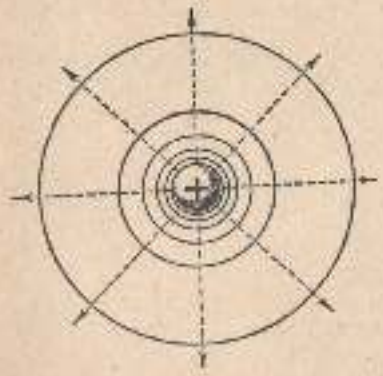


Рис. 1.1.

§ 1.2. Эквипотенциальные поверхности

1. Существует еще один метод изображения электростатических полей — метод *эквипотенциальных поверхностей*. Эквипотенциальной поверхностью называется некоторая поверхность, все точки которой имеют одинаковое значение потенциала.

Так, если источником поля является точечный заряд, то из (1.4) следует, что эквипотенциальными поверхностями здесь будет семейство концентрических сфер с центром в точке, где расположен заряд. На рис. 1.1 изображено плоское сечение этой системы эквипотенциальных поверхностей; пунктиром проведены силовые линии.

Как видно из рисунка, *направление силовой линии в каждой точке поля нормально эквипотенциальной поверхности*. Докажем, что это — общее свойство силовых линий, характерное для поля произвольного заряда или системы зарядов.

2. Для доказательства выберем на эквипотенциальной поверхности две близкие точки, расстояние между которыми равно Δl. Вычислим работу, которая совершается при перемещении заряда q между этими точками.

Как известно (т. 1, § 18.7), работа по перемещению заряда между двумя точками поля равна произведению величины заряда на разность потенциалов:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{1.5}$$

Работа эта равна нулю, поскольку точки лежат на одной эквипотенциальной поверхности и $\varphi_1 = \varphi_2$; с другой стороны, эта работа может быть выражена и так (т. 1, § 18.1):

$$A = F\,\Delta l \cos\alpha = qE\,\Delta l \cos\alpha. \tag{1.6}$$

Приравнивая оба выражения для работы, получим

$$qE\,\Delta l \cos\alpha = 0.$$

Но ни заряд, ни напряженность поля, ни расстояние между точками нулю не равны. Следовательно, $\cos\alpha = 0$, откуда вытекает, что $\alpha = \pi/2$. А так как это произвольные две точки эквипотенциальной поверхности, то отсюда следует, что вектор напряженности направлен по нормали к этой поверхности.

3. Полученный результат имеет очень важное значение. На основании данного свойства можно по известной системе эквипотенциальных поверхностей построить систему силовых линий и, наоборот, по известной системе силовых линий построить систему эквипотенциальных поверхностей.

Так, можно построить картину *однородного поля*. Поле называется однородным, если во всех его точках вектор напряженности имеет одинаковую величину и направление, т. е. $E = \text{const}$. Отсюда следует, что силовые линии во всех точках этого поля имеют одно и то же направление. А это возможно лишь в том случае, если они представляют собой систему параллельных прямых. Эквипотенциальные поверхности, соответственно, представляют собой систему

параллельных плоскостей, перпендикулярных силовым линиям (рис. 1.2).

4. По картине силовых линий можно судить и о том, как меняется поле от точки к точке. Так, в поле точечного заряда силовые линии расположены гуще вблизи заряда, т. е. там, где модуль вектора напряженности велик (рис. 1.1). Наоборот, в однородном поле, где напряженность во всех точках одна и та же, густота силовых линий не меняется (рис. 1.2).

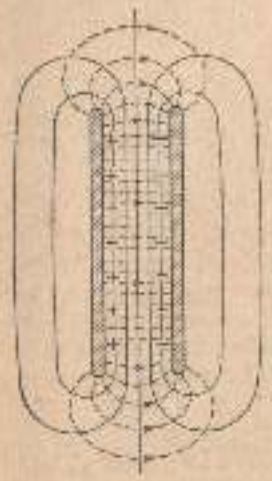


Рис. 1.2.

§ 1.3. Связь между напряженностью и потенциалом

1. Пусть в некоторой точке поля построен вектор напряженности $\boldsymbol{E}$ и проведена эквипотенциальная поверхность M_1N_1, все точки которой имеют одинаковый потенциал φ_1 (рис. 1.3). На небольшом расстоянии Δn проведем новую эквипотенциальную поверхность M_2N_2, все точки которой имеют потенциал φ_2.

Работу по перемещению пробного заряда q на участке Δn вычислим двумя способами, как это было сделано в предыдущем параграфе. Имеем

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qE\,\Delta n.$$

Отсюда следует

$$E = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta n} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta n}. \quad (1.7)$$

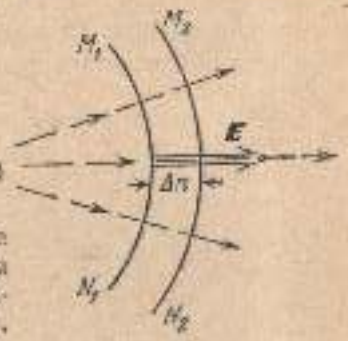


Рис. 1.3.

Здесь $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ — изменение потенциала при перемещении на расстояние Δn по нормали к эквипотенциальной поверхности, т. е. вдоль силовой линии.

Из (1.7) следует наименование единицы измерения напряженности электрического поля в системе СИ — *вольт на метр* (*в/м*).

2. Полученный результат является не совсем точным, поскольку по формуле $\Delta A = FA l \cos\alpha = F\Delta n$ можно рассчитать только элементарную работу — иными словами, работу силы на бесконечно малом перемещении. Точное равенство получим, перейдя в выражении (1.7) к пределу при условии, что перемещение Δn стремится к нулю:

$$E = -\lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta n}. \quad (1.8)$$

Итак, *напряженность электрического поля характеризует изменение потенциала на единице длины по направлению силовой линии*. Заметим, что вектор напряженности всегда направлен в сторону убывания потенциала.

3. В однородном поле напряженность поля является постоянной величиной, следовательно, в этом поле на заряд действует постоянная сила. Это позволяет пользоваться формулой (1.7) для любых достаточно длинных отрезков силовой линии. Итак, в однородном поле

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d. \quad (1.9)$$

§ 1.4. Диполь в электрическом поле

1. Пусть диполь (т. 1, § 10.4) находится в однородном электрическом поле, так что вектор момента диполя образует угол α с направлением вектора напряженности (рис. 1.4).

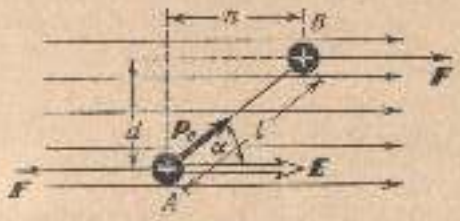


Рис. 1.4.

На диполь в данном случае действует пара сил. Момент этой пары равен произведению силы на плечо (т. 1, § 22.4): $M = Fd = qEl\sin\alpha$. Но так как $p_e = ql$, то окончательно имеем

$$M = p_e E \sin\alpha. \quad (1.10)$$

Итак, вращающий момент, действующий на диполь в электрическом поле, равен произведению электрического момента

диполя на напряженность поля и на синус угла между этими векторами.

Под действием вращающего момента сил диполь поворачивается и устанавливается так, что его электрический момент оказывается параллельным вектору напряженности поля. В таком положении как вращающий момент, так и равнодействующая электрических сил равны нулю, следовательно, диполь будет находиться в состоянии устойчивого равновесия. В этом же можно убедиться, вычислив энергию диполя.

2. Энергия диполя в электрическом поле есть сумма энергий обоих зарядов, из которых он состоит:

$$\mathscr{E} = U_A + U_B = q\varphi_B - q\varphi_A. \qquad (1.11)$$

Преобразовав несколько это выражение, получим

$$\mathscr{E} = -ql\frac{\varphi_A - \varphi_B}{h}\cdot\frac{h}{l}.$$

Здесь $ql = p_e$ — момент диполя, $(\varphi_A - \varphi_B)/h = E$ — напряженность поля и $h/l = \cos\alpha$ (см. рис. 1.4). Следовательно, энергия диполя в электрическом поле

$$\mathscr{E} = -p_e E\cos\alpha. \qquad (1.12)$$

Если угол $\alpha = 0$, то энергия диполя оказывается минимальной: $\mathscr{E}_{мин} = -p_e E$, а вращающий момент равным нулю. Это означает, что диполь находится в состоянии устойчивого равновесия (т. 1, §§ 19.6 и 22.5).

При $\alpha = \pi$ энергия диполя оказывается максимальной: $\mathscr{E}_{макс} = p_e E$, а вращающий момент в этом случае будет равен нулю. Этому положению диполя соответствует, как видно, состояние неустойчивого равновесия.

3. Ориентирующее действие электрического поля на диполь используется для получения наглядных картин электрических полей. Из металлической фольги вырезают модели электродов и наклеивают их на дно стеклянного сосуда. В сосуд наливают вязкую непроводящую жидкость (скипидар, глицерин, касторовое масло) и насыпают мелкие частицы, например стриженый волос, манную крупу и т. п. Затем между электродами создают большую разность потенциалов, порядка нескольких тысяч вольт. В электрическом поле частицы поляризуются, т. е. приобретают свойства миниатюрных диполей, и вытягиваются вдоль силовых

линий поля (рис. 1.5). Мы видим из приведенных рисунков (вычисленных по фотографиям), что вблизи заряженных шариков поле весьма неоднородное, а между параллельными пластинами возникает практически однородное поле, которое искажается только на краях.

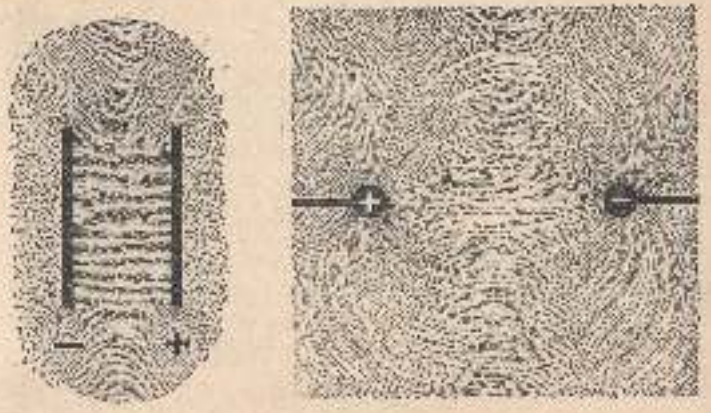


Рис. 1.5

4. В неоднородном поле на диполь, кроме вращающего момента, действует еще и равнодействующая сила. Причина заключается в том, что положительный и отрицательный заряды находятся в разных точках поля, имеющих различную напряженность (рис. 1.6).

Равнодействующая сила

$$F = F_A - F_B = qE_A - qE_B = q\frac{E_A - E_B}{l}. \qquad (1.13)$$

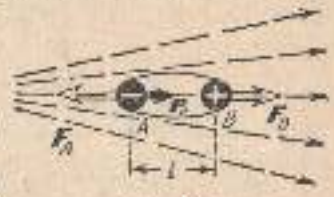


Рис. 1.6.

Но $ql = p_e$ есть момент диполя, $(E_A - E_B)/l = \Delta E/\Delta l$ — *градиент напряженности*, т. е. величина, характеризующая изменение напряженности поля на единице длины. Итак,

$$F = p_e\frac{\Delta E}{\Delta l}. \qquad (1.14)$$

Под действием этой силы диполь втягивается в область более сильного поля.

По этой же причине к заряженному телу притягиваются легкие предметы — клочки бумаги, пылинки, кусочки фольги и т. п. Под действием поля эти предметы приобретают дипольный момент, а затем уже втягиваются в область, где напряженность поля больше, т. е. ближе к наэлектризованному телу.

§ 1.5. Плоский конденсатор

1. Плоский конденсатор представляет собой систему из двух плоских параллельно расположенных металлических пластин площадью S каждая. Расстояние между пластинами d много меньше их линейных размеров. В этом случае пластины можно считать бесконечно большими и пренебречь искажениями поля на их краях.

Пусть заряд на одной из пластин равен q, на второй пластине находится равный по величине заряд, но противоположного знака. *Поверхностной плотностью* заряда σ называется отношение величины заряда к площади пластины:

$$\sigma = q/S. \tag{1.15}$$

Единица измерения поверхностной плотности в системе СИ: $[\sigma] = к/м^2$.

2. Поскольку поле между пластинами плоского конденсатора является однородным (рис. 1.2), то напряженность его во всех точках поля одна и та же. Опыт показывает, что напряженность поля пропорциональна поверхностной плотности заряда. Сравним размерности σ и E:

$$\frac{[\sigma]}{[E]} = \frac{к}{м^2} : \frac{в}{м} = \frac{м^2}{м^2 \cdot в}.$$

Но полученная размерность совпадает с размерностью электрической постоянной: $[\varepsilon_0] = [q^2/Fr^2] = к^2/н \cdot м^2$ (т. 1, § 10.3). Итак, $[\sigma]/[E] = [\varepsilon_0]$. Отсюда следует, что

$$\sigma = k\varepsilon_0 E, \tag{1.16}$$

где k — некоторый безразмерный коэффициент. В более строгих курсах доказывается, что в системе СИ $k = 1$. Следовательно, связь между поверхностной плотностью заряда и напряженностью поля плоского конденсатора выражается так:

$$\sigma = \varepsilon_0 E. \tag{1.17}$$

3. Найдем выражение для разности потенциалов между пластинами конденсатора. Согласно (1.9) имеем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed. \tag{1.18}$$

Подставив значения E и σ, получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} = \frac{qd}{\varepsilon_0 S}. \tag{1.19}$$

§ 1.6. Электроемкость

1. На примере плоского конденсатора видно, что разность потенциалов на его пластинах пропорциональна заряду пластин (1.19). Оказывается, что аналогичный результат получается для системы заряженных проводников произвольной формы. На этом основании вводится величина, называемая *электрической емкостью* системы (короче — электроемкостью). Электроемкостью системы проводников называется величина, численно равная отношению заряда к разности потенциалов:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \tag{1.20}$$

Для плоского конденсатора, как это следует из (1.19) и (1.20), электроемкость равна

$$C = \varepsilon_0 S/d. \tag{1.21}$$

2. Единицей измерения электроемкости в системе СИ служит *фарада* — это электроемкость конденсатора, у которого изменение заряда на 1 к вызывает изменение потенциала на 1 в:

$$1\ ф = \frac{1\ к}{1\ в}.$$

Конденсаторы, применяемые в радиотехнике, имеют электроемкости, значительно меньшие фарады. Поэтому для их маркировки применяют дольные единицы: микрофарады (1 $мкф = 10^{-6}$ ф) и пикофарады (1 $пф = 10^{-12}$ ф).

3. Из выражения (1.21) вытекает наименование (или размерность) электрической постоянной *фарада на метр*:

$$[\varepsilon_0] = [Cd/S] = ф \cdot м/м^2 = ф/м.$$

§ 1.7. Энергия поля. Плотность энергии

1. Вычислим энергию конденсатора с электроемкостью C, у которого разность потенциалов между пластинами $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. Заряды на его пластинах равны по величине,

но отличаются знаком: $q_1=-q$, $q_2=q$. Подставив эти величины в выражение (18.30) т. 1, получим

$$W=\frac{1}{2}(q_1\varphi_1+q_2\varphi_2)=\frac{q}{2}(\varphi_2-\varphi_1)=\frac{q\Delta\varphi}{2}. \qquad (1.22)$$

Учитывая, что $C=q/\varphi$ (1.20), получим окончательно

$$W=\frac{q\Delta q}{2}=\frac{C\Delta\varphi^2}{2}=\frac{q^2}{2C}. \qquad (1.23)$$

2. В рамках электростатики невозможно решить вопрос о том, где сосредоточена энергия: только ли на заряженных телах или во всех точках поля? Однако переменные поля могут существовать независимо от зарядов. При этом, как показывает опыт, переменные поля распространяются в виде электромагнитных волн, которые переносят энергию. Таким образом, само поле является носителем энергии.

Данную идею впервые высказал Максвелл. Он же ввел понятие о *плотности энергии* $w=W/V$ как о величине, численно равной отношению энергии W, содержащейся в некотором объеме V, к величине этого объема. Согласно Максвеллу, плотность энергии поля (в вакууме)

$$w_0=\frac{\varepsilon_0E^2}{2}. \qquad (1.24)$$

§ 1.8. Сила взаимодействия между пластинами конденсатора

1. Воспользовавшись выражением для энергии заряженного конденсатора, мы можем вычислять силу взаимодействия между его пластинами. При этом будем считать, что конденсатор вначале зарядили, а затем отключили от источника, так что заряд на его пластинах является постоянной величиной. Энергию конденсатора выразим через его электроемкость и заряд (1.23):

$$W_1=\frac{q^2}{2C_1}=\frac{q^2d_1}{2\varepsilon_0S}.$$

Мысленно передвинем одну из пластин на расстояние $\Delta l=d_2-d_1$, тогда энергия конденсатора изменится:

$$W_2=\frac{q^2d_2}{2\varepsilon_0S}.$$

Из определения энергии взаимодействия следует, что элементарная работа равна убыли энергии (т. 1, формула

(18.16)):

$$\Delta A=W_1-W_2,$$

или так:

$$F\Delta l=\frac{q^2d_1}{2\varepsilon_0S}-\frac{q^2d_2}{2\varepsilon_0S}=-\frac{q^2\Delta l}{2\varepsilon_0S}.$$

Отсюда следует, что сила взаимодействия между пластинами конденсатора

$$F=-\frac{q^2}{2\varepsilon_0S}. \qquad (1.25)$$

Знак минус показывает, что эта сила является силой притяжения (т. 1, §§ 10.2 и 31.4).

2. Преобразуем выражение (1.25), учитывая, что $q=\sigma S$, где σ — поверхностная плотность заряда. Получим

$$F=-\frac{\sigma^2S}{2\varepsilon_0}.$$

Подставив значение σ из (1.17), получим

$$F=-\frac{\varepsilon_0E^2S}{2}. \qquad (1.26)$$

3. Поскольку сила, отнесенная к единице площади, есть давление, $p=F/S$, то из (1.26) следует, что электрическое поле оказывает на пластину отрицательное давление (в вакууме):

$$p_0=-\frac{\varepsilon_0E^2}{2}=-w_0. \qquad (1.27)$$

Итак, *давление*, которое электрическое поле оказывает на заряженные поверхности, *равно плотности энергии* электрического поля в той точке, где находится элемент данной поверхности, взятой с обратным знаком. Мы получили этот результат для поля плоского конденсатора. Однако, как показал Максвелл, этот результат справедлив для любых неоднородных полей.

Заметим, что если бы пластины конденсатора имели одинаковый по знаку заряд, то знак силы F и давления p был бы положительным, что соответствует силам отталкивания (т. 1, § 10.2).

§ 1.9. Проводник в электрическом поле

1. Все тела по характеру их проводимости можно разделить на два класса: *проводники* и *диэлектрики* (иначе — изоляторы). Проводники обладают тем свойством, что элек-

трические заряды могут свободно перемещаться по объему этих тел. В отличие от проводников, в диэлектриках заряды остаются в том месте, где они первоначально были распределены.

Внутри проводника напряженность поля равна нулю. Действительно, если бы поле не было равно нулю, то в проводнике возникло бы упорядоченное движение зарядов без всякой затраты энергии от внешнего источника. Но это противоречит закону сохранения энергии. Итак, напряженность поля внутри проводника $E_{внутр}=0$.

Отсюда следует, что все точки проводника имеют один и тот же потенциал, а *поверхность проводника является эквипотенциальной поверхностью*. В самом деле, из $E_{внутр}=(\varphi_1-\varphi_2)/d=0$ следует, что $\varphi_1=\varphi_2$.

Выше было показано, что силовые линии поля перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям. Поэтому вблизи проводника силовые линии поля перпендикулярны его поверхности.

2. Если внутри проводника имеется полость, то напряженность поля в этой полости равна нулю независимо от того, какое поле имеется вне проводника.

На этом принципе основано явление *электростатической защиты*: если прибор заключить в замкнутую металлическую поверхность, то никакие изменения внешнего электрического поля на этот прибор действовать не будут. Обычно для этой цели используется медная экранирующая сетка, которая заземляется, так что потенциал экрана сохраняется равным потенциалу Земли.

3. Если привести в соприкосновение два проводника, то происходит перетекание заряда с одного из них на другой до тех пор, пока их потенциалы не сравняются. Воспользуемся этим свойством, чтобы показать, что заряды располагаются только на внешней поверхности проводника.

Коснемся внешней поверхности заряженного тела незаряженным шариком, а затем этим же шариком коснемся электроскопа. Листочки электроскопа разойдутся. Это доказывает, что на шарик при его контакте с внешней поверхностью заряженного тела перетекает некоторый заряд. Если тем же шариком коснуться внутренней поверхности заряженного тела, а затем поднести его к электроскопу, то листочки последнего не расходятся. Это значит, что *на внутренней поверхности заряженного тела зарядов нет*.

Таким образом можно целиком передать заряд от заряженного шарика уже заряженному телу: для этого достаточно внести этот шарик в полость проводника и коснуться им *внутренней* поверхности. Заряд с шарика должен полностью перейти на внешнюю поверхность проводника, а сам шарик — полностью разрядиться. Опыт подтверждает этот результат.

4. На данном свойстве основано действие *электростатического генератора* Ван-де-Граафа (рис. 1.7). Полый металлический шар 1 диаметром около 1,5—2 *м* поднимается на изолирующей колонне 2 на высоте около 10 *м* над землей. Бесконечная резиновая лента 3 приводится во вращение с помощью двигателя 4. На ленту с помощью щетки 5 к электрода 6 подается заряд от небольшого выпрямителя. Заряд этот переносится внутрь шара, где гребенчатые щетки 7, прижатые к его внутренней поверхности, отводят заряд с ленты на внешнюю поверхность шара.

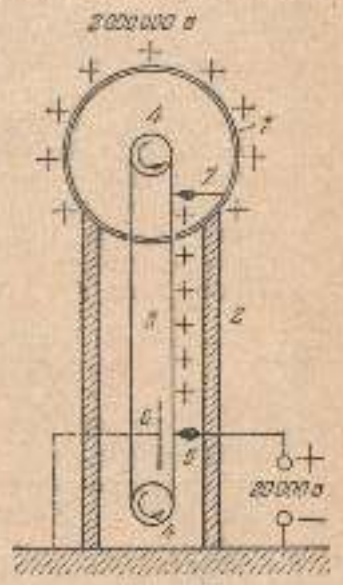


Рис. 1.7.

Принципиально можно таким путем получить сколь угодно высокий потенциал. Фактически величина потенциала ограничена изоляционными свойствами колонны и окружающего воздуха. На практике в атмосфере сухого азота при давлении около 30 *ат* достигается потенциал до нескольких миллионов вольт.

§ 1.10. Определение заряда электрона

1. Еще в тридцатых годах прошлого столетия Фарадей на основе анализа открытых им законов электролиза (см. §§ 10.3, 10.4) пришел к выводу, что должны существовать «атомы электричества» — какие-то элементарные электрические заряды. Более четко эти идеи сформулировали в 1874 г. Г. Дж. Стони и в 1881 г. Г. Гельмгольц. Стони предложил для этого элементарного электрического заряда наименование «электрон».

В конце XIX и начале XX в. Дж. Дж. Томсон, Ф. Ленард, В. Кауфман и др. показали, что катодные лучи (§ 12.6), частицы, испускаемые металлами при их нагреве (§ 11.1) и освещении (§ 32.1), а также бета-частицы, испускаемые некоторыми радиоактивными элементами, имеют одинаковые свойства. Оказалось, что все они заряжены отрицательно, а их удельный заряд (т. е. отношение заряда к массе покоя) — один и тот же и равен примерно 10^{11} к/кг. Стало ясно, что на самом деле все эти виды излучений суть пучки электронов, получаемые разными способами. В связи с этим возникла задача по возможности более точно найти заряд и массу покоя электрона.

2. Метод, основанный на исследовании характера движения заряженных микроскопических частиц в однородном электрическом поле, применил Р. А. Милликен. Измерения, начатые им в 1906 г., продолжались до 1914 г.

Установка, которой пользовался Милликен, изображена на рис. 1.8. Здесь *1* — плоский конденсатор с отверстием

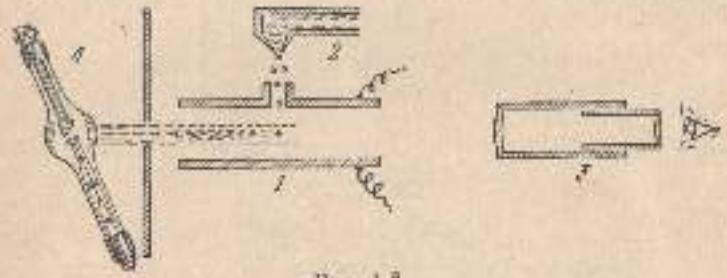


Рис. 1.8.

сверху, через которое в область между пластинами изредка попадали маслянные капельки, создаваемые распылителем *2*. Капелька освещается сбоку и наблюдается с помощью короткофокусного микроскопа *3*. Рентгеновская трубка *4* включается периодически; лучи ионизируют капельку, создавая на ней заряд или меняя имеющийся заряд.

Как было показано в т. 1 (§ 11.9), шарообразная капелька падает в воздухе равномерно со скоростью

$$v = 2r^2g(\rho - \rho_в)/9\eta; \qquad (1.28)$$

здесь ρ — плотность масла, $\rho_в$ — плотность воздуха, η — вязкость воздуха и r — радиус капли. Скорость движения капли определяется по времени, в течение которого она проходит между двумя нитями, натянутыми в поле зрения

микроскопа. Остальные величины известны. Следовательно, по формуле (1.28) можно определить радиус капли.

3. Создадим между пластинами конденсатора электрическое поле с напряженностью E. Если капля несет на себе заряд q, то кроме силы тяжести, архимедовой силы и силы сопротивления (т. 1, § 11.9) на нее действует еще электрическая сила $F_э = qE$. Уравнение движения примет вид

$$\frac{4}{3}\pi r^3\rho g - \frac{4}{3}\pi r^3\rho_в g - 6\pi r\eta v + qE = 0, \qquad (1.29)$$

где v — скорость капли в поле. Подставив значение радиуса капли из (1.28), получим окончательно:

$$q = \frac{6\pi\eta(v+v_1)}{E}\sqrt{\frac{2v\eta}{2g(\rho-\rho_в)}}. \qquad (1.30)$$

4. В опытах регистрировалось изменение заряда капли под воздействием кратковременного рентгеновского облучения. Из (1.30) имеем

$$q_2 - q_1 = \frac{6\pi\eta(v_2+v_1)}{E}\sqrt{\frac{2v\eta}{2g(\rho-\rho_в)}}. \qquad (1.31)$$

Это выражение и служило расчетной формулой.

В работе Милликена встречались многочисленные трудности, в особенности с измерением вязкости воздуха. Оказалось, что для микроскопических капелек вязкость воздуха зависит от размеров капель, а пришлось ввести поправку, учитывающую эту зависимость. Для получения надежных результатов пришлось в широких пределах варьировать условия эксперимента. Разность потенциалов менялась от 1700 в до 5000в; давление в камере, где помещался конденсатор, — от нормального до 45 мм рт. ст.; в опытах использовались капельки с радиусом от 0,446 до 5,296 микрона.

В результате всех экспериментов получился следующий вывод: *изменение заряда капельки всегда кратно элементарному заряду*. Иными словами, $\Delta q = Ne$, где N — некоторое целое число, а элементарный заряд $e = (1{,}592 \pm 0{,}0017) \times 10^{-19}$ к, — это и есть заряд электрона. В настоящее время для заряда электрона получено более точное значение:

$$e = (1{,}60210 \pm 0{,}00007) \cdot 10^{-19}\ к.$$

ГЛАВА 2

ДИЭЛЕКТРИКИ

§ 2.1. Электрическое поле при наличии диэлектрика

1. Зарядим конденсатор до некоторой разности потенциалов φ_0 и отключим его от источника тока. Если мы заполним пространство между пластинами диэлектриком, то оказывается, что разность потенциалов уменьшится до значения $\varphi<\varphi_0$, хотя заряд на пластинах не изменился.

Отсюда следует, что напряженность поля в диэлектрике $E=\varphi/d$ *меньше* напряженности поля $E_0=\varphi_0/d$, которую создавали те же заряды в вакууме. Отношение напряженности поля в вакууме E_0 к напряженности поля в диэлектрике E называется диэлектрической проницаемостью вещества:

$$\varepsilon = E_0/E. \tag{2.1}$$

Из определения следует, что диэлектрическая проницаемость есть безразмерная величина (отвлеченное число).

2. Как же объяснить причину уменьшения поля в диэлектрике по сравнению с полем в вакууме? Напряженность поля в вакууме полностью определяется зарядами на пластинах конденсатора:

$$E_0 = \sigma/\varepsilon_0, \tag{2.2}$$

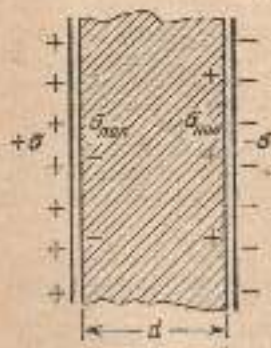


Рис. 2.1.

где σ — поверхностная плотность свободных электрических зарядов. Уменьшение напряженности поля в диэлектрике можно объяснить, если предположить, что в диэлектрике под действием электрического поля возникает *поляризационный заряд* с поверхностной плотностью $\sigma_{под}$ (рис. 2.1). Тогда

$$E = (\sigma - \sigma_{под})/\varepsilon_0. \tag{2.3}$$

Возникновение в диэлектрике поляризационного заряда под действием внешнего электрического поля называется *поляризацией* диэлектриков.

§ 2.2. Вектор поляризации

1. Сущность явления поляризации заключается в том, что частицы, из которых состоит диэлектрик (атомы или молекулы), приобретают дипольный момент, направленный вдоль силовых линий внешнего поля. Механизм поляризации для некоторых типов диэлектриков будет рассмотрен ниже (§§ 2.5, 2.6). Здесь же мы введем величину, характеризующую степень поляризации диэлектрика, — *вектор поляризации*.

Вектором поляризации $\boldsymbol{P}$ называется дипольный момент единицы объема поляризованного диэлектрика. Чтобы его вычислить, необходимо найти *векторную сумму* дипольных моментов всех молекул или атомов, заключенных в единице объема вещества. Для простоты рассуждений положим, что диэлектрик однородный, следовательно, все его молекулы (или атомы) имеют один и тот же дипольный момент $\boldsymbol{p}_e$. Тогда вектор поляризации

$$\boldsymbol{P} = N\boldsymbol{p}_e/V = n\boldsymbol{p}_e, \tag{2.4}$$

где n — концентрация молекул (или атомов).

2. Размерность модуля вектора поляризации совпадает с размерностью поверхностной плотности заряда:

$$[P] = [Np_e/V] = \text{м}^{-3}\cdot\text{Кл}\cdot\text{м} = \text{Кл/м}^2 = [\sigma].$$

Покажем, что модуль вектора поляризации равен поверхностной плотности поляризационного заряда. Для доказательства обратимся к рис. 2.1. Поляризованный диэлектрик можно рассматривать как диполь, несущий на себе поляризационный заряд $q_{под}=\sigma_{под}S$. Момент этого диполя равен $q_{под}d=\sigma_{под}Sd=\sigma_{под}V$. Разделив дипольный момент всего диэлектрика на его объем, мы получим согласно определению модуль вектора поляризации:

$$P = \frac{q_{под}d}{V} = \frac{\sigma_{под}Sd}{V} = \sigma_{под}. \tag{2.5}$$

Подставив в выражение (2.3) значение $\sigma_{под}=P$, получим

$$\varepsilon_0 E = \sigma - P. \tag{2.6}$$

3. Введем вспомогательный *вектор смещения* $\boldsymbol{D}$, модуль которого равен поверхностной плотности свободных зарядов: $D=\sigma$. Получим

$$\varepsilon_0 E = D - P, \tag{2.7}$$

Учитывая, что в однородном и изотропном диэлектрике направления векторов напряженности и поляризации совпадают, мы видим, что и вектор смещения должен иметь то же направление. Отсюда следует, что равенство (2.7) можно записать в векторной форме:

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}. \tag{2.8}$$

§ 2.3. Электрическая восприимчивость

1. У большинства диэлектриков, за исключением некоторых типов кристаллов (которые называются сегнетоэлектриками), вектор поляризации пропорционален напряженности поля:

$$\boldsymbol{P}=\varkappa\varepsilon_0\boldsymbol{E}. \tag{2.9}$$

Величина $\varkappa$ называется *электрической восприимчивостью* диэлектрика. Рекомендуем читателю путем анализа размерностей убедиться, что электрическая восприимчивость является безразмерной величиной.

2. Подставим в равенство (2.6) выражение для вектора поляризации и для поверхностной плотности свободных зарядов $\sigma=\varepsilon_0 E_0=\varepsilon\varepsilon_0 E$; получим

$$\varepsilon_0 E=\varepsilon\varepsilon_0 E-\varkappa\varepsilon_0 E.$$

Отсюда следует, что диэлектрическая проницаемость и электрическая восприимчивость вещества связаны соотношением

$$\varepsilon=1+\varkappa. \tag{2.10}$$

В качестве упражнения рекомендуем читателю показать, что векторы смещения и напряженности связаны соотношением

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}. \tag{2.11}$$

§ 2.4. Энергия поля в диэлектрике

1. Напряженность электрического поля плоского конденсатора и разность потенциалов при наличии диэлектрика выразятся так:

$$E=\frac{E_0}{\varepsilon}=\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}=\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S}; \tag{2.12}$$

$$\varphi_1-\varphi_2=Ed=\frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S}. \tag{2.13}$$

Отсюда следует, что электроемкость плоского конденсатора при наличии диэлектрика между его пластинами равна

$$C=\frac{q}{\varphi_1-\varphi_2}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \tag{2.14}$$

2. Выражение для энергии заряженного конденсатора (1.23) остается в силе. Выражение для плотности энергии изменится:

$$w=\frac{W}{V}=\frac{q\varphi}{2V}=\frac{C\varphi^2}{2V}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S\varphi^2}{2d\cdot Sd}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0\varphi^2}{2d^2}.$$

Но $\varphi/d=E$, следовательно,

$$w=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \tag{2.15}$$

Итак, при наличии диэлектрика плотность энергии электрического поля возрастает в ε раз по сравнению с энергией поля в вакууме — если только при этом вектор напряженности поля сохранит неизменную величину. Если же неизменным окажется вектор смещения, то плотность энергии в ε раз уменьшится. Действительно, в этом случае следует в (2.15) подставить согласно (2.11) значение $E=D/\varepsilon\varepsilon_0$; получим

$$w=\frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}. \tag{2.16}$$

3. Выясним, как изменится сила взаимодействия между пластинами конденсатора, если пространство между ними заполнить диэлектриком. С помощью тех же рассуждений, что и в § 1.8, придем к выводу, что давление электрических сил p равно плотности энергии электрического поля, взятой с обратным знаком: $p=-w$ (1.27).

Если пластины конденсатора отключены от источника тока, то заряд на пластинах конденсатора не изменится; следовательно, не изменится и вектор смещения, равный по определению поверхностной плотности заряда на пластинах ($D=\sigma$). Сила взаимодействия

$$F=pS=-wS=-\frac{D^2S}{2\varepsilon\varepsilon_0}=-\frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}=\frac{F_0}{\varepsilon}.$$

Таким образом, в этом случае сила взаимодействия между пластинами при наличии диэлектрика в ε раз *меньше*, чем в вакууме.

Если же пластины конденсатора остаются все время присоединенными к источнику тока, то разность потенциалов между пластинами не меняется, следовательно, не

меняется и напряженность поля. Сила взаимодействия

$$F = pS = -\varepsilon\sigma S = -\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} S = -\frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \varepsilon F_0.$$

В этом случае сила взаимодействия между пластинами конденсатора при наличии диэлектрика оказывается в ε раз *больше*, чем в вакууме.

4. Итак, сила взаимодействия между заряженными телами довольно сложным образом зависит от наличия между ними диэлектрика. Если при наличии диэлектрика вектор смещения не меняется, то сила взаимодействия окажется в ε раз меньше, чем в вакууме; если не меняется вектор напряженности, то сила взаимодействия окажется в ε раз больше, чем в вакууме.

Во всех других случаях только детальный анализ позволяет решить задачу о том, как наличие диэлектрика влияет на силу взаимодействия между заряженными телами. Общую формулу, аналогичную закону Кулона в вакууме, здесь написать нельзя.

§ 2.5. Деформационная поляризуемость

1. При введении понятия о векторе поляризации мы допустили, что молекулы или атомы имеют дипольный момент, направленный вдоль напряженности поля (§ 2.2). Выясним механизм поляризации диэлектриков, т. е. причину возникновения у молекул или атомов дипольных моментов, ориентированных вдоль поля. Для простоты рассуждений ограничимся рассмотрением механизма поляризации газов, когда можно пренебречь действием соседних молекул по сравнению с действием внешнего поля.

Оказывается, что возможны два механизма поляризации, причем у разных веществ, в зависимости от строения их молекул, преобладает тот или иной из них.

2. Атомы и молекулы многих веществ имеют симметричное строение, поэтому у них дипольный момент отсутствует. Под действием внешнего электрического поля электронное облако атома смещается, симметрия его строения нарушается, и атом приобретает дипольный момент. Так как поляризуемость такого рода вызвана деформацией электронного облака атома, она называется *деформационной* или *электронной* поляризуемостью.

Простейшая модель такого атома изображена на рис. 2.2. В центре атома расположено положительно заряженное

ядро, вокруг которого обращается электрон. Чтобы объяснить сферически симметричное строение атома, разумно предположить, что орбита электрона все время поворачивается, так что электрон довольно быстро перемещается по сфере, в центре которой расположено ядро. А так как



Рис. 2.2.

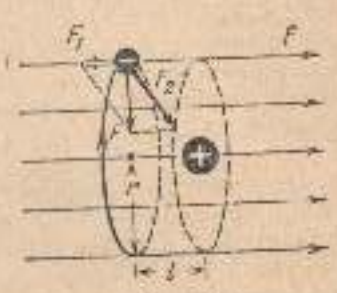


Рис. 2.3.

центр положительно заряженного ядра и центр отрицательно заряженного электронного облака совпадают, то у атома нет дипольного момента.

Во внешнем электрическом поле на ядро и электрон действуют силы, направленные в противоположные стороны, вследствие чего орбита электрона смещается относительно ядра на расстояние l (рис. 2.3). Атом приобретает дипольный момент $p_e = el$.

3. Напряженность внешнего электрического поля E не превосходит 10^3—10^5 в/м, обычно оно значительно слабее. Напряженность поля, создаваемого на орбите положительно заряженным ядром, $E_e = e/4\pi\varepsilon_0 r^2 \approx 10^{11}$ в/м (радиус атома $r \approx 10^{-10}$ м). Следовательно, сила F_1, действующая на электрон со стороны внешнего поля, значительно меньше силы F_2, с которой ядро действует на электрон. Поэтому смещение электронного облака оказывается значительно меньше радиуса орбиты.

Из рис. 2.3 видно, что

$$\frac{l}{r} = \frac{F_1}{F} \approx \frac{F_1}{F_2}.$$

Подставив значения $F_1 = eE$ и $F_2 = eE_e = e^2/4\pi\varepsilon_0 r^2$, получим

$$l \approx \frac{4\pi\varepsilon_0 r^3}{e} E. \qquad (2.17)$$

Дипольный момент деформированного атома

$$p_e = el = 4\pi r^3 \varepsilon_0 E = \alpha \varepsilon_0 E, \qquad (2.18)$$

где $\alpha \approx 4\pi r^3$ называется поляризуемостью молекулы. Величина вектора поляризации

$$P = np_e = n\alpha\varepsilon_0 E. \qquad (2.19)$$

Сравнивая это выражение с (2.9) и (2.10), получим выражения для электрической восприимчивости и проницаемости вещества (газа) с неполярными молекулами:

$$\varkappa_e = n\alpha; \quad \varepsilon = 1 + \varkappa_e = 1 + n\alpha. \qquad (2.20)$$

4. Оценим полученный результат, приняв радиус атома равным примерно $r \approx 10^{-10}$ м, а концентрацию молекул газа $n \approx 2{,}7 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$. Для восприимчивости получим значение: $\varkappa_e \approx 4\pi r^3 n \approx 3 \cdot 10^{-4}$. Порядок величины оказывается верным: электрическая восприимчивость водорода при нормальных условиях равна $2{,}6 \cdot 10^{-4}$, гелия $0{,}5 \cdot 10^{-4}$, кислорода $5{,}2 \cdot 10^{-4}$, аргона $5{,}4 \cdot 10^{-4}$. Учитывая, что модель атома, использованная в наших рассуждениях, весьма примитивна, полученное согласие расчетных и экспериментальных данных следует считать хорошим.

§ 2.6. Ориентационная поляризуемость

1. У ряда веществ молекулы благодаря несимметричному строению имеют дипольный момент и в отсутствие внешнего электрического поля. Примерами могут служить молекулы воды (дипольный момент p_e $6{,}36 \cdot 10^{-30}$ *к·м*), аммиака ($4{,}88 \cdot 10^{-30}$ *к·м*), ацетона ($9{,}30 \cdot 10^{-30}$ *к·м*), этилового спирта ($5{,}59 \cdot 10^{-30}$ *к·м*), бензола ($0{,}27 \cdot 10^{-30}$ *к·м*). Молекулы такого типа называются *полярными*.

При отсутствии внешнего поля дипольные моменты полярных молекул ориентированы совершенно беспорядочно. Следовательно, вектор поляризации, равный *векторной* сумме дипольных моментов единицы объема диэлектрика, при отсутствии внешнего поля оказывается равным нулю. Если поместить вещество с полярными молекулами в электрическое поле, то молекула должна, во-первых, деформироваться, и ее дипольный момент должен измениться; во-вторых, за счет момента сил, который действует на любой диполь в электрическом поле (§ 1.4), молекула должна повернуться так, чтобы ее дипольный момент оказался ориентированным вдоль силовых линий поля. Первый эффект,

вызванный деформацией молекул в поле, уже был рассмотрен в предыдущем параграфе. Кроме того, он обычно много слабее второго эффекта, который называется *ориентационной поляризуемостью*.

Степень ориентированности полярных молекул в электрическом поле определяется как напряженностью поля, так и температурой вещества. Под действием поля молекулярные диполи поворачиваются так, что момент диполя ориентируется вдоль поля. Тепловое движение разрушает этот порядок, разбрасывая моменты молекулярных диполей по всевозможным направлениям. Положение здесь вполне аналогично характеру распределения молекул газа в поле тяжести, когда силовое поле как бы «прижимает» молекулы к поверхности Земли, а тепловое движение разбрасывает их по всевозможным направлениям (т. 1, §§ 26.10 и 26.11). Так же, как и в случае действия поля тяжести, вероятность того, что молекулярный диполь имеет в электрическом поле энергию $\mathscr{E}$, определяется согласно формуле (26.25) т. 1 выражением $w = e^{-\mathscr{E}/kT}$, где $\mathscr{E} = -p_e E \cos\alpha$ — энергия диполя (1.12), T — абсолютная температура вещества, k — постоянная Больцмана *).

2. Сделаем упрощенный расчет. В отсутствие внешнего поля молекулярные диполи расположены совершенно беспорядочно, и мы можем считать, что дипольные моменты равномерно распределены по всем осям координат, так что в направлении любой оси располагается одна треть диполей: $N_x = N_y = N_z = N/3$. При этом в среднем половина диполей ориентирована вдоль, вторая — против оси координат.

Поместим диэлектрик в электрическое поле, у которого вектор напряженности направлен вдоль оси абсцисс. В этом случае число диполей N_1, направленных вдоль поля, несколько увеличится, число диполей N_2, направленных против поля, несколько уменьшится. Величина вектора поляризации

$$P = \frac{N_1 p_e - N_2 p_e}{V}. \qquad (2.21)$$

Согласно формуле (26.26) т. 1 имеем

$$N_1 = Ae^{-\mathscr{E}_1/kT}, \quad N_2 = Ae^{-\mathscr{E}_2/kT}, \qquad (2.22)$$

где A — некоторая постоянная. Для диполя, ориентированного вдоль поля, $\alpha = 0$ и его энергия $\mathscr{E}_1 = -p_e E$; для

*) В первом томе (§ 26.11 и далее) мы писали показательную функцию в виде $y = a^{kx}$. Во втором томе мы всюду будем пользоваться основанием натуральных логарифмов $e = 2{,}71828\ldots$ и писать $y = e^{kx}$.

диполя, ориентированного против поля, $\alpha=\pi$ и его энергия $\mathscr{E}_2=p_e E$.

3. Дипольные моменты молекул весьма малы ($p_e \approx \approx 10^{-30}$ *к·м*), поэтому даже в очень сильных полях ($E \approx \approx 10^6$ *в/м*) энергия молекулярного диполя $\mathscr{E} \leqslant 10^{-24}$ *дж*. Это значительно меньше энергии теплового движения при комнатных температурах:

$$kT = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \approx 4 \cdot 10^{-21} \text{ дж}.$$

Таким образом, отношение $x = -\mathscr{E}/kT$ оказывается очень малой величиной: $|x| \ll 10^{-3}$. При столь малых значениях x справедливо соотношение: $e^x \approx 1+x$. Получим следующие выражения для числа диполей, ориентированных вдоль и против поля:

$$\left.\begin{aligned} N_1 &\approx A(1+x_1) = A(1-\mathscr{E}_1/kT) = A(1+p_e E/kT), \\ N_2 &\approx A(1+x_2) = A(1-\mathscr{E}_2/kT) = A(1-p_e E/kT). \end{aligned}\right\} \quad (2.23)$$

Следовательно, в слабых полях справедливо равенство $N_0 = N_1 + N_2 = 2A$. А так как $N_0 = N/3$, то $2A = N/3$. Итак,

$$A = N/6. \quad (2.24)$$

4. Полученные значения для числа молекул, ориентированных вдоль поля N_1 и против поля N_2, позволяют вычислить величину вектора поляризации. Подставив (2.23) и (2.24) в (2.21), получим

$$P = \frac{(N_1 - N_2)\, p_e}{V} = \frac{2Ap_e^2 E}{VkT} = \frac{Np_e^2 E}{3kT} = \frac{np_e^2 E}{3kT}. \quad (2.25)$$

Отсюда следует, что электрическая восприимчивость газа, состоящего из полярных молекул, имеет вид

$$\varkappa_e = \frac{np_e^2}{3\varepsilon_0 kT}. \quad (2.26)$$

Несмотря на то, что при выводе мы сделали ряд упрощающих предположений, полученный результат оказывается правильным.

Тот факт, что при неизменной концентрации молекул (следовательно, при неизменной плотности газа) электрическая восприимчивость при ориентационной поляризуемости меняется обратно пропорционально абсолютной температуре, называется *законом Дебая*:

$$\varkappa_e = \frac{\text{const}}{T}.$$

Он надежно подтвержден экспериментально для ряда газов и паров.

Естественно, что этот закон не выполняется при низких температурах, где может оказаться, что $p_e E \approx kT$. Но тогда и все наши рассуждения оказываются неверными.

ГЛАВА 3

ПОСТОЯННЫЙ ТОК

§ 3.1. Стороннее поле. Напряжение и э. д. с.

1. Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов. Если упорядоченное движение зарядов возникает в проводнике, то электрический ток называется током проводимости.

Можно указать на ряд факторов, способных вызвать упорядоченное движение зарядов. Прежде всего, это могут быть электрические (кулоновские) силы, под действием которых положительные заряды станут двигаться вдоль силовых линий поля, отрицательные заряды — против линий поля. Поле этих сил мы будем называть кулоновским, напряженность этого поля обозначим $E_{\text{кул}}$.

Кроме того, на электрические заряды могут действовать и неэлектростатические силы, например, магнитные (гл. 5). Действие этих сил аналогично действию некоторого электрического поля. Назовем эти силы *сторонними*, а поле этих сил — сторонним полем с напряженностью E^*.

Наконец, упорядоченное движение электрических зарядов может возникнуть и без действия внешних сил, а за счет явления диффузии или за счет химических реакций в источнике тока. Работа, расходуемая на упорядоченное движение электрических зарядов, совершается за счет внутренней энергии источника тока. И хотя здесь нет прямого действия каких-либо сил на свободные заряды, явление протекает так, как будто бы на заряды действует некоторое сторонее поле. Поэтому для общности рассуждения мы и в этом случае будем вводить эффективное стороннее поле E^*.

2. Энергетической характеристикой кулоновского поля служит потенциал. Введем величины, которые могли бы служить энергетической характеристикой стороннего поля. Согласно определению (т. 1, § 18.7) разность потенциалов равна отношению работы, которую совершают кулоновские

силы при перемещении некоторого заряда, к величине этого заряда:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = A_{кул}/q. \qquad (3.1)$$

Если при перемещении заряда работа совершается не только кулоновскими, но и сторонними силами, то полная работа

$$A = A_{кул} + A_{стор}, \qquad (3.2)$$

где $A_{кул}$ — работа кулоновских сил, $A_{стор}$ — работа, совершаемая за счет действия неэлектрических источников энергии — например магнитными силами, или за счет изменения внутренней энергии при диффузии заряженных частиц, или за счет изменения внутренней энергии веществ, вступающих в химическую реакцию, или за счет энергии света (фотоэффект, см. § 32.1). Разделив левую и правую части равенства (3.2) на величину перемещаемого заряда, получим

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{кул}}{q} + \frac{A_{стор}}{q}. \qquad (3.3)$$

3. *Напряжением* на данном участке цепи называется величина, равная отношению суммарной работы, совершаемой при перемещении заряда, к величине этого заряда:

$$u = A/q. \qquad (3.4)$$

Электродвижущей силой (или, сокращенно, э. д. с.) на данном участке называется величина, равная отношению работы, совершаемой неэлектрическими источниками энергии при перемещении заряда, к величине этого заряда:

$$\mathscr{E} = A_{стор}/q. \qquad (3.5)$$

Из определений этих величин следует, что как напряжение, так и э. д. с. измеряются в системе СИ в вольтах.

4. Сопоставляя выражения (3.3), (3.4) и (3.5), получим

$$u = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathscr{E}. \qquad (3.6)$$

Итак, напряжение на участке цепи равно сумме разности потенциалов и электродвижущей силы.

Возможны следующие частные случаи:

а) Если участок цепи однородный и на нем не действуют сторонние силы, то э. д. с. равна нулю и напряжение равно разности потенциалов:

$$u_{однор} = \varphi_1 - \varphi_2. \qquad (3.7)$$

б) В замкнутой цепи напряжение равно алгебраической сумме э. д. с. В самом деле, пусть замкнутая цепь состоит из трех участков, тогда

$$u_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathscr{E}_1, \qquad u_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \mathscr{E}_2, \qquad u_3 = \varphi_3 - \varphi_1 + \mathscr{E}_3.$$

Работа по перемещению заряда по замкнутой цепи равна сумме работ на участках; следовательно,

$$u_{замкн} = u_1 + u_2 + u_3 = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3. \qquad (3.8)$$

5. Как было показано в § 1.3, напряженность кулоновского поля $E_{кул} = (\varphi_1 - \varphi_2)/l$ (1.9). Разделим выражение (3.6) на длину проводника l, получим

$$\frac{u}{l} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} + \frac{\mathscr{E}}{l}. \qquad (3.9)$$

По аналогии величину u/l назовем средней *напряженностью суммарного поля* и обозначим ее через E:

$$E = u/l. \qquad (3.10)$$

Соответственно величину $\mathscr{E}/l$ назовем *средней напряженностью стороннего поля* и обозначим ее через E^*:

$$E^* = \mathscr{E}/l. \qquad (3.11)$$

С учетом этих определений можно выражение (3.9) записать так:

$$E = E_{кул} + E^*, \qquad (3.12)$$

т. е. напряженность суммарного поля есть сумма напряженностей кулоновского и стороннего полей.

§ 3.2. Сила тока и плотность тока

1. Количественной характеристикой тока является величина, равная отношению заряда Δq, который переносится через поперечное сечение проводника за время Δt, к этому промежутку времени:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}. \qquad (3.13)$$

Эта величина не очень удачно названа *силой тока*, хотя ничего общего с силой в общепринятом понимании она не имеет.

Точное значение силы тока мы получим, если в выражении (3.13) перейти к пределу при условии, что промежуток

времени Δt бесконечно малый:

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}. \qquad (3.14)$$

2. Если сила тока и его направление не меняются со временем, то он называется постоянным током. Для постоянного тока

$$i = \frac{q}{t}. \qquad (3.15)$$

Заметим, что в неразветвленной цепи постоянного тока сила тока во всех сечениях проводника одна и та же. В самом деле, заряд Δq_1, втекающий через сечение проводника S_1 за время Δt, должен быть равен заряду Δq_2, вытекающему через сечение S_2 за то же время. В противном случае в объеме проводника между обоими сечениями стал бы накапливаться заряд, изменилось бы электрическое поле, а это, в свою очередь, привело бы к изменению тока, что противоречит условию его постоянства. Но из $\Delta q_1 = \Delta q_2$ следует $\Delta q_1/\Delta t = \Delta q_2/\Delta t$ или $i_1 = i_2$, что и требовалось доказать.

3. Единицей измерения силы тока в системе СИ служит ампер (*а*) — это сила постоянного электрического тока, при котором через поперечное сечение проводника каждую секунду протекает заряд в один кулон:

$$1\ а = \frac{1\ к}{1\ сек}.$$

4. В некоторых случаях удобно воспользоваться величиной, называемой *плотностью тока*. Средняя плотность тока равна отношению силы тока к площади поперечного сечения проводника:

$$j = i/S. \qquad (3.16)$$

Единицей измерения плотности тока в системе СИ служит $а/мм^2$. На практике применяется $1\ а/мм^2 = 10^6\ а/м^2$.

5. Выразим силу тока и плотность тока через скорость упорядоченного движения свободных зарядов в проводнике. Пусть концентрация свободных зарядов равна $n = \Delta N/\Delta V$, где ΔV — часть объема проводника; электрический заряд одного свободного носителя тока равен e и средняя скорость его упорядоченного движения равна $\bar{v}$. Тогда за время Δt через сечение S переносится заряд $\Delta q = e\,\Delta N = en\,\Delta V = enS\bar{v}\,\Delta t$. Сила тока

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = en S\bar{v}. \qquad (3.17)$$

Плотность тока

$$j = i/S = en\bar{v}. \qquad (3.18)$$

Эти выражения нам понадобятся в дальнейшем при рассмотрении ряда задач.

6. Оценим среднюю скорость упорядоченного движения электронов проводимости в металлах. Концентрация свободных электронов должна здесь примерно совпадать с концентрацией атомов, $n = 10^{28}$—$10^{29}\ м^{-3}$. Наибольшая плотность тока в металлических проводниках составляет около $10\ а/мм^2 = 10^7\ а/м^2$. Тогда

$$\bar{v} = \frac{j}{en} \approx \frac{10^7}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{29}} \approx 6 \cdot 10^{-3}\ м/сек = 6\ мм/сек.$$

Опыты подтверждают порядок полученной величины. Столь малая скорость упорядоченного движения электронов проводимости находится, на первый взгляд, в противоречии с тем, что при включении электрической цепи ток в ней устанавливается практически мгновенно. Однако ничего парадоксального в этом нет. Дело в том, что электрическое поле, созданное источником тока, возникает практически одновременно во всей цепи, поэтому одновременно к векторам скоростей теплового движения электронов в любом участке цепи прибавляется вектор скорости упорядоченного движения $\bar{v}$, равный примерно 6 *мм/сек*.

§ 3.3. Закон Ома для однородного участка цепи

1. Читателю уже известен один из основных законов цепей постоянного тока — закон Ома для однородного участка цепи. Суть этого закона заключается в следующем. Пусть у нас имеется однородный проводник — им может служить кусок однородного металла постоянного сечения, все точки которого имеют одинаковую температуру. Если на концах этого проводника поддерживается неизменная разность потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, то в проводнике течет ток i, сила которого пропорциональна этой разности потенциалов:

$$i = G\,\Delta\varphi = \frac{\Delta\varphi}{R}. \qquad (3.19)$$

Итак, в однородном участке цепи сила тока пропорциональна разности потенциалов на его концах.

2. Коэффициент G *называется электропроводностью* участка. Обратная величина

$$R = \frac{1}{G} = \frac{\Delta\varphi}{I} \tag{3.20}$$

называется *электрическим сопротивлением* участка цепи (или просто сопротивлением).

§ 3.4. Сопротивление

1. Читателю известно, что сопротивление металлического проводника пропорционально его длине l и обратно пропорционально площади его поперечного сечения S:

$$R = \frac{\rho l}{S}. \tag{3.21}$$

Проводник, сопротивление которого определяется выражением (3.21), иногда называется *резистором* (от англ. resistance — сопротивление).

Величина ρ называется *удельным сопротивлением* вещества, из которого изготовлен проводник. Обратная величина

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \tag{3.22}$$

называется *удельной электропроводностью*.

2. В международной системе единиц сопротивление измеряется в *омах*. Ом — это сопротивление проводника, ток в котором равен 1 амперу, если на концах его поддерживается разность потенциалов 1 вольт:

$$1\ ом = \frac{1\ в}{1\ а}.$$

Единицей измерения удельного сопротивления в системе СИ служит *ом·м*:

$$[\rho] = \left[\frac{RS}{l}\right] = \frac{ом \cdot м^2}{м} = ом \cdot м.$$

На практике часто пользуются в миллион раз меньшей единицей:

$$1\ \frac{ом \cdot мм^2}{м} = 10^{-6}\ ом \cdot м.$$

3. В довольно широком интервале температур, далеких от абсолютного нуля, удельное сопротивление металлических проводников является линейной функцией

температуры t (по шкале Цельсия):

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) \approx \rho_0 \alpha T. \tag{3.23}$$

$\left(\text{Так как } \alpha \approx (4-5)\cdot 10^{-3}\ град^{-1} \approx \frac{1}{273}\ град^{-1}, \text{ то } 1 + \alpha t \approx \right.$
$\left. \approx 1 + \frac{t}{273} = \frac{T}{273} \approx \alpha T. \right)$

§ 3.5. Закон Ома в дифференциальной форме

1. Преобразуем несколько выражение для закона Ома на участке цепи. Для этого в формуле (3.19) выразим силу тока через плотность тока согласно (3.16), сопротивление выразим через свойства проводника согласно (3.21), а разность потенциалов — через напряженность поля (1.9); получим $jS = \frac{E\Delta l}{\rho l}$, или, после сокращений, $j = E/\rho$. Выразив в этой формуле удельное сопротивление через удельную электропроводность согласно (3.22), получим

$$j = \gamma E. \tag{3.24}$$

Таким образом, *плотность тока пропорциональна напряженности поля в данной точке проводника*. Это выражение носит название закона Ома в дифференциальной форме.

2. Подставив в (3.24) выражение для плотности тока (3.18), имеем $en\bar{v} = \gamma E$, откуда следует

$$\bar{v} = \gamma E/en. \tag{3.25}$$

Итак, оказывается, что *средняя скорость упорядоченного движения свободных зарядов в проводнике* (например, свободных электронов в металлах) *пропорциональна напряженности электрического поля в этом проводнике*.

3. Отношение средней скорости упорядоченного движения свободного заряда к напряженности поля в проводнике называется *подвижностью* заряда:

$$b = \frac{\bar{v}}{E} = \frac{\gamma}{en}. \tag{3.26}$$

§ 3.6. Закон Ома для неоднородного участка цепи и для замкнутой цепи

1. В формуле (3.24) фактически фигурирует напряженность кулоновского поля, поскольку это выражение было получено из закона Ома для однородного участка цепи, где действует только кулоновское поле. Однако совершенно

безразлично, какое поле действует на заряды — кулоновское, стороннее или суммарное. Отсюда следует, что если на данном участке цепи действует не только кулоновское, но и стороннее поле (неоднородный участок цепи), то *скорость движения зарядов* v, *соответственно, плотность тока оказываются пропорциональны напряженности суммарного поля.*

Подставив в (3.24) значение напряженности суммарного поля (3.12) и плотности тока (3.16), получим: $U/S = \gamma u/l$, откуда следует

$$u = \frac{U}{\gamma S} = \frac{|\varphi|}{S} = iR. \tag{3.27}$$

2. Итак, для неоднородного участка цепи закон Ома формулируется следующим образом: сила тока пропорциональна напряжению на участке и обратно пропорциональна его сопротивлению.

$$i = \frac{u}{R}. \tag{3.28}$$

Подставив значение напряжения из (3.6), можно закон Ома написать и в такой форме:

$$i = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \mathcal{E}}{R}. \tag{3.29}$$

При этом следует обратить внимание на знак э. д. с. Если направление вектора напряженности стороннего поля совпадает с направлением вектора напряженности кулоновского поля, то э. д. с. и разность потенциалов имеют одинаковый знак, в противном случае их знаки противоположны.

3. В замкнутой цепи разность потенциалов равна нулю, поскольку кулоновское поле является консервативным. Следовательно, для замкнутой цепи закон Ома примет вид

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}. \tag{3.30}$$

Здесь под R следует понимать полное сопротивление цепи, включая и внутреннее сопротивление источника тока, под $\mathcal{E}$ — алгебраическую сумму э. д. с. Часто закон Ома для замкнутой цепи записывают в таком виде:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \tag{3.31}$$

Здесь под R понимается сопротивление всех резисторов, образующих цепь (сопротивление нагрузки), а под r — внутреннее сопротивление источника тока.

§ 3.7. Закон Джоуля — Ленца

1. На резисторах происходит необратимое превращение энергии электрического тока во внутреннюю энергию проводника. Механизм этого явления мы выясним в § 8.6, здесь мы рассмотрим лишь некоторые количественные соотношения.

Если проводники неподвижны и в них под действием тока не происходит химических реакций, то температура проводника изменится. Изменение внутренней энергии проводника (количество теплоты) Q равно работе A, которую совершает суммарное поле при перемещении зарядов:

$$Q = A = qu = iut. \tag{3.32}$$

Воспользовавшись законом Ома (3.28), получим два эквивалентных выражения:

$$Q = i^2Rt = \frac{u^2t}{R}. \tag{3.33}$$

Это и есть закон Джоуля — Ленца. Заметим, что здесь количество теплоты Q выражено в джоулях, как это принято в Международной системе единиц.

2. Для расчета теплового действия тока можно, естественно, пользоваться обеими формулами (3.33). Если же нужно сравнить два резистора по характеру тепловых процессов, происходящих в них, то нужно предварительно выяснить: протекает ли по ним одинаковый ток или они находятся под одинаковым напряжением?

Если по двум резисторам протекают одинаковые токи, то согласно формуле

$$Q = i^2Rt$$

больше возрастет внутренняя энергия резистора с бо́льшим сопротивлением. С таким случаем мы встречаемся, например, в цепи с последовательным соединением резисторов.

Если же оба резистора находятся под одинаковым напряжением, то согласно формуле

$$Q = u^2t/R$$

сильнее нагреется резистор с меньшим сопротивлением. Такой эффект, в частности, наблюдается при параллельном соединении резисторов.

§ 3.8. Зарядка и разрядка конденсатора

1. Рассмотрим цепь, состоящую из резистора, конденсатора и источника тока (рис. 3.1). Пусть в начальный момент конденсатор не заряжен, тогда разность потенциалов между его обкладками равна нулю.

При замыкании цепи по проводнику потечет ток. В начальный момент ток $i_0 = \mathscr{E}/R$, поскольку конденсатор не заряжен. По мере зарядки конденсатора между обкладками возникнет разность потенциалов, и кулоновское поле будет

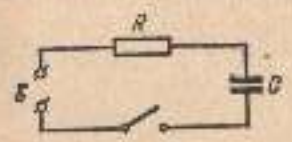


Рис. 3.1.

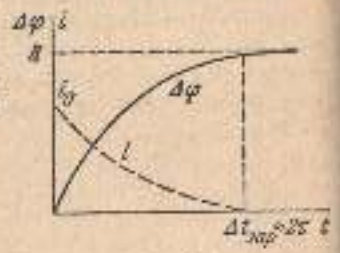


Рис. 3.2.

противодействовать перемещению свободных зарядов, тем самым уменьшая ток в цепи. Согласно закону Ома имеем

$$i = \frac{\mathscr{E} - \Delta\varphi}{R}.$$

Когда разность потенциалов между обкладками конденсатора станет равна э.д.с. источника, ток прекратится. График изменения потенциала и тока показан на рис. 3.2.

2. Точный расчет явлений в цепи элементарными методами невозможен. Однако, пользуясь законом сохранения энергии, можно оценить приближенно промежуток времени Δt, в течение которого конденсатор заряжается.

В самом деле, работа, совершаемая источником тока за это время, равна изменению внутренней энергии резистора плюс изменение энергии конденсатора:

$$A_{\text{ист}} = Q + {}^1\!/_2 C\varphi^2.$$

Конечный потенциал конденсатора равен э. д. с. источника, а работу источника и изменение внутренней энергии резистора можно выразить через среднюю силу тока:

$$I_{\text{ср}}\mathscr{E}\,\Delta t = I_{\text{ср}}^2 R\,\Delta t + {}^1\!/_2 C\mathscr{E}^2.$$

Приближенно можно положить, что $I_{\text{ср}} \approx i_0/2 = \mathscr{E}/2R$. Тогда

$$\frac{\mathscr{E}^2}{2R}\Delta t \approx \frac{\mathscr{E}^2 R\,\Delta t}{4R^2} + \frac{C\mathscr{E}^2}{2}$$

или

$$\Delta t_{\text{нар}} \approx 2RC = 2\tau. \qquad (3.34)$$

Произведение $\tau = RC$ называется *постоянной времени* для цепи, состоящей из резистора и конденсатора, или иначе — *временем релаксации*. Эта величина служит характеристикой того промежутка времени, в течение которого в цепи устанавливается равновесное состояние.

3. Рекомендуем читателю самостоятельно оценить время, в течение которого заряженный конденсатор разряжается через резистор. Для этой цели следует приравнять энергию заряженного конденсатора изменению внутренней энергии резистора. Для простоты расчета положим $I_{\text{ср}} \approx \approx \varphi_0/2R$; тогда окажется, что $\Delta t_{\text{разр}} \approx 2RC \approx 2\tau$.

ГЛАВА 4

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

§ 4.1. Взаимодействие токов. Магнитные силы

1. Натянем две длинные станиолевые ленты параллельно друг другу и присоединим их к источнику тока. Если по обоим проводникам потекут токи одинакового направления, то ленты притянутся друг к другу. Если же токи потекут по проводникам в противоположных направлениях, то они оттолкнутся друг от друга. Попытаемся выяснить причину этого явления.

В металлах имеются свободные электроны (электронный газ), распределенные внутри ионной решетки. Суммарный заряд положительно заряженной ионной решетки и отрицательно заряженного электронного газа равен нулю; заряды распределены в проводнике равномерно, так что у системы нет дипольного момента. Благодаря этому суммарная напряженность электрического поля ионной решетки и электронного газа равна нулю, и вокруг проводника отсутствует электрическое поле. Именно поэтому проводники при отсутствии тока не взаимодействуют друг с другом.

Однако при наличии тока, т. е. упорядоченного движения свободных электронов, между проводниками возникает сила взаимодействия. Это приводит нас к выводу, что *силы взаимодействия между движущимися электрическими заря-*

дока отличается от сил взаимодействия между неподвижными зарядами.

Дополнительные силы взаимодействия, возникающие между движущимися электрическими зарядами, принято по историческим соображениям называть *магнитными силами*.

2. Следует обратить внимание на тот факт, что на базе ньютоновской механики невозможно объяснить происхождение магнитных сил. В самом деле, в ньютоновской механике силы взаимодействия связаны только с ускорениями. Поэтому согласно ньютоновской механике силы взаимодействия между равномерно движущимися зарядами не должны были бы отличаться от сил взаимодействия между неподвижными зарядами, что не соответствует эксперименту. Между тем, из теории относительности следует, что силы взаимодействия между неподвижными и движущимися зарядами должны быть разными, что будет показано в следующем параграфе. Это и является причиной взаимодействия токов.

§ 4.2. Закон преобразования для поперечного импульса и поперечной силы

1. В первом томе были выведены релятивистские преобразования для координат и времени — преобразования Лоренца (т. 1, § 12.7), а также выражения для импульса и силы (т. 1, §§ 13.1 и 13.2). Найдем преобразования для проекций импульса и силы вдоль оси аппликат, т. е. для *поперечного импульса и поперечной силы*.

Пусть некоторое тело (точнее — материальная точка) с собственной массой m_0 движется со скоростью $u_z=\Delta z/\Delta t$ вдоль оси аппликат. Тогда проекция его импульса на эту ось

$$p_z = mu_z = \frac{m_0 u_z}{\sqrt{1-u_z^2/c^2}}. \qquad (4.1)$$

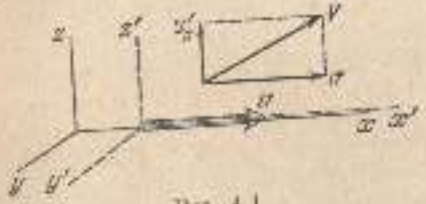


Рис. 4.1.

Проекция силы на эту же ось

$$F_z = \frac{\Delta p_z}{\Delta t}, \qquad (4.2)$$

Рассмотрим, каковы будут составляющие импульса p'_z и силы F'_z в другой системе отсчета, которая движется равномерно вдоль оси абсцисс со скоростью v (рис. 4.1).

2. Поскольку рассматривается движение тела только вдоль оси аппликат, то абсцисса тела не меняется ($x=\text{const}$). Согласно преобразованиям Лоренца здесь

$$x'=x, \quad \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \qquad (4.3)$$

и проекция скорости тела на ось аппликат в новой системе отсчета

$$u'_z = \frac{\Delta z'}{\Delta t'} = \frac{\Delta z}{\Delta t}\sqrt{1-v^2/c^2} = u_z\sqrt{1-v^2/c^2}. \qquad (4.4)$$

Масса в новой системе отсчета:

$$m' = \frac{m_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}}. \qquad (4.5)$$

Как видно из рис. 4.1, $V^2=v^2+(u'_x)^2$, следовательно,

$$1-\frac{V^2}{c^2} = 1-\frac{v^2}{c^2}-\frac{(u'_x)^2}{c^2} = 1-\frac{v^2}{c^2}-\frac{u_x^2}{c^2}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{u_x^2}{c^2}\right).$$

Подставив в (4.5), получим, учитывая (4.1):

$$m' = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}\cdot\sqrt{1-u_x^2/c^2}} = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (4.6)$$

Найдем поперечный импульс в новой системе отсчета. Используя (4.4) и (4.6), имеем

$$p'_z = m'u'_z = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\cdot u_z\sqrt{1-v^2/c^2} = mu_z = p_z. \qquad (4.7)$$

Итак, при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой *поперечный импульс не меняется*.

3. Поперечная составляющая силы в новой системе отсчета имеет вид

$$F'_z = \frac{\Delta p'_z}{\Delta t'} = \frac{\Delta p_z}{\Delta t}\sqrt{1-v^2/c^2} = F_z\sqrt{1-v^2/c^2}. \qquad (4.8)$$

Итак, в отличие от ньютоновской механики, в теории относительности *поперечная сила зависит от скорости*, что и позволяет объяснить происхождение магнитных сил.

§ 4.3. Взаимодействие между движущимися зарядами

1. Пусть два точечных заряда Q и q расположены на расстоянии r друг от друга и неподвижны относительно системы отсчета xyz. Между зарядами в этом случае действует кулоновская сила

$$F_x = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \tag{4.9}$$

Рассмотрим, какие силы действуют между этими же зарядами в системе отсчета $x'y'z'$, которая движется вдоль оси абсцисс вправо со скоростью v (рис. 4.2). Согласно (4.8) имеем

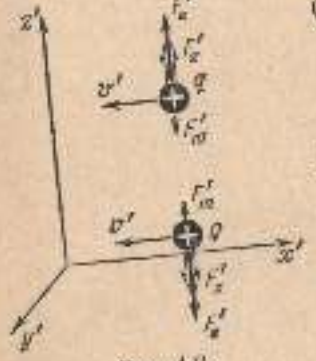


Рис. 4.2.

$$F'_z = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{1-v^2/c^2}. \tag{4.10}$$

2. Относительно системы $x'y'z'$ заряды Q и q движутся со скоростью $v' = -v$ параллельно друг другу. Оказывается, что сила взаимодействия между зарядами в этой системе отсчета меньше, чем в системе отсчета xyz, относительно которой они покоятся.

Умножив числитель и знаменатель выражения (4.10) на $\sqrt{1-v^2/c^2}$ и разложив числитель на два слагаемых, получим

$$F'_z = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{qQv^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2 c^2\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{4.11}$$

3. Первое слагаемое в этом выражении мы можем рассматривать как *электрическую составляющую поперечной силы*:

$$F'_e = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-v^2/c^2}} = qE', \tag{4.12}$$

где E' — напряженность электрического поля в системе отсчета $x'y'z'$:

$$E' = \frac{F'_e}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{4.13}$$

Второе слагаемое в (4.11) можно рассматривать как *магнитную составляющую поперечной силы*:

$$F'_m = \frac{qQv^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2 c^2\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{4.14}$$

4. Разделив (4.14) на (4.12), получим отношение магнитной силы к электрической:

$$\frac{F'_m}{F'_e} = \frac{v^2}{c^2}. \tag{4.15}$$

Итак, магнитная составляющая поперечной силы значительно меньше электрической. Поэтому при вычислении сил взаимодействия между свободными зарядами можно в первом приближении пренебречь магнитными силами и вести расчет по известным формулам электростатики. Однако в случае, когда заряды движутся в проводнике, электрические силы оказываются скомпенсированными (§ 4.1), и остается одна лишь магнитная сила. Именно этим и объясняется магнитное взаимодействие проводников с током, а также и другие случаи магнитных взаимодействий — в электромагнитах, электродвигателях и т. п.

§ 4.4. Вектор индукции магнитного поля. Силовые линии

1. Выражение (4.14) запишем так (учитывая, что $v' = -v$):

$$F'_m = qv' \cdot \frac{Qv'}{4\pi\varepsilon_0 r^2 c^2\sqrt{1-v^2/c^2}} = qv'B', \tag{4.16}$$

где величина

$$B' = \frac{Qv'}{4\pi\varepsilon_0 r^2 c^2\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\mu_0 Qv'}{4\pi r^2\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{4.17}$$

называется *индукцией магнитного поля*, а $\mu_0 = 1/\varepsilon_0 c^2$ — *магнитной постоянной*. Таким образом, аналогично тому, как для описания электрического взаимодействия было введено понятие об электрическом поле, введем для описания магнитного взаимодействия понятие о магнитном поле. А именно, положим, что *вокруг движущегося заряда Q возникает магнитное поле; это поле*, в свою очередь, *действует на движущийся заряд q*.

Вектор индукции является силовой характеристикой магнитного поля, аналогично тому, как вектор напряженности является силовой характеристикой электрического поля.

2. Индукция магнитного поля равна отношению магнитной силы к произведению заряда на его скорость, при условии, что заряд движется перпендикулярно вектору индукции:

$$B = \frac{f_м}{qv_\perp}. \qquad (4.18)$$

Единица измерения индукции магнитного поля в системе СИ называется *тесла* (*тл*) — это индукция поля, которое действует на заряд 1 *к*, движущийся со скоростью 1 *м/сек* перпендикулярно вектору индукции, с поперечной силой 1 *н*. Размерность:

$$1\ тл = \frac{н \cdot сек}{к \cdot м} = \frac{н}{а \cdot м} = \frac{дж \cdot сек}{а \cdot м^2} = \frac{в \cdot сек}{м^2}.$$

В системе СГС единицей измерения индукции магнитного поля служит *гаусс* (*гс*): $1\ гс = 10^{-4}\ тл$.

3. Направление вектора индукции магнитного поля определяется следующим образом. Пусть положительный заряд Q движется со скоростью $\mathbf{v}$; радиус-вектор $\mathbf{r}$ перпендикулярен вектору $\mathbf{v}$ и направлен от заряда к точке поля; тогда вектор $\mathbf{B}$ направлен перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы $\mathbf{v}$ и $\mathbf{r}$, и образует с ними *правовинтовую* систему: если винт с правой резьбой ввинчивать по направлению вектора $\mathbf{v}$, а рукоятку направить вдоль радиуса-вектора $\mathbf{r}$, то направление ее вращения совпадает с направлением вектора $\mathbf{B}$ (рис. 4.3). Это правило называется «правилом буравчика».

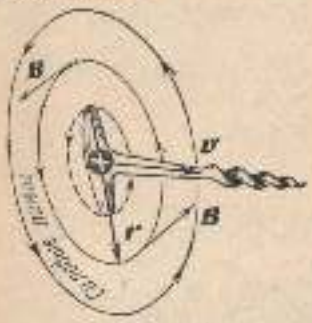


Рис. 4.3.

4. Для наглядного изображения электрических полей мы ввели понятие о силовых линиях поля (§ 1.1). Из этих же соображений введем понятие о *силовой линии магнитного поля* как о кривой, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора индукции магнитного поля.

Из соображений симметрии видно, что силовые линии магнитного поля, возникающего вокруг прямолинейно движущегося заряда, представляют собой концентрические окружности.

§ 4.5. Магнитное поле проводника с током

1. Если по проводнику протекает ток, то вокруг него возникает магнитное поле, так сказать, в «чистом виде», без электрической составляющей. Причину возникновения такого поля можно понять, исходя из механизма проводимости. Для определенности рассмотрим явления в металлическом проводнике.

Ток в металлическом проводнике — это упорядоченное движение свободных электронов. Выше было показано (4.13), что напряженность поперечного электрического поля движущегося заряда несколько больше поля неподвижного заряда. Но скорость движения электронов проводимости настолько мала по сравнению со скоростью света (§ 3.2), так что практически напряженность электрического поля электронов проводимости и при наличии тока компенсирует напряженность поля ионной решетки, как это имело место при отсутствии тока. Нескомпенсированной окажется лишь индукция магнитного поля токов проводимости. Следовательно, в этом случае мы и наблюдаем магнитное поле в «чистом виде», без электрической составляющей (рис. 4.4).

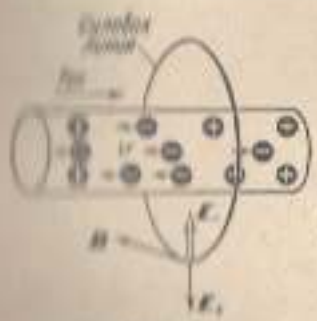


Рис. 4.4.

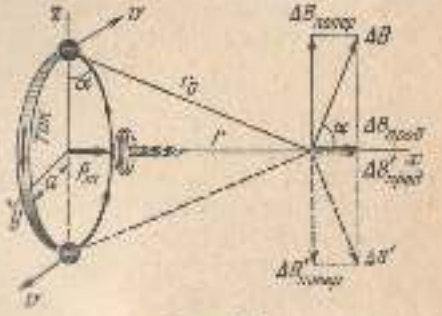


Рис. 4.5.

Рекомендуем читателю самостоятельно убедиться в том, что в электролитах, где ток — это упорядоченное движение положительных и отрицательных ионов в противоположных направлениях, механизм возникновения магнитного поля такой же: электрические составляющие поля компенсируют друг друга, а магнитные складываются.

3. Пусть ток I течет по проводнику в виде кольца радиуса a (рис. 4.6). Центр кольца совпадает с началом координат, проводник лежит в плоскости yz, тогда ось абсцисс

будет осью симметрии. Вычислим индукцию поля в произвольной точке на этой оси.

Индукция поля некоторого произвольного электрона может быть найдена по формуле (4.17). Полагая $Q=e$ (заряду электрона) и учитывая, что скорость электрона проводимости много меньше скорости света в вакууме, имеем

$$\Delta B = \frac{\mu_0 e v}{4\pi r_0^2}. \qquad (4.19)$$

3. Вектор индукции $\Delta \boldsymbol{B}$ направлен перпендикулярно радиусу r_0. Разложим этот вектор на два: вдоль оси симметрии $\Delta B_{прод}=\Delta B\cos\alpha$ и перпендикулярно оси симметрии $\Delta B_{попер}=\Delta B\sin\alpha$ (рис. 4.5). Для каждого электрона найдется симметричный электрон, расположенный на противоположном конце диаметра и движущийся в противоположном направлении. Из соображений симметрии видно, что

$$\Delta B'_{прод}=\Delta B_{прод}, \qquad \Delta B'_{попер}=-\Delta B_{попер}.$$

Сложим векторы индукции полей, созданных всеми электронами проводимости. Ясно, что *сумма всех поперечных проекций вектора индукции равна нулю*. Остается лишь *продольная составляющая вектора индукции*, направленная вдоль оси симметрии:

$$B_{\parallel} = N\,\Delta B_{прод} = N\,\Delta B\cos\alpha, \qquad (4.20)$$

где N — число электронов проводимости в проводнике.

4. Пусть поперечное сечение проводника равно s, тогда его объем $V=2\pi as$, а число электронов в нем $N=nV=2\pi nas$. Учитывая, что $\cos\alpha=a/r_0$, преобразуем выражение (4.20); получим

$$B_{\parallel} = \frac{\mu_0 \cdot n e s v \cdot 2\pi a^2}{4\pi r_0^3}.$$

Но $envs=i$ есть сила тока в проводнике (3.17). Итак,

$$B_{\parallel} = \frac{2\mu_0 i \cdot \pi a^2}{4\pi r_0^3}. \qquad (4.21)$$

В случае, если точка поля, где вычисляется вектор индукции, расположена вдали от центра кругового тока на расстоянии $r_0=\sqrt{r_0^2-a^2}\gg a$, то можно приближенно положить $r\approx r_0$ и заменить в выражении (4.21) расстояние от точки поля до проводника расстоянием от точки поля до центра кругового тока:

$$B_{\parallel} = \frac{2\mu_0 i \cdot \pi a^2}{4\pi r^3}. \qquad (4.22)$$

Полученная формула весьма напоминает выражение для напряженности электрического поля на оси электрического диполя: $E_{\parallel}=2p_e/4\pi\varepsilon_0 r^3$ (т. 1, формула (10.10)). Последняя, кстати, также справедлива только для точек поля, расположенных вдали от центра диполя.

§ 4.6. Магнитный момент

1. Назовем *магнитным моментом* плоской рамки с током произведение тока на площадь рамки:

$$p_m = iS. \qquad (4.23)$$

Для кругового тока $p_m=\pi a^2 i$, где a — радиус круга. Единицей измерения магнитного момента в системе СИ является $а \cdot м^2$.

Магнитный момент можно рассматривать как вектор, приписав ему направление *положительной нормали* к плоскости рамки. Направление положительной нормали и, тем самым, вектора магнитного момента находится по правилу буравчика (правило Максвелла): если вращать рукоятку буравчика с правой резьбой по направлению тока, то поступательное движение винта покажет направление вектора магнитного момента (см. рис. 4.5).

2. Воспользовавшись понятием магнитного момента, можно выражение (4.22) записать в векторном виде:

$$\boldsymbol{B}_{\parallel} = \frac{2\mu_0 \boldsymbol{p}_m}{4\pi r^3}. \qquad (4.24)$$

Итак, на относительно больших расстояниях от рамки с током магнитное поле имеет такую же структуру, как и электрическое поле диполя (т. 1, § 10.6); оно пропорционально магнитному моменту и обратно пропорционально кубу расстояния от источника поля до точки поля.

Воспользовавшись этой аналогией, напишем выражение для индукции магнитного поля в точке, лежащей в плоскости кругового тока, т. е. на перпендикуляре к вектору магнитного момента. Аналогично формуле (10.11) т. 1 имеем

$$\boldsymbol{B}_{\perp} = -\frac{\mu_0 \boldsymbol{p}_m}{4\pi r^3}. \qquad (4.25)$$

Строгий расчет подтверждает правильность этого результата. Знак минус показывает, что направление вектора $\boldsymbol{B}_{\perp}$ противоположно направлению вектора магнитного момента.

3. Следует обратить внимание на тот факт, что вблизи рамки с током структура магнитного поля принципиально отличается от структуры электрического поля диполя. Электрический диполь состоит из двух равных по величине и противоположных по знаку зарядов. Силовые линии электрического поля начинаются на положительном заряде и заканчиваются на отрицательном. Силовые линии магнитного поля замкнуты и охватывают рамку с током. Это хорошо видно на рис. 4.6, где изображены силовые линии

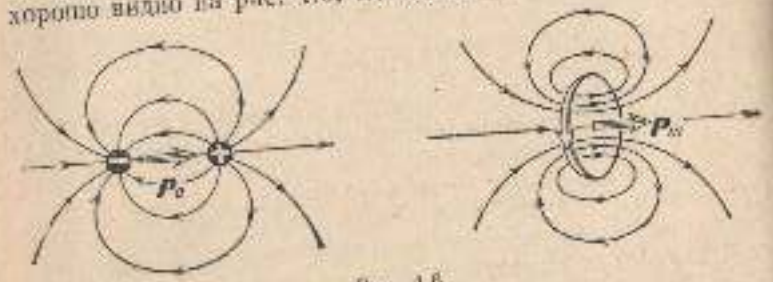


Рис. 4.6.

поля электрического диполя и магнитного поля рамки с током. Однако на больших расстояниях, как видно из рисунка, форма силовых линий обоих полей одинакова.

Заметим также, что на больших расстояниях от рамки с током структура поля перестает зависеть от размеров и формы рамки. Увеличив площадь рамки и уменьшив соответственно во столько же раз ток, мы получим одно и то же поле, ибо магнитный момент при этом не меняется. Более того, оказывается, что и форма рамки перестает играть роль. Можно заменить круглую рамку квадратной, треугольной и т. п.— поле на больших расстояниях от рамки не изменится, если сохранится магнитный момент.

4. Наконец, введем понятие о магнитном моменте циркулирующего заряда. Если заряд q движется равномерно по окружности со скоростью v, то возникающее вокруг него магнитное поле непрерывно меняется по направлению. Однако *среднее* значение вектора индукции на оси будет такое же, как будто бы по окружности течет ток $i=q/T$, где $T=2\pi r/v$ — время одного оборота (период). Отсюда следует, что имеет смысл ввести понятие о магнитном моменте циркулирующего заряда:

$$p_м = i\cdot\pi r^2 = \frac{q\cdot\pi r^2}{T} = \frac{\pi r^2 qv}{2\pi r} = \frac{qvr}{2},$$

Итак, магнитный момент циркулирующего заряда

$$p_м = \frac{qvr}{2}. \tag{4.26}$$

Или так:

$$p_м = \frac{q}{2m}\cdot mvr. \tag{4.27}$$

Но $L=mvr$ — это момент импульса. Мы видим, что *магнитный момент циркулирующего заряда пропорционален моменту импульса тела, несущего этот заряд:*

$$p_м = \frac{q}{2m}L. \tag{4.28}$$

§ 4.7. Напряженность магнитного поля

1. Наряду с вектором индукции $\boldsymbol{B}$, который характеризует силовое действие магнитного поля на движущиеся заряды, часто вводится вспомогательный вектор $\boldsymbol{H}$, называемый *напряженностью магнитного поля*. Напряженность определяется как отношение индукции поля в вакууме B_0 к магнитной постоянной μ_0:

$$\boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{B}_0}{\mu_0}. \tag{4.29}$$

Заметим, что по аналогии с учением об электрическом поле, где силовой вектор $\boldsymbol{E}$ называется напряженностью, а вспомогательный вектор $\boldsymbol{D}$ — смещением, следовало бы и в учении о магнетизме назвать силовой вектор $\boldsymbol{B}$ напряженностью магнитного поля, а вспомогательный вектор $\boldsymbol{H}$ — магнитной индукцией или магнитным смещением. Путаница в терминологии возникла по историческим соображениям, когда физический смысл векторов поля $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{H}$ был недостаточно ясен.

2. Согласно (4.29) и (4.21) напряженность магнитного поля на оси кругового тока

$$H_z = \frac{2\pi i a^2}{4\pi r_0^3}, \tag{4.30}$$

В центре кругового тока, где $r_0=a$, имеем

$$H_0 = \frac{i}{2a}. \tag{4.31}$$

На основе этой зависимости можно определить единицу измерения напряженности магнитного поля в системе СИ:

1 ампер на метр (*а/м*) — это напряженность магнитного поля в центре круговой рамки с радиусом 1 *м*, по которой течет ток 2*а*.

В системе СГС применяется *эрстед*:

$$1\ э = \frac{1000}{4\pi}\ а/м \approx 80\ а/м.$$

§ 4.8. Магнитное поле соленоида

1. Соленоидом называется цилиндрическая катушка, состоящая из большого числа витков проволоки, намотанных на каркас вплотную друг к другу. Можно положить, что соленоид представляет собой систему круговых токов одинакового радиуса, имеющих общую ось.

Напряженность магнитного поля на оси соленоида равна сумме напряженностей полей от каждого кругового тока. Направление вектора напряженности (и вектора индукции) определяется по правилу буравчика, как это показано на рис. 4.7.

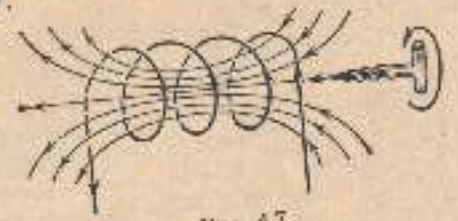


Рис. 4.7.

2. Пусть общее число витков провода на соленоиде равно w, а длина соленоида l. Тогда густота обмотки $n = w/l$ — это число витков на единице длины. Пусть длина соленоида много больше его диаметра: $l \gg a$. Оказывается, что в этом случае поле внутри соленоида можно считать однородным, т. е. напряженность его (и индукции) во всех точках практически одна и та же:

$$H = in. \tag{4.32}$$

Лишь вблизи концов соленоида поле начинает убывать, и на самом конце поле оказывается примерно в два раза слабее, чем внутри катушки:

$$H_{\text{конц}} = in/2. \tag{4.33}$$

ГЛАВА 5

ЗАРЯДЫ И ТОКИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

§ 5.1. Сила Лоренца

1. В предыдущей главе было показано, что на заряд, движущийся со скоростью v перпендикулярно вектору индукции B, действует сила $F = qvB$ (4.18). Она называется *силой Лоренца*. Направление силы Лоренца можно определить с помощью правила *левой руки*: если расположить левую руку так, чтобы вектор B входил в ладонь, а вектор v был направлен вдоль четырех пальцев, то отставленный большой палец покажет направление силы, с которой магнитное поле действует на *положительный заряд* (рис. 5.1). На отрицательный заряд, движущийся в том же направлении и в таком же магнитном поле, действует сила в противоположном направлении.



Рис. 5.1.

Опыт показывает также, что если заряд движется вдоль силовых линий поля, т. е. если векторы скорости и индукции поля параллельны или антипараллельны, то магнитное поле на этот заряд не действует.

Отсюда следует, что если вектор скорости движения заряда v составляет с вектором индукции B некоторый угол $\alpha \neq 0, \pi$, то можно вектор скорости разложить на две составляющие: продольную $v_\parallel = v\cos\alpha$ и поперечную $v_\perp = v\sin\alpha$. Сила Лоренца определяется только *поперечной составляющей скорости*:

$$F = qv_\perp B = qvB\sin\alpha. \tag{5.1}$$

2. Выражение для силы Лоренца может быть записано в векторной форме, если ввести понятие *единичного вектора* n_0. Модуль единичного вектора равен единице: $|n_0| = 1$, поэтому умножение единичного вектора на скаляр не изменит абсолютной величины последнего. Направление же единичного вектора выберем таким, чтобы он был перпендикулярен векторам v и B согласно правилу левой руки.

Сила Лоренца как вектор записывается следующим образом:

$$F = n_0 qvB \sin\alpha. \qquad (5.2)$$

Как известно, на электрический заряд действует не только магнитное, но и электрическое поле. Следовательно, если электрический заряд движется в *электромагнитном поле*, то действующая на него сила может быть представлена как векторная сумма электрической и магнитной составляющих:

$$F = F_e + F_a = q(E + n_0 vB \sin\alpha). \qquad (5.3)$$

Данное выражение называется *обобщенной силой Лоренца*.

3. Следует отметить одно важное отличие электрической и магнитной составляющих обобщенной силы Лоренца. Как уже было показано в т. 1, § 18.7, при перемещении электрического заряда в электрическом поле совершается работа, равная произведению заряда на разность потенциалов: $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. *Магнитная сила* — т. е. сила Лоренца в узком смысле — *работу не совершает*. Действительно, элементарная работа $\Delta A = F\Delta l \cos\beta$, где β — угол между направлением силы и направлением перемещения. Но сила Лоренца перпендикулярна перемещению заряда ($F_m \perp \Phi$), следовательно, угол $\beta = \pi/2$ и работа $\Delta A = 0$.

§ 5.2. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле

1. Пусть частица, заряд которой q и собственная масса m_0, влетает в однородное магнитное поле ($B = \text{const}$) с некоторой скоростью v перпендикулярно силовым линиям поля

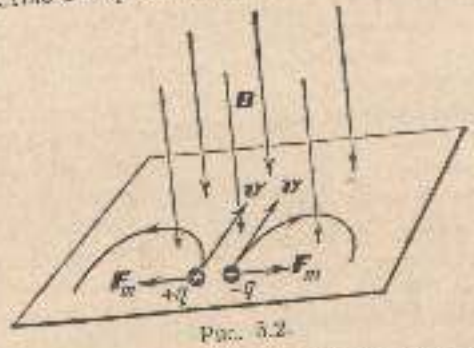


Рис. 5.2

(рис. 5.2). Для определенности положим, что частица имеет положительный заряд. На частицу действует сила Лоренца,

перпендикулярная вектору скорости. Вдоль вектора скорости никакие силы на частицу не действуют. Следовательно, уравнение движения частицы можно записать так:

$$F_t = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = 0, \qquad F_a = \frac{mv^2}{r} = qvB. \qquad (5.4)$$

Из первого равенства следует, что модуль импульса не меняется: $p = mv = \text{const}$. Поскольку $p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, то мы заключаем, что *модуль скорости частицы в однородном магнитном поле не меняется*.

К этому же заключению можно прийти и иным путем, из закона сохранения энергии. В самом деле, в предыдущем параграфе было показано, что магнитные силы работы не совершают, следовательно, кинетическая энергия частицы в однородном магнитном поле не меняется. А это и свидетельствует о сохранении модуля скорости.

2. Из второго равенства (5.4) следует, что на частицу действует нормальная (центростремительная) сила. Следовательно, направление скорости будет все время меняться и частица будет двигаться по криволинейной траектории.

Покажем, что эта траектория представляет собой *окружность*. Для этой цели найдем радиус кривизны траектории:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}. \qquad (5.5)$$

Так как заряд и индукция поля постоянны, а модуль импульса, как было показано выше,— тоже постоянная величина, то $r = \text{const}$. Но окружность есть геометрическое место точек, расстояние от которых до центра является постоянной величиной, т. е. линия с постоянной кривизной ($r = \text{const}$). Итак, *заряженная частица, влетевшая в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям, движется в поле равномерно по окружности в плоскости, перпендикулярной вектору индукции*.

3. Вычислим период обращения частицы по этой траектории:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi m_0}{qB\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (5.6)$$

Мы видим, что при нерелятивистских скоростях ($v \ll c$) период обращения частицы не зависит от ее скорости. Если же скорость частицы близка к скорости света (релятивист-

ские и ультрарелятивистские скорости), то с ростом скорости растет и период обращения частицы.

Заметим, что проверка справедливости выражения (5.6) есть одновременно и проверка справедливости одного из основных положений теории относительности — зависимости массы от скорости $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$. Эту формулу мы ввели в т. 1 (§ 13.1) без вывода. Многочисленные эксперименты по исследованию характера движения заряженных частиц в магнитных полях позволили с большой степенью точности проверить справедливость формулы (5.6) и, тем самым, зависимость массы от скорости.

§ 5.3. Определение знака заряда элементарных частиц

1. Отрицательно заряженная частица, имеющая такую же скорость, массу и абсолютную величину заряда, что и положительная, будет двигаться по такой же траектории, но с одним отличием: поскольку сила Лоренца изменит направление на противоположное, то и частица будет закручивать в другую сторону (рис. 5.2). Следовательно, по направлению поворота частицы в магнитном поле можно определить знак ее заряда.



Рис. 5.3.

2. Так был обнаружен *позитрон* (иначе — антиэлектрон), частица, не отличающаяся от электрона по массе, но имеющая, в отличие от электрона, положительный заряд. Позитрон был обнаружен К. Андерсоном в 1932 г. по характерному треку, который он оставляет в камере Вильсона (т. 1, § 36.9), помещенной в магнитное поле. На рис. 5.3 изображена фотография трека позитрона, пронизывающего свинцовую пластинку $П$, помещенную посреди камеры. Магнитное поле направлено на нас из-за плоскости рисунка.

Направление полета частицы определяется по кривизне траектории. Видно, что внизу радиус кривизны трека

ран больше, следовательно, и скорость частицы там больше, чем над пластинкой. Отсюда мы заключаем, что частица движется снизу вверх и, пройдя сквозь свинец, теряет часть энергии. Определив таким образом направление вектора скорости и зная направление вектора индукции магнитного поля, мы найдем и знак заряда этой частицы; он оказался положительным.

Аналогично определяется знак других элементарных частиц по фотографиям их треков в камере Вильсона или в пузырьковой камере.

§ 5.4. Циклотрон

1. Для ряда исследований в ядерной физике необходимо иметь пучок частиц (электронов, протонов, положительных ионов) с очень большими энергиями. Задача ускорения частиц решается с помощью *ускорителей*.

Необходимым элементом ускорителя является электрическое поле со значительной разностью потенциалов. Именно это поле и ускоряет частицы, сообщая им кинетическую энергию $K = q\varphi$, где φ — разность потенциалов, q — заряд частицы. Однако создание электрических полей с разностью потенциалов порядка миллиона вольт связано с принципиальными трудностями. Создание полей с еще большей разностью потенциалов принципиально невозможно из-за возникновения газового разряда. Между тем, для экспериментальных исследований в ядерной физике необходимы частицы (например протоны) с энергией в десятки и сотни миллионов электрон-вольт (10—100 *Гэв*).

Единственный выход заключается в том, чтобы заставить частицу пройти ускоряющее электрическое поле не один раз, а несколько раз. Так, если протон пройдет 30 тысяч раз ускоряющее поле с потенциалом 22 000 *в*, то он приобретет энергию 660 *Мэв*. Для этой цели частица должна двигаться по замкнутой траектории или по спирали. Это возможно, если движущуюся частицу поместить в магнитное поле. Ускорители, работающие по этому принципу, называются *циклическими ускорителями*.

2. Первый циклический ускоритель, названный *циклотроном*, был разработан Э. Лоуренсом в 1930 г. Схема его устройства изображена на рис. 5.4.

В вакуумной камере размещаются два полуцилиндра, называемых дуантами. Вблизи центра камеры располагается источник положительных ионов, которые вбрызгиваются

в пространство между дуантами. Для того чтобы ионы при своем движении не сталкивались с молекулами воздуха, в камере с помощью мощных насосов поддерживается высокий вакуум — давление, примерно в миллиард раз меньшее атмосферного (около 10^{-5}—10^{-6} *мм* рт. ст.). К дуантам подводится высокочастотная переменная разность потенциалов с частотой порядка 1—10 *Мгц* (1 *Мгц* = 10^6 колебаний в секунду). Средняя разность потенциалов — от нескольких сот до нескольких десятков тысяч вольт.

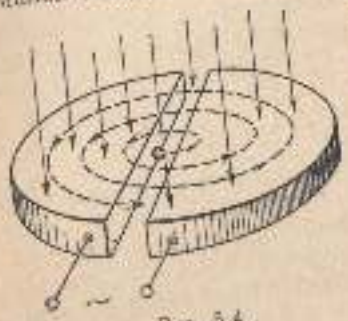


Рис. 5.4.

Вакуумная камера помещается между полюсами мощного электромагнита, где создается магнитное поле с индукцией 1,3—1,6 *тл*. Вес стального сердечника электромагнита составляет несколько тысяч тонн; обмотка электромагнита питаются от генераторов мощностью несколько мегаватт.

3. Принцип действия циклотрона заключается в следующем. Положительный ион, попав в зазор между дуантами, приобретает кинетическую энергию $K_1 = p_1^2/2m = q\varphi$, где φ — разность потенциалов между дуантами, q — заряд иона. Импульс иона при однократном воздействии поля

$$p_1 = \sqrt{2mq\varphi}.$$

Под действием магнитного поля ион движется по полуокружности, радиус которой (см. (5.5))

$$r_1 = \frac{p_1}{qB} = \frac{\sqrt{2mq\varphi}}{qB} = \sqrt{\frac{m}{q}} \cdot \frac{\sqrt{2\varphi}}{B}.$$

Если в тот момент, когда ион опять попадет в промежуток между дуантами, электрическое поле изменит свою полярность, то частица получит еще одну порцию энергии. Ее кинетическая энергия станет равной $K_2 = 2q\varphi$, импульс $p_2 = \sqrt{4mq\varphi}$ и радиус полуокружности $r_2 = \sqrt{\frac{m}{q}} \cdot \frac{\sqrt{4\varphi}}{B}$. Сделав N оборотов, ион пройдет ускоряющее поле $2N$ раз, следовательно, его конечная кинетическая энергия $K = 2Nq\varphi$, а радиус конечной орбиты иона (радиус дуанта)

$$R = \frac{mv_{макс}}{qB} = \frac{\sqrt{2mK}}{qB}. \qquad (5.7)$$

4. Пусть требуется разогнать двукратно ионизированный ион бериллия до энергии $K = 100$ *Мэв*. Примем, что ускоряющий потенциал $\varphi = 500$ *в*, тогда $N = K/2q\varphi = 50\,000$. Масса иона бериллия $m_0 = 15{,}0 \cdot 10^{-27}$ *кг*, заряд иона $q = 2e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ *к*. При индукции поля $B = 1{,}53$ *тл* радиус дуанта

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot 15 \cdot 10^{-27} \cdot 100 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-13}}}{1{,}53 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}} = 1{,}4 \text{ м}.$$

Заметим, что конечная скорость иона составит

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-13}}{15 \cdot 10^{-27}}} = 4{,}6 \cdot 10^7 \text{ м/сек},$$

т. е. примерно 15% от скорости света в вакууме.

5. Для того чтобы ион непрерывно ускорялся, необходимо, чтобы он попадал в ускоряющий промежуток между дуантами в тот момент, когда электрическое поле изменит свою полярность. Следовательно, *период изменения полярности ускоряющего электрического поля должен совпадать с периодом обращения иона*. Это условие называется условием *синхронизации*. Согласно (5.6) условие синхронизации запишется так:

$$T_{поля} = T_{иона} = 2\pi m/qB. \qquad (5.8)$$

Для рассмотренной выше задачи с ионом бериллия имеем

$$T = \frac{2\pi \cdot 15 \cdot 10^{-27}}{3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}53} = 1{,}93 \cdot 10^{-7} \text{ сек} \approx 0{,}2 \text{ мксек},$$

Частота изменения полярности

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{10^7}{1{,}93} = 5{,}2 \cdot 10^6 \text{ гц} = 5{,}2 \text{ Мгц}.$$

§ 5.5. Энергия частицы и условие синхронизации

1. В предыдущем параграфе мы не учитывали зависимости массы иона от скорости, т. е. считали, что ион движется со скоростью, много меньшей скорости света в вакууме. При этом период обращения частицы в магнитном поле является постоянной величиной, следовательно, и равный ему период изменения полярности ускоряющего электрического поля тоже является постоянной величиной. Обозначив его через T_0, имеем

$$T_0 = 2\pi m_0/qB. \qquad (5.9)$$

2. Если при ускорении частицы ее скорость станет приближаться к скорости света в вакууме, то ее масса возрастет. Следовательно, возрастет и период ее обращения.

Разделим (5.6) на (5.9) и учтем, что $m/m_0 = mc^2/m_0c^2 = \mathcal{E}/\mathcal{E}_0 = (\mathcal{E}_0 + K)/\mathcal{E}_0$, где $\mathcal{E}$ — полная энергия частицы, $\mathcal{E}_0$ — энергия покоя и K — кинетическая энергия. Тогда

$$\frac{T}{T_0} = \frac{m}{m_0} = \frac{\mathcal{E}_0 + K}{\mathcal{E}_0} = 1 + \frac{K}{\mathcal{E}_0}.$$

Отсюда следует

$$T = T_0\left(1 + \frac{K}{\mathcal{E}_0}\right) = \frac{2\pi m_0}{qB}\left(1 + \frac{K}{\mathcal{E}_0}\right). \qquad (5.10)$$

Итак, период обращения частицы заметно изменится лишь в том случае, если кинетическая энергия частицы станет соизмерима с ее энергией покоя.

3. В рассмотренной выше задаче с ионом бериллия его энергия покоя

$$\mathcal{E}_0 = m_0c^2 = 15 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}\ дж = \frac{15 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1{,}6 \cdot 10^{-13}} = 8400\ Мэв,$$

а кинетическая энергия в конце цикла ускорения $K = 100\ Мэв$. Следовательно, период обращения частицы увеличится примерно на 1,2%, что почти не нарушит условия синхронизации. Если до такой же кинетической энергии ускорить протон, масса покоя (и энергия покоя) которого в 8,94 раз меньше массы иона бериллия, то здесь период обращения увеличится почти на 11%, что резко нарушит условие синхронизации и, тем самым, режим ускорения частицы.

Если же попытаться в циклотроне ускорить протоны до кинетической энергии $K = 1\ Гэв$, то у вас ничего не выйдет. В самом деле, энергия покоя протона

$$\mathcal{E}_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ кг \cdot 9 \cdot 10^{16}\ м^2/сек^2 = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1{,}6 \cdot 10^{-13}} = 0{,}938\ Гэв.$$

Следовательно, в этом случае $K \approx \mathcal{E}_0$ и $T \approx 2T_0$, т. е. период обращения протона при таких значениях энергии увеличится вдвое по сравнению с периодом обращения нерелятивистского протона. Если при этом период изменения полярности ускоряющего электрического поля останется неизменным, то протоны не будут в нужные моменты времени попадать в ускоряющее поле, т. е. они выйдут из синхронизации и их ускорение прекратится.

4. Итак, циклотрон пригоден для ускорения только нерелятивистских частиц, кинетическая энергия которых много меньше их энергии покоя или, что то же самое, скорость много меньше скорости света. Для получения релятивистских, а тем более ультрарелятивистских частиц циклотрон непригоден.

Циклотрон совершенно непригоден для ускорения электронов, энергия покоя которых $\mathcal{E}_0 = 9 \cdot 10^{-31}\ кг \cdot 9 \times \times 10^{16}\ м^2/сек^2 = 0{,}51\ Мэв$. Естественно, что уже при небольших энергиях, меньших даже 1 *Мэв*, электрон становится релятивистской частицей и выпадает из синхронизации. Поэтому в настоящее время циклотроны используют только для ускорения относительно тяжелых ионов. К достоинствам циклотрона относится то, что он работает в непрерывном режиме и может при этом ускорять одновременно много частиц.

§ 5.6. Синхрофазотрон

1. Для получения релятивистских частиц с кинетическими энергиями в десятки гигаэлектрон-вольт в настоящее время используются приборы, называемые *синхротронами* или *синхрофазотронами*. Первый синхрофазотрон, ускоряющий протоны до кинетической энергии 10 *Гэв*, был построен в 1957 г. в Советском Союзе в Объединенном институте ядерных исследований (г. Дубна). В 1959 г. синхрофазотрон на 30 *Гэв* был построен в Швейцарии, в Европейской организации по ядерным исследованиям (ЦЕРН); в 1960 г.— синхрофазотрон на 33 *Гэв* в Брукхейвенской национальной лаборатории в США. В декабре 1967 г. в Советском Союзе вблизи г. Серпухова пущен в ход крупнейший в мире синхрофазотрон на 76 *Гэв*.

2. Вычислим максимальный импульс и, соответственно, максимальный радиус орбиты протона в серпуховском синхрофазотроне. Из соотношения между энергией и импульсом частицы (16.8) т. I имеем

$$p = mv = \frac{1}{c}\sqrt{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2} = \frac{1}{c}\sqrt{K(K + 2\mathcal{E}_0)}.$$

Энергия покоя протона $\mathcal{E}_0 = 0{,}938\ Гэв$, а его кинетическая энергия в серпуховском синхрофазотроне достигает $K = 76\ Гэв$. С ошибкой менее 1,5% можно полагать, что кинетическая энергия совпадает с полной, т. е. $\mathcal{E} = K$, а импульс $p = K/c$. Тогда максимальный радиус согласно

(5.5) окажется равным:

$$R = \frac{mv_{макс}}{qB} = \frac{\sqrt{K(K+2\mathcal{E}_0)}}{qBc} \approx \frac{K}{qBc}. \qquad (5.11)$$

При индукции поля в зазоре $B=1{,}07$ *тл* получим

$$R = \frac{7{,}6\cdot 10^{10}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}{1{,}07\cdot 1{,}6\cdot 10^{-11}\cdot 3\cdot 10^{8}} \approx 237 \text{ м}.$$

Создание сплошного электромагнита (как у циклотрона) с диаметром около полукилометра представляет собой практически невыполнимую задачу. Поэтому у синхрофазотрона магнитное поле создается в относительно узкой кольцевой камере и *ускоряемые протоны движутся по окружности постоянного радиуса*. Вакуумная камера синхрофазотрона в Дубне имеет ширину около полуметра. В Серпухове, благодаря применению нового метода фокусировки пучка протонов, ширина камеры менее 10 *см*.

Из этой особенности процесса ускорения протонов в синхрофазотроне вытекает ряд следствий.

3. Прежде всего, в отличие от циклотрона, синхрофазотрон не может начать процесс ускорения частиц «с нуля» — в его камеру необходимо ввести уже релятивистские протоны. В камеру синхрофазотрона в Дубне вводятся протоны, первоначально ускоренные линейным ускорителем до энергии 9 *Мэв*. В серпуховском синхрофазотроне начальная энергия протонов еще больше: 100 *Мэв*.

Далее, для того чтобы при возрастании энергии частицы радиус орбиты не менялся, необходимо согласно (5.5) с ростом импульса протона увеличивать индукцию магнитного поля так, чтобы их отношение оставалось постоянной величиной. Этим синхрофазотрон принципиально отличается от циклотрона, где индукция магнитного поля в процессе ускорения частиц не меняется.

Наконец, необходимо менять соответственно и период изменения полярности ускоряющего электрического поля. В самом деле, период обращения частицы $T=2\pi R/v$. Поскольку радиус орбиты в синхрофазотроне не меняется, то с ростом скорости частицы период ее обращения убывает. Аналогично должен убывать и период изменения полярности ускоряющего электрического поля.

4. Рассчитаем некоторые характерные параметры синхрофазотрона. Начальная кинетическая энергия протона $K_1=9$ *Мэв*, конечная $K_2=10$ *Гэв*. Максимальная индукция

магнитного поля в зазоре, где находится вакуумная камера, $B_{макс}=1{,}26$ *тл*.

Радиус орбиты вычислим по (5.11); имеем

$$R = \frac{K_2}{cqB_{макс}} = \frac{10^{10}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 1{,}26\cdot 3\cdot 10^{8}} = 26{,}6 \text{ м}.$$

Период обращения частицы

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi Rm}{p} = \frac{2\pi R\mathcal{E}}{pc^2}. \qquad (5.12)$$

Но импульс $p=\frac{1}{c}\sqrt{\mathcal{E}^2-\mathcal{E}_0^2}$, следовательно

$$T = \frac{2\pi R\mathcal{E}}{c\sqrt{\mathcal{E}^2-\mathcal{E}_0^2}} = \frac{2\pi R}{c\sqrt{1-\mathcal{E}_0^2/\mathcal{E}^2}}. \qquad (5.13)$$

Начальная энергия $\mathcal{E}_1=\mathcal{E}_0+K_1=938+9=947$ *Мэв*; начальный период:

$$T_1 = \frac{2\pi\cdot 26{,}6}{3\cdot 10^8\sqrt{1-(938/947)^2}} = 4{,}05\cdot 10^{-6} \text{ сек} = 4{,}05 \text{ мксек}.$$

Соответственно для конечной энергии $\mathcal{E}_2=\mathcal{E}_0+K_2=0{,}938+10=10{,}938$ *Гэв*, а для периода

$$T_2 = \frac{2\pi\cdot 26{,}6}{3\cdot 10^8\sqrt{1-(0{,}938/10{,}938)^2}} = 0{,}57\cdot 10^{-6} \text{ сек} = 0{,}57 \text{ мксек}.$$

Итак, частота изменения ускоряющей разности потенциалов электрического поля должна меняться от 0,247 *Мгц* до 1,75 *Мгц*.

За один оборот протон проходит один раз ускоряющее электрическое поле с максимальным потенциалом 2,2 *кв*. Чтобы его кинетическая энергия достигла 10 *Гэв*, он должен совершить $N=10^{10}/2{,}2\cdot 10^3=4{,}5\cdot 10^6$ оборотов. Весь цикл ускорения длится 3,3 *сек*.

5. В отличие от циклотрона, работающего в непрерывном режиме ускорения, синхрофазотрон работает в импульсном режиме. Дело в том, что в камеру циклотрона можно все время вводить ионы, которые будут непрерывно ускоряться, так как индукция магнитного поля и период изменения полярности ускоряющего электрического поля не меняются в процессе ускорения.

У синхрофазотрона впуск частиц с определенной энергией в камеру возможен лишь в тот момент, когда магнитное поле минимально, а период изменения ускоряющего поте-

ндала наибольший. Если частицы с заданной энергией впустить в камеру в другой момент, когда индукция магнитного поля увеличилась, а период изменения ускоряющего поля уменьшился, то эти частицы не будут удовлетворять условию синхронизации и потому не будут ускоряться.

Итак, в синхрофазотроне ускоряется лишь определенная порция — «сгусток» частиц, и до тех пор, пока цикл ускорения этих частиц не закончится, новую порцию частиц в камеру впускать нельзя.

6. Важнейшей проблемой является выяснение возможности создания в синхрофазотроне устойчивого сгустка частиц, который не распался бы в процессе ускорения. Возможность создания такого устойчивого сгустка вытекает из принципа автофазировки, который открыл в 1944 г. в Советском Союзе В. И. Векслер, а в 1945 г. в США Э. Макмиллан. Суть этого принципа заключается в следующем.

Если бы в синхрофазотроне ускорялись только те частицы, частота которых точно совпадает с частотой изменения поля, то не имело бы смысла создавать установку, так как число таких равновесных частиц ничтожно мало. Векслер показал, что ускориться будет сгусток частиц, для которых условие синхронизации выполняется приближенно: $T_{поля} \approx T_{орб}$. Эти частицы то разгоняются быстрее равновесных и опережают их — тогда поле начинает их тормозить; когда же их скорость станет несколько меньше скорости обращения равновесных частиц, поле опять станет их разгонять. В результате этого процесса частицы в сгустке ускоряются, но их энергия не возрастает монотонно, а колеблется около значения энергии равновесных частиц. Число частиц в сгустке на несколько порядков больше числа равновесных частиц.

§ 5.7. Удельный заряд электрона

1. *Удельным зарядом* частицы называется величина e/m_0, т. е. отношение заряда частицы к ее массе покоя. Заряд частицы может быть определен весьма точно. Поэтому по известным значениям заряда частицы и ее удельного заряда можно вычислить ее массу покоя.

Электрический заряд любой элементарной частицы, как показывает опыт, всегда равен по абсолютной величине заряду электрона (или равен нулю). Заряд любого иона кратен заряду электрона.

2. Существует множество методов определения удельного заряда электрона. Рассмотрим один из них — метод фокусировки в продольном магнитном поле.

Установка представляет собой осциллографическую трубку, которая помещается внутрь длинного соленоида, создающего здесь достаточно однородное магнитное поле с индукцией B (рис. 5.5). Электроны, вылетев из катода, разгоняются в электрическом поле анода, потенциал которого равен φ. Скорость электрона найдем из условия $e\varphi = mv^2/2$.

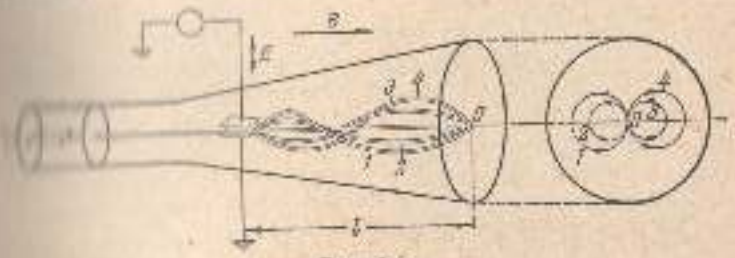


Рис. 5.5.

3. Разложим вектор скорости электрона на две составляющие — поперечную $v_\perp = v \sin\alpha$ и продольную $v_\parallel = v \cos\alpha$. На продольную составляющую магнитное поле не действует; следовательно, путь, пройденный электроном вдоль поля, равен

$$l = v_\parallel t = vt \cos\alpha.$$

На составляющую $v_\perp$ действует сила Лоренца, которая при отсутствии $v_\parallel$ заставила бы электрон двигаться по окружности. В итоге движение электрона происходит по винтовой линии. При малых углах ($\cos\alpha \approx 1$) частицы будут фокусироваться практически в одной точке. В самом деле, фокусировка возникает при условии, что электрон, пройдя расстояние $l \approx vt$, успеет обернуться один или несколько раз, т. е. если $t = nT_e = 2\pi n m_e/eB$ (где $n = 1, 2, 3, \ldots$). При минимальной индукции поля электрон совершит один оборот, следовательно, $l = 2\pi n m_e/eB$. Исключив из предыдущих формул неизвестную скорость v, получим

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8n^2\varphi}{B^2l^2}. \qquad (5.14)$$

Потенциал анода, индукция магнитного поля и расстояние между управляющими электродами и экраном трубки легко определяются экспериментально либо вычисляются.

4. В результате тщательного анализа всех методов измерения удельного заряда электрона для него сейчас принято значение

$$e/m_0 = (1{,}75888 \pm 0{,}000022) \cdot 10^{11}\ к/кг.$$

Отсюда следует, что собственная масса электрона

$$m_0 = (9{,}1086 \pm 0{,}0003) \cdot 10^{-31}\ кг.$$

§ 5.5. Удельный заряд иона

1. При определении удельного заряда иона встречаются значительные трудности, связанные с тем, что в пучке ионов содержатся частицы с весьма различными скоростями, что очень затрудняет их фокусировку. Нужно выделить из пучка ионы, имеющие одну и ту же скорость. Для этой цели часто применяется *фильтр скоростей*. В этой установке (рис. 5.6) вектор напряженности электрического поля перпендикулярен вектору индукции магнитного поля. На положительный ион, движущийся в скрещенных электрическом и магнитном полях, действуют две силы: электрическая сила $F_e = qE$, отклоняющая ион вниз, и сила Лоренца $F_m = qvB$, отклоняющая его вверх. Ион пролетит через щелевую диафрагму только в том случае, если направление его скорости не изменится; это возможно лишь при условии, когда электрическая сила уравновесит силу Лоренца: $F_e = F_m$, или $qE = qvB$. Итак, через щелевую диафрагму пройдут только те ионы, скорость которых удовлетворяет условию $v = E/B$. Остальные ионы отфильтруются.

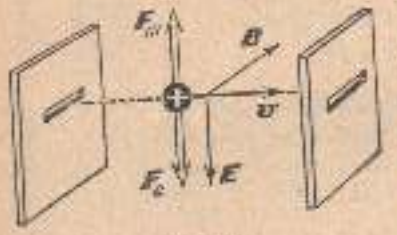


Рис. 5.6

2. Имеющие одинаковую скорость ионы фокусируются затем с помощью электрических или магнитных полей. В некоторых масс-спектрографах для фокусировки применяется поперечное магнитное поле.

Ионы, вылетев из фильтра скоростей, движутся в поперечном однородном магнитном поле. Их траектории — полуокружности радиуса $r = mv/qB$ (5.5), где q/m — удельный заряд иона *), B — индукция поперечного магнитного поля

*) В опытах с ионами $v \ll c$ и $m \approx m_0$.

в масс-спектрографе. Поскольку скорость ионов и индукция поперечного поля — заданные величины, то радиус полуокружности целиком определяется удельным зарядом иона. Ионы с разным значением удельного заряда иона фокусируются в разных точках.

3. Помещая в место фокусировки пучков фотопластинку, можно зафиксировать эти точки, получив так называемую масс-спектрограмму (см., например, рис. 5.7). Из соотношения $r = mv/qB$ следует, что отклонение данной полоски в спектре зависит от точки входа иона обратно пропорционально удельному заряду иона.


Рис. 5.7

Для определения удельного заряда некоторого иона можно масс-спектрограмму сначала протарировать с помощью ионов с известным удельным зарядом. Обычно для этой цели используются ионы углерода или кислорода. С помощью масс-спектрографа было показано, что многие вещества представляют собой смесь *изотопов* (§ 44.1). На рис. 5.7 показана масс-спектрограмма изотопов цинка, у которых массы ядер относятся как 64 : 66 : 67 : 68 : 70, а также масс-спектрограммы германия и теллура.

§ 5.9. Проводник с током в магнитном поле

1. Опыт показывает, что на проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила, направление которой определяется правилом левой руки,— тем же правилом, которое служит для определения направления силы Лоренца. Причина возникновения этой силы совершенно ясна. Ток в проводнике — это упорядоченное движение электронов. На каждый движущийся электрон магнитное поле действует с силой $f = evB \sin\alpha$ (5.1). Сила, действующая на весь проводник, является векторной суммой элементарных сил Лоренца, действующих на каждый электрон.

2. Вычисление этой силы, которая называется силой Ампера, в общем случае весьма затруднительно. Выясним силу, с которой однородное магнитное поле с индукцией B действует на прямолинейный проводник с током.

В этих условиях все электроны движутся в одном направлении, вследствие чего все элементарные силы Лоренца, действующие на отдельные электроны, направлены в одну сторону и вместо векторного суммирования нужно просто сложить модули всех элементарных сил. Если средняя скорость электронов равна v, длина проводника l и его сечение S, то сила Ампера

$$F = Nf = nSl \cdot evB \sin\alpha.$$

Подставив значение силы тока согласно (3.17), получим

$$F = IlB \sin\alpha, \tag{5.15}$$

где α — угол между проводником и вектором индукции. Направление силы Ампера определяется по правилу левой руки (см. рис. 5.1): направление тока совпадает с направлением движения положительных зарядов.

§ 5.10. Рамка с током в магнитном поле

1. Поместим в однородное магнитное поле прямоугольную рамку с током так, чтобы угол между направлением нормали к рамке и вектором магнитной индукции был равен

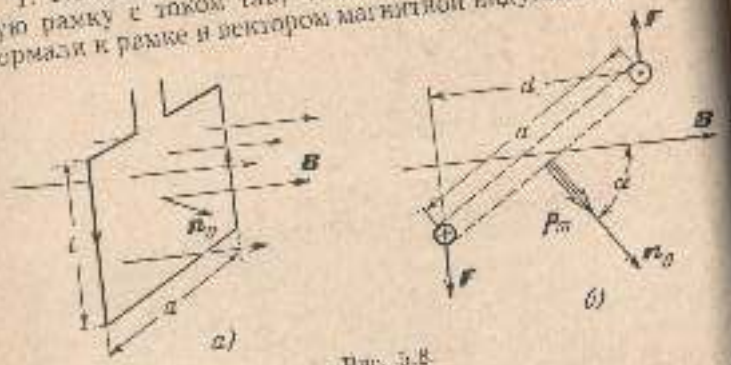


Рис. 5.8.

α (рис. 5.8). Пользуясь правилом левой руки, легко убедиться, что силы, действующие на участки рамки, перпендикулярные вектору индукции, создают вращающий момент. Для вычисления этого момента обратимся к рис. 5.8, *а*, где изображено поперечное сечение рамки.

1. Момент пары сил согласно формуле (22.14) т. 1 равен произведению силы Ампера на плечо d:

$$M = Fd = Fa \sin\alpha,$$

где a — ширина рамки. Подставив значение силы Ампера из (5.15), имеем

$$M = IlBa \sin\alpha = iSB \sin\alpha, \tag{5.16}$$

где $S = al$ — площадь рамки. Согласно (1.23) произведение силы на площадь, обтекаемую током, — это магнитный момент рамки p_m. Итак,

$$M = p_m B \sin\alpha. \tag{5.17}$$

3. Сравним выражения (1.10) и (5.17), мы видим, что они совершенно аналогичны. В § 4.6 было выяснено, что рамка с током создает вокруг себя магнитное поле, аналогичное полю электрического диполя.

Таким образом, наблюдается весьма широкая аналогия между свойствами электрического диполя $\boldsymbol{p}_e = q\boldsymbol{l}$ и «магнитного диполя» $\boldsymbol{p}_m = iS\boldsymbol{n}_0$, т. е. рамки с током. На этом основании можно без доказательства, используя только аналогию, по формуле (1.12) написать выражение для потенциальной энергии «магнитного диполя»:

$$\mathcal{E}_{пот} = -p_m B \cos\alpha. \tag{5.18}$$

На основании этой же аналогии можно утверждать, что в неоднородном магнитном поле рамка с током будет втягиваться в область более сильного поля. Опыт подтверждает это предположение. Сила притяжения согласно (1.14) равна

$$F = p_m \frac{\Delta B}{\Delta l}. \tag{5.19}$$

Она пропорциональна магнитному моменту рамки и градиенту индукции магнитного поля.

ГЛАВА 6

МАГНЕТИКИ

§ 6.1. Три типа магнетиков

1. Читателю известно, что на кусок железа, помещенный внутри катушки с током, действует значительная сила притяжения. Известно также, что сила взаимодействия между

двумя катушками с током существенно возрастает, если поместить в них железный сердечник. Аналогичными свойствами обладают, кроме железа, различные сорта стали, а также никель, кобальт и некоторые сплавы: пермаллой, альни, магнико. Все эти вещества называются ферромагнетиками (от латинского ferrum — железо).

В пятидесятых годах прошлого столетия Фарадей показал, что все вещества обладают магнитными свойствами, но степень и характер их взаимодействия с полем у разных веществ различны. В связи с этим различают вещества с парамагнитными, диамагнитными и ферромагнитными свойствами.

По интенсивности взаимодействия с магнитным полем можно все вещества разбить на два класса. К слабо магнитным веществам относятся все диамагнетики и парамагнетики. Эти вещества при любых температурах очень слабо взаимодействуют с магнитным полем. К сильно магнитным веществам относятся ферромагнетики и антиферромагнетики, которые при определенных температурах сильно взаимодействуют с полем.

2. Парамагнетиками называются вещества, которые втягиваются в область более сильного поля. Если в U-образную стеклянную трубку налить парамагнитную жидкость и поместить одно колено между полюсами сильного электромагнита, то жидкость в этом колене поднимется (рис. 6.1).

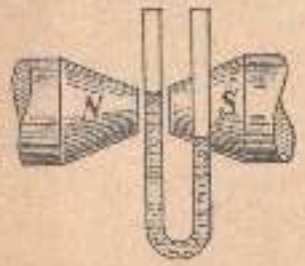


Рис. 6.1.



Рис. 6.2.

Стержень из парамагнитного вещества, подвешенный на тонкой нити, ориентируется в магнитном поле вдоль силовых линий.

По своим свойствам парамагнетики несколько напоминают ферромагнетики, но сила их взаимодействия с полем в сотни и тысячи раз слабее. Поэтому для наблюдения парамагнитных эффектов необходимы сильные магнитные поля.

Парамагнитными свойствами обладают платина, алюминий, вольфрам, все щелочные и щелочно-земельные металлы; из газов — кислород и в слабой степени окись азота.

3. Диамагнетиками называются вещества, которые выталкиваются из магнитного поля. Так, если между полюсами электромагнита зажечь свечу, то пламя выталкивается из поля (рис. 6.2). Стерженек из диамагнитного вещества, подвешенный на нити в сильном магнитном поле, устанавливается поперек силовых линий.

Заметим, что силы, действующие на диамагнетик в магнитном поле, на один-два порядка меньше сил, действующих на парамагнетик в этом же поле. Поэтому для наблюдения диамагнитных эффектов требуются очень сильные поля. К диамагнетикам относятся почти все газы (кроме кислорода), вода, серебро, золото, медь, алмаз, графит, висмут, многие органические соединения.

§ 6.2. Магнитный момент атома

1. В начале XIX в. Ампер пришел к выводу, что магнитные свойства вещества можно объяснить, если допустить, что атомы представляют собой микроскопические элементарные магниты. Однако обосновать происхождение элементарных магнитных моментов Ампер не смог. Ядерная модель строения атома, которой мы уже пользовались для объяснения механизма деформационной поляризуемости (§ 3.5), позволяет нам понять происхождение магнитных моментов атомов. В самом деле, электрон, циркулируя в атоме, представляет собой элементарный ток, обладающий магнитным моментом $p_m^{орб}$. Кроме того, циркулирующий по орбите электрон имеет момент импульса, называемый *орбитальным моментом импульса* $L^{орб}$. Согласно (4.28) между этими величинами должна существовать следующая связь:

$$p_m^{орб} = \frac{e}{2m_e} L^{орб}, \qquad (6.1)$$

где m_e — масса покоя электрона, e — его заряд.

Магнитный момент атома складывается из магнитных моментов электронов, движущихся вокруг ядра, и магнитного момента самого ядра. Однако опыт показывает, что магнитный момент ядра примерно в 2000 раз меньше магнитного момента электрона (§ 44.2). Поэтому при изучении магнитных свойств вещества пренебрегают магнитным мо-

ментом ядра и считают, что магнитный момент атома равен векторной сумме магнитных моментов электронов, циркулирующих вокруг ядра. Попытаемся оценить величину этого магнитного момента.

2. Пусть в пространстве выделено некоторое направление, например ось z. Это может означать, что вдоль этой оси направлено какое-либо магнитное поле. В квантовой механике доказывается, что проекция орбитального момента импульса на заданное направление может принимать только некоторые, вполне определенные значения:

$$L_z^{\text{орб}} = m\hbar, \tag{6.2}$$

где $\hbar = 1{,}05450 \cdot 10^{-34}$ дж·сек — постоянная Планка, а целое число $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ (см. § 36.4) называется *магнитным квантовым числом*. Пользуясь соотношением (6.1), получим для проекции орбитального магнитного момента, которую мы обозначим $p_{mz}^{\text{орб}}$, следующее значение:

$$p_{mz}^{\text{орб}} = \frac{e}{2m_0} L_z^{\text{орб}} = m\frac{e\hbar}{2m_0} = m\mu_B. \tag{6.3}$$

3. Величина

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_0} = (9{,}27334 \pm 0{,}00029) \cdot 10^{-24}\ a \cdot m^2 \tag{6.4}$$

называется *магнетоном Бора*. Она составлена из мировых констант — заряда и массы электрона и постоянной Планка, и поэтому тоже является мировой константой.

Магнетон Бора — это минимальное отличное от нуля значение проекции магнитного момента электрона на произвольное направление. А так как магнитный момент атома есть векторная сумма магнитных моментов электронов, то мы можем утверждать, что проекция магнитного момента атома на некоторую ось либо равна нулю, либо кратна магнетону Бора. Ниже мы увидим, что опыты подтверждают эту оценку.

§ 6.3. Величины, характеризующие магнитное поле в веществе

1. Для характеристики степени поляризации диэлектрика в электрическом поле была введена особая физическая величина — вектор поляризации, равный дипольному моменту единицы объема поляризованного диэлектрика (§ 2.2). Аналогично введем величину, характеризующую степень

намагниченности вещества в магнитном поле,— вектор намагниченности, или вектор намагничения.

Вектором намагниченности $\boldsymbol{M}$ называется магнитный момент единицы объема намагниченного вещества. Чтобы его определить, необходимо найти векторную сумму магнитных моментов всех атомов, заключенных в единице объема намагниченного вещества. Для простоты рассуждений положим, что вещество однородное и все его атомы имеют один и тот же магнитный момент $\boldsymbol{p}_m$. Тогда вектор намагниченности

$$\boldsymbol{M} = \frac{N\boldsymbol{p}_m}{V} = n\boldsymbol{p}_m, \tag{6.5}$$

где n — концентрация атомов. Размерность намагниченности совпадает с размерностью напряженности магнитного поля:

$$[M] = [Np_m/V] = a \cdot м^2/м^3 = a/м = [H].$$

2. Ограничимся рассмотрением простейшего случая, когда однородное и изотропное вещество сплошь заполняет магнитное поле. Это можно реализовать, если на тороидальный сердечник из исследуемого вещества равномерно намотать обмотку, по которой течет ток. Вещество сердечника, очевидно, намагнитится за счет действия магнитного поля тока.

Оказывается, что если вещество представляет собой парамагнетик или диамагнетик, то его вектор намагниченности пропорционален напряженности намагничивающего поля:

$$\boldsymbol{M} = \varkappa_m \boldsymbol{H}. \tag{6.6}$$

Доказательство будет приведено в §§ 6.4 и 6.5, где мы рассмотрим механизм намагничивания вещества.

Коэффициент пропорциональности $\varkappa_m$ в выражении (6.6) называется *магнитной восприимчивостью* вещества. Читатель легко убедится, что магнитная восприимчивость является безразмерной величиной.

3. Вектор намагниченности определяет индукцию магнитного поля $\boldsymbol{B}_{доп}$, создаваемого намагниченным веществом. По аналогии с тем, как связана индукция поля тока с напряженностью этого поля ($\boldsymbol{B}_{т} = \mu_0 \boldsymbol{H}$), напишем соотношение между индукцией поля вещества и его намагниченностью: $\boldsymbol{B}_{доп} = \mu_0 \boldsymbol{M}$.

Индукция магнитного поля в веществе, которое сплошь заполняет магнитное поле, представляет собой векторную

сумму индукций поля намагничивающих токов и поля намагниченного вещества:

$$B = B_{\text{токи}} + B_{\text{вещ}} = \mu_0 (H + M). \tag{6.7}$$

На основании (6.6) имеем

$$B = \mu_0 (H + \varkappa_m H) = \mu_0 (1 + \varkappa_m) H = \mu_0 \mu H. \tag{6.8}$$

Величина

$$\mu = 1 + \varkappa_m \tag{6.9}$$

называется *магнитной проницаемостью* вещества.

§ 6.4. Диамагнетизм

1. Попытаемся выяснить механизм диамагнитного эффекта. Для анализа используем модель атома гелия. Ядро этого атома имеет заряд $q = +2e$, а вокруг ядра обращаются два электрона. Опыт показывает, что атом гелия не имеет магнитного момента. Это можно объяснить, если мы предположим, что оба электрона обращаются вокруг ядра с одинаковой скоростью по одинаковым орбитам, но в противоположных направлениях. Тогда их орбитальные магнитные моменты будут равны по величине, но противоположны по знаку, и суммарный магнитный момент атома окажется равным нулю (рис. 6.3).

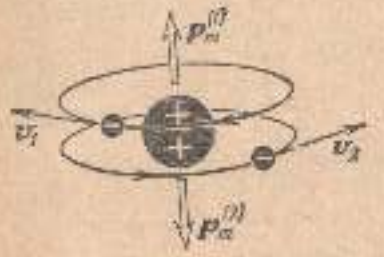


Рис. 6.3.

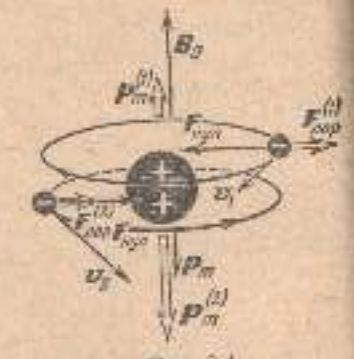


Рис. 6.4.

2. Поместим атом гелия в магнитное поле с индукцией $B_0 = \mu_0 H$. Для простоты рассуждений положим, что вектор индукции перпендикулярен плоскости орбиты электрона (рис. 6.4). В этом случае на электрон действуют две силы — кулоновская сила притяжения к ядру и сила Лоренца. Их равнодействующая сообщает электрону центростремительное ускорение. Уравнения движения для обоих электронов будут вид

$$\left.\begin{aligned} F_{кул} - F_{лор}^{(1)} &= \frac{2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} - ev_1 B_0 = \frac{mv_1^2}{r}, \\ F_{кул} + F_{лор}^{(2)} &= \frac{2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + ev_2 B_0 = \frac{mv_2^2}{r}. \end{aligned}\right\} \tag{6.10}$$

Следует обратить внимание на тот факт, что в этом уравнении мы полагаем, что под действием магнитного поля меняется только скорость движения электрона, но не радиус орбиты.

3. Из уравнений (6.10) следует, что под действием магнитного поля скорость движения первого электрона уменьшилась, второго — возросла. Соответственно изменяются и их магнитные моменты. Таким образом, под действием внешнего магнитного поля у атома наводится (индуцируется) магнитный момент

$$p_m = p_m^{(2)} - p_m^{(1)} = \frac{ev_2 r}{2} - \frac{ev_1 r}{2} = \frac{er}{2}(v_2 - v_1). \tag{6.11}$$

Заметим, что индуцированный магнитный момент p_m направлен противоположно направлению вектора индукции внешнего поля (рис. 6.4).

Разность скоростей найдем из (6.10), если вычтем из нижнего равенства верхнее:

$$eB_0(v_2 + v_1) = \frac{m}{r}(v_2^2 - v_1^2)$$

или после сокращений

$$v_2 - v_1 = eB_0 r/m = er\mu_0 H/m. \tag{6.12}$$

Подставив в (6.11), получим для индуцированного магнитного момента:

$$p_m = e^2 r^2 \mu_0 H/2m. \tag{6.13}$$

Учитывая, что векторы $\boldsymbol{p}_m$ и $\boldsymbol{H}$ направлены противоположно, перепишем (6.13) в векторном виде:

$$\boldsymbol{p}_m = -\frac{e^2 r^2 \mu_0}{2m} \boldsymbol{H}. \tag{6.14}$$

4. Вектор намагниченности согласно (6.5) равен:

$$\boldsymbol{M} = n\boldsymbol{p}_m = -\frac{e^2 r^2 n \mu_0}{2m} \boldsymbol{H}. \tag{6.15}$$

Итак, здесь вектор намагниченности действительно пропорционален напряженности намагничивающегося поля (см. (6.6)). Магнитная восприимчивость является отрицательной величиной:

$$\varkappa_m = -\frac{e^2 r^2 n \mu_0}{2m}.$$

Оценим величину магнитной восприимчивости гелия. Радиус орбиты $r = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ м, концентрация атомов при обычных давлениях $n = 2{,}69 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$. Имеем

$$\varkappa_m = -\frac{1{,}6^2 \cdot 10^{-38} \cdot 0{,}5^2 \cdot 10^{-20} \cdot 2{,}69 \cdot 10^{25} \cdot 4\pi}{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^7} = -1{,}2 \cdot 10^{-8}.$$

Опыт дает для гелия значение магнитной восприимчивости $\varkappa_m = -2{,}25 \cdot 10^{-9}$. Учитывая весьма приближенный характер нашей модели, следует признать такое совпадение расчета и эксперимента очень хорошим.

5. На модели атома гелия нам удалось объяснить механизм диамагнитных явлений. Обобщая, можно утверждать, что диамагнетиками являются все вещества, у которых атомы при отсутствии внешнего магнитного поля не имеют магнитного момента.

Так как радиусы электронных орбит у атомов разных веществ не отличаются очень сильно, то и магнитные восприимчивости разных веществ при одном и том же агрегатном состоянии примерно равны. В самом деле, магнитная восприимчивость азота равна $-6{,}76 \cdot 10^{-9}$, аргона $-10{,}9 \cdot 10^{-9}$, водорода $-2{,}25 \cdot 10^{-9}$ и т. п. У жидкостей и твердых тел концентрация атомов примерно в 1000 раз больше, соответственно возрастает и их магнитная восприимчивость. Так, у воды восприимчивость равна $-9 \cdot 10^{-6}$, у серебра $-25 \cdot 10^{-6}$ и т. п.

§ 6.5. Парамагнетизм

1. Рассмотренный в предыдущем параграфе механизм намагничивания диамагнетиков сводится к наведению дополнительного магнитного момента у атома под действием внешнего магнитного поля. Это явление характерно для атомов любого вещества, следовательно, все вещества должны обладать диамагнитными свойствами. Откуда же берутся парамагнетики?

Оказывается, что в отличие от диамагнетиков, у которых магнитные моменты электронов внутри атома скомпенсиро-

ваны, атомы парамагнетиков имеют нескомпенсированные магнитные моменты. Под действием внешнего магнитного поля эти магнитные моменты поворачиваются, стремясь расположиться вдоль силовых линий поля. Тепловое движение, естественно, расстраивает этот порядок.

Ясно видно, что механизм намагничивания парамагнетиков вполне аналогичен механизму поляризации диэлектриков неполярными молекулами (§ 2.6). Если провести такие же рассуждения, как и при выводе формулы (2.25), получим выражение для намагниченности парамагнетиков:

$$\boldsymbol{M} = \frac{n p_m^2 B_0}{3kT} = \frac{n p_m^2 \mu_0}{3kT} \boldsymbol{H}. \qquad (6.16)$$

2. Магнитная восприимчивость парамагнетиков является положительной величиной:

$$\varkappa_m = \frac{n p_m^2 \mu_0}{3kT}.$$

Как видно, при неизменной концентрации атомов (т. е. при неизменной плотности вещества) магнитная восприимчивость парамагнетиков меняется обратно пропорционально абсолютной температуре (закон Кюри):

$$\varkappa_m = \frac{\mathrm{const}}{T}.$$

Это явление подтверждается экспериментально.

Заметим, что выражение (6.16) справедливо при условии, если $p_m B_0 / kT \ll 1$, т. е. если энергия диполя в магнитном поле $E_m = p_m B_0$ много меньше энергии теплового движения частицы $\varepsilon = kT$. Поскольку $p_m \approx \mu_0 = 9{,}27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Т, а максимально достижимая индукция магнитного поля $B_{max} \approx 1{,}3$ вб/м^2, то при комнатных температурах это условие всегда выполняется. Лишь при очень низких температурах можно получить $p_m B_0 / kT \approx 1$; для этого парамагнетик следует охладить до температуры

$$T \approx \frac{p_m B_0}{k} = \frac{\mu_0 B_{max}}{k} = \frac{9{,}27 \cdot 10^{-24} \cdot 1{,}3}{1{,}38 \cdot 10^{-23}} \approx 1\ ^\circ\mathrm{K},$$

т. е. близко к абсолютному нулю. В этом случае намагниченность парамагнетика будет близка к насыщению, так как все магнитные моменты атомов расположатся вдоль поля, и слабое тепловое движение этот порядок разрушить не сможет.

3. Оценим величину магнитной восприимчивости парамагнетиков при комнатных температурах. Для газов $n = 2{,}69 \cdot 10^{25}$ $м^{-3}$; полагая $T \approx 300$ °К, получим

$$\varkappa_m \approx \frac{2{,}69 \cdot 10^{25} \cdot 9{,}27^2 \cdot 10^{-48} \cdot 4\pi}{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 10^7} \approx 2{,}3 \cdot 10^{-7}.$$

Опыт дает для кислорода при 20 °С значение магнитной восприимчивости $18{,}6 \cdot 10^{-7}$, для окиси азота (NO) $0{,}8 \cdot 10^{-7}$. У твердых парамагнетиков восприимчивость должна быть примерно в 1000 раз больше. Опыт дает для платины $2{,}58 \times 10^{-4}$, для натрия $8{,}3 \cdot 10^{-6}$, для лития $2{,}3 \cdot 10^{-5}$, а для других материалов — значительно меньшие значения.

Итак, магнитная восприимчивость парамагнетиков примерно в сто раз больше восприимчивости диамагнетиков. Это позволяет объяснить, почему у парамагнетиков не проявляются диамагнитные свойства. Оказывается, что более сильный парамагнитный эффект перекрывает слабый диамагнитный.

§ 6.6. Ферромагнетизм. Точка Кюри

1. В отличие от парамагнетиков и диамагнетиков, у которых вектор намагниченности пропорционален напряженности намагничивающего поля, у ферромагнетиков намагниченность является весьма сложной нелинейной функцией напряженности. Для никеля эта зависимость изображена на рис. 6.5. Для удобства изображения масштаб нарушен: область напряженности поля от $0{,}1 \cdot 10^3$ до $2 \cdot 10^3$ а/м растянута. Как видно из чертежа, намагниченность никеля сначала быстро растет с ростом напряженности магнитного поля. Затем наступает магнитное насыщение, когда намагниченность уже практически перестает зависеть от величины намагничивающего поля.

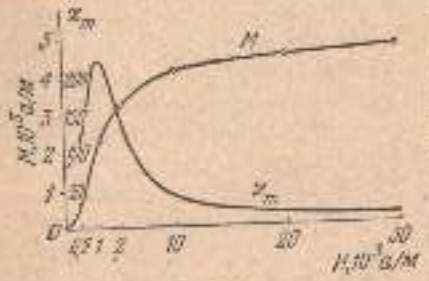


Рис. 6.5.

2. Поскольку намагниченность ферромагнетика не пропорциональна напряженности намагничивающего поля, выражения (6.6) и (6.8) теряют смысл. Формально, однако, ими

можно пользоваться, учитывая, что для ферромагнетиков магнитная восприимчивость $\varkappa_m = M/H$ и магнитная проницаемость $\mu = B/\mu_0 H$ являются не постоянными величинами, а весьма сложными функциями напряженности намагничивающего поля.

3. Следующее важное отличие ферромагнетиков заключается в том, что если парамагнитные или диамагнитные свойства вещества проявляются в любом агрегатном состоянии, то ферромагнитные свойства наблюдаются только в кристаллах. В жидком или газообразном состоянии ферромагнитные вещества ведут себя как обычные парамагнетики. Отсюда следует, что ферромагнитные свойства некоторых веществ определяются не особыми свойствами их атомов — последние ничем не отличаются от атомов парамагнетиков, — а особой структурой их кристаллической решетки. При изменении структуры решетки должны меняться и магнитные свойства ферромагнетиков. Опыт подтверждает это предположение.

Оказывается, что для каждого ферромагнетика имеется определенная температура — точка Кюри, выше которой ферромагнитные свойства исчезают и вещество становится обычным парамагнетиком. Для железа точка Кюри составляет 770 °С, для никеля 360 °С, а для пермаллоя (сплав 70% Fe и 30% Ni) всего лишь 70 °С.

4. Как показал академик Л. Д. Ландау, точка Кюри у ферромагнетиков — это температура фазового перехода второго рода.

При фазовых переходах первого рода меняется структура вещества; например, при плавлении кристалла дальний порядок меняется на ближний. В результате меняется внутренняя энергия и энтропия тела, что требует затраты некоторой энергии — теплоты фазового перехода (т. 1, гл. 3б). Фазовые переходы второго рода, например, исчезновение ферромагнитных свойств вещества при переходе через точку Кюри, не сопровождаются изменением агрегатного состояния. В частности, при этом кристаллическая решетка не разрушается, хотя тип симметрии решетки меняется. В результате фазовые переходы второго рода не сопровождаются изменением энтропии и внутренней энергии тела, следовательно, здесь нет и теплоты фазового перехода.

Ландау показал, что при фазовых переходах второго рода скачком меняются такие характеристики вещества, как теплоемкость, коэффициент теплового расширения, сжимаемость и т. п., что подтверждается экспериментом. На

рис. 6.6 показаны графики изменения намагниченности и теплоемкости некоторого вещества. Как видно, при температуре 4,2 °К намагниченность резко падает; следовательно, эта температура есть точка Кюри для данного вещества. При этой температуре теплоемкость сначала быстро возрастает, а затем падает. График похож на греческую букву лямбда, поэтому точке Кюри иногда называется λ-точкой.

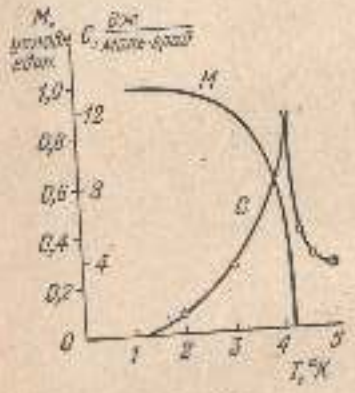


Рис. 6.6.

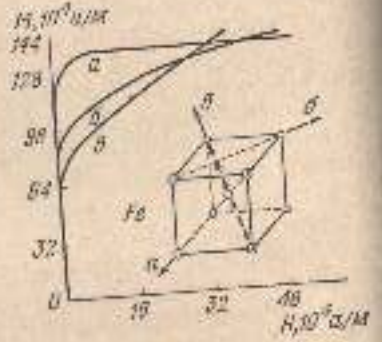


Рис. 6.7.

6. Ферромагнетикам присущи только кристаллам, в последние обладают анизотропией (т. 1, § 32.1), поэтому монокристалл ферромагнитного вещества должен обладать анизотропией намагничения — его магнитные свойства должны быть разными в разных направлениях. Опыт подтверждает это предположение.

На рис. 6.7 изображены графики намагниченности монокристалла железа, имеющего решетку типа объемноцентрированного куба (т. 1, § 33.4). Оказывается, что в направлении ребра куба намагниченность вещества при данном значении напряженности поля наибольшая (*а*), меньше она в направлении диагонали грани (*б*) и наименьшая намагниченность — в направлении пространственной диагонали куба (*в*). Поэтому ребро куба называется направлением легкого намагничивания, а диагональ куба — направлением трудного намагничивания.

Естественно, что в поликристалле анизотропия намагниченности не проявляется, поскольку отдельные микрокристаллики ориентированы беспорядочно (т. 1, § 32.2).

§ 6.7. Гистерезис

1. Характерным свойством ферромагнетиков является гистерезис. Явление заключается в том, что намагниченность ферромагнетика зависит не только от напряженности намагничивающего поля в данный момент, но и от предшествующего намагничивания образца. Поэтому вообще нельзя указать, какая намагниченность ферромагнетика соответствует данному значению напряженности намагничивающего поля, если не известно, в каком состоянии он до этого находился. То же, естественно, относится к значениям магнитной восприимчивости и проницаемости.

График рис. 6.6 характеризует ход первоначальной намагниченности, когда ферромагнетик был сначала нагрет выше точки Кюри и тем самым полностью размагничен, а затем охлажден и подвергнут намагничиванию. Совершенно иной вид будет иметь кривая намагниченности, если ферромагнетик был уже ранее намагничен.

2. Поместим сердечник в форме тороида из размагниченного ферромагнетика и обмотки его равномерно проводящим. Меняя ток в обмотке, мы тем самым меняем напряженность намагничивающего поля. Пусть напряженность поля возрастет до значения H_s (рис. 6.8). Этому значению поля соответствует намагниченность насыщения, равная M_s. Будем уменьшать ток в обмотке, создавая тем самым напряженность намагничивающего поля. Мы убедимся, что намагниченность сердечника в процессе размагничивания остается все время большей, чем в процессе намагничивания.

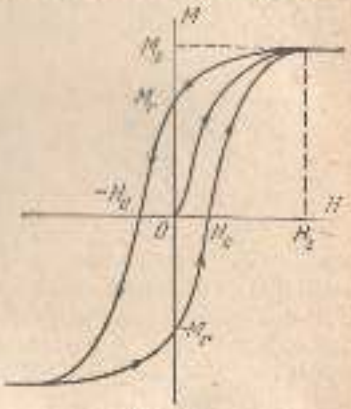


Рис. 6.8.

Когда ток в обмотке станет равен нулю, исчезнет и намагничивающее поле. Но намагниченность ферромагнетика не обратится в нуль — сердечник сохранит некоторую *остаточную намагниченность* M_r. И только в том случае, когда в обмотке будет пропущен ток обратного направления и создаст поле с напряженностью $-H_c$, намагниченность сердечника обратится в нуль. Напряженность

размагничивающего поля H_c называется *коэрцитивной силой*.

Кривая, изображенная на рис. 6.8, называется *магнитной петлей*.

3. В зависимости от химического состава, а также от характера тепловой и механической обработки материала (закалка, отжиг, прокат, холодная штамповка и т. п.) встречаются ферромагнетики с различными свойствами. Вещества с малыми значениями коэрцитивной силы называются «мягкими» магнитными материалами, высококоэрцитивные материалы — «жесткими». На рис. 6.9 изображены гистерезисные петли двух материалов: магнитно-мягкого железа (*а*) и высококоэрцитивной закаленной стали (*б*).

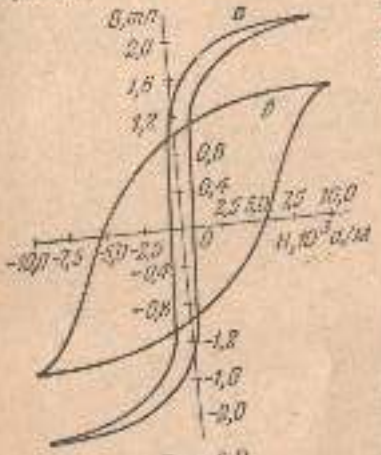


Рис. 6.9.

Форма гистерезисной петли определяет область применения того или иного ферромагнетика. «Мягкие» магнитные материалы применяются для изготовления сердечников электромагнитов, трансформаторов и машин переменного тока (генераторов, двигателей); благодаря малой коэрцитивной силе они легко перемагничиваются. Такие же требования предъявляются к сердечникам магнитов ускорителей.

Магнитно-жесткие материалы используются для изготовления постоянных магнитов. Благодаря большому значению коэрцитивной силы и относительно большой остаточной индукции эти магниты могут длительное время создавать сильные магнитные поля.

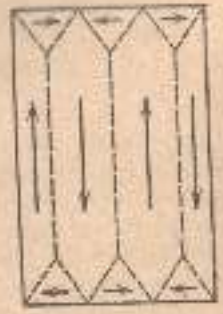
Постоянные магниты из высококоэрцитивных сплавов применяются в магнитоэлектрических измерительных приборах, в электродинамических репродукторах («динамиках») и микрофонах, в небольших генераторах (например, велосипедных), в микроэлектродвигателях и т. п.

§ 6.8. Доменная структура ферромагнетиков

1. Особенности ферромагнетиков можно объяснить, следуя классической теории ферромагнетизма, предложенной П. Вейссом. Согласно этой теории, при температурах ниже точки Кюри ферромагнетик состоит из микроскопических областей, называемых *доменами*, в каждой из которых магнитные моменты атомов расположены строго в одном направлении, соответствующем направлению легкого намагничивания (см. § 6.6). Тем самым каждый домен оказывается намагниченным до насыщения независимо от наличия внешнего магнитного поля и от его величины.

Размеры доменов достигают $10^{-2} — 10^{-3}$ см, вследствие чего их можно наблюдать в микроскоп. Для того чтобы увидеть домены, на полированную поверхность ферромагнетика наносят каплю масла, в которой взвешены мельчайшие частицы ферромагнитного порошка (метод Акулова — Биттера). Частицы ферромагнитного порошка концентрируются на границах доменов, где магнитное поле наиболее неоднородно (рис. 6.10).


Рис. 6.10.


Рис. 6.11.

При отсутствии внешнего магнитного поля домены в монокристалле располагаются так, что их магнитные поля замыкают друг друга и суммарное внешнее магнитное поле оказывается равным нулю. На рис. 6.11 схематически изображены эти домены. Стрелками показаны направления векторов намагниченности внутри доменов. Как показали Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, такая система доменов в монокристалле характеризует состояние с минимальной энергией магнитного поля, что с точки зрения законов тер-

молинамики обеспечивает устойчивое равновесие этой системы.

2. Объясним на основе этих представлений механизм намагничивания поликристаллического образца. Поликристалл состоит из отдельных зерен, у которых направления легчайшего намагничивания ориентированы беспорядочно. Каждое зерно разбивается на несколько доменов, направленных вдоль линий легчайшего намагничивания (рис. 6.12, *а*).

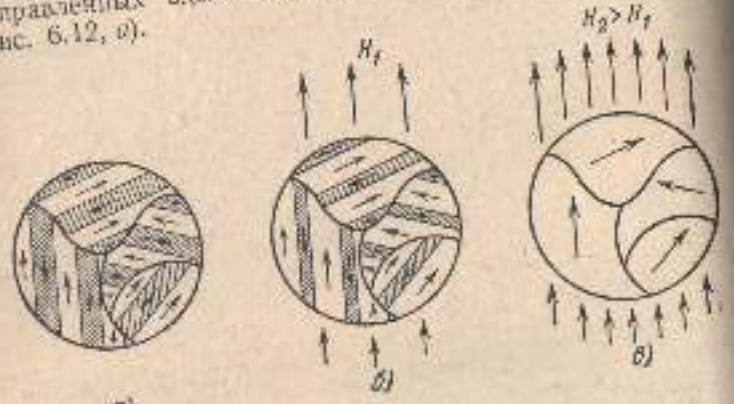


Рис. 6.12.

При включении слабого внешнего магнитного поля всего да найдется множество доменов, у которых направления вектора намагниченности совпадает с направлением внешнего поля. Эти домены будут обладать минимумом энергии и поэтому окажутся в состоянии устойчивого равновесия. Соседние домены обладают максимумом энергии. Поэтому энергетически выгодно, если магнитные моменты некоторых атомов изменят свое направление и присоединятся к тем доменам, энергия которых минимальна. Этот процесс называется смещением границ доменов (рис. 6.12, *б*).

По мере роста напряженности внешнего магнитного поля границы доменов сдвигаются все сильнее. При этом стенки доменов начинают встречать на своем пути дефекты кристалла — дислокации, внедрения и т. п. (т. 1, § 32.4). Эти дефекты препятствуют изменению направления магнитного момента у атомов, расположенных вблизи дефекта (прежде всего перемещению стенок домена). По мере роста поля потенциальная энергия магнитных моментов атомов вблизи дефекта возрастет настолько, что превысит энергию акти-

вации (т. 1, § 34.3). В этом случае магнитные моменты атомов вблизи дефекта скачком изменят свое направление на противоположное — иными словами, стенка домена скачком сорвется с места и движется до следующего дефекта. Таким образом, процесс намагничивания поликристаллического вещества идет не плавно, а скачками. Это явление называется *эффектом Баркгаузена*.

Он может быть обнаружено экспериментально. К пучку из никелевой проволоки подносят магнит; происходит скачкообразное намагничивание никеля, что приводит к скачкообразному изменению магнитного поля. Благодаря явлению электромагнитной индукции (гл. 7) в обмотке, навитой на никелевый пучок, возникают импульсы тока, которые хорошо слышны в телефоне.

Скачкообразный характер процесса намагничивания поликристаллического ферромагнетика приводит к необратимым потерям энергии (перемещение дислокаций и других дефектов, возникновение упругих волн, энергия которых переходит во внутреннюю, и т. п.). Следовательно, и процесс перемагничивания в сильных полях происходит необратимо. При уменьшении магнитного поля структура вещества не будет восстанавливаться: домены при размагничивании будут иметь другую форму и ориентировку по сравнению с процессом намагничивания. Это и является причиной гистерезисного эффекта.

3. В достаточно сильных полях все стенки доменов сдвинутся к границам кристаллических зерен, и каждое зерно окажется намагниченным вдоль того направления легчайшего намагничивания, которое составляет наименьший угол с направлением внешнего поля (рис. 6.12, *в*). Если еще больше усилить напряженность намагничивающего поля, то магнитные моменты зерен начнут поворачиваться, выстраиваясь вдоль поля. Этот процесс требует сильных полей, в результате чего в этой области намагниченность мало растет и рост кривой намагничивания замедляется.

Наконец, когда магнитные моменты всех зерен выстроятся вдоль поля, наступает магнитное насыщение — с ростом внешнего поля намагниченность вещества перестает возрастать.

4. Как видно, используя представления о доменной структуре ферромагнетиков, можно объяснить все особенности процесса их намагничивания. Точка Кюри оказывается той температурой, выше которой происходит разрушение доменной структуры.

Остается ответить на два вопроса. Прежде всего нужно объяснить, какие силы приводят к тому, что внутри домена магнитные моменты всех атомов самопроизвольно выстраиваются вдоль направления легкого намагничивания? А затем нужно найти причины того, почему одни вещества обладают ферромагнитными свойствами, а другие нет? Ответ на эти вопросы смогла дать только квантовая теория магнитных явлений.

§ 6.9. Опыт Эйнштейна и де-Гааза

1. В предыдущих параграфах использовалось представление о том, что атомы парамагнитных и ферромагнитных веществ имеют магнитный момент и во внешнем магнитном поле эти моменты ориентируются вдоль поля. В § 6.2 мы выяснили, что отношение орбитального магнитного момента к орбитальному моменту импульса равно половине удельного заряда электрона. Представляется весьма важным экспериментально проверить эти представления. Идея такого эксперимента была предложена в 1915 г. Эйнштейном, опыт в том же году он поставил вместе с де-Гаазом.

Суть опыта такова. Подвесим стержень из ферромагнитного материала на тонкой нити и поместим его в катушку так, чтобы ось стержня и подвес точно совпадали с направлением вектора индукции намагничивающего поля. Пропуская ток через обмотку катушки, намагнитим стерженек до насыщения, а затем, изменив направление тока в катушке, намагнитим стержень до насыщения в противоположном направлении (рис. 6.13). Процесс перемагничивания заключается в том, что направления магнитных моментов атомов меняются на противоположные. Но вместе с изменением направления магнитного момента меняется и направление момента импульса электронов.

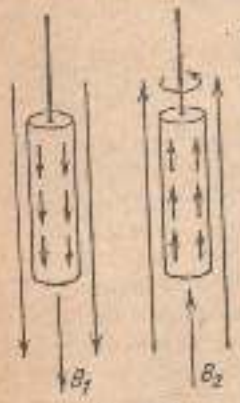


Рис. 6.13.

Система электронов и положительных ионов, образующих кристаллическую решетку стерженька, является замкнутой, так как никакие механические моменты на нее не действуют. Но тогда согласно известному закону сохранения (т. 1, § 22.7) суммарный момент импульса электронов и

ионной решетки не должен измениться. А так как при перемагничивании стерженька момент импульса электронов меняется, то соответственно должен появиться момент импульса у самого стержня, так, чтобы их алгебраическая сумма сохранила первоначальное значение; благодаря этому стержень поворачивается вокруг оси, параллельной полю.

Так было экспериментально доказано наличие у атомов магнитного момента, вызванного внутриатомным движением электронов. Наличие магнитного момента приводит согласно (6.1) к появлению механического момента импульса.

2. В этом же году С. Дж. Барнетт показал, что существует эффект, в некотором смысле обратный эффекту Эйнштейна — де-Гааза. А именно, он обнаружил, что если железный стержень привести в быстрое вращение, то он намагничивается. Из этого эксперимента также можно было найти отношение магнитного момента к моменту импульса.

3. Тщательный анализ результатов эксперимента показал, что как в опыте Эйнштейна и де-Гааза, так и в опыте Барнетта отношение магнитного момента к моменту импульса имеет правильный знак, соответствующий отрицательному заряду электрона, но численное значение величины оказалось в два раза больше, чем по формуле (6.1), т. е.

$$\frac{p_m}{L} = \frac{e}{m_0}. \qquad (6.17)$$

Можно предложить следующее объяснение полученного результата. Предположим, что у электрона имеется не только орбитальный магнитный момент, для которого справедливо соотношение (6.1), но и еще один магнитный момент — спиновый, для которого выполняется соотношение (6.17). Если еще учесть, что орбитальные магнитные моменты могут быть скомпенсированы, то результаты опытов Эйнштейна — де-Гааза и Барнетта объясняются просто.

Оказалось, что наличие спинового магнитного момента у электрона непосредственно вытекает из опыта Штерна и Герлаха.

§ 6.10. Опыт Штерна и Герлаха

1. В 1921 г. О. Штерн и В. Герлах поставили эксперимент по прямому измерению магнитных моментов атомов различных химических элементов. Для этой цели пучок атомов пропускался через магнитное поле с сильной неоднородностью, т. е. с большим значением градиента

$\Delta B/\Delta z$. Для получения такого большого градиента использовался электромагнит с особой формой полюсных наконечников (рис. 6.14).

Атомы металла, испаряясь в печи 1, проходят через диафрагму 2, образуя узкий пучок. В отсутствие магнитного поля этот пучок оставляет след в центре фотопластинки 3.

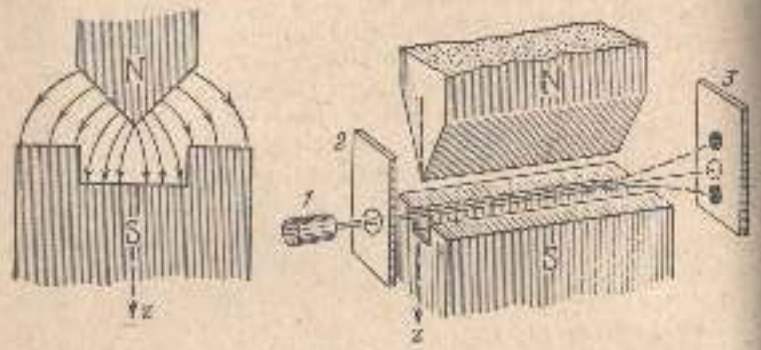


Рис. 6.14.

Если включить магнитное поле, то вдоль оси z на атомы действует сила $F_z = p_{mz}\frac{\Delta B}{\Delta z}$ (5.19), где p_{mz} — проекция магнитного момента на ось z. Под действием этой силы атомы отклоняются вверх или вниз, в зависимости от того, направлена проекция магнитного момента вдоль или против оси. Измерив величину отклонения пучка и зная градиент индукции поля, можно вычислить проекцию магнитного момента атома.

2. Согласно классическим представлениям любые ориентации магнитного момента относительно оси z равновероятны, так что проекция магнитного момента может принимать любые значения от $-p_m$ до $+p_m$, включая нуль. Соответственно будет меняться и сила, действующая на атомы. А так как в пучке атомов очень много, то согласно классическим представлениям пучок должен размыться в широкую полоску. Оказалось, что такая размытая полоска никогда не возникает! Итак, предположение о равновероятной ориентации магнитных моментов в произвольных направлениях, лежащее в основе классической физики, не соответствует действительности.

3. Опыт показал, что атомы некоторых веществ вовсе не отклоняются в магнитном поле, например, атомы ртути,

для аналог, что у этих атомов отсутствуют магнитные моменты. Следовательно, все эти вещества должны быть диамагнетиками, что соответствует действительности.

Особенно интересный результат получился в опытах со щелочными металлами литием, натрием, калием (а также с серебром и некоторыми другими). Здесь атомный пучок разделился на два, которые оба отклонились на одну и ту же величину, но в противоположные стороны (рис.6.14). Отсюда следует, что проекция магнитного момента данного атома на ось z может иметь *только два* равных по величине и противоположных по знаку значения. Измерив величину этого отклонения, удалось показать, что в данном случае проекция магнитного момента атома равна магнетону Бора:

$$p_{mz} = \pm p_B. \qquad (6.18)$$

§ 6.11. Спин электрона

1. Проанализируем подробнее результат, полученный для щелочных металлов, на примере лития. Литий — третий элемент в периодической системе элементов Менделеева, и потому вокруг его ядра обращаются три электрона (§ 37.3). Но вместе с тем литий, как и все щелочные металлы, — одновалентный элемент. Это приводит нас к выводу, что один из электронов лития чем-то отличается от двух других. Как будет показано в § 37.1, два электрона лития находятся на той же орбите, что и два электрона гелия, а третий электрон находится на другой орбите.

Электроны, находящиеся на гелиевой орбите, не дают вклада в магнитный момент атома, так как их магнитные моменты скомпенсированы (§ 6.4). Следовательно, магнитный момент атома возникает за счет нескомпенсированного магнитного момента валентного электрона. Но так как у атомов всех щелочных металлов имеется один валентный электрон, то все они должны иметь нескомпенсированный магнитный момент. В результате все щелочные металлы должны быть парамагнетиками, что и наблюдается.

2. Однако внимательный анализ показывает, что этот нескомпенсированный магнитный момент не может быть орбитальным моментом.

В 1925 г. С. Гаудсмит и Г. Уленбек в результате анализа ряда трудностей, существовавших в атомной физике (в том числе и с объяснением результатов опыта Штерна и Герлаха), пришли к выводу, что электрон должен обладать соб-

спиновым моментом импульса, который был назван спином (от английского to spin — вращать, крутиться) (§ 36.5).

3. Обратимся к выяснению роли спина в происхождении ферромагнетизма. С помощью расчетов, которые не могут быть приведены в данной книге, Я. И. Френкель и В. Гейзенберг показали, что при электростатическом взаимодействии электронов в веществе энергия взаимодействия состоит из двух частей: энергии кулоновского поля и еще одного слагаемого, характеризующего так называемое *обменное* взаимодействие, — чисто квантовомеханический эффект, не имеющий классического аналога (§ 38.3).

Оказывается, что при параллельной ориентации спинов энергия обменного взаимодействия отрицательна, что соответствует силам притяжения. Но ведь минимум энергии — это условие устойчивого равновесия системы (т. 1, § 19.6). Следовательно, в результате действия обменных сил спиновые моменты атомов должны были бы выстроиться в одном направлении, если бы этому не мешало тепловое движение.

У парамагнетиков энергия обменного взаимодействия меньше энергии теплового движения, вследствие чего эти вещества самопроизвольно намагничиться не могут. Что же касается ферромагнетиков, то у них при температурах ниже точки Кюри энергия обменного взаимодействия значительно больше энергии теплового движения, в результате чего спины большой группы атомов ориентируются все в направлении легчайшего намагничивания, и тем самым образуются области самопроизвольного намагничивания, т. е. домены.

§ 6.12. Антиферромагнетизм

1. При изучении свойств ферромагнетиков Ландау пришел в 1933 г. к выводу, что должны существовать вещества, у которых при низких температурах магнитные моменты ориентируются не параллельно, как это имеет место у ферромагнетиков, а антипараллельно, т. е. магнитные моменты у двух соседних атомов расположены противоположно друг другу. В 1938 г. было экспериментально обнаружено, что соединения MnO, MnS, Cr_2O_3, NiCl и ряд других действительно обладают антиферромагнитными свойствами.

На рис. 6.13 изображена схема кристаллической решетки окиси марганца MnO. Светлыми кружочками без стрелок обозначены атомы кислорода, не имеющие магнитного момента; черными кружочками — парамагнитные атомы марганца; стрелками изображены направления их магнитных

моментов. Видно, что в кристалле имеются два периода: период решетки (химический период), равный длине ребра куба, параллельным переносом которого можно построить всю кристаллическую решетку, и магнитный период, равный длине ребра того куба, параллельным переносом которого можно построить магнитную решетку. Используя явление дифракции нейтронов (§ 33.2), удалось экспериментально показать, что период магнитной решетки вдвое больше периода кристаллической решетки.



Рис. 6.13.

2. У антиферромагнетиков существует температура, аналогичная температуре Кюри у ферромагнетиков, выше которой разрушается магнитный порядок, изображенный на рис. 6.13, и вещество превращается в обычный парамагнетик. Эта температура T_N называется *точкой Нееля*; она, как и точка Кюри, является температурой фазового перехода второго рода.

Но если выше точки фазового перехода ферромагнетики и антиферромагнетики ведут себя в основном одинаково — оба они превращаются в парамагнетики, то ниже этой температуры они ведут себя совершенно по-разному. У ферромагнетиков ниже точки Кюри благодаря спонтанному намагничиванию и образованию доменов магнитная восприимчивость скачком возрастает в сотни и даже тысячи раз, а затем, вплоть до температур, близких к абсолютному нулю, магнитная восприимчивость мало зависит от температуры. У антиферромагнетиков при температурах ниже точки

Нееля возникает магнитный порядок, увеличивается число антипараллельных моментов, и его намагниченность резко уменьшается; соответственно уменьшается и магнитная восприимчивость. По мере снижения температуры магнитный порядок становится все более совершенным, так как уменьшается энергия тепловых колебаний, которые мешают упорядоченной ориентации магнитных моментов. Следовательно, по мере приближения температуры антиферромагнетика к абсолютному нулю его магнитная восприимчивость также стремится к нулю (рис. 6.16).

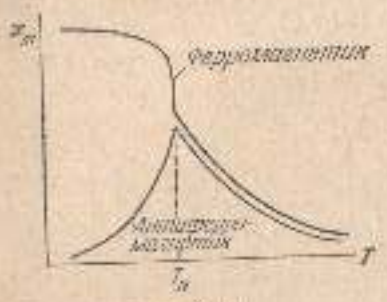
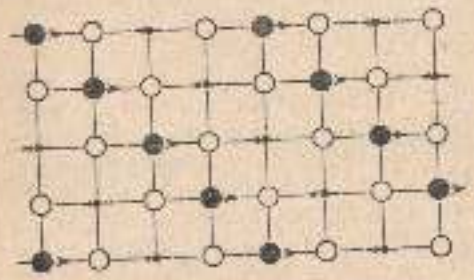


Рис. 6.16.

3. Представим себе вещество с антиферромагнитным порядком, у которого половина атомов марганца заменена другими парамагнитными атомами, имеющими большой магнитный момент, например атомами железа. На рис. 6.17 эти атомы изображены серыми кружочками большого радиуса с более длинной стрелкой. При температуре ниже точки Нееля эти вещества окажутся спонтанно намагниченными, поскольку разность магнитных моментов двух соседних парамагнитных атомов не будет равна нулю.


Рис. 6.17.

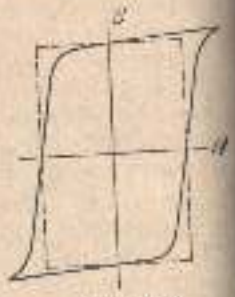


Рис. 6.18.

Материалы с такими свойствами действительно существуют, их называют ферритами, а магнитные свойства ферритов — ферримагнетизмом. Ферриты получают путем спекания порошков, состоящих из тщательно перемешанных окислов железа (Fe_2O_3) с окислами других металлов — лития, никеля, марганца и т. д. В зависимости от состава и характера обработки можно получить ферриты с разнообразными свойствами. Так, коэрцитивная сила никель-цинковых ферритов составляет примерно 1 *а/м*, а у кобальтовых ферритов — около $2 \cdot 10^5$ *а/м*. У магний-марганцевых ферритов гистерезисная петля близка к прямоугольной (рис. 6.18), что позволяет применять их в качестве элементов запоминающих устройств в электронных вычислительных машинах.

Магнитная индукция у ферритов значительно меньше, чем у металлических ферромагнетиков. Но ферриты обладают одним важным преимуществом: если металлические ферромагнетики являются хорошими проводниками электрического тока, то ферриты обладают сравнительно низкой электропроводностью. Это позволяет использовать ферриты в качестве сердечников устройств, работающих на токах высокой частоты, где применять стальные сердечники невозможно.

ГЛАВА 7

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

§ 7.1. Открытие Фарадея

1. Основываясь на том, что вокруг проводника с током возникает магнитное поле, Фарадей еще в 1821 г. пришел к выводу, что с помощью магнитного поля можно создать ток в проводнике. Об этом свидетельствует запись в его дневнике за этот год: «Превратить магнетизм в электричество». Однако лишь через десять лет, после напряженных исканий, ему наконец удалось решить эту задачу. Фарадей обнаружил, что если намотать на какой-либо сердечник две обмотки и в одной из них менять силу тока (например, замыкая или размыкая цепь), то во вторичной обмотке возникает ток.

Затем он установил, что ток во вторичной обмотке резко усиливается, если сердечником является железо. Далее оказалось, что обмотку с током можно заменить магнитом и ток в катушке возникает либо при перемещении катушки относительно магнита, либо, наоборот, при перемещении магнита в катушке.

2. С открытием Фарадея началась новая эра как в теории электромагнетизма, так и в ее практических приложениях. Было окончательно обосновано единство электрических и магнитных явлений, что послужило толчком для разработки теории электромагнитного поля. Это удалось сделать Максвеллу в семидесятых годах прошлого столетия. С другой стороны, открытие Фарадея послужило базой для развития современной электротехники, так как в основе действия всех современных электрических машин лежит явление электромагнитной индукции.

§ 7.2. Явление электромагнитной индукции и сила Лоренца

1. Механизм возникновения индукционного тока в движущемся проводнике можно объяснить с помощью силы Лоренца. Пусть проводник, в котором имеются свободные положительные и отрицательные заряды, движется со скоростью $\mathbf{v}$ перпендикулярно направлению вектора индукции $\boldsymbol{B}$ (рис. 7.1). В этом случае на заряды действует сила Лоренца $F_л = qvB$, направленная согласно правилу левой руки (§ 5.1) вдоль проводника.

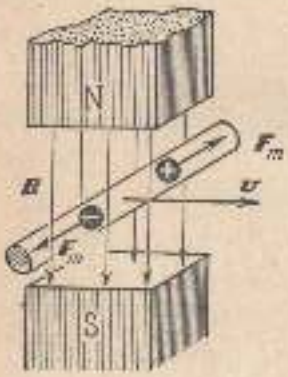


Рис. 7.1.

Под действием силы Лоренца происходит *разделение зарядов*: положительные заряды накапливаются на одном конце проводника, отрицательные — на другом. Эти заряды создают внутри проводника электростатическое кулоновское поле. Если проводник разомкнут, то движение зарядов под действием силы Лоренца будет происходить до тех пор, пока электрическая сила, действующая на заряд со стороны кулоновского поля, не уравновесит силу Лоренца.

Мы видим, что действие лоренцовых сил аналогично действию некоторого электрического поля, которое было бы направлено против кулоновского поля. Поскольку это поле вызвано не распределением зарядов, а неэлектростатическими (в нашем случае — лоренцовыми) силами, то это поле является *сторонним полем*. Напряженность стороннего поля

$$E^* = F_л / q = vB. \qquad (7.1)$$

2. Замкнем проводник, движущийся в магнитном поле, на внешнюю нагрузку, как это изображено на рис. 7.2. Опыт показывает, что в этом случае разность потенциалов окажется меньше, чем при разомкнутой цепи; соответственно уменьшится и напряженность кулоновского поля внутри проводника.

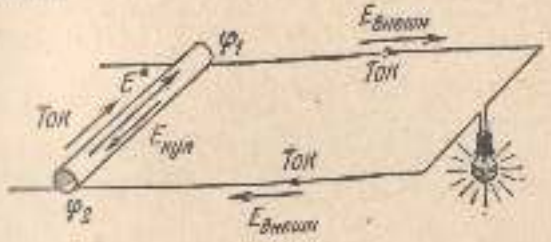


Рис. 7.2.

Напряженность стороннего поля определяется лишь скоростью проводника и индукцией магнитного поля. Следовательно, она не изменится при замыкании цепи. Таким образом, если в разомкнутом проводнике напряженности кулоновского и стороннего поля равны, то в замкнутой цепи напряженность кулоновского поля меньше напряженности стороннего поля.

3. Проследим теперь за направлением движения носителей тока. Направление тока определяется направлением движения положительных зарядов вдоль поля, т. е. из области с более высоким потенциалом в область с низким потенциалом.

Во внешнем участке цепи положительные заряды движутся из области с потенциалом φ_1 в область с потенциалом φ_2 под действием электрического поля с напряженностью $E_{внешн}$. Работа, совершаемая этим полем при перемещении заряда, равна

$$A_{внешн} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (7.2)$$

Во внутреннем участке положительные заряды движутся из области с низким потенциалом φ_2 в область с более высоким потенциалом φ_1. Это возможно потому, что в данном случае сторонние силы (силы Лоренца) больше кулоновских сил, которые противодействуют движению зарядов. Работа, совершаемая при перемещении заряда во внутреннем участке цепи, равна разности работ, совершаемых сторонними и кулоновскими полями; кулоновские силы являются

консервативными, и их работа не зависит от формы траектории (т. 1, § 18.7). Итак, работа по перемещению заряда во внутреннем участке цепи

$$A_{внутр} = ql(E^* - E_{кул}) = qlvB = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (7.3)$$

§ 7.3. Электродвижущая сила индукции

1. Воспользовавшись уравнениями (3.11) и (7.1), получим выражение для э. д. с. индукции:

$$\mathcal{E} = E^* l = vBl. \quad (7.4)$$

Заметим, что мы рассмотрели случай, когда вектор скорости перпендикулярен вектору индукции магнитного поля. Предоставляем читателю возможность доказать, что в общем случае

$$\mathcal{E} = Blv \sin\alpha, \quad (7.5)$$

где α — угол между направлением вектора скорости и вектора индукции магнитного поля.

2. Вычислим работу, совершаемую при перемещении заряда по замкнутой цепи. Сопоставив выражения (7.3), (7.4) и (7.2), получим:

$$A_{замкн} = A_{кулон} + A_{внутр} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + qlvB = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qlvB = q\mathcal{E} = A_{сторон}.$$

Отсюда следует

$$\mathcal{E} = A_{замкн}/q. \quad (7.6)$$

Итак, мы видим, что работа по перемещению заряда по замкнутой цепи равна работе сторонних сил. Это позволяет дать другое определение понятию э. д. с.: электродвижущая сила равна отношению работы, которая совершается при перемещении заряда по замкнутой цепи один раз, к величине перемещаемого заряда.

§ 7.4. Явление индукции в неподвижном проводнике

1. Чтобы выяснить механизм явления электромагнитной индукции в неподвижном проводнике, воспользуемся схемой, изображенной на рис. 7.3. Здесь система отсчета xyz связана с замкнутым проводником, а система отсчета $x'y'z'$ — с источником магнитного поля, например, с постоянным магнитом. Пусть проводник и магнит приближаются друг к другу со скоростью v.

В системе отсчета xyz, связанной с проводником, заряды неподвижны относительно системы отсчета, следовательно,

сила Лоренца на них действовать не может. Тем не менее при приближении магнита к проводнику в последнем возникает ток. Этот результат полностью соответствует принципу относительности, согласно которому все инерциальные системы отсчета равноправны и явления (в данном случае

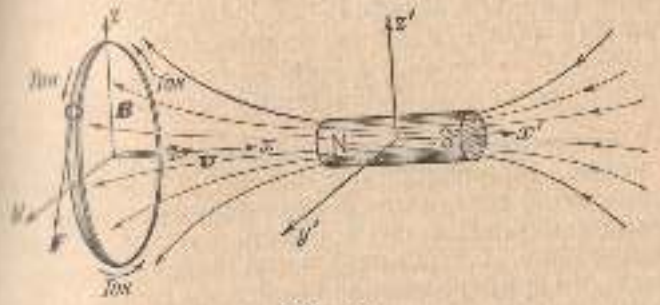


Рис. 7.3.

ток) определяются лишь относительной скоростью сближения проводника и магнита. Но все же нас интересует, какие силы в этом случае вызывают циркуляцию зарядов по проводнику?

2. Известно, что движение зарядов может возникнуть либо под действием электрических сил, либо под действием сил Лоренца. Поскольку в системе отсчета xyz, связанной с проводником, силы Лоренца не действуют, мы заключаем, что ток в проводнике вызывается *индуцированным электрическим полем*, которого нет в системе $x'y'z'$. Индуцированное электрическое поле обладает некоторыми особенностями:

а) *Это поле не является кулоновским* — оно вызвано не каким-то распределением зарядов, а приближением к проводнику магнита (т. е. источника магнитного поля).

б) В отличие от силовых линий кулоновского поля, которые начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах, *силовые линии индуцированного поля замкнуты сами на себя*. Поэтому данное поле называют *вихревым*.

в) *Индуцированное поле не является консервативным*, поскольку работа, совершаемая этим полем при перемещении заряда по замкнутой цепи, не равна нулю. Следовательно, энергетической характеристикой индуцированного поля является не потенциал, а электродвижущая сила индукции (э. д. с. индукции).

§ 7.5. Напряженность индуцированного поля

1. Найдем напряженность индуцированного электрического поля. В системе отсчета $x'y'z'$ (рис. 7.3) на заряд действует сила Лоренца $F'_м = qvB'$, в системе xyz — электрическая сила $F_e = qE$. Соотношение между этими силами нам получила в § 4.2, а именно $F' = F\sqrt{1-v^2/c^2}$. Итак, $qvB' = qE\sqrt{1-v^2/c^2}$ или

$$E = \frac{vB'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (7.7)$$

2. Электродвижущая сила в системе $x'y'z'$ численно равна работе, совершаемой сторонними (в нашем случае — лоренцовыми) силами при перемещении единичного заряда: $\mathcal{E}' = F'l/q = vB'l$. В системе отсчета xyz э. д. с. численно равна работе, совершаемой индуцированным электрическим полем при перемещении единичного заряда по замкнутой цепи один раз, т. е. $\mathcal{E} = Fl/q = El$. Но длина проводника в обеих системах одна и та же, так как он расположен перпендикулярно направлению движения; напряженность индуцированного поля выражается формулой (7.7). Итак,

$$\mathcal{E} = \frac{vB'l}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\mathcal{E}'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (7.8)$$

Обычно при явлении электромагнитной индукции скорость движения проводников значительно меньше скорости света, и практически э. д. с. в обеих системах отсчета совпадают.

§ 7.6. Электромагнитное поле и принцип относительности

1. Анализ явления электромагнитной индукции с точки зрения двух разных инерциальных систем отсчета приводит нас вновь к тому же выводу, который был получен в § 4.3, а именно, что разделение единого электромагнитного поля на электрическую и магнитную составляющие зависит от того, в какой системе отсчета описывается поле. В самом деле, в системе отсчета, относительно которой заряды покоятся (см. рис. 4.2), взаимодействие между ними осуществляется с помощью поля, которое мы называем электростатическим. Магнитного поля в этой системе отсчета нет. В другой системе отсчета, относительно которой заряды движутся, взаимодействие между ними осуществляется с помощью поля, которое можно разбить на две составляю-

щие — электрическую и магнитную. Можно сказать, что в этой системе имеются два поля, электрическое и магнитное, и взаимодействие между зарядами в этой системе отсчета осуществляется с помощью обоих полей.

2. Аналогичным случаем мы встречаемся в установке, изображенной на рис. 7.3. В системе отсчета, связанной с магнитом, имеется только магнитное поле, и движение зарядов в проводнике возникает за счет сил Лоренца. В системе отсчета, связанной с проводником, кроме магнитного поля имеется вихревое электрическое поле, которое и создает ток.

3. Мы вновь приходим к выводу, что «электрические и магнитные поля не существуют независимо от состояния движения координатной системы». Эта формулировка принадлежит Эйнштейну и взята из его первой работы по теории относительности, которая появилась в 1905 г. под названием «К электродинамике движущихся тел».

Согласно Эйнштейну, для вычисления силы, которая действует на заряженное тело, нужно умножить величину заряда на напряженность электрического поля в той точке, где находится заряженное тело. При этом выражение для напряженности электрического поля должно быть преобразовано к системе отсчета, относительно которой исследуемое тело покоится.

§ 7.7. Закон индукции Фарадея

1. Нам осталось рассмотреть явление электромагнитной индукции в том случае, когда и проводник, в котором возникает индукционный ток, и источник магнитного поля покоятся в данной системе отсчета. В фарадеевском опыте с двумя катушками, намотанными на какой-либо сердечник (§ 7.1), ток во вторичной обмотке возникает лишь в том случае, если меняется магнитное поле, создаваемое током в первичной обмотке. Заметим, что способ изменения магнитного поля не играет никакой роли. Можно одну катушку перемещать относительно другой, можно с помощью рубильника включать или выключать ток в первичной обмотке, можно менять силу тока в первичной обмотке с помощью реостата — результат будет один и тот же: при любых изменениях магнитного поля во вторичной обмотке возникает индукционный ток. Нам уже известно, что в замкнутом проводнике циркуляция зарядов вызывается индуцированным электрическим полем. Таким образом, мы приходим к

выводу, что любые изменения магнитного поля сопровождаются возникновением вихревого электрического поля. Такую трактовку явления индукции предложил Максвелл, и она оказалась весьма плодотворной.

2. Преобразуем формулу (7.5) так, чтобы она стала пригодной для вычисления э. д. с. индукции и в тех случаях, когда проводник неподвижен, а меняется магнитное поле. Для этой цели оказывается необходимым ввести новую скалярную характеристику магнитного поля: *поток вектора магнитной индукции*, или, короче, *магнитный поток* Φ.

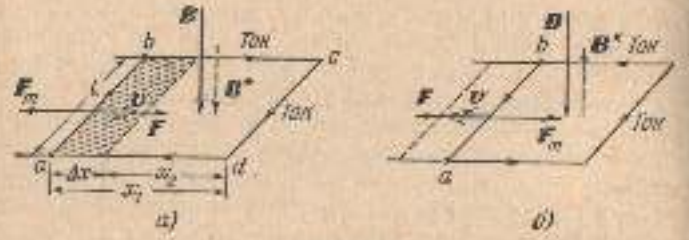


Рис. 7.4.

Пусть плоская площадка $abcd$ площадью S_1 расположена в однородном магнитном поле перпендикулярно направлению силовых линий (рис. 7.4, *а*). Потоком вектора индукции B через данную площадку S называется произведение этих величин:

$$\Phi = BS. \tag{7.9}$$

Единица измерения магнитного потока в СИ — *вебер*, это магнитный поток, пронизывающий поверхность с площадью 1 $м^2$, расположенную перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля с индукцией 1 *тл*:

$$1\ вб = 1\ тл \cdot 1\ м^2.$$

Используется еще единица *максвелл*: 1 $макс = 10^{-8}$ *вб*.

3. При перемещении проводника ab со скоростью $v = -\Delta x/\Delta t$ в цепи индуцируется э. д. с. индукции $\mathcal{E} = Blv = Bl\,\Delta x/\Delta t$. Выражение в числителе преобразуется так: $Bl\,\Delta x = Bl(x_2 - x_1) = BS_2 - BS_1 = \Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$ (так как $S_2 < S_1$). Знак минус появился потому, что магнитный поток убывает. Э. д. с. индукции

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \tag{7.10}$$

4. Данное выражение выведено для случая, когда проводник движется относительно источников магнитного поля. В этом частном случае выражения (7.10) и (7.5) равноправны, рассчитать величину э. д. с. можно с помощью любого из них. Вместе с тем выражение (7.10) пригодно для описания явления электромагнитной индукции и в том случае, когда проводник неподвижен, а индуцированное электрическое поле возникает за счет изменения магнитного потока.

Итак, во всех случаях электромагнитной индукции *э. д. с. равна скорости изменения магнитного потока, взятой с обратным знаком*. Это и есть *закон Фарадея* для явления индукции.

§ 7.8. Правило Ленца

1. Выясним смысл знака в выражении (7.10). Будем считать э. д. с. положительной, если направление индуцированного электрического поля образует с направлением вектора B правовинтовую систему (рис. 7.4, *а*). Здесь при движении проводника магнитный поток убывает, скорость изменения магнитного потока $\Delta\Phi/\Delta t < 0$ и э. д. с. $\mathcal{E} = -\Delta\Phi/\Delta t > 0$.

Читатель легко убедится в том, что при изменении направления движения проводника на противоположное магнитный поток возрастает, скорость изменения потока $\Delta\Phi/\Delta t > 0$ и э. д. с. соответственно изменит знак (рис. 7.4, *б*).

2. Знак э. д. с. и соответствующее этому направление индуцированного тока можно найти с помощью весьма общего правила, которое сформулировал в 1833 г. Э. Х. Ленц. Для вывода этого правила обратимся вновь к рис. 7.4, где пунктирной стрелкой обозначено направление вектора индукции B^* магнитного поля, создаваемого индукционным током. В случае, когда магнитный поток убывает, направления векторов B и B^* совпадают, что препятствует уменьшению магнитного потока (рис. 7.4, *а*). Во втором случае, когда поток возрастает, вектор B^* направлен противоположно вектору B, что препятствует нарастанию магнитного потока (рис. 7.4, *б*). Таким образом, *индукционный ток имеет такое направление, что своим магнитным полем он препятствует изменению магнитного потока, возбуждающему данную индукцию*. Это и составляет содержание *правила Ленца*.

§ 7.9. Электромагнитная индукция и закон сохранения энергии

1. Правило Ленца тесно связано с законом сохранения энергии и фактически является следствием этого общего закона природы. В самом деле, индуцированное электрическое поле, перемещая заряды по цепи, совершает работу. Но работа есть мера изменения энергии (т. 1, §§ 16.4, 21.1). Какими же преобразованиями энергии сопровождается явление электромагнитной индукции?

Обратимся вновь к рис. 7.4. Как видно, движение проводника со скоростью v обеспечивается внешней силой F, направленной вдоль скорости. При этом в проводнике возникает индукционный ток, на который, как на всякий ток, действует сила Ампера $F_m=iBl$ (5.15). Поскольку проводник движется равномерно, то это значит, что внешняя сила и сила Ампера равны по модулю ($F=F_m$), но направлены в противоположные стороны.

2. Сравним работу внешней силы с работой, которую совершает индуцированное поле при перемещении зарядов по цепи. Работа внешней силы

$$A_{\text{внеш}}=Fvt=iBlvt=qBlv. \tag{7.11}$$

Работа индуцированного поля (см. (3.5) и (7.5))

$$A_{\text{ин}}=q\mathcal{E}=qBlv. \tag{7.12}$$

Итак, при отсутствии потерь работа внешней силы оказывается равной работе, совершаемой индуцированным полем при перемещении зарядов по цепи. Таким образом, явление электромагнитной индукции с энергетической точки зрения есть процесс преобразования механической энергии в энергию индуцированного электрического поля. На этом принципе и основано действие индукционных генераторов электрического тока.

§ 7.10. Самоиндукция

1. Вычислим магнитный поток, пронизывающий обмотку соленоида. Поток, пронизывающий один виток, равен, согласно определению, произведению площади, охватываемой витком, на индукцию магнитного поля, т. е. BS. Поскольку соленоид содержит w витков, то полный поток

$$\Phi=wBS, \tag{7.13}$$

Но $w=nl$, где l — длина соленоида, а n — густота обмотки. С другой стороны, согласно (4.32) и (6.8), $B=\mu\mu_0 H=\mu\mu_0 in$. Подставив в (7.13), получим

$$\Phi=\mu\mu_0 n^2 Sli=Li. \tag{7.14}$$

2. Величина L, которая для длинного соленоида равна

$$L=\mu\mu_0 n^2 Sl, \tag{7.15}$$

называется *индуктивностью* соленоида. Единицей индуктивности служит *генри* — это индуктивность соленоида, в котором при токе 1 a создается магнитный поток 1 $вб$:

$$1\,гн=1\,вб/a.$$

При отсутствии в поле ферромагнитных материалов, а также в том случае, когда ферромагнетик находится в состоянии магнитного насыщения, индуктивность соленоида определяется только его размерами и густотой обмотки.

3. Из выражения (7.14) следует, что в случае, если ток в обмотке соленоида не меняется, то и пронизывающий его магнитный поток не меняется, и никакие индукционные явления здесь не происходят. Если изменить ток, то соответственно изменится и магнитный поток, и в соленоиде возникнет э. д. с. индукции. В данном случае ток наводит э. д. с. в той же цепи, где он протекает, поэтому данное явление называется *самоиндукцией*. Возникающую при этом э. д. с. найдем, сравнив выражения (7.10) и (7.14):

$$\mathcal{E}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{\Phi_2-\Phi_1}{t_2-t_1}=-L\frac{i_2-i_1}{t_2-t_1}=-L\frac{\Delta i}{\Delta t}.$$

Итак, э. д. с. самоиндукции пропорциональна скорости изменения тока в обмотке:

$$\mathcal{E}_L=-L\frac{\Delta i}{\Delta t}. \tag{7.16}$$

4. Знак э. д. с. самоиндукции определяется согласно правилу Ленца. Если ток в цепи нарастает, то индуцированное поле должно препятствовать этому росту, следовательно, знак э. д. с. самоиндукции противоположен знаку разности потенциалов на концах обмотки. Если ток в цепи убывает, то индуцированное поле должно препятствовать этому убыванию, следовательно, знак э. д. с. окажется таким же, как и знак разности потенциалов на концах обмотки.

§ 7.11. Энергия электромагнитного поля

1. В §§ 1.7 и 2.4 было показано, что электрическое поле является носителем энергии, которая распределена в поле с объемной плотностью

$$w_e = \frac{\Delta W_e}{\Delta V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Аналогичные выражения выведем для энергии магнитного поля.

Пусть в некоторой катушке ток возрастает от нуля до некоторого значения I; соответственно и магнитный поток возрастает от нуля до значения $\Phi = LI$ (рис. 7.5). Как было показано в предыдущем параграфе, в этом случае возникает э. д. с. самоиндукции, которая препятствует нарастанию тока. Следовательно, внешний источник тока должен совершать работу против индуцированного поля, в результате чего энергия источника тока превращается в энергию магнитного поля. Изменение энергии магнитного поля равно по модулю элементарной работе, которая совершается при перемещении заряда Δq по замкнутой цепи:

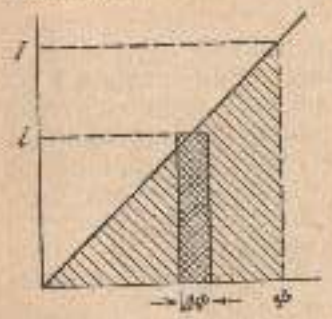


Рис. 7.5.

$$\Delta W_m = -\Delta A = -\Delta q\,\mathcal{E}. \tag{7.17}$$

Учитывая, что $\mathcal{E} = -\Delta\Phi/\Delta t$ (7.10), а ток $I = \Delta q/\Delta t$ (3.13), получим

$$\Delta W_m = \Delta q\,\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = I\,\Delta\Phi. \tag{7.18}$$

На графике (рис. 7.5) эта величина изображена площадью заштрихованного прямоугольника. Полная энергия поля численно равна площади заштрихованного треугольника:

$$W_m = \frac{I\Phi}{2} = \frac{LI^2}{2}. \tag{7.19}$$

2. Как показал Максвелл, энергия магнитного поля распределена по всему объему поля, так что плотность

энергии

$$w_m = \frac{\Delta W_m}{\Delta V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \tag{7.20}$$

Для вывода этого соотношения выразим в (7.19) индуктивность по формуле (7.15), а ток — через напряженность поля по (4.32); получим

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 n^2 V \cdot H^2}{2 \cdot n^2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V.$$

Отсюда непосредственно следует (7.20).

3. Аналогично тому, как в § 1.8 было получено выражение для силы взаимодействия между пластинами конденсатора (1.26), можно вычислять силу, с которой стальная пластинка притягивается к полюсам электромагнита:

$$F = -\frac{B^2}{2\mu\mu_0} S. \tag{7.21}$$

Данное выражение справедливо лишь в том случае, если индукция магнитного поля в зазоре между сердечником электромагнита и пластинкой не отличается от индукции поля в сердечнике, иными словами, если магнитный поток не рассеивается. Для этого зазор должен быть очень узким, так что его ширина должна быть много меньше диаметра сердечника электромагнита.

4. Мы уже неоднократно указывали, что разделение единого электромагнитного поля на электрическую и магнитную составляющие определяется системой отсчета. Поэтому и выражение для плотности энергии электромагнитного поля следует писать в виде

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \tag{7.22}$$

И лишь в некоторых специальных случаях, которые были рассмотрены выше, то или иное слагаемое может оказаться равным нулю.

§ 7.12. Включение цепи с индуктивностью

1. Составим цепь постоянного тока из двух параллельных ветвей. В одну из них включим последовательно лампу накаливания и катушку с большой индуктивностью L и активным сопротивлением R, в другую — такую же лампу и резистор с таким же сопротивлением. При замыкании рубильника мы заметим, что в цепи с резистором лампа

вспыхивает сразу, в то время как в цепи с катушкой лампа разгорается постепенно, и лишь через некоторое время Δt она станет гореть нормально. Таким образом, в цепи с индуктивностью ток нарастает постепенно, как это показано на рис. 7.6.

Причина заключается в том, что при нарастании тока в катушке возникает э. д. с. самоиндукции, которая согласно закону Ленца препятствует нарастанию тока. Закон Ома в этой цепи запишется так:

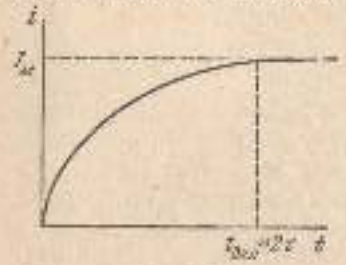


Рис. 7.6.

$$i=\frac{\mathscr{E}+\mathscr{E}_i}{R}=\frac{\mathscr{E}}{R}-\frac{L}{R}\frac{\Delta i}{\Delta t}.$$

И лишь спустя время Δt ток достигнет максимального значения $I_м=\mathscr{E}/R$, и его рост прекратится.

2. Оценим время нарастания тока. Согласно закону сохранения энергии работа, совершаемая источником тока при перемещении заряда по цепи, частично идет на изменение внутренней энергии проводника (джоулево тепло), частично на увеличение энергии магнитного поля:

$$A=Q+W_м,$$

или так:

$$\mathscr{E}I_{ср}\Delta t=I_{ср}^2R\Delta t+\frac{LI_м^2}{2},$$

где $I_м=\mathscr{E}/R$ — максимальная сила тока в цепи, $I_{ср}$ — средняя сила тока в течение промежутка времени Δt. Полагая приближенно, что $I_{ср}\approx I_м/2=\mathscr{E}/2R$, получим

$$\frac{\mathscr{E}^2\Delta t}{2R}\approx\frac{\mathscr{E}^2R\Delta t}{4R^2}+\frac{L\mathscr{E}^2}{2R^2}.$$

Отсюда следует, что ток в цепи достигает максимального значения через промежуток времени, примерно равный

$$\Delta t\approx 2L/R=2\tau. \qquad (7.23)$$

Как и в случае зарядки конденсатора (§ 3.8), выражение $\tau=L/R$ называется *постоянной времени* для цепи, состоящей из катушки и резистора, или иначе *временем релаксации*. Эта величина служит характеристикой того промежутка времени, в течение которого в цепи устанавливается постоянный ток.

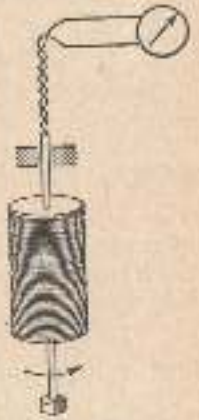
ГЛАВА 8

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

§ 8.1. Экспериментальные основы электронной теории проводимости металлов

1. Мы уже неоднократно пользовались представлением о том, что проводимость металлов обусловлена наличием свободных электронов, которые могут легко перемещаться между ионами, находящимися в узлах кристаллической решетки. Ознакомимся сейчас с экспериментами, лежащими в основе этих представлений.

Первые опыты были проведены Рикке в 1901 г. Три цилиндра — два медных и один алюминиевый — с хорошо отшлифованными торцами ставились друг на друга и присоединялись к источнику тока. В течение года по проводникам протекал ток порядка 0,1 *а*, так что общий заряд, прошедший через проводники, превысил $3{,}5\cdot10^6$ кулонов. Тем не менее никаких химических изменений в проводниках не произошло. Отсюда следует, что ток в металлах обусловлен движением частиц, не имеющих отношения к химической структуре металлов. Этими частицами, естественно, не могут быть ионы, которые у разных веществ различны, а могут быть лишь электроны.


Рис. 8.1.

2. Решающий эксперимент поставили в 1916 г. Стюарт и Толмен, измерив удельный заряд частиц, осуществляющих проводимость в металлах. Суть эксперимента заключалась в следующем. На катушку наматывался длинный проводник, присоединенный к гальванометру (рис. 8.1). Катушка приводилась в быстрое вращение и затем резко тормозилась.

В процессе торможения система отсчета, связанная с проводником, является неинерциальной. Как было показано (т. 1, §§ 24.1—24.3), в неинерциальных системах отсчета на тела действует сила инерции $\boldsymbol{F}_{ин}=-m\boldsymbol{w}$, где $\boldsymbol{w}$ — ускорение системы отсчета. Под действием этой силы свободные частицы, находящиеся в металле, будут перемещаться в направлении движения проводника аналогично тому, как

перемещается вперед пассажир при резком торможении вагона. При этом в проводнике возникает ток, направление которого зависит от знака этих частиц (рис. 8.2). Сила инерции является в данном случае сторонней силой, следовательно, э. д. с.

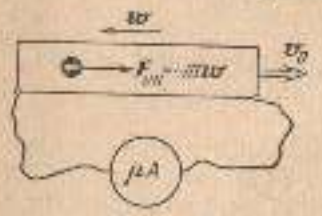


Рис. 8.2.

$$\mathcal{E} = \frac{A_{стор}}{q} = \frac{F_{ин} l}{q} = \frac{mwl}{q}, \quad (8.1)$$

где q — заряд свободной частицы, m — ее масса, l — длина проводника.

Поскольку длина проводника и величина ускорения при торможении известны, то удельный заряд частицы можно было бы определить, измерив э. д. с. Однако оказалось, что измерение э. д. с. связано с большими погрешностями, а гораздо точнее можно измерить полный заряд Q, протекающий через гальванометр при торможении проводника.

3. Согласно определению силы тока (3.13), можно записать: $Q=it$, где t — время торможения. Но по закону Ома

$$i=\mathcal{E}/R=-mwl/qR,$$

где R — суммарное сопротивление проводника и гальванометра. Ускорение

$$w=(v-v_0)/t=-v_0/t,$$

поскольку проводник после торможения останавливается.

Итак, удельный заряд частицы равен

$$\frac{q}{m}=\frac{v_0 l}{QR}. \quad (8.2)$$

Знак заряда частицы определяется по знаку заряда Q, протекающего через гальванометр.

4. Опыт показал, что свободные частицы, осуществляющие проводимость в металлах, заряжены отрицательно. Их удельный заряд оказался равным: у меди $1{,}60\cdot10^{11}$ *к/кг*, у серебра $1{,}49\cdot10^{11}$ *к/кг*, у алюминия $1{,}54\cdot10^{11}$ *к/кг*. Как видно, расхождение между полученными результатами и удельным зарядом электрона, равным $1{,}76\cdot10^{11}$ *к/кг*, составляет от 9 до 15%, что для таких сложных опытов не выходит за пределы погрешностей. Отсюда можно с достаточной уверенностью утверждать, что ток в металлах есть результат упорядоченного движения свободных электронов.

§ 8.2. Эффект Холла

1. В § 3.2 была выведена зависимость плотности тока от концентрации свободных электронов в проводнике. Оказалось, что с помощью явления, которое обнаружил в 1880 г. Э. Холл, эта концентрация может быть измерена.

Сущность эффекта Холла заключается в следующем. Изготовим пластинку из однородного материала (например, металла) в виде параллелепипеда и за счет какого-либо источника тока создадим в этой пластинке однородное электрическое поле вдоль оси абсцисс; тогда по пластинке в этом направлении потечет ток. Любая плоскость, перпендикулярная оси абсцисс, является эквипотенциальной поверхностью, и разность потенциалов между гранями *1* и *2* равна нулю (рис. 8.3). Если поместить эту пластинку в магнитное поле таким образом, что вектор индукции $\boldsymbol{B}$ окажется параллельным оси ординат, то между гранями *1* и *2* возникает поперечная разность потенциалов, называемая холловской разностью потенциалов:

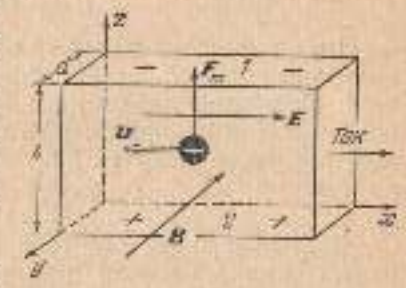


Рис. 8.3.

$$\Delta\varphi_H = R_H \frac{iB}{d}, \quad (8.3)$$

где d — толщина пластинки, i — сила тока и B — индукция магнитного поля. Величина R_H называется постоянной Холла.

2. Причина возникновения поперечной разности потенциалов заключается в следующем. Упорядоченное движение электронов в пластинке происходит в направлении, перпендикулярном вектору индукции магнитного поля, со средней скоростью v. На движущиеся электроны действует сила Лоренца $F_л=evB$ (5.1), которая смещает их к верхней грани пластинки (рис. 8.3). В результате на гранях пластинки возникает избыточный заряд: на верхней — отрицательный, на нижней — положительный. Таким образом, вдоль оси аппликат начинает действовать электрическое поле с напряженностью E_z, которое препятствует перемещению электронов к верхней грани. Равновесие восстановится, когда электрическая сила уравновесит силу Лоренца.

Отсюда следует, что $F_m = F_e$ или

$$evB = eE_z. \tag{8.4}$$

Холловская разность потенциалов

$$\Delta\varphi_H = E_z l = \bar{v}Bl. \tag{8.5}$$

Выразив из (3.17) среднюю скорость упорядоченного движения электронов через силу тока, $\bar{v} = i/enS = i/end$, и подставив в (8.5), получим

$$\Delta\varphi_H = \frac{1}{en} \cdot \frac{iB}{d}. \tag{8.6}$$

3. Сравнивая (8.3) и (8.6), мы видим, что постоянная Холла определяется концентрацией электронов и зарядом носителей тока:

$$R_H = 1/en. \tag{8.7}$$

Итак, определив из опыта постоянную Холла, мы легко вычислим концентрацию свободных электронов в веществе.

4. Подвижностью частицы b называется отношение средней скорости ее упорядоченного движения к напряженности электрического поля (§ 3.6):

$$b = \bar{v}/E = \gamma/en = \gamma R_H. \tag{8.8}$$

Следовательно, зная электропроводность металла и постоянную Холла, можно найти подвижность электронов проводимости. Результаты экспериментов для некоторых металлов приведены в табл. 8.1. Здесь ρ — плотность металла, A — его атомный вес, N^* — число Авогадро (т. 1, § 26.9).

5. Из таблицы видно, что одновалентные металлы — литий и натрий — имеют в среднем около одного свободного электрона на атом; трехвалентный алюминий — около трех свободных электронов; медь, которая бывает как одно-, так и двухвалентной,— несколько меньше полутора электронов на атом.

Подвижность электронов мала, следовательно, мала и скорость их упорядоченного движения. В самом деле, напряженность электрического поля в металлах редко бывает более 1 *в/м*, и средняя скорость упорядоченного движения $\bar{v} = bE$ не превосходит миллиметра в секунду, а чаще всего она значительно меньше.

Измерения постоянной Холла были произведены в очень широком интервале температур. Оказалось, что в металлах постоянная Холла не зависит от температуры, следователь-

Таблица 8.1

	Постоянная Холла R_H, $м^3/к$	Электропроводность $\gamma = \frac{1}{ом \cdot м}$	Концентрация электронов проводимости $n = \frac{1}{eR_H} = \frac{1}{м^3}$
Алюминий	$0{,}30 \cdot 10^{-10}$	$4{,}08 \cdot 10^7$	$20{,}8 \cdot 10^{28}$
Медь	$0{,}55 \cdot 10^{-10}$	$6{,}41 \cdot 10^7$	$11{,}4 \cdot 10^{28}$
Литий	$1{,}70 \cdot 10^{-10}$	$1{,}17 \cdot 10^7$	$3{,}67 \cdot 10^{28}$
Натрий	$2{,}50 \cdot 10^{-10}$	$2{,}48 \cdot 10^7$	$2{,}50 \cdot 10^{28}$
Окись цинка	$1{,}6 \cdot 10^{-3}$	$3{,}8 \cdot 10^2$	$3{,}9 \cdot 10^{18}$

	Концентрация атомов $n_A = \frac{\rho N^*}{A} = \frac{1}{м^3}$	Среднее число свободных электронов на атом $\nu = n/n_A$	Подвижность электронов $b = \gamma R_H = \frac{м^2}{в \cdot сек}$
Алюминий	$6{,}03 \cdot 10^{28}$	3,46	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$
Медь	$8{,}49 \cdot 10^{28}$	1,34	$3{,}5 \cdot 10^{-3}$
Литий	$4{,}60 \cdot 10^{28}$	0,80	$2{,}0 \cdot 10^{-3}$
Натрий	$2{,}54 \cdot 10^{28}$	0,99	$6{,}2 \cdot 10^{-3}$
Окись цинка	$\approx 4 \cdot 10^{28}$	$\approx 10^{-9}$	$4{,}8 \cdot 10^{-3}$

но, и *концентрация свободных электронов не зависит от температуры*. Это означает, что тепловое движение не играет никакой роли в образовании свободных электронов в металлах.

6. Значительно более сложные явления наблюдаются при проведении опыта Холла с веществами, которые называются *полупроводниками*: селен, кремний, германий, окислы ряда металлов и т. п. В табл. 8.1 приведены характерные данные для одного полупроводника — окиси цинка. Мы видим, что постоянная Холла здесь больше, чем у металлов, примерно в 10^8 раз; электропроводность в 10^9 раз меньше, примерно во столько же раз меньше и концентрация свободных электронов — следовательно, здесь лишь незначительное число атомов ионизировано. Но главное не в этом. Основная особенность полупроводников заключается в том, что постоянная Холла с ростом температуры резко падает, следовательно, *концентрация свободных электронов растет при увеличении температуры полупроводника*. Второй характерной особенностью полупроводников является то, что

у некоторых из них эффект Холла имеет противоположный знак — при таких же направлениях тока и индукции магнитного поля, как на рис. 8.3, верхняя грань пластины заряжается положительно (рис. 8.4). Единственное разумное объяснение можно дать, если предположить, что проводимость в этих проводниках осуществляется за счет движения не отрицательных, а положительных зарядов (§ 41.2).

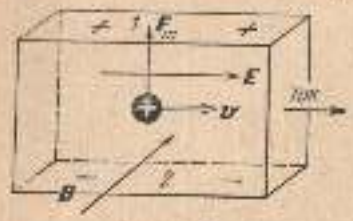


Рис. 8.4.

Мы приходим к парадоксу, который классическая электронная теория объяснить не может. Более подробно квантовая теория проводимости полупроводников будет рассмотрена в гл. 41.

§ 8.3. Электронный газ

1. В 1900 г. П. Друде создал электронную теорию проводимости металлов. Дальнейшее развитие этой теории на основе статистики Максвелла — Больцмана принадлежит Г. Лоренцу. С точки зрения теории Друде — Лоренца совокупность свободных электронов можно рассматривать как некоторый идеальный газ, называемый *электронным газом*. Друде и Лоренц постулировали, что свойства электронного газа аналогичны свойствам обычного идеального газа.

Далее мы увидим, что аналогия между электронным газом и идеальным газом является весьма упрощенной, и как раз для металлов она приводит к ряду трудностей (см. гл. 39). Тем не менее в данной главе мы будем рассматривать совокупность электронов проводимости как идеальный газ, что позволит элементарными методами объяснить механизм ряда явлений, происходящих в металлах и полупроводниках.

2. Среднюю энергию теплового движения электронов рассчитаем по той же формуле, по которой вычисляется средняя кинетическая энергия молекул идеального одноатомного газа (т. 1, формула (26.8)):

$$\bar{\varepsilon} = \frac{m\bar{u}^2}{2} = \frac{3}{2}kT. \qquad (8.9)$$

При комнатных температурах ($T \approx 300$ °K) получим

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \approx 10^5 \text{ м/сек}.$$

Мы видим, что средняя скорость теплового движения электронов превосходит среднюю скорость их упорядоченного движения (см. §§ 3.3 и 8.2) примерно в 10^8 раз!

На этой основе можно представить себе механизм возникновения тока. Пока в проводнике отсутствует электрическое поле, электроны беспорядочно движутся во всевозможных направлениях. При возникновении поля электроны начинают медленно перемещаться по направлению, противоположному направлению силовых линий поля. Это медленное упорядоченное движение часто называют *дрейфом*; оно практически не влияет на тепловое движение частиц.

§ 8.4. Вывод закона Ома из электронной теории

1. С помощью модели электронного газа можно выяснить, почему в металлах и полупроводниках выполняется закон Ома. Идея вывода заключается в следующем.

Пусть в металле имеется электрическое поле с напряженностью E. Тогда на электрон действует сила $F = eE$, и он будет двигаться с ускорением $a = F/m = eE/m$ до тех пор, пока не столкнется с ионом. Поскольку электрон участвует еще в тепловом движении, то столкновения с ионами происходят нерегулярно; кроме того, нам не известно, сколько

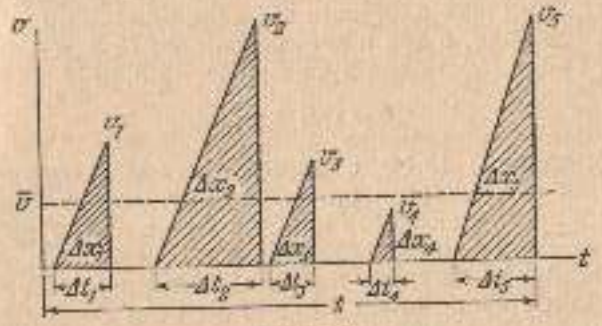


Рис. 8.5.

времени электрон находится в связанном состоянии с ионом. Поэтому график его упорядоченного движения можно изобразить примерно так, как это показано на рис. 8.5. За время Δt_1 электрон пройдет вдоль проводника расстояние $\Delta x_1 = a\Delta t_1^2/2$; за время Δt_2 — расстояние $\Delta x_2 = a\Delta t_2^2/2$

и т. д. В течение значительного промежутка времени t он пройдет расстояние

$$x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \ldots + \Delta x_n = \frac{a}{2}(\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + \ldots + \Delta t_n^2). \quad (8.10)$$

Средняя скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника

$$\bar{v} = x/t = a\tau/2, \quad (8.11)$$

где

$$\tau = \frac{\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + \ldots + \Delta t_n^2}{t}$$

называется *средним временем свободного пробега* электрона. Учитывая, что $a = eE/m$, имеем

$$\bar{v} = e\tau E/2m. \quad (8.12)$$

Подставив значение средней скорости упорядоченного движения (8.11) в формулу (3.18), получим

$$j = \frac{e^2 n\tau}{2m} E = \gamma E. \quad (8.13)$$

В металлах и полупроводниках удельная электропроводность $\gamma = e^2 n\tau/2m$ не зависит ни от плотности тока, ни от напряженности поля. Поэтому из (8.13) вытекает, что в этих веществах плотность тока пропорциональна напряженности поля, а это и есть закон Ома (§ 3.5).

2. Подвижность электрона равна (§ 3.5):

$$b = \bar{v}/E = e\tau/2m. \quad (8.14)$$

Сопоставляя (8.14) с экспериментально полученными данными для подвижности (табл. 8.1), можно вычислить среднее время свободного пробега. Оно составит примерно 10^{-14} *сек*. Это означает, что электрон совершает около 10^{14} столкновений в секунду с ионами кристаллической решетки.

3. Сопоставляя (8.13) и (3.25), получим выражения для удельной электропроводности

$$\gamma = \frac{e^2 n\tau}{2m} = \frac{e^2 n\lambda}{2m\bar{u}} \quad (8.15)$$

и удельного сопротивления

$$\rho = \frac{1}{\gamma} = \frac{2m}{e^2 n\tau} = \frac{2m\bar{u}}{e^2 n\lambda}. \quad (8.16)$$

Анализ выражений (8.15) и (8.16) позволяет выяснить некоторые особенности металлов и полупроводников, в частности, зависимость электропроводности от температуры и структуры кристаллической решетки.

§ 8.5. Электропроводность металлов и полупроводников

1. На опыте известно, что электропроводность металлов примерно на пять порядков больше электропроводности полупроводников. Причину такой колоссальной разницы можно объяснить на основе электронной теории.

Расстояния между узлами кристаллической решетки у всех твердых тел примерно одинаковы, следовательно, и средние длины свободного пробега электронов проводимости в разных твердых телах не могут сильно различаться. С другой стороны, постоянная Холла у металлов меньше, чем у полупроводников, в 10^5 раз, следовательно, во столько же раз больше концентрация электронов проводимости. Но именно во столько же раз больше и их электропроводность (см. табл. 8.1), что полностью согласуется с формулой (8.15).

2. Удельное сопротивление чистых металлов в несколько раз меньше удельного сопротивления сплавов (табл. 8.2).

В § 39.9 на основе квантовых представлений будет выяснена причина зависимости электропроводности тела от

Таблица 8.2

		ρ (при 20° С), $ом \cdot мм^2/м$	α (от 0° С до 100° С), 10^{-3} $град^{-1}$
Металлы	Алюминий	0,0245	4,5
	Железо	0,089	6,5
	Медь	0,0159	4,3
	Платина	0,0981	3,92
	Родий	0,043	4,4
	Никель	0,0614	6,8
	Хром	0,127	—
Сплавы	Платина — родий (90/10)	0,187	1,66
	Никель — хром (80/20)	1,03	1,0
	Сталь	0,12 — 0,45	3,3—1,5
	Константан	0,48	0,02

степени совершенства его кристаллической решетки. Оказывается, что наличие в решетке примесей и дефектов, а также особенности тепловых колебаний частиц твердого тела приводят к уменьшению длины свободного пробега электрона и тем самым — к уменьшению электропроводности.

3. Опыт показывает, что при повышении температуры и при наличии примесей сопротивление полупроводников резко уменьшается, что принципиально отличает их от металлов. Причина заключается в том, что в полупроводниках при наличии примесей или при увеличении температуры значительно возрастает концентрация электронов проводимости, что следует из опытов по определению постоянной Холла в этих веществах. Увеличение концентрации электронов проводимости перекрывает эффект уменьшения длины свободного пробега, и сопротивление убывает.

Что касается причины того, почему в металлах концентрация электронов проводимости не зависит от температуры и примесей, а у полупроводников такая зависимость имеется, то на базе классической электронной теории это объяснить невозможно. Квантовые представления об этом эффекте будут изложены в гл. 39.

§ 8.6. Вывод закона Джоуля — Ленца

1. В § 3.7 мы получили выражение (3.33) для расчета изменения внутренней энергии проводника, по которому протекает ток. Однако механизм нагревания проводника там не был раскрыт. На основе электронной теории это явление можно объяснить следующим образом.

Электрон, разгоняемый электрическим полем, приобретает к концу свободного пробега кинетическую энергию $K_{макс}=mv^2_{макс}/2$, где $v_{макс}=at$ — его максимальная скорость. В конце пробега электрон *неупруго* соударяется с ионом, масса которого в несколько тысяч раз больше массы электрона. В результате удара вся энергия электрона передается иону, и последний начинает более интенсивно колебаться. Итак, возрастание внутренней энергии проводника с током есть результат бомбардировки ионной решетки электронами, которые ускоряются полем.

2. Количество теплоты рассчитаем следующим образом. Пусть длина проводника равна l, его поперечное сечение S; общее число электронов проводимости в нем $N=nSl$, где n — их концентрация. Изменение внутренней энергии

равно произведению кинетической энергии электрона $K_{макс}$ на число электронов N и на число соударений Z, которые испытает электрон за время t:

$$Q=NZK_{макс}. \tag{8.17}$$

Число соударений $Z=t/\tau$, где τ — время свободного пробега электрона. Подставив в (8.17), получим после преобразований:

$$Q=\frac{mv^2_{макс}}{2}nSl\frac{t}{\tau}=\frac{e^2n\tau}{2m}E^2Slt. \tag{8.18}$$

Но напряженность поля можно выразить через напряжение на участке, воспользовавшись выражением (3.10): $E=u/l$; вместе с тем согласно (8.16) $e^2n\tau/2m=1/\rho$, где ρ — удельное сопротивление. Итак,

$$Q=\frac{S}{\rho l}u^2t=\frac{u^2t}{R}. \tag{8.19}$$

Эта формула тождественна (3.33). Таким образом, нам удалось на основе электронной теории объяснить механизм теплового действия тока и вывести закон Джоуля — Ленца.

§ 8.7. Контактная разность потенциалов

1. В конце XVIII в. А. Вольта заметил, что между двумя соприкасающимися металлами возникает контактная разность потенциалов. Происхождение этого скачка потенциала можно объяснить на основе электронной теории.

Рассмотрим два металла с разной концентрацией электронов ($n_1>n_2$). Поскольку в месте их контакта оба металла имеют одинаковую температуру, то и средняя скорость теплового движения электронов в этом месте одна и та же. Для простоты рассуждений положим, что длина свободного пробега у них примерно одинакова. За счет теплового движения электронов происходит их диффузия (т. 1, §§ 25.4, 25.5). Число электронов, которые переносятся из первого металла во второй, равно одной шестой числа электронов, находящихся в слое толщиной λ, т. е. $N_1=\frac{1}{6}n_1S\lambda$. Из второго металла в первый переносится $N_2=\frac{1}{6}n_2S\lambda$ электронов. Но по условию $n_1>n_2$, следовательно, второй металл приобретет больше электронов, чем он передаст первому.

Итак, в результате диффузии электронов один металл зарядится положительно, второй — отрицательно. Возникшее при этом электрическое поле будет препятствовать диффузии. Диффузия в данном случае играет такую же роль, как будто бы в месте контакта действует сторонее поле. Перетекание электронов из одного металла в другой прекратится, когда возникшая разность потенциалов уравновесит э.д.с. стороннего поля.

2. Качественно оценим контактную разность потенциалов из следующих соображений. Ток в контактном слое

$$i=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{e(N_1-N_2)}{\tau}=\frac{e\lambda S}{8\tau}(n_1-n_2)=\frac{eS\bar{u}}{6}(n_1-n_2).$$

Разность потенциалов, по закону Ома, равна произведению тока на сопротивление контактирующих слоев: $R=R_1+R_2=(\rho_1\lambda/S)+(\rho_2\lambda/S)$, где ρ_1 и ρ_2 — их удельные сопротивления. Учитывая (8.16), имеем

$$R=\frac{2m\bar{u}}{e^2S}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right).$$

Итак,

$$\Delta\varphi=iR=\frac{m\bar{u}^2(n_1-n_2)}{3e}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right). \qquad (8.20)$$

Подставив $m\bar{u}^2=3kT$ и проделав несложные преобразования, получим

$$\Delta\varphi=\frac{kT}{e}\left(\frac{n_1}{n_2}-\frac{n_2}{n_1}\right). \qquad (8.21)$$

Мы видим, что контактная разность потенциалов зависит только от температуры и химического состава металлов. Квантовые представления об этом явлении изложены в § 42.1.

§ 8.8. Термоэлектричество

1. Составим замкнутую цепь из двух металлов и будем поддерживать во всех точках цепи одинаковую температуру. Оказывается, что при этом условии за счет контактных скачков потенциала ток в цепи возникнуть не может, ибо э.д.с. в этой цепи равна нулю:

$$\mathscr{E}=\Delta\varphi_{12}+\Delta\varphi_{21}=\frac{kT}{e}\left(\frac{n_1}{n_2}-\frac{n_2}{n_1}+\frac{n_2}{n_1}-\frac{n_1}{n_2}\right)=0.$$

Этот результат можно было предвидеть на основе первого и второго начал термодинамики. В самом деле, ток совершает работу, следовательно, для его создания необходим источник энергии. Это не может быть и энергия окружающей среды, ибо согласно второму началу термодинамики теплообмен между телами с одинаковой температурой не происходит (т. 1, гл. 28).

2. Совершенно иной результат получится, если температуры спаев будут разными. Пусть, например, $T_1>T_2$. Тогда выражение для э.д.с. примет вид

$$\mathscr{E}=\Delta\varphi_{12}+\Delta\varphi_{21}=\frac{k}{e}\left(\frac{n_1}{n_2}-\frac{n_2}{n_1}\right)(T_1-T_2). \qquad (8.22)$$

Мы видим, что здесь э.д.с. нулю не равна; поэтому в цепи возникнет термоэлектрический ток. Явление это было обнаружено Зеебеком в 1821 г.

Выражение (8.22) можно записать так:

$$\mathscr{E}=\alpha(T_1-T_2)=\alpha\Delta T. \qquad (8.23)$$

Здесь $\alpha=\frac{k}{e}\left(\frac{n_1}{n_2}-\frac{n_2}{n_1}\right)$ — постоянная величина, характеризующая свойства контакта данных двух металлов, э. д. с. $\mathscr{E}$ называется *термоэлектродвижущей силой*, а ΔT — это разность температур обоих спаев.

3. Термоэлектрическая э. д. с., возникающая при контакте двух металлов, очень мала. Хотя формула (8.22) была получена с помощью довольно грубых приближений, все же ее можно применить для качественной оценки величины этой э. д. с. Взяв $\Delta T=1^\circ$, концентрации n_1 и n_2, например, для меди и алюминия из табл. 8.1, получим:

$$\alpha=\frac{k}{e}\left(\frac{n_1}{n_2}-\frac{n_2}{n_1}\right)\approx\frac{1{,}38\cdot10^{-23}}{1{,}61\cdot10^{-19}}\left(\frac{21}{11}-\frac{11}{21}\right)\approx$$
$$\approx1{,}2\cdot10^{-4}\ в/град=120\ мкв/град.$$

Опыт дает для этой термоэлектрической пары металлов величину в 30 раз меньшую: $\alpha=3{,}4$ *мкв/град*.

Если мы заменим один из металлов полупроводником, то термоэлектродвижущая сила должна существенно увеличиться, поскольку концентрации электронов в металлах и полупроводниках различаются на 4—5 порядков. Пользоваться формулой (8.22) здесь нельзя даже для качественных расчетов, но тот факт, что термопара «металл — полупроводник» дает значительно бо́льшую термо-э. д. с. по сравнению с термопарой «металл — металл», подтверждается экспериментально.

4. Обычно термопары применяются для измерения температур, особенно в тех случаях, где применение жидкостных (например, ртутных) термометров исключается. Достоинством термопарных термометров является их высокая чувствительность; возможность присоединения к самописцам, автоматически записывающим изменение температуры с течением времени; малые размеры, малая собственная теплоемкость, а также широкий диапазон измеряемых температур — от $+2000°C$ до $-200°C$.

Вместе с тем термопары могут быть использованы и как источники тока. Правда, у них низкий к. п. д. (менее 1%) и малая э.д.с. Однако подобрав определенные типы полупроводников и соединив термопары последовательно в термобатарею, можно получить и достаточно большую э.д.с., порядка нескольких десятков вольт. Такие термобатареи были созданы под руководством акад. А. Ф. Иоффе. Они могут работать от любого источника тепла, например от керосиновой лампы, и питать радиоприемник.

На этом же принципе работает ядерная установка «Ромашка», представляющая собой малогабаритный ядерный реактор на 40 кг урана. В активной зоне реактора температура достигает 1770 °С. Стенки его выложены из нескольких тысяч кремний-германиевых пластин, играющих роль полупроводниковых термопар, соединенных в термобатарею. За счет разности температур внутри реактора и наружной атмосферы и создается термо-э. д. с. Установка эта, созданная в 1964 г. в Институте атомной энергии им. И. В. Курчатова под руководством акад. М. Д. Миллионщикова, успешно прошла все испытания и оказалась вполне работоспособной.

5. С точки зрения термодинамики термопара вполне аналогична тепловой машине (т. 1, гл. 29). Здесь есть два тела с разной температурой, играющие роль нагревателя и холодильника, а рабочим телом служит электронный газ. В отличие от обычной тепловой машины, где часть внутренней энергии нагревателя превращается в механическую, в термопаре она превращается в энергию электрического тока.

6. Известно, что если к тепловой машине подводить механическую энергию от внешнего источника, то она будет работать в режиме теплового насоса (или холодильной установки; т. 1, § 29.8). По аналогии можно ожидать, что если через термопару пропустить ток от внешнего источника, то между спаями должна возникнуть разность температур. Такой эффект действительно наблюдается в эксперименте.

Он называется *эффектом Пельтье* в честь ученого, который в 1834 г. обнаружил это явление.

Для получения более значительной разности температур здесь также следует применять полупроводниковые термопары. Термоэлектрические холодильники, использующие эффект Пельтье в полупроводниках, были созданы в 1954 г. группой ученых ленинградского Института полупроводников, которым руководил акад. А. Ф. Иоффе.

§ 8.9. Работа выхода

1. Электроны, движущиеся внутри металла, могут иногда вылететь за его пределы, образуя над металлом «электронное облако». Часть этих электронов вновь возвращается в металл, другие слова его покидают. Явление это весьма похоже на испарение жидкостей (т. 1, §§ 35.1, 35.2). Поверхность металла и электронное облако образуют двойной электрический слой, аналогичный плоскому конденсатору. Толщина этого слоя равна нескольким межатомным расстояниям ($d \approx 10^{-10} — 10^{-9}$ м). Разность потенциалов в этом слое называется *поверхностным скачком потенциала на границе металл—вакуум или контактной разностью потенциалов* между металлом и вакуумом.

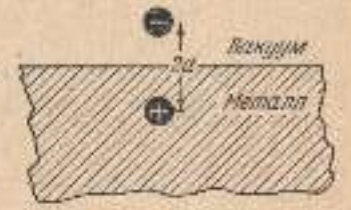


Рис. 8.6.

Для оценки этой величины проделаем следующий ориентировочный расчет. Представим себе, что электрон вылетел из металла; тогда в последнем возникнет положительный заряд, равный по модулю заряду электрона. Этот положительный заряд называется «электрическим изображением» электрона (рис. 8.6). Оказывается, что взаимодействие электрона с металлом равно взаимодействию между электроном и его «изображением», т. е. сводится к взаимодействию точечных зарядов, которое мы умеем рассчитывать. Согласно (1.4) имеем для контактного скачка потенциала (при $d \approx 5 \cdot 10^{-10}$ м):

$$\varphi_{\text{конт}} \approx \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2d} \approx \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-10}} \approx 1{,}4 \text{ в}.$$

2. Для того чтобы электрон, находящийся в металле, мог выйти за его пределы, он должен совершить работу против

сил притяжения от своего «изображения» и против сил отталкивания от отрицательно заряженного электронного облака. Эта работа называется *работой выхода* A_0. Она равна, таким образом, той минимальной энергии, которую нужно сообщить электрону проводимости, чтобы он мог выйти из металла в вакуум. Мы можем положить, что работа выхода

$$A_0 = -e\varphi_{\text{конт}}. \qquad (8.24)$$

Наш ориентировочный расчет дает для работы выхода величину $A_0 \approx 1{,}5$ эв $= 2{,}4 \cdot 10^{-13}$ дж. По порядку величины получился правильный результат, что видно из таблицы:

	A_0, эв		A_0, эв
Литий, натрий, калий	2,3	Кальций	2,7
Цинк	4,2	Цезий	1,9
Вольфрам	4,6	Барий на вольфраме	1,1
Платина	5,3	Цезий на вольфраме	1,4
Барий	2,5		

3. Потенциальная энергия электрона проводимости в металле меньше энергии свободного электрона. Полагая, что потенциальная энергия электрона в вакууме равна нулю, мы получим, что его энергия в металле $U = -A_0 = -e\varphi_{\text{конт}}$. Эту энергию можно изобразить графически, откладывая на оси абсцисс координату электрона, а на оси ординат — потенциальную энергию (рис. 8.7). Здесь

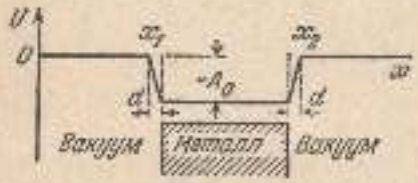


Рис. 8.7.

толщина «электронного облака» d сильно преувеличена. График имеет вид ямы, которая так и называется «потенциальная яма». Поэтому обычно, желая указать, что электрон в металле имеет отрицательную потенциальную энергию, говорят, что электрон находится в «потенциальной яме».

4. Для того чтобы электрон проводимости вылетел за пределы металла, необходимо, чтобы его кинетическая энергия оказалась больше работы выхода (или, в крайнем

случае, равна ей). Эту энергию электрон может получить разными путями.

Один из путей — освещение металла. Электрон, получив энергию от световой волны, сможет совершить работу выхода. Это явление называется *фотоэлектронной эмиссией* и будет рассмотрено в §§ 32.1—32.3.

Второй путь — бомбардировка поверхности металла частицами, имеющими энергию в несколько сотен электронвольт.

Третий путь — повышение температуры металла. Явление испускания электронов нагретым телом называется *термоэлектронной эмиссией* (§ 11.1).

ГЛАВА 9

ТЕПЛОЕМКОСТЬ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

§ 9.1. Теплоемкость

1. Как было показано в т. 1, §§ 27.4—27.5, для газов следует различать изохорную c_v и изобарную c_p теплоемкости, которые значительно отличаются друг от друга ($\gamma = c_p/c_v \approx 1{,}7$ —1,4). У твердых тел эти теплоемкости различаются очень мало: от 3% для меди и золота до 8% у щелочных металлов. Поэтому в дальнейшем мы не будем эти величины различать и станем говорить просто о теплоемкости твердого тела.

Рассматривая выражение для внутренней энергии идеального газа, мы пришли к выводу, что ее можно представить как сумму кинетических энергий молекул плюс постоянное слагаемое, поскольку сумма потенциальных энергий молекул и их энергий покоя является постоянной величиной (т. 1, § 27.1). Иную картину мы имеем в твердом теле. Здесь частицы совершают колебания в узлах кристаллической решетки, и в колебательном процессе кинетическая энергия непрерывно переходит в потенциальную и наоборот. Отсюда следует, что средние значения кинетической и потенциальной энергии частицы твердого тела равны между собой (см. § 13.3):

$$\bar{\varepsilon}_{\text{пот}} = \bar{\varepsilon}_{\text{кин}} = \frac{3}{2} kT. \qquad (9.1)$$

Средняя энергия колебаний частицы есть сумма средних значений ее потенциальной и кинетической энергии:

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_{\text{пот}} + \bar{\varepsilon}_{\text{кин}} = 3kT. \tag{9.2}$$

2. Внутренняя энергия одного килоатома простого вещества равна произведению средней энергии колебаний одного атома на число Авогадро. Используя соотношение (9.2), получим

$$U^* = N^*\bar{\varepsilon} = 3N^*kT = 3R^*T, \tag{9.3}$$

где $R^* = 8{,}31 \cdot 10^3$ *дж/кмоль·град* $\approx 1{,}98$ *ккал/кмоль·град* — универсальная газовая постоянная (т. 1, § 26.9).

Теплоемкость одного килоатома по определению равна

$$C^* = \frac{U_2^* - U_1^*}{T_2 - T_1} = 3R^* \approx 5{,}94 \text{ ккал/килоатом·град}. \tag{9.4}$$

Мы получили *закон Дюлонга и Пти*, установленный ими в 1819 г.:

килоатомная теплоемкость химически простых, кристаллических тел приблизительно равна 6 ккал/килоатом·град.

3. *Удельная теплоемкость* есть отношение килоатомной теплоемкости к атомному весу элемента:

$$c = \frac{C^*}{A} = \frac{3R^*}{A} = \frac{3N^*k}{N^*m} = \frac{3k}{m}, \tag{9.5}$$

где m — масса одного атома.

Объемная теплоемкость есть отношение килоатомной теплоемкости к объему килоатома:

$$C = \frac{C^*}{V^*} = \frac{3N^*k}{N^*v} = \frac{3k}{v}, \tag{9.6}$$

где v — объем элементарной ячейки кристалла.

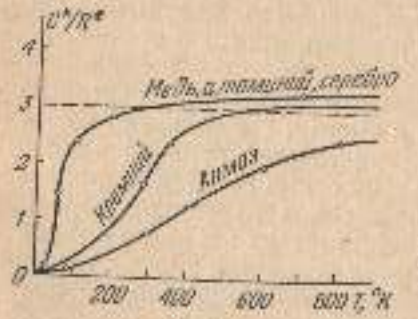


Рис. 9.1.

На рис. 9.1 приведены килоатомные теплоемкости некоторых веществ — изоляторов и металлов. Анализ экспериментальных данных приводит нас к выводу, что закон Дюлонга и Пти является весьма приближенным; он выполняется лишь при достаточно высоких температурах. При низких температурах теплоемкость твердых тел быстро уменьшается и вблизи абсолютного нуля стремится к нулю.

4. Классическая теория не позволяет объяснить зависимость теплоемкости твердых тел от температуры. Впервые это явление объяснил в 1906 г. Эйнштейн на основе квантовых представлений. Полученная им формула качественно правильно передавала зависимость теплоемкости от температуры, изображенную на рис. 9.1. Более точную теорию, также основанную на квантовых представлениях, разработал в 1912 г. Дебай. В частности, он показал, что для каждого вещества имеется определенная характеристическая температура Θ (температура Дебая), начиная с которой начинает выполняться закон Дюлонга и Пти:

$$\Theta = \frac{2\hbar a}{kd}, \tag{9.7}$$

где a — скорость звука, d — характерное расстояние между частицами в кристаллической решетке.

Вычислим характеристическую температуру Дебая для алюминия ($a = 6400$ *м/сек*, $d = 4$ Å); имеем

$$\Theta \approx \frac{2 \cdot 10^{-34} \cdot 6400}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 4 \cdot 10^{-10}} = 250^\circ \text{ K},$$

что хорошо совпадает с экспериментальными данными (см. рис. 9.1). Малые значения теплоемкости алмаза при довольно высоких температурах означают, что для него температура Дебая много больше 1200° К (фактически $\Theta \approx 2000$ °К); это объясняется весьма большим значением скорости звука в алмазе и малым расстоянием между атомами ($a = 16\,000$ *м/сек*, $d = 1{,}54$ Å).

§ 9.2. Теплоемкость металлов

Совершенно неожиданным является результат, что закон Дюлонга и Пти применим к металлам и полупроводникам. В самом деле, в формуле (9.3) мы положили, что внутренняя энергия кристалла определяется только энергией колебаний частиц в узлах решетки. Но ведь в металлах и полупроводниках имеются электроны проводимости, совокупность которых мы рассматриваем как идеальный газ. Следовательно, здесь внутренняя энергия должна быть равна сумме энергии решетки и электронного газа.

Полагая, что средняя энергия теплового движения электронов $\bar{\varepsilon}_{\text{эл}} = \frac{3}{2}kT$ и число свободных электронов, приходящихся на один атом, равно ν, получим для одного килоатома:

$$U^* = N^*\bar{\varepsilon} + \nu N^*\bar{\varepsilon}_{\text{эл}} = N^*\left(3kT + \frac{3}{2}\nu kT\right) = 3R^*T\left(1 + \frac{\nu}{2}\right).$$

Отсюда следует выражение для молярной теплоемкости:

$$C^* = 3R^*\left(1 + \frac{\nu}{2}\right). \tag{9.8}$$

Воспользовавшись результатами табл. 8.1, получим, что вклад электронов проводимости в теплоемкость полупроводников ничтожно мал, ибо здесь $v \approx 10^{-5}$. Что касается металлов (см. § 39.3), то их теплоемкость должна была бы значительно превосходить теплоемкость изоляторов. В самом деле, для алюминия согласно (9.8) получим $C^* = 7{,}4R^*$, для меди $C^* = 5R^*$, для лития $C^* = 4{,}2R^*$ и т. д. Однако это не соответствует экспериментальным данным, согласно которым закон Дюлонга и Пти справедлив и для металлов.

§ 9.3. Теплопроводность изоляторов

1. Если на концах стержня поддерживать некоторую разность температур, то происходит передача энергии в форме тепла от горячего конца к холодному. Пусть длина стержня равна l и площадь поперечного сечения S. Температуру нагретого участка обозначим T_1, холодного — T_2, ось абсцисс направим вдоль стержня. Величина $\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1}$ называется *градиентом температуры*. Она показывает, как быстро меняется температура вдоль стержня. Величина $\Delta Q/S \cdot \Delta t$ показывает, какое количество теплоты переносится через единицу площади поперечного сечения в единицу времени; она называется *тепловым потоком*.

Оказалось, что *тепловой поток пропорционален градиенту температуры* (закон Фурье):

$$\frac{\Delta Q}{S\,\Delta t} = -K\frac{\Delta T}{\Delta x}, \qquad (9.9)$$

Знак минус появился потому, что тепловой поток является положительной величиной, а градиент температуры — отрицательной.

Величина K называется *коэффициентом теплопроводности* или просто *теплопроводностью* вещества. Единицей измерения теплопроводности в СИ служит *вт/м·град*; внесистемные единицы:

$$1\ \textit{ккал/м·час·град} = 1{,}16\ \textit{вт/м·град};$$
$$1\ \textit{кал/см·сек·град} = 419\ \textit{вт/м·град}.$$

Характерные значения теплопроводности некоторых изоляторов приведены в табл. 9.1.

2. Для анализа механизма теплопроводности рассмотрим два соседних слоя атомов (рис. 9.2). Пусть температура

Таблица 9.1

Вещество	Скорость звука a, км/сек	Теплопроводность K, вт/м·град	d, Å	$\frac{\lambda_{ma}}{d^3}$
Пластмассы	2,0—2,6	0,1—0,4	5	0,3
Картон	3,6	0,6—1,1		—
Стекло	5,7—4,3	1,0—0,8	5	0,9—0,7
Хлористый натрий	4,75	7,1	2,82	2,4
Лед (—5 °С)	3,23	2,2	3,2	1,3
Вода (20 °С)	1,47	0,61	3,1	0,64
Ацетон (25 °С)	1,17	0,16	5	0,19
Четыреххлористый углерод	0,93	0,11	5	0,15

левого слоя равна $T_1 = T$, правого $T_2 = T - \Delta T$. Частицы, расположенные в этих слоях, имеют соответственно средние энергии $\bar{\varepsilon}_1 = 3kT$ и $\bar{\varepsilon}_2 = 3k(T - \Delta T)$. Так как колебания частиц в одном слое происходят более интенсивно, чем в другом, то происходит передача энергии из левого слоя в правый.

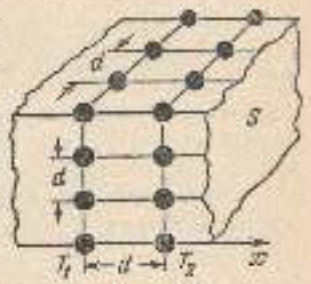


Рис. 9.2.

Одна частица передает энергию $\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = -3k\,\Delta T$. В слое площадью S содержится $N = S/d^2$ частиц, где d — расстояние между частицами.

Следовательно, количество тепла $\Delta Q = N\,\Delta\varepsilon = -\frac{3kS\Delta T}{d^2}$. Тепловой поток

$$\frac{\Delta Q}{S\,\Delta t} = -\frac{3k\,\Delta T}{d^2\,\Delta t} = -\frac{3k}{d^2}\cdot\frac{\Delta x}{\Delta t}\cdot\frac{\Delta T}{\Delta x} = -\frac{3ka}{d^2}\cdot\frac{\Delta T}{\Delta x}. \qquad (9.10)$$

Величина $a = \Delta x/\Delta t$ представляет собой скорость передачи тепловых колебаний. В принципе она не отличается от скорости передачи из слоя в слой любых других упругих колебаний, т. е. от скорости звука.

Сравнив (9.9) и (9.10), мы видим, что коэффициент теплопроводности

$$K = \frac{3ka}{d^2} = \frac{3kad}{v} = Cad, \qquad (9.11)$$

где C — теплоемкость единицы объема вещества (см. § 9.1).

Выражение (9.11) позволяет качественно объяснить причину анизотропии теплопроводности в некоторых монокристаллах (т. 1, § 32.1). Суть дела сводится к тому, что в монокристаллах расстояния между атомами и скорости звука в разных направлениях различны, вследствие чего разной окажется и теплопроводность.

3. Теплопроводность, рассчитанная по формуле (9.11), приведена в последней колонке табл. 9.1. Мы видим, что для пластмасс, аморфных тел и жидкостей получается неплохое совпадение теории и эксперимента. Для кристаллов теория дает значения теплопроводности, которые в несколько раз меньше экспериментальных.

Это можно объяснить, воспользовавшись соображениями, которые выдвинул Дебай в 1914 г. Звуковые волны, воспринимаемые человеческим ухом, имеют частоту в диапазоне примерно 20 *гц* — 20 *кгц*, ультразвуки — от 20 *кгц* до 100 *Мгц*. Эти волны, распространяясь в кристаллах, практически не рассеиваются, аналогично тому как свет, не рассеиваясь, проходит через прозрачные среды типа стекла или воды. Тепловые колебания имеют гораздо более высокую частоту, порядка 10^{12}— 10^{13} *гц* (гиперзвуки). Оказывается, что такие высокочастотные волны интенсивно рассеиваются в кристаллах, аналогично тому, как свет рассеивается в мутных средах. Чем интенсивнее рассеяние звуковых волн, соответствующих тепловым колебаниям кристалла, тем медленнее идет процесс передачи тепла и тем меньше теплопроводность вещества. Основываясь на этих представлениях, Дебай получил для теплопроводности выражение

$$K = \frac{1}{3} CaA, \tag{9.12}$$

где A — среднее расстояние, которое звуковая волна проходит *без* рассеяния. Если ввести представление о том, что звуковые волны распространяются в виде некоторых элементарных порций, называемых квантами звукового поля, или *фононами*, то это — *средняя длина свободного пробега фонона*. Сравнив с (9.11), мы видим, что $A \approx 3d$.

4. Рассеяние звуковых волн происходит на неоднородностях кристаллической решетки, совершенно аналогично рассеянию электронов проводимости (см. § 8.5). Неоднородность решетки является результатом наличия в ней дефектов, а также особого характера тепловых колебаний частиц в узлах решетки (§ 39.9). В аморфных телах и жидкостях имеется ближний порядок упаковки частиц, следовательно,

больше число дефектов; поэтому здесь теплопроводность будет малой, что и подтверждает эксперимент (см. табл. 9.1). В кристаллах, где порядок упаковки частиц значительно выше и дефектов меньше, волна может пройти без рассеяния значительно большее расстояние. Расчет дает для хлористого натрия при 0 °С значение $A = 23\ Å \approx 8d$, для кварца вдоль оптической оси при этой же температуре $A = 40\ Å \approx 13d$ и т. д. Этим и объясняется расхождение между опытом и нашим элементарным расчетом для кристаллов по формуле (9.11).

С ростом температуры вещества усиливаются колебания частиц в узлах кристаллической решетки и уменьшается расстояние, которое звуковые волны проходят без рассеяния. Это должно привести к уменьшению теплопроводности, аналогично тому, как с ростом температуры уменьшается электропроводность (§ 8.5). Опыт подтверждает этот вывод, но при относительно высоких температурах. При низких температурах теплопроводность убывает за счет резкого уменьшения теплоемкости (§ 9.1).

§ 9.4. Теплопроводность металлов

1. Сравнительные данные о теплопроводности и электропроводности некоторых металлов при $T = 273$ °К приведены в табл. 9.2.

Таблица 9.2

Вещество	K, *вт/м·град*	γ, *1/ом·м*	$K/\gamma T$
Медь	385	$64{,}1 \cdot 10^6$	$2{,}2 \cdot 10^{-6}$
Алюминий	228	$40{,}8 \cdot 10^6$	$2{,}1 \cdot 10^{-6}$
Натрий	135	$23{,}6 \cdot 10^6$	$2{,}1 \cdot 10^{-6}$

Как видно, теплопроводность металлов очень велика. Она не сводится к теплопроводности решетки, следовательно, здесь должен действовать еще один механизм передачи тепла. Оказывается, что в чистых металлах теплопроводность осуществляется практически полностью за счет электронного газа, и лишь в сильно загрязненных металлах и сплавах, где электропроводность мала, вклад теплопроводности решетки оказывается существенным.

Для вывода рассмотрим два слоя металла, толщина каждого из которых равна средней длине свободного пробега электрона. За время $\tau=\lambda/\bar{u}$ из одного слоя в другой переходит $N=\frac{1}{6}nS\lambda$ электронов. Электроны, переходящие из левого слоя в правый, переносят энергию $W_1=N\bar{\varepsilon}_1$; встречный поток переносит энергию $W_2=N\bar{\varepsilon}_2$. Согласно классической электронной теории средняя энергия электрона $\bar{\varepsilon}=\frac{3}{2}kT$. Отсюда следует:

$$Q=W_1-W_2=N(\bar{\varepsilon}_1-\bar{\varepsilon}_2)=\frac{1}{6}nS\lambda\cdot\frac{3}{2}k(T_1-T_2). \quad (9.13)$$

Тепловой поток

$$\frac{\Delta Q}{S\,\Delta t}=\frac{1}{4}n\bar{\lambda}k\frac{T_1-T_2}{x_2-x_1}\cdot\frac{x_2-x_1}{\Delta t},$$

Поскольку $x_2-x_1=2\lambda=2\bar{u}\Delta t$, где $\bar{u}$ — средняя скорость теплового движения электронов, то

$$\frac{\Delta Q}{S\,\Delta t}=-\frac{1}{2}n\bar{\lambda}\bar{u}k\frac{\Delta T}{\Delta x}. \quad (9.14)$$

Сравнив (9.14) и (9.9), получим выражение для коэффициента теплопроводности электронного газа:

$$K=\frac{1}{2}n\bar{\lambda}\bar{u}k. \quad (9.15)$$

2. По этой формуле мы не можем вычислить теплопроводность, так как длина свободного пробега электрона нам не известна. Однако, разделив (9.15) на (8.15), получим

$$\frac{K}{\gamma}=\frac{n\bar{\lambda}\bar{u}k\cdot 2m\overline{u^2}}{2e^2n\bar{\lambda}}=\frac{km\overline{u^2}}{e^2}.$$

Но $m\overline{u^2}=3kT$, следовательно

$$\frac{K}{\gamma}=\frac{3k^2T}{e^2}=2{,}23\cdot10^{-8}T. \quad (9.16)$$

Полученное выражение называется *законом Видемана и Франца* в честь ученых, которые в 1853 г. обнаружили, что при одной и той же температуре отношение теплопроводности к удельной электропроводности у всех металлов одно и то же. Зависимость этого отношения от температуры показал Лоренц.

3. Сопоставив экспериментальные данные табл. 9.2 с формулой (9.16), можно убедиться, что практически тепло-

проводность металлов целиком определяется теплопроводностью электронного газа, которая при температурах, далеких от абсолютного нуля, в сотни раз превосходит теплопроводность кристаллической решетки.

Таким образом, мы видим, что классическая электронная теория позволяет не только качественно объяснить механизм теплопроводности металлов, но и получить количественные соотношения — закон Видемана и Франца, который хорошо согласуется с экспериментом.

4. Подведем итог. Идея Друде — Лоренца, согласно которой совокупность электронов проводимости в металлах можно рассматривать как идеальный газ, оказалась весьма плодотворной. На этой основе оказалось возможным объяснить ряд явлений, связанных с электропроводностью и теплопроводностью металлов. Во всех этих случаях мы полагали, что электронный газ подчиняется статистике Максвелла — Больцмана, как и обычный одноатомный идеальный газ, вследствие чего средняя энергия теплового движения свободного электрона $\bar{\varepsilon}_{\text{эл}}=\frac{3}{2}kT$.

Оказывается, что это предположение, позволяющее, например, отлично объяснить особенности теплопроводности металлов (закон Видемана и Франца), не позволяет получить правильных значений теплоемкости металлов. Справедливость для металлов закона Дюлонга и Пти можно объяснить, введя предположение, что электронный газ не участвует в теплоемкости,— но тогда не удастся объяснить особенности теплопроводности металлов.

Полученное противоречие показывает, что классическая электронная теория принципиально несостоятельна. Решение этой проблемы удалось получить на основе идей квантовой механики, и мы к ней вернемся в гл. 39.

ГЛАВА 10

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

§ 10.1. Электролитическая диссоциация

1. Опыт показывает, что *электролиты* — растворы солей, кислот и щелочей в воде — являются хорошими проводниками электрического тока. Ток в электролитах сопровождается *электролизом* — выделением вещества на электродах, погруженных в раствор. Таким образом, в отличие

от металлов, обладающих электронной проводимостью, электролиты — это проводники, электропроводность которых возникает за счет движения *ионов*.

Ни дистиллированная вода, ни растворяемое вещество в твердом состоянии (типа ионного кристалла) свободных ионов не содержат, и потому все они — хорошие изоляторы. Следовательно, ионы возникают только в процессе взаимодействия молекул растворенного вещества с молекулами воды. Процесс распада молекул растворенного вещества на ионы под воздействием растворителя называется *электролитической диссоциацией*.

2. Причина диссоциации заключается в том, что молекула воды имеет большой дипольный момент ($p_e = 6{,}1 \times 10^{-30}$ к·м), вследствие чего на расстояниях, имеющих порядок расстояния между молекулами в жидкостях ($r \approx 1$ Å $= 10^{-10}$ м), вокруг нее возникает сильное электрическое поле. Согласно (1.9) имеем

$$\varphi \approx \frac{p_e}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \approx \frac{6 \cdot 10^{-30} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi \cdot 10^{-20}} \approx 6 \text{ в}.$$

Энергия взаимодействия иона натрия или хлора с молекулой воды примерно равна энергии взаимодействия между ионами в молекуле NaCl. Поэтому в процессе растворения соли за счет тепловых соударений происходит распад молекул на ионы:



Рис. 10.1.

$$NaCl \rightleftarrows Na^+ + Cl^-.$$

Стрелки показывают, что процесс идет в двух направлениях: наряду с *диссоциацией* молекулы на два иона идет обратный процесс *рекомбинации* (воссоединения) ионов в нейтральную молекулу.

Положительные ионы, движущиеся к катоду, называются *катионами*, отрицательные — *анионами*, т. е. движущимися к аноду.

Заметим, что если молекулы растворенного вещества не диссоциируют на ионы, то раствор не является проводником. Примером могут служить водные растворы сахара и глицерина, которые являются хорошими изоляторами.

3. Молекулы воды обволакивают ион, образуя вокруг него *сольватную оболочку* (рис. 10.1). Это, во-первых, затрудняет рекомбинацию ионов, и при малых концентрациях раствора все молекулы растворенного вещества оказываются диссоциированными. Во-вторых, затрудняется движение ионов — фактически в растворе движется не отрицательный ион, а сольват — пара, состоящий из иона и сольватной оболочки вокруг него, содержащей несколько слоев молекул растворителя.

§ 10.2. Закон Ома и электропроводность электролитов

1. Если в электролит поместить два электрода и создать между ними разность потенциалов за счет источника тока, то возникнет упорядоченное движение сольватов. Положительно заряженные сольваты станут двигаться к катоду со скоростью v_+, отрицательные — к аноду со скоростью v_-. По аналогии с (3.18) получим выражение для плотности тока в электролите

$$j = q_+ n_+ v_+ + q_- n_- v_-. \tag{10.1}$$

Здесь q — заряд иона, n — концентрация ионов.

Из закона сохранения электрического заряда следует, что сумма зарядов положительных и отрицательных ионов равна нулю, следовательно:

$$q_+ n_+ = q_- n_- = qn = \alpha q n_0. \tag{10.2}$$

Здесь n_0 — концентрация молекул растворенного вещества; коэффициент диссоциации $\alpha = n/n_0$ есть отношение концентрации ионов к концентрации молекул вещества.

Плотность тока

$$j = qn(v_+ + v_-). \tag{10.3}$$

2. Скорость упорядоченного движения сольвата можно найти из следующих соображений. На сольват действует электрическая сила $F_e = qE$ и сила сопротивления трения $T = 6\pi\eta r v$, где r — радиус сольвата и η — вязкость жидкости (т. 1, § 11.8). Сольват движется равномерно, когда сила сопротивления уравновешивает электрическую силу: $qE = 6\pi\eta r v$. Отсюда получим выражение для скорости сольвата

$$v = \frac{qE}{6\pi\eta r} \tag{10.4}$$

и для его подвижности (§ 3.6)

$$b = \frac{v}{E} = \frac{q}{6\pi\eta r}. \tag{10.5}$$

Из (10.3) и (10.3) следует, что для электролитов должен

выполняться закон Ома:

$$j = qn(b_+ + b_-)E = \gamma E; \qquad (10.6)$$

это подтверждается опытами.

3. Электропроводность электролита равна

$$\gamma = qn(b_- + b_-) = \frac{q^2 n_0}{6\pi\eta}\left(\frac{1}{r_+} + \frac{1}{r_-}\right). \qquad (10.7)$$

Она много меньше электропроводности металлов. Наибольшей электропроводностью обладают растворы кислот, так как радиус сольвата, возникающего вокруг иона водорода (протона), в 5—10 раз меньше радиусов других сольватов.

С ростом температуры электропроводность электролитов довольно быстро возрастает. Причина заключается в том, что с повышением температуры возрастает степень диссоциации раствора и уменьшается вязкость электролита.

§ 10.3. Законы Фарадея

1. Ион — это частица (атом, молекула, группа атомов), потерявшая или присоединившая к себе один или несколько электронов. Если валентность данного элемента равна Z, то заряд иона $q = Ze$.

Число ионов, выделившихся на электроде, равно полному заряду Q, прошедшему через электролит, деленному на заряд иона:

$$N = \frac{Q}{q} = \frac{Q}{Ze}.$$

Для химического элемента масса иона m равна атомному весу элемента A, деленному на число Авогадро N^*. Масса вещества, выделившегося на электроде, равна массе иона, умноженной на число ионов:

$$M = mN = \frac{A}{N^*}\cdot\frac{Q}{Ze} = \frac{1}{N^* e}\cdot\frac{A}{Z}Q. \qquad (10.8)$$

2. Выражение (10.8) содержит в себе два закона, которые Фарадей сформулировал в 1832 г. на базе ряда экспериментов:

Первый закон Фарадея: масса выделившегося на электроде вещества пропорциональна электрическому заряду, протекающему через электролит:

$$M = KQ = Kit, \qquad (10.9)$$

где M — масса вещества, Q — заряд, i — сила тока и t — время. Величина $K = M/Q$ показывает, какая масса вещества выделится на электроде при прохождении через электролит заряда, равного одному кулону. Она называется *электрохимическим эквивалентом* вещества.

Второй закон Фарадея: электрохимические эквиваленты элементов прямо пропорциональны их химическим эквивалентам:

$$K = \frac{1}{F}\cdot\frac{A}{Z}; \qquad (10.10)$$

здесь A — атомный вес элемента, Z — его валентность, A/Z — химический эквивалент — отношение атомного веса элемента к его валентности.

3. Число Фарадея

$$F = N^* e = 9{,}6487\cdot 10^7 \text{ к/кг-экв.}$$

численно равно электрическому заряду, который должен пройти через электролит, чтобы на электроде выделился один килограмм-эквивалент вещества. В самом деле, положив в выражении (10.8) $M = A/Z$, получим $Q = F$. Для одновалентного вещества это означает, что число Фарадея равно электрическому заряду, который должен пройти через электролит, чтобы на электроде выделился килограмм вещества.

Найдя из опыта число Фарадея и зная число Авогадро, можно вычислить заряд одновалентного иона, равный заряду электрона, по формуле:

$$e = F/N^*. \qquad (10.11)$$

§ 10.4. Вторичные реакции и применение электролиза

1. Мы уже говорили, что при электролизе положительные ионы движутся к катоду, отрицательные — к аноду, и на электродах они нейтрализуются. При этом отрицательные ионы отдают аноду электроны, положительные присоединяют их. Однако получившиеся в результате этого нейтральные атомы или молекулы далеко не всегда осаждаются на электродах. Часто они оказываются химически весьма активными и реагируют с электродами или водой. Происходящие при этом химические реакции называются *вторичными*.

Пусть, например, электролитом служит водный раствор серной кислоты. Молекула H_2SO_4 диссоциирует на ионы:

$$H_2SO_4 \rightleftarrows 2H^+ + SO_4^{--}.$$

На катоде выделяется водород:

$$2H^+ + 2e^- = H_2\uparrow.$$

На аноде реакция идет так. Сначала происходит нейтрализация иона:

$$SO_4^{--} = SO_4 + 2e^-.$$

Молекула SO_4 нестойкая; она распадется, выделяя атомарный кислород:

$$SO_4 = SO_3 + O\uparrow.$$

Если электроды изготовлены из никеля или платины, то кислород не реагирует с ними и выделяется в виде пузырьков. Молекула SO_3 вступает в реакцию с водой:

$$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4 \rightleftarrows 2H^+ + SO_4^{--}.$$

Итак, здесь вторичная реакция с растворителем приводит к тому, что количество серной кислоты не меняется, а при электролизе происходит разложение воды и выделение ее составных частей — водорода на катоде и кислорода на аноде. При этом концентрация кислоты в растворе возрастает.

2. Путем электролиза воды получают тяжелую воду: смесь D_2O и DHO, в которой атомы водорода заменены атомами дейтерия D — тяжелого изотопа водорода с атомным весом 2. В обычной воде всегда содержится небольшое количество тяжелой воды (около 0,015%). Подвижность ионов дейтерия несколько меньше подвижности ионов водорода, вследствие чего при электролизе воды дейтерия выделится меньше, чем протия (обычного водорода), и концентрация тяжелой воды возрастет. При длительном электролизе можно получить почти чистую тяжелую воду, которая находит применение в ядерной физике (см. гл. 46).

3. Рассмотрим электролиз раствора медного купороса при условии, что анод изготовлен из меди. Диссоциация молекул на ионы происходит так:

$$CuSO_4 \rightleftarrows Cu^{++} + SO_4^{--}.$$

На катоде выделяется химически чистая медь:

$$Cu^{++} + 2e^- = Cu.$$

На аноде идет такой же процесс, как и при электролизе серной кислоты:

$$SO_4^{--} = SO_3 + O + 2e^-.$$

Атомарный кислород окисляет медь:

$$Cu + O = CuO.$$

Кислотный остаток SO_4 реагирует с окисью меди, образуя вновь медный купорос, который переходит в раствор и при этом вновь диссоциирует на ионы. В итоге концентрация электролита остается неизменной, но в ходе электролиза происходит растворение анода и выделение на катоде химически чистой (рафинированной) меди. Аналогично идет процесс электролиза ряда других солей.

4. Описанный выше процесс электролиза соли находит ряд применений в технике. Прежде всего это — получение чистых металлов из растворов или расплавов солей. В частности, именно таким образом получают алюминий, натрий, магний, бериллий и т. п.

Электролиз применяется для того, чтобы нанести на поверхность металлического изделия тонкий слой другого металла. Это называется *гальваностегией*. Изделие служит катодом, электролитом служит раствор соли, содержащей металл, из которого хотят получить покрытие. Анодом служит пластина из этого же металла. Таким образом производится золочение, никелирование, хромирование изделий.

Аналогичным образом изготавливаются металлические слепки с рельефных моделей (*гальванопластика*, впервые применена Б. С. Якоби в 1837 г.). Катодом служит модель из воска или другого пластического вещества, покрытая проводящим слоем графитового порошка. Металл отлагается на катоде в виде слоя, точно отражающего рельеф модели.

5. Толщина слоя вещества, выделившегося на катоде или снятого с анода в результате электролиза, пропорциональна плотности тока. Рекомендуем читателю самостоятельно получить этот несложный результат.

Как следует из закона Ома (3.2б), плотность тока пропорциональна напряженности поля. Если анод содержит выступы и впадины, то напряженность поля у выступов максимальна, следовательно, здесь максимальна плотность тока. Поэтому металл на выступах анода растворяется быстрее, чем во впадинах. На этом принципе основана *электрополировка* металлических изделий.

§ 10.5. Гальванический элемент

1. Опыт показывает, что если металлическую пластину опустить в электролит, то между ними возникает разность потенциалов. Явление это аналогично возникновению контактной разности потенциалов между двумя металлами (§ 8.7), с той лишь разницей, что в электролите контактная

разность потенциалов обусловлена диффузией ионов, а не электронов, как это имеет место при контакте металлов.

Диффузия ионов сопровождается химической реакцией между металлом и электролитом, что приводит к изменению внутренней энергии реагирующих веществ. Изменение энергии пропорционально числу прореагировавших атомов металла, иными словами — пропорционально массе металла, растворившегося в электролите:

$$\Delta U = \lambda M, \tag{10.12}$$

где U — внутренняя энергия, λ — удельная энергия химической реакции, M — масса вещества (т. 1, §§ 20.4, 36.7).

2. Оказывается, что химическая реакция идет лишь в том случае, когда цепь замкнута и по ней течет ток. При этом происходит превращение энергии, выделяемой в результате химических реакций, в энергию электрического тока.

На основе этих соображений можно вычислить э. д. с. гальванического элемента. Из закона сохранения энергии следует, что энергия химических реакций, происходящих на аноде и катоде, равна работе, совершаемой сторонними силами при перемещении заряда по цепи:

$$\Delta U_{ан} + \Delta U_{кат} = A_{стор} = Q\mathscr{E}. \tag{10.13}$$

Катодом гальванических элементов обычно служат цинк, и при его растворении в электролите выделяется энергия, т. е. $\Delta U_{кат} > 0$. Восстановительные реакции на аноде сопровождаются поглощением энергии, $\Delta U_{ан} < 0$. Используя соотношения (10.12) и (10.13), получим

$$\lambda_{кат} M_{кат} - \lambda_{ан} M_{ан} = Q\mathscr{E}. \tag{10.14}$$

Но по закону Фарадея $M/Q = K$ — электрохимическому эквиваленту. Итак,

$$\mathscr{E} = \lambda_{кат} K_{кат} - \lambda_{ан} K_{ан}. \tag{10.15}$$

3. Для оценки величины э. д. с. элемента учтем, что удельная энергия взаимодействия цинка с серной кислотой $\lambda = 6{,}96 \cdot 10^6$ *дж/кг*, электрохимический эквивалент цинка $K = 3{,}39 \cdot 10^{-7}$ *кг/к*. Пренебрегая реакцией на аноде, получим приближенно

$$\mathscr{E} \approx \lambda K = 6{,}96 \cdot 10^6 \cdot 3{,}39 \cdot 10^{-7} = 2{,}36\ в.$$

Опыт дает для элемента Грене и для кислотного (свинцового) аккумулятора $\mathscr{E} \approx 2\ в$, для щелочных аккумуляторов 1,8 *в*, для сухого элемента Лекланше 1,3 *в*. Как видно, порядок величины мы оценили правильно.

§ 10.6. Аккумуляторы

1. Если в раствор серной кислоты опустить две свинцовые пластины, то э. д. с. такого элемента, естественно, окажется равной нулю, что прямо следует из (10.15). Однако если некоторое время пропускать через раствор ток от постороннего источника, то на электродах возникает так называемая *поляризационная э. д. с.*

Причина ее возникновения заключается в следующем. При электролизе раствора серной кислоты (см. § 10.5, п. 2) на катоде выделяется водород, на аноде — кислород. Водород на катоде вступает в реакцию замещения с солями свинца; в результате этой реакции в раствор уходит кислота, а на катоде восстанавливается чистый свинец. На аноде кислород вступает в окислительную реакцию со свинцом, образуя перекись свинца PbO_2.

2. Итак, в результате зарядки аккумулятора возникает гальванический элемент с катодом из свинца и анодом из перекиси свинца. Концентрация серной кислоты в электролите возрастает. При разрядке аккумулятора идет обратный процесс: на электродах образуется сернокислый свинец, а концентрация электролита уменьшается. Аккумуляторы можно неоднократно разряжать и вновь заряжать.

ГЛАВА 11

ТОК В ВАКУУМЕ

§ 11.1. Термоэлектронная эмиссия

1. Вакуум — отличный изолятор, поскольку в нем отсутствуют свободные электрические заряды. Проводимость некоторого вакуумированного объема можно создать искусственно, если в этот объем вводить свободные заряды от какого-либо источника. Для этой цели используется явление *термоэлектронной эмиссии* — получение электронов с поверхности нагретого металла.

Явление можно наблюдать с помощью следующего прибора. В стеклянном баллоне укрепляются два электрода: тонкая нить, которая служит катодом, и цилиндрический электрод — анод (рис. 11.1, *а*). В баллоне создается высокий вакуум. Схематически эта лампа изображается так, как показано на рис. 11.1, *б*.

2. Включим лампу в цепь, изображенную на рис. 11.2. Здесь P — рубильник, $БН$ — батарея накала, $БА$ — батарея анода, mA — миллиамперметр. Если разомкнуть рубильник, то в цепи не будет тока даже в том случае, если

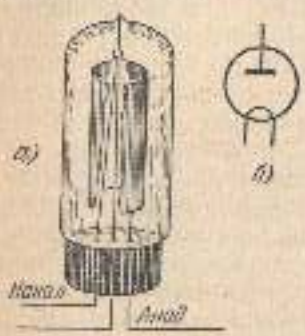


Рис. 11.1.

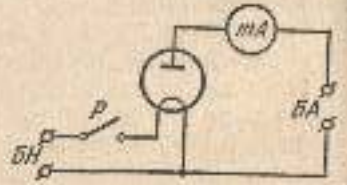


Рис. 11.2.

потенциал анода довести до 300—400 *в*. При замыкании рубильника нить, которая служит катодом, раскаляется. При этом в цепи возникает ток. Отсюда мы заключаем, что из раскаленного катода вырываются отрицательно заряженные частицы. Измерение их удельного заряда привело к выводу, что это — *электроны*. Их называют *термоэлектронами*.

3. Явление термоэлектронной эмиссии аналогично испарению жидкости (т. 1, §§ 35.1, 35.2). Так же как молекулы, энергия которых больше энергии испарения, вылетают из жидкости, так и электроны, энергия которых больше работы выхода, вылетают из металла. С ростом температуры число таких частиц очень быстро возрастает.

Наконец, так же как над поверхностью жидкости образуется насыщенный пар, так и вокруг катода образуется *электронное облако*.

§ 11.2. Диод и его характеристика

1. Лампа, рассмотренная в предыдущем параграфе, называется *двухэлектродной электронной лампой* или, короче, *диодом*.

Применяются лампы с прямым и косвенным накалом. В лампах с прямым накалом нить накала из вольфрама служит одновременно катодом. Для получения значительной эмиссии нить нагревают до температуры 2000—2500 °К. В лампах с косвенным накалом катод представляет собой никелевую трубочку, покрытую слоем окиси бария, стронция и кальция. Работа выхода с поверхности такого катода в несколько раз меньше, чем с вольфрама. Это позволяет снизить температуру накала до 1000° К. Подогрев катода обеспечивается небольшой спиралью, помещенной внутри трубочки (рис. 11.3, *а*). На схемах лампа с косвенным накалом изображается, как показано на рис. 11.3, *б*.

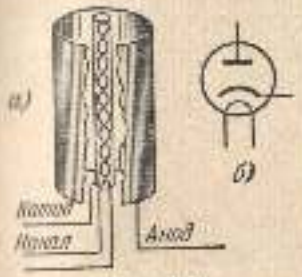


Рис. 11.3.

2. Соберем цепь, изображенную на рис. 11.4. Резистор

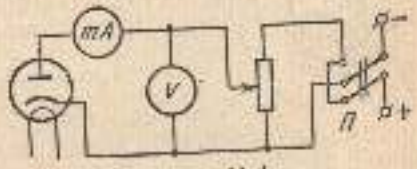


Рис. 11.4.

включен в схему так, что, перемещая скользящий контакт, можно менять потенциал анода от нуля (нижнее положение контакта) до напряжения на полюсах батареи анода. Резистор, включенный по этой схеме, называется потенциометром. Переключатель $П$ позволяет получить на аноде либо положительный потенциал относительно катода (в положении, изображенном на схеме), либо отрицательный, если перебросить контакты вверх.

Меняя плавно потенциал анода и регистрируя каждый раз величину анодного потенциала и тока, получим значения функции, выражающей зависимость тока от потенциала. График этой функции называется *вольтамперной характеристикой* диода. На рис. 11.5 изображены три характеристики, снятые при разных температурах катода.

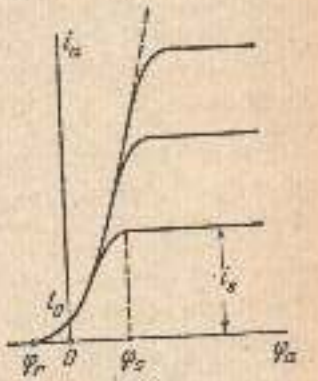


Рис. 11.5.

3. Прежде всего бросается в глаза *нелинейность* характеристики. Это значит, что изменения тока не пропорциональны изменению потенциала анода, иными словами, что здесь закон Ома не выполняется. Причина заключается в следующем.

Как известно (3.18), плотность тока $j=en\vartheta$. В металлах и электролитах концентрация свободных зарядов (электронов или ионов) не зависит от тока, а средняя скорость движения зарядов пропорциональна напряженности поля. Отсюда и следует закон Ома (§ 3.6). Совершенно иначе обстоит дело в электронной лампе. Благодаря наличию вокруг катода электронного облака зависимость скорости зарядов от напряженности поля оказывается более сложной, и с ростом тока концентрация зарядов в электронном облаке уменьшается. В результате оказывается, что зависимость тока от потенциала на нарастающем участке характеристики выражается «законом трех вторых»:

$$i_a = B\varphi_2^{3/2}, \tag{11.1}$$

где B — некоторая константа, зависящая от размеров и формы электродов. Этот закон, полученный С. А. Богуславским и И. Ленгмюром, мы приведем без вывода.

4. Начиная с потенциала φ_2, ток перестает зависеть от потенциала анода, но зависит от температуры катода. Этот ток i_s называется *током насыщения*; его величину можно вычислить из следующих соображений. Максимальная плотность тока в лампе равна произведению заряда электрона на число электронов, ежесекундно вылетающих с единицы поверхности катода, т. е.

$$j_s = eG, \tag{11.2}$$

где G — скорость испарения. По формуле (35.4) т. 1 имеем $G = B\sqrt{T}\,e^{-A_e/kT}$. Подставив в (11.2), получим формулу Ричардсона

$$j_s = C\sqrt{T}\,e^{-A_e/kT}, \tag{11.3}$$

где A_e — работа выхода электрона (§ 8.9), T — температура металла, C — некоторая постоянная, зависящая от рода металла, из которого изготовлен катод.

5. Если подать на анод отрицательный относительно катода потенциал φ_1, то лампа запирается — анодный ток равен нулю. Это значит, что кинетической энергии электронов уже недостаточно, чтобы преодолеть действие поля,

отталкивающего их от анода:

$$\frac{1}{2}mv^2 \leqslant e\varphi_1. \tag{11.4}$$

Измерив запирающий потенциал φ_1, можно определить максимальную кинетическую энергию (и скорость) электронов, покидающих катод.

§ 11.3. Триод и его характеристика

1. Для того чтобы управлять электронным током в лампе, в нее вводится третий электрод — *сетка*. Лампа с сеткой называется *трехэлектродной электронной лампой* или, короче, *триодом*. Сетка имеет вид проволочной спирали, помещенной между катодом и анодом (рис. 11.6, *а*). На схеме триод с подогревным катодом изображается, как показано на рис. 11.6, *б*. Все величины, относящиеся к сетке, отмечаются индексом g (англ. grid — сетка).

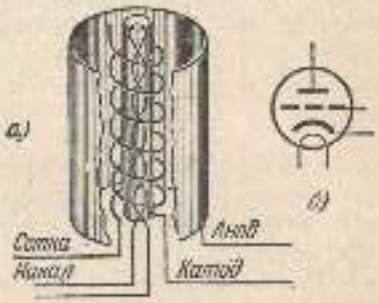


Рис. 11.6.

Соберем цепь по схеме рис. 11.7. Здесь резистор R_a является потенциометром, с помощью которого регулируется потенциал анода, а резистор R_g — потенциометром для регулировки потенциала сетки. Если подвижный контакт установить в средней

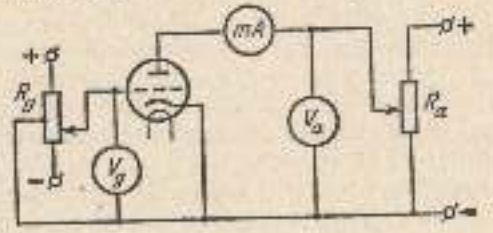


Рис. 11.7.

точке потенциометра R_g, то потенциал сетки окажется равным потенциалу катода, т. е. нулю. При перемещении скользящего контакта ниже средней точки мы подадим на сетку отрицательный потенциал, выше средней точки — положительный.

2. Зафиксировав некоторый потенциал анода, будем менять потенциал сетки от отрицательных до положительных значений, регистрируя каждый раз анодный ток. На основе этих измерений построим *сеточную характеристику* триода, выражающую зависимость анодного тока от потенциала сетки при заданном потенциале анода. Она изображена на рис. 11.8. Анализ этой характеристики позволяет прийти к следующим выводам.

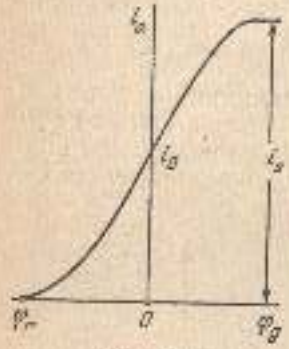


Рис. 11.8.

3. Характеристика *нелинейна*, следовательно, и здесь закон Ома несправедлив. Однако на небольшом участке в середине характеристики можно в первом приближении пренебречь нелинейностью.

Далее, при положительных потенциалах сетки ток возрастает, при отрицательном — убывает. Явление это можно объяснить следующим образом. Если потенциал сетки равен нулю, то ток в лампе i_a определяется лишь потенциалом анода. Пусть на сетку подан положительный потенциал; тогда напряженности полей анода и сетки складываются, что приводит к росту скорости электронов и рассасыванию электронного облака. В результате ток увеличивается вплоть до тока насыщения i_s. При отрицательном потенциале сетки происходит обратный процесс — поле ослабевает, скорость электронов уменьшается, а концентрация электронного облака растет. В результате ток в лампе убывает. Наконец, при некотором отрицательном потенциале сетки φ_{c1}, зависящем от анодного напряжения, кинетическая энергия электронов оказывается недостаточной для преодоления отталкивающего действия сетки и электроны не могут прорваться в область между сеткой и анодом. Лампа *запирается*, т. е. ток в ней оказывается равным нулю.

Таким образом, меняя потенциал сетки, мы можем управлять током в лампе. По этой причине данная сетка называется *управляющей*.

§ 11.4. Электронно-лучевая трубка

1. Специфическим электронным прибором является *электронно-лучевая трубка*. Схема ее устройства изображена на рис. 11.9. Электроны, излучаемые подогревным катодом,

проходят через сетку (управляющий электрод) и ускоряются двумя анодами. Вся эта система, называемая *электронной пушкой*, служит для того, чтобы создать на экране сфокусированный пучок электронов. Экран покрыт *люминесцирующим* веществом (§ 43.2) и ярко светится под действием бомбардирующих его электронов.

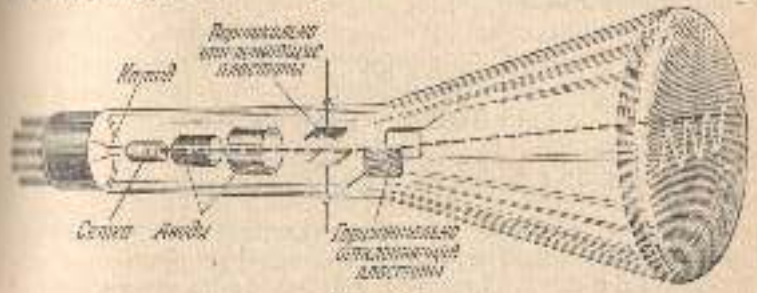


Рис. 11.9.

Фокусировка электронного пучка осуществляется следующим образом. На управляющий электрод (сетку) подается отрицательный потенциал (от —20 до —70 *в*). Поле этого электрода сжимает электронный пучок, выходящий из катода. На первый анод подается положительный потенциал от —250 до —500 *в*, а на второй анод — от +1000 до +2000 *в*. В телевизионных трубках потенциалы еще выше. Меняя потенциалы управляющего электрода и анодов, можно изменить фокусировку и яркость пятна на экране трубки.

2. Дальше пучок проходит через систему управляющих электродов. Если подать, например, на верхнюю вертикально отклоняющую пластину положительный потенциал, а на нижнюю — отрицательный, то электронный пучок отклонится вверх. При изменении полярности пучок отклонится вниз. Таким образом, колебания потенциала на этих пластинах вызывают вертикальные колебания электронного пучка. Нетрудно убедиться, что колебания потенциала на горизонтально отклоняющих пластинах вызовут горизонтальные колебания электронного пучка.

Трубка, в которой смещение электронного пучка осуществляется за счет изменения электрического поля между управляющими пластинами, называется трубкой с *электростатическим управлением*. Существуют трубки с *электромагнитным управлением*, которые применяются, например,

в телевизорах. В этих трубках отсутствуют управляющие электроды, а на горловину трубки надеваются специальные катушки, по которым течет ток, величина и направление которого меняется. При изменении величины и направления вектора индукции магнитного поля соответственно меняется величина и направление силы Лоренца, отклоняющей электронный пучок.

ГЛАВА 12

ТОК В ГАЗАХ

§ 12.1. Ионизация и рекомбинация

1. Для того чтобы газ стал проводником, его необходимо ионизировать, т. е. превратить нейтральные молекулы (или атомы) в ионы. Процесс ионизации заключается в том, что под действием некоторых лучей из молекул вылетают электроны, и тем самым молекулы превращаются в положительные ионы. Таким образом, электрический ток в газах — это встречный поток положительных ионов и свободных электронов.

Ионизация может происходить под действием коротковолнового излучения — ультрафиолетовых, рентгеновских и гамма-лучей, а также альфа-, бета- и космических лучей. Электропроводность, возникающая под действием внешнего излучения, называется *несамостоятельной проводимостью*.

2. Обозначим через N_0 число молекул газа в исследуемом объеме V. Концентрация молекул $n_0=N_0/V$. Часть молекул ионизирована. Обозначим число ионов одного знака через N; их концентрация $n=N/V$.

Отношение числа ионов к общему числу молекул называется *коэффициентом ионизации*, $\alpha=N/N_0=n/n_0$. Обычно в газах при несамостоятельной проводимости степень ионизации газа очень мала: $\alpha\approx 10^{-15}$—10^{-20}.

Число нейтральных (неионизированных) молекул $N'=N_0-N-N_0(1-\alpha)\approx N_0$, то же относится и к их концентрации: $n'\approx n_0$.

3. Пусть в объеме V за счет действия каких-либо лучей возникло за время Δt некоторое число ионов:

$$\Delta N=\beta N'\,\Delta t\approx\beta N_0\,\Delta t=\beta n_0 V\,\Delta t, \qquad (12.1)$$

где β — *коэффициент ионизации*, зависящий от энергии ионизатора. Наряду с процессом ионизации идет обратный

процесс *рекомбинации ионов* (иначе — *молизации*). Он заключается в том, что при столкновении положительного иона с электроном вновь образуется нейтральный атом или молекула. Число частиц, рекомбинировавших в объеме V за время Δt, пропорционально как числу положительных ионов, так и числу электронов. А так как число и тех, и других частиц равно N, то вероятность рекомбинации пропорциональна N^2. Кроме того, она пропорциональна времени Δt и обратно пропорциональна объему V — в самом деле, чем ближе расположены друг к другу ионы разных знаков, тем вероятнее их рекомбинация. Итак,

$$\Delta N_{\text{рек}}=\gamma N^2\,\Delta t/V=\gamma n^2 V\,\Delta t. \qquad (12.2)$$

Здесь γ — *коэффициент рекомбинации*, зависящий от природы газа.

Через некоторое время после начала ионизации газа скорость рекомбинации $\Delta N_{\text{рек}}/\Delta t$ сравнится со скоростью ионизации $\Delta N/\Delta t$ и в газе установится динамическое равновесие. Этому состоянию соответствует определенная концентрация ионов, которую можно найти, приравняв выражения (12.1) и (12.2):

$$n=\sqrt{\beta n_0/\gamma}. \qquad (12.3)$$

§ 12.2. Несамостоятельный разряд

1. Для исследования этого процесса рассмотрим явления в *ионизационной камере*, схема которой изображена на рис. 12.1. Корпус сосуда, наполненного газом, обычно служит катодом. Анод имеет форму стержня; он изолируется от корпуса хорошим изолятором из янтаря, фарфора или специальных пластмасс. Жесткое излучение, типа рентгеновских, гамма- или космических лучей, проникает через стенки камеры. Мягкое излучение, типа бета- или альфа-частиц, вводится через специальное окошко.

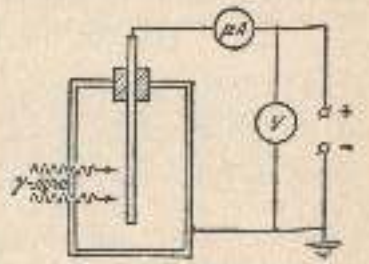


Рис. 12.1.

Подадим на электроды камеры значительную разность потенциалов — от нескольких сот до нескольких тысяч вольт, в зависимости от конструкции камеры. Меняя

разность потенциалов и измеряя соответствующий ей ток, снимем *вольтамперную характеристику* газового разряда (рис. 12.2).

2. Если не обращать внимания на скачок тока на участке *3—4*, то участок характеристики *0—1—2—3* очень похож на вольтамперную характеристику диода. Участок *0—1—2—3* называется областью несамостоятельного разряда; область *3—4* характеризует переход к самостоятельному разряду.

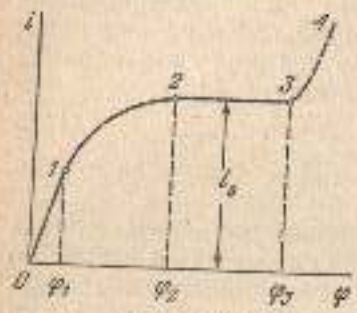


Рис. 12.2.

Как видно, в области слабых токов (участок *0—1*) характеристика приближенно линейна, значит, здесь справедлив закон Ома. На участке *1—2* закон Ома нарушается и рост тока происходит медленнее, чем рост потенциала. Наконец, на участке *2—3* ток не зависит от потенциала — это так называемый *ток насыщения* i_s.

3. Для того чтобы объяснить особенности разряда при разных значениях потенциала, вычислим силу тока в камере. Для простоты рассуждений положим, что электроды камеры изготовлены в виде плоских пластин, расположенных параллельно друг другу на небольшом расстоянии d. В этом случае поле между пластинами окажется однородным, а плотность тока во всех точках одинаковой. Так же, как и в электролитах, плотность тока выразится формулами (10.3) и (10.6):

$$j = en(v_+ + v_-) = en(b_+ + b_-)E, \qquad (12.4)$$

где b_+ — подвижность положительных ионов, b_- — подвижность электронов, $n = \alpha n_0^2$ — концентрация ионов.

4. Анализируя механизм тока в электролитах, мы из формулы (10.3) получили закон Ома, поскольку там концентрация ионов не зависела от тока. Иначе обстоит дело в газах. Здесь с ростом тока уменьшается концентрация ионов и зависимость тока от разности потенциалов оказывается довольно сложной функцией.

Рассмотрим, как изменится условие динамического равновесия между процессами ионизации и рекомбинации при наличии тока. За счет тока из объема между электродами за

время Δt уносится определенное число ионов:

$$\Delta N_{\text{ток}} = \frac{Q}{e} = \frac{I\Delta t}{e} = \frac{jS\Delta t}{e}, \qquad (12.5)$$

Условие динамического равновесия при наличии тока выглядит так:

$$\Delta N = \Delta N_{\text{рек}} + \Delta N_{\text{ток}}. \qquad (12.6)$$

Подставив значения всех слагаемых, получим

$$\beta n_0 V = \gamma n^2 V + \frac{jS}{e}.$$

Учитывая, что $d = V/S$ — это расстояние между электродами, имеем окончательно

$$\beta n_0 = \gamma n^2 + \frac{j}{ed}. \qquad (12.7)$$

Итак, концентрация ионов оказалась функцией плотности тока. Исключив из системы равенств (12.4) и (12.7) концентрацию ионов n, получим некоторую функцию, выражающую зависимость плотности тока от напряженности поля. График этой зависимости и является вольтамперной характеристикой (см. рис. 12.2).

5. Рассмотрим два предельных случая, когда количество ионов, уносимых током, много меньше или много больше числа рекомбинирующих ионов.

Итак, пусть сперва $\Delta N_{\text{ток}} \ll \Delta N_{\text{рек}}$. Тогда вторым слагаемым в правой части (12.6) можно пренебречь. Мы вновь вернемся к равенству (12.3). Следовательно, при слабых токах концентрация ионов от тока практически не зависит, вследствие чего плотность тока примерно пропорциональна напряженности поля. На вольтамперной характеристике этому соответствует почти линейный участок *0—1*.

Пусть теперь, наоборот, ток настолько велик, что практически все ионы уносятся током и рекомбинация не успевает произойти. Тогда $\Delta N_{\text{ток}} \gg \Delta N_{\text{рек}}$, и в равенствах (12.6) и (12.7) можно пренебречь первым слагаемым в правой части. Имеем

$$\beta n_0 \approx j_s/ed. \qquad (12.8)$$

Мы видим, что плотность тока не зависит от поля. Это и есть *ток насыщения*.

6. Сила тока насыщения

$$i_s = j_s S = \beta n_0 eV. \qquad (12.9)$$

Как видно, она пропорциональна объему ионизационной камеры, концентрации молекул газа (иными словами — давлению газа) и коэффициенту ионизации. Таким образом, с помощью ионизационной камеры, работающей в режиме тока насыщения, можно сравнить ионизирующую способность разных видов излучения. С этой целью ионизационные камеры широко применяются в ядерной физике (§ 45.8).

§ 12.3. Ударная ионизация

1. Как видно из графика рис. 12.2, при разности потенциалов, превосходящей φ_3, ток в газе скачком возрастает, в то время как в большом интервале разностей потенциалов от φ_2 до φ_3 ток оставался неизменным. Анализ выражения для плотности тока (12.4) позволяет прийти к выводу, что внезапный и резкий скачок величины тока может возникнуть лишь по одной причине: при разности потенциалов, превосходящей φ_3, *скачком возрастает концентрация ионов*. Причиной такого резкого скачка является *ударная ионизация* газа.

Для того чтобы ионизировать атом или молекулу, требуется некоторая энергия $\mathscr{E}_{ион}$, величина которой зависит от химической природы газа. Для атомов водорода и кислорода $\mathscr{E}_{ион}=13{,}6$ *эв*, для азота 14,5 *эв*, для гелия 24,5 *эв*, для атомов щелочных металлов — порядка 4—5 *эв*. Если кинетическая энергия частицы, сударяющейся с атомом, превысит энергию ионизации, то при *неупругом ударе* возможна ионизация молекулы.

2. В газе кинетическая энергия K ионизирующей частицы возникает за счет работы A электрических сил, действующих на ион в электрическом поле:

$$K=A=F\lambda=eE\lambda, \qquad (12.10)$$

где E — напряженность поля, λ — длина свободного пробега иона. Как положительные ионы, так и электроны движутся в поле с одинаковой напряженностью, но длина свободного пробега электрона оказывается много больше длины свободного пробега положительного иона. Следовательно, основную роль в ударной ионизации играют свободные электроны.

3. Вторая причина, по которой электроны являются более эффективными ионизаторами, заключается в том, что, благодаря закону сохранения импульса, при ударе лишь часть кинетической энергии может превратиться во внутреннюю (т. 1, §§ 21.7, 23.2). Оказывается, что чем

меньше масса ионизирующей частицы по сравнению с массой молекулы, тем бо́льшая часть кинетической энергии сможет превратиться во внутреннюю и израсходоваться на ионизацию.

Пусть масса ионизирующей частицы m, ее импульс p и до удара молекула с массой M покоится. Изменение внутренней энергии равно потере кинетической энергии:

$$\Delta\mathscr{E}_0=K-K_1=\frac{p^2}{2m}-\frac{p^2}{2(M+m)}=\frac{p^2M}{2m(M+m)}=K\frac{M}{M+m}, \qquad (12.11)$$

где $K=p^2/2m$ — энергия ионизирующей частицы. Масса иона равна массе молекулы, следовательно, $\Delta\mathscr{E}_0=K/2$. Масса электрона в несколько тысяч раз меньше массы молекулы, поэтому в (12.11) отношение $M/(M+m)\approx 1$ и $\Delta\mathscr{E}_0\approx K$. Итак, даже при одинаковой кинетической энергии электрон в качестве ионизатора оказывается эффективнее иона.

4. При ударной ионизации в внешнем поле достаточной напряженности в газе создается *ионная лавина*. Вторичные электроны, возникшие за счет ударной ионизации, также разгоняются полем и в свою очередь ионизируют встречные молекулы. В результате такого рода *цепной реакции* даже небольшое число электронов, возникших в результате внешней ионизации, способно вызвать значительный разрядный ток.

Вместе с тем этот процесс еще нельзя назвать самостоятельным разрядом, ибо при прекращении действия внешнего ионизатора разряд обрывается, как только все ионы нейтрализуются на электродах. Для возникновения развитого самостоятельного разряда необходимо, чтобы и положительные ионы приобрели способность выбивать свободные электроны либо из молекул газа, либо из катода. Как следует из выражения (12.10), этого можно достичь либо за счет увеличения напряженности поля, либо за счет увеличения длины свободного пробега иона.

§ 12.4. Счетчик Гейгера — Мюллера

1. В процессе ударной ионизации происходит резкое возрастание числа пар ионов, примерно в 10^4—10^6 раз. Следовательно, если в газовом объеме возникает даже одна пара ионов (один положительный ион и один электрон), то благодаря ударной ионизации их число возрастет в миллионы раз. В этом случае говорят, что ионизационная камера работает в режиме *газового усиления*.

Газовое усиление используется в счетчиках Гейгера для счета отдельных частиц радиоактивного излучения. Благодаря выбору определенного режима работы счетчик считает каждую частицу в отдельности.

2. Чаще всего счетчик представляет собой герметически запаянную стеклянную трубку, к внутренним стенкам которой прилегает катод K — тонкий металлический цилиндр; анодом A служит тонкая проволока, натянутая по оси счетчика (рис. 12.3). Для мягких бета- и альфа-частиц применяются счетчики, отличающиеся тем, что излучение поступает в рабочий объем счетчика с торца, затянутого тонкой пленкой.

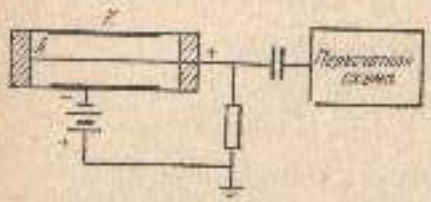


Рис. 12.3.

Счетчик включается в регистрирующую схему. На корпус подается отрицательный потенциал, на нить — положительный. Последовательно счетчику включается резистор с сопротивлением несколько мегом. С резистора через разделительный конденсатор с емкостью несколько тысяч пикофарад сигнал подается на вход пересчетной схемы.

3. Пусть в счетчик попала частица, создавшая на своем пути хотя бы одну пару ионов. Электроны, двигаясь к аноду (нити), попадают в поле с нарастающей напряженностью, их скорость стремительно возрастает, и на своем пути они создают лавину.

Попав на нить, электроны снижают ее потенциал, вследствие чего по резистору течет ток. На его концах возникает импульс напряжения, который через конденсатор поступает на вход пересчетного устройства. Высокий потенциал, который раньше великом находился на аноде, переключается на резистор, и напряженность поля внутри счетчика уменьшается, вследствие чего уменьшается кинетическая энергия электронов (12.11). В связи с этим обрывается режим газового усиления. Таким образом, резистор играет роль *гасящего сопротивления*.

4. Благодаря тому, что подвижность положительных ионов меньше подвижности электронов, а также потому, что эти ионы движутся к катоду, где напряженность поля много меньше, чем у анода, скорость положительных ионов значительно меньше скорости электронов. В результате ионы достигают катода не ранее, чем через время $\tau \approx 10^{-4}$ *сек* после начала разряда. В течение этого времени счетчик не способен регистрировать вновь поступающие в него частицы. И самом деле, пока положительно заряженное облако ионов

заполняет рабочий объем счетчика, напряженность поля мала и ударная ионизация произойти не может. В связи с этим время τ часто называют *мертвым временем* счетчика.

Разрешающая способность счетчика показывает, сколько частиц способен зарегистрировать счетчик в единицу времени как раздельные импульсы. Поскольку импульсы от двух частиц будут зарегистрированы раздельно, если они следуют друг за другом через промежуток времени, не меньший, чем мертвое время, то разрешающая способность равна около 10^4 импульсов в секунду.

§ 12.5. Самостоятельный разряд. Плазма

1. Как уже говорилось, для того чтобы в газе возник самостоятельный разряд, недостаточно наличия одного лишь процесса ударной ионизации. Нужно еще, чтобы за счет процессов, происходящих в газе при разряде, непрерывно возникали электроны, которые после ускорения принимали бы участие в ударной ионизации. Таких процессов может оказаться несколько. Иногда они действуют одновременно, иногда один из них начинает играть доминирующую роль — это зависит от давления газа, его температуры и напряженности поля. Рассмотрим важнейшие из них.

Термоэлектронная эмиссия с катода возникает в том случае, если катод имеет высокую температуру. Именно этот процесс обеспечивает *дуговой разряд*.

Вторичная электронная эмиссия с катода возникает в том случае, если кинетическая энергия положительных ионов оказывается достаточной, чтобы ударом выбить из катода электроны. Этот процесс обеспечивает *тлеющий разряд* (§ 12.6).

Термоионизация газа происходит в тех случаях, когда кинетическая энергия молекул газа превышает энергию ионизации:

$$kT > \mathscr{E}_{ион} \qquad (12.12)$$

Нетрудно убедиться, что ионизация газа при тепловых соударениях молекул возможна лишь при очень высоких температурах ($\mathscr{E}_{ион} \approx 10$ *эв*):

$$T > \frac{\mathscr{E}_{ион}}{k} \approx \frac{10 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}38 \cdot 10^{-23}} \approx 10^5\ ^\circ\text{K}.$$

Фотоионизация газа происходит под действием коротковолнового ультрафиолетового или рентгеновского излучения. Молекула газа, поглотив порцию энергии (квант излучения, § 32.3), которая больше энергии ионизации, выбрасывает электрон и превращается в положительный ион.

2. Ионизированный газ при значительной степени ионизации представляет собой фактически особое состояние вещества, отличное от газообразного, жидкого или кристаллического. Это четвертое состояние вещества называется *плазмой*.

Плазма, возникающая в результате ударной ионизации газа, называется *газоразрядной*. Ее отличительная особенность заключается в том, что практически здесь отсутствует обмен энергией между свободными электронами и ионами, и их средние кинетические энергии значительно отличаются. Последнее качественно объясняется тем, что длина свободного пробега электрона много больше, чем у иона,— примерно в 5—10 раз, вследствие чего электроны накапливают в электрическом поле примерно во столько же раз больше энергии.

По аналогии с температурой газа, которая вводится по формуле $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT$ (т. 1, § 25.5), можно ввести *ионную температуру* из равенства $\bar{\varepsilon}_{кин} = \frac{3}{2}kT_{ион}$ и *электронную температуру* из равенства $\bar{\varepsilon}_{эл} = \frac{3}{2}kT_{эл}$. Оказывается, что $T_{эл} \approx 5000$ °K при $T_{ион} \approx 300$ °K.

Итак, газоразрядная плазма — это неравновесное или, как говорят, неизотермическое состояние вещества.

3. Высокотемпературная плазма, возникающая в результате термической ионизации, является равновесной или, другими словами, *изотермической* плазмой. Степень ее ионизации очень велика, благодаря чему она является очень хорошим проводником — проводимость высокотемпературной плазмы сопоставима с проводимостью металлов.

Температура поверхности Солнца и звезд равна нескольким тысячам градусов, их недра разогреты до миллионов градусов. Отсюда следует, что значительная масса вещества Вселенной, сконцентрированная в звездах, находится в состоянии высокотемпературной плазмы.

§ 12.6. Тлеющий разряд

1. Этот вид разряда удобно наблюдать в газоразрядной стеклянной трубке с двумя электродами, расстояние между которыми около 0,5 *м*, а разность потенциалов — около тысячи вольт. Оказывается, что при нормальном атмосферном давлении в трубке разряда нет (очень слабым несамостоятельным разрядом пренебрежем). При уменьшении давления газа примерно до 40—50 *мм* рт. ст. в трубке наблюдается узкий светящийся шнур; при давлении около 0,5 *мм* рт. ст. разряд сплошь заполняет трубку, причем положительный столб у анода разбивается на ряд слоев — страт. Наконец, при давлении около 0,02 *мм* рт. ст. свечение в трубке пропадает, но ярко начинает светиться стекло против катода.

Самостоятельный разряд, возникающий в газе при пониженном давлении, называется *тлеющим разрядом*.

2. Исследования показали, что потенциал в разрядной трубке распределяется весьма неравномерно, как это изображено на рис. 12.4. Вблизи катода напряженность поля значительно больше, чем в светящемся столбе у анода. В результате заряды испытывают действие ускоряющей силы практически только в катодном темном пространстве, в области анодного свечения они движутся практически равномерно.

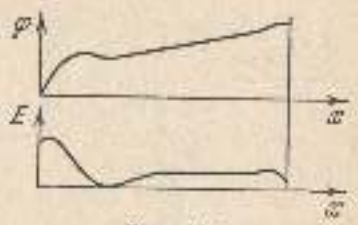


Рис. 12.4.

Электроны, разогнавшись в катодном пространстве, приобретают кинетическую энергию, достаточную для ударной ионизации газа. В результате этого в области анодного свечения образуется газоразрядная плазма, проводимость этой области резко увеличивается, а разность потенциалов падает. Энергия, выделяемая молекулами газа при рекомбинации ионов, и есть причина свечения газа. Характер свечения (его цвет) зависит от природы газа, заполняющего трубку. В свою очередь положительные ионы, разогнавшись в темном катодном пространстве, бомбардируют катод и ударом выбивают из него электроны. Естественно, что кинетическая энергия иона должна превосходить работу выхода электрона из катода, только в этом случае ион сможет выбить из катода электрон. Согласно (12.10) этого

можно достичь либо путем увеличения напряженности электрического поля, либо путем увеличения длины свободного пробега иона. Разрежение газа как раз и служит этой цели.

Тлеющий разряд наблюдается в газосветных лампах. Неоновые, аргоновые, криптоновые, ртутные и натриевые лампы используются как специальные источники света в лабораториях, а также для рекламы. Заметим, что лампы из кварцевого стекла, заполненные парами ртути, являются источниками ультрафиолетового света.

Ионы, бомбардируя катод, вызывают местный разогрев металла на выступах. Последние расплавляются и испаряются. Возникшие пары металла оседают на холодных поверхностях. Этим пользуются для *катодного распыления металлов*, что позволяет получить очень тонкие и прочные металлические покрытия на разных предметах. Таким методом получают высококачественные зеркала, полупосеребренные пластины стекла и т. д.

3. При давлении газа менее 0,01—0,02 *мм рт. ст.* свечение газа в трубке прекращается. Это значит, что соударения электронов с молекулами газа, ионизация последних и обратный процесс рекомбинации происходят относительно редко. Поэтому основная масса электронов, вылетев из катода и разогнавшись в катодном пространстве, летит далее свободно по инерции. Этим и объясняется тот факт, что электронный пучок в катодной трубке движется прямолинейно и перпендикулярно катоду независимо от положения анода (рис. 12.5). Исторически это был первый метод получения пучка свободных электронов. Крукс, получивший в конце прошлого века эти лучи, назвал их *катодными*. В настоящее время этот термин сохраняется лишь по традиции и лучи называются электронными.

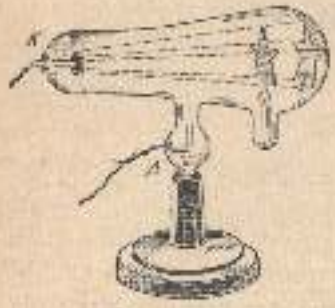


Рис. 12.5.

Если поместить катод внутри разрядной трубки и просверлить в нем отверстие (канал), то за катодом можно заметить слабо светящийся пучок (рис. 12.6). Исследования показали, что эти частицы — положительные ионы, разогнанные полем в катодном пространстве и проскочившие по

инерции через отверстие в закатодное пространство. Эти лучи называют *анодными*, *канальными* или *каналовыми*.



Рис. 12.6.

Анодные лучи представляют собой источник положительных ионов того газа, которым заполнена трубка. Такие источники ионов применяются в масс-спектрометрах (§ 5.8) и в ускорителях.

§ 12.7. Плазма в магнитном поле

1. В отсутствие магнитного поля плазма ведет себя как обычный газ. Причина заключается в том, что плазма *квазинейтральна*: даже в достаточно малых (но не микроскопических) объемах суммарный заряд электронов и положительных ионов равен нулю. Поэтому в отсутствие внешнего магнитного поля явления в плазме описываются обычными уравнениями гидро- или газодинамики (т. 1, гл. 30).

Если плазма находится в магнитном поле, то в ее поведении проявляется ряд особенностей, вызванных действием магнитного поля на движущиеся заряды. Наука о поведении плазмы, а также других проводящих жидкостей (например, жидких металлов) в магнитном поле называется *магнитной гидродинамикой*, а при больших числах Маха (т. 1, § 30.6) — *магнитной газодинамикой*. В данной книге мы не сможем подробно остановиться на изложении этой новой, весьма интенсивно развивающейся области науки. Рассмотрим лишь некоторые основные понятия.

2. Пусть некоторый объем плазмы движется со скоростью v поперек силовых линий поля с индукцией B. Тогда в этом объеме, как и в любом проводнике, наводится э. д. с. индукции (§ 7.2). Если характерный размер участка плазмы равен l, то э. д. с. согласно (7.5) равна $\mathcal{E}=vBl$. Сопротивление участка плазмы $R=\rho l/S\approx l/\gamma l^2=1/\gamma l$. По закону Ома

индуцированный в плазме ток

$$I_{инд} = \mathcal{E}/R \approx \gamma v B l^2. \qquad (12.13)$$

По правилу Ленца (§ 7.8) индуцированный ток взаимодействует с полем так, что возникающая сила взаимодействия препятствует перемещению плазмы. Таким образом, кроме обычных гидродинамических сил, в плазме действуют еще и электромагнитные силы.

3. Точный учет этого взаимодействия связан с большими математическими трудностями. Однако оценить роль тех или иных сил можно с помощью некоторых безразмерных критериев, аналогичных числу Рейнольдса (т. 1, § 11.7). *Магнитное число Рейнольдса* $\mathrm{Re}_м$ *характеризует отношение магнитной индукции поля индуцированных токов к индукции внешнего магнитного поля:*

$$\mathrm{Re}_м = B_{инд}/B. \qquad (12.14)$$

Для оценки этой величины учтем, что $B_{инд} = \mu_0 H_{инд} \approx \approx \mu_0 I_{инд}/l$, где l — характерный размер участка плазмы, а индуцированный ток выражается формулой (12.13). Подставив, получим

$$B_{инд} \approx \mu_0 \gamma v B l, \qquad (12.15)$$

$$\mathrm{Re}_м = \mu_0 \gamma v l. \qquad (12.16)$$

Значительные магнитные числа Рейнольдса возникают либо при большой электропроводности плазмы, либо при значительных характерных размерах и скоростях. Последнее наблюдается особенно часто в астрономических масштабах и имеет большое значение в астрофизике.

4. При больших магнитных числах Рейнольдса ($\mathrm{Re}_м \gg 1$) перемещение плазмы в магнитном поле должно приводить к возникновению очень сильного индуцированного магнитного поля, во много раз превосходящего внешнее магнитное поле. Это требует затраты энергии, которая может быть получена только за счет кинетической энергии плазмы. Следовательно, индуцированные токи, взаимодействуя с внешним магнитным полем, препятствуют перемещению плазмы поперек поля.

При $\mathrm{Re}_м \gg 1$ может оказаться, что плазма практически не может перемещаться относительно поля. В этом случае говорят, что *магнитное поле вморожено в плазму* — перемещение плазмы сопровождается соответствующим изменением

магнитного поля, так что плазма не пересекает его силовые линии. Наоборот, если менять внешнее магнитное поле, то при $\mathrm{Re}_м \gg 1$ плазма станет соответственно перемещаться, чтобы сохранилось условие вмороженности. Этим пользуются для сжатия и разогрева плазмы с помощью быстро нарастающего магнитного поля, что будет рассмотрено в следующем параграфе.

5. Вторым характерным критерием в магнитной гидродинамике является *число Альфвена* Al, *равное отношению плотности энергии магнитного поля* $w_м = B^2/2\mu_0$ *к кинетической энергии единичного объема плазмы*, т. е. к плотности кинетической энергии $w_к = \rho v^2/2$:

$$\mathrm{Al} = \frac{w_м}{w_к} = \frac{B^2}{\mu_0 \rho v^2}. \qquad (12.17)$$

Число Альфвена можно трактовать и иначе, как отношение давления магнитного поля $p_м = B^2/2\mu_0$ к динамическому давлению (или напору) $p_{дин} = \rho v^2/2$ (т. 1, § 30.16).

6. При малых магнитных числах Рейнольдса возможно перемещение плазмы относительно поля; при этом возникают магнитные силы, которые можно оценить по закону Ампера (5.18). Подставив в эту формулу значение индуцированного тока из (12.13), получим

$$F_м = IBl \approx \gamma v B^2 l^2. \qquad (12.18)$$

Для оценки этой силы ее сравнивают либо с силой сопротивления трения $T \approx \eta l v$, либо с силой сопротивления давления $R \approx \rho v^2 l^2$. Получим два новых критерия:

число Стюарта

$$\mathrm{N} = F_м/R = \frac{\gamma B^2 l}{\rho v} = \mathrm{Al} \cdot \mathrm{Re}_м; \qquad (12.19)$$

число Гартмана

$$\mathrm{Ha} = \sqrt{F_м/T} = Bl\sqrt{\gamma/\eta} = \sqrt{\mathrm{N} \cdot \mathrm{Re}}. \qquad (12.20)$$

Значение этих критериев можно понять из следующего примера. Если жидкость течет по трубе поперек магнитного поля, то при малых числах Гартмана или Стюарта магнитное поле слабо влияет на характер течения, и сопротивление движению возникает в основном из-за вязкости жидкости. Наоборот, при больших числах Гартмана или Стюарта вязкость жидкости отступает на второй план, сопротивление движению возникает в основном из-за взаимодействия жидкости с магнитным полем.

§ 12.8. Сжатие и удержание плазмы

1. Одна из важнейших задач, которую можно решить с помощью плазмы, это осуществление управляемого термоядерного синтеза (§ 46.12). Термоядерные реакции могут начаться при температурах, не меньших ста миллионов градусов. Ясно, что возникающую при этом высокотемпературную плазму нельзя удержать ни в каком сосуде. Плазма либо прожжет стенку, либо отдаст ей энергию и охладится. Удержание плазмы возможно лишь с помощью магнитного поля. В самом деле, если магнитное давление $p_м = B^2/2\mu_0$ окажется больше давления газа $p = nkT$, то магнитное поле удержит плазму. Условие удержания:

$$\frac{B^2}{2\mu_0} \geqslant nkT. \qquad (12.21)$$

Концентрация частиц в термоядерной плазме $n \approx 10^{23}\ м^{-3}$. Отсюда для индукции удерживающего магнитного поля получим

$$B \geqslant \sqrt{2\mu_0 nkT} \approx \sqrt{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{23} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^8} \approx 6\ тл.$$

Создать такое стационарное поле пока не удается, но в импульсе достигаются и более сильные поля.

Сжимающее магнитное поле можно получить либо за счет внутренних токов в самой плазме, либо за счет внешнего магнитного поля, возникающего при протекании тока в проводах. Рассмотрим для примера идею одного эксперимента.

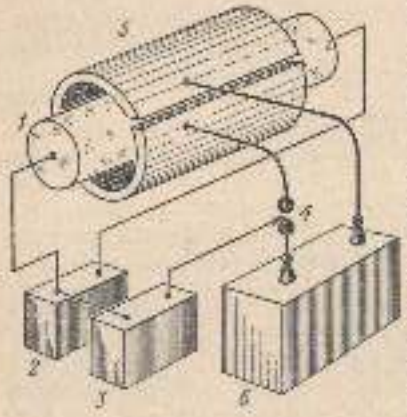


Рис. 12.7.

2. На рис. 12.7 изображена установка для сжатия плазменного шнура быстро нарастающим магнитным полем. Это явление называется *пинч-эффект* (от английского to pinch — сжать, ущипнуть). Газ, находящийся в кварцевой трубке *1*, ионизируется с помощью вспомогательного высокочастотного генератора *2* путем создания в газе тлеющего разряда. После возникновения плазмы в трубке разрядное устройство *3* вызывает искру в разрядном промежутке *4*, вследствие чего виток *5* подключается к конденсаторной батарее *6*. При разряде конденсаторов через виток протекают огромные токи, порядка миллиона ампер. Вследствие этого внутри витка создается практически однородное магнитное поле, силовые линии которого направлены вдоль трубки (продольное поле). Индукцию этого поля можно оценить с помощью выражения $B \approx \mu_0 I/2a$, которое получается из (4.21) при условии, что $r_0 = a$ — радиусу витка. Полагая $a \approx 0{,}1\ м$, $I \approx 10^6\ а$, получим $B \approx 4\pi \cdot 10^{-7}/2 \cdot 10^6 \cdot 0{,}1 \approx \approx 6\ тл$.

Быстро нарастающее магнитное поле сжимает плазму в очень узкий шнур. Процесс сжатия плазмы идет настолько быстро, что возникающая при этом ударная волна разогревает плазму свыше 10 миллионов градусов, т. е. до наиболее высоких температур, которые удалось получить в лаборатории.

3. Одним из недостатков тета-пинча является утечка плазмы в торцы трубки. Бороться с утечкой плазмы через торцы можно несколькими способами.

Можно, например, изготовить трубку в виде замкнутого кольца — *тороида*, у которого нет торцов. Такие установки созданы в ряде стран: в СССР «Альфа», в Англии «Зета». Однако в тороидальной установке есть свои недостатки — здесь плазма отжимается магнитным полем к внешней стенке трубы.

Бороться с утечкой плазмы с торцов можно с помощью *магнитных пробок*. Так называются созданные на концах трубки участки с повышенной индукцией магнитного поля — иными словами, с большой концентрацией силовых линий. Ионы и электроны, из которых состоит плазма, движутся в магнитном поле по винтовым линиям (§ 5.7), навивающимся на силовые линии. Вблизи магнитной пробки скорость продольного движения уменьшается, скорость вращения нарастает и ион, отразившись от магнитной пробки, возвращается опять в центральную часть камеры. Магнитные пробки используются в советской установке «Огра» — одной из крупнейших установок данного типа в мире.

4. Основным недостатком всех существующих установок является малое время удержания горячей плазмы. Причина заключается в наличии целого ряда *неустойчивостей* плазмы, вследствие чего плазменный шнур начинает колебаться и изгибаться. Коснувшись стенок, плазма отдает им часть энергии и охлаждается. Кроме того, часть плазмы всегда утекает через магнитные пробки.

В настоящее время в ряде крупнейших лабораторий мира интенсивно исследуются различные методы стабилизации высокотемпературной плазмы. Достигнуты довольно крупные успехи. Однако до сих пор не удалось получить плазму с температурой $T \gtrsim 10^8$ *град*, концентрацией $n \gtrsim 10^{21}$ *м*$^{-3}$ и временем удержания $\tau \gtrsim 0{,}1$ *сек*.

Любопытно, что отдельные параметры уже достигнуты. Так, на «Огра-1» получена плазма $T = 9 \cdot 10^8$ *град*, $\tau = 0{,}1$ *сек*, но с малой концентрацией: $n \approx 10^{18}$ *м*$^{-3}$. В установках с фокусирующим пинчем (СССР, США) — плазма с $T = 2 \cdot 10^7$ *град*, $n = 10^{24}$ *м*$^{-3}$, но с малым временем удержания $\tau \approx 2 \cdot 10^{-7}$ *сек*. По-видимому, со временем удастся преодолеть все неустойчивости и получить плазму с нужными параметрами, но когда это будет и каким образом удастся достичь этого результата — пока еще не ясно.

§ 12.9. МГД-генератор

1. На тепловых электростанциях процесс преобразования внутренней энергии топлива в энергию электрического тока весьма сложен, а к. п. д. не превосходит 30%. Энергия топлива в топке и котле преобразуется в энергию пара, в паровой турбине энергия пара преобразуется в кинетическую энергию ротора. Ротор турбины вращается вместе с ротором генератора, вследствие чего в статоре возбуждается ток. Цепочка преобразований энергии «топка — котел — турбина — генератор» оказывается достаточно сложной. Низкий к. п. д. определяется в основном турбиной, у которой температура рабочего тела (пара) относительно низка ($\lesssim 750$ °С), а также потерями на всех этапах преобразования энергии.

Между тем, если раскаленные и в результате этого ионизированные газообразные продукты горения заставить двигаться поперек магнитного поля, то в этой плазме, как и в любом проводнике, возникнет э. д. с. индукции. Эту э. д. с. можно снять с плазмы с помощью соответствующих электродов.

2. На этом принципе и основан *магнитогидродинамический генератор*, сокращенно: МГД-генератор. Схема его устройства изображена на рис. 12.8. Газ, возникающий при сгорании топлива, проходит через сопло Лаваля (т. 1, § 30.13), вследствие чего его внутренняя энергия превращается в кинетическую. При движении газа в сильном поперечном магнитном поле возникает э. д. с. индукции —

положительные ионы движутся к верхнему электроду, свободные электроны — к нижнему. Замыкая электроды на внешнюю нагрузку, получим в цепи ток.

Для анализа эффективности генератора нужно оценить его э. д. с., электрический и тепловой к. п. д.

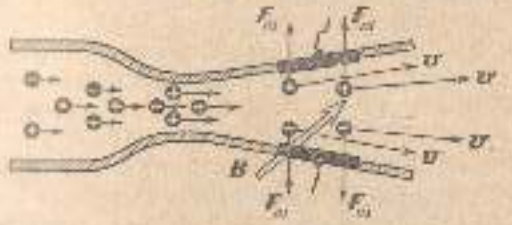


Рис. 12.8.

3. Электрический к. п. д. равен отношению мощности, потребляемой внешней нагрузкой, к полной мощности:

$$\eta_{эл} = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r},$$

где R — сопротивление внешней нагрузки, r — внутреннее сопротивление генератора. Для уменьшения внутреннего сопротивления генератора нужно повысить электропроводность плазмы. Это можно сделать путем повышения температуры плазмы, а также путем добавления в газ в качестве присадок паров щелочных металлов, имеющих малую работу выхода электрона. Применяются соли калия, реже — цезия из-за его дороговизны.

Рабочие температуры газов в МГД-генераторе лежат выше 2000 °К. Ниже этой температуры проводимость газа столь мала, что генератор вообще не работает.

4. Повышение температуры газа благотворно сказывается и на тепловом к. п. д. генератора (т. 1, § 29.5), который растет с ростом разности температур рабочего тела и окружающей среды. При температурах около 2000 °К тепловой к. п. д стремится к 50% (т. 1, § 29.6). Кроме того, повышение температуры газа позволяет увеличить скорость движения газа в сопле Лаваля, вследствие чего растет э. д. с. Вместе с тем резко возрастает износ стенок сопла, ибо такие высокие температуры разрушают любые материалы.

5. Росту э. д. с. способствует также увеличение индукции магнитного поля. Для этой цели сопло МГД-генератора

помещают в зазоре мощного электромагнита. Магнит с железным сердечником и с охлаждаемыми обмотками позволяет получить поле с индукцией до 2 *тл*, что соответствует магнитному насыщению железа.

В перспективе возможно применение магнитов без железа, но со сверхпроводящими обмотками (§ 39.10). Плотность тока в таких обмотках доходит до $2 \cdot 10^8$ *а/м*^{2}, индукция поля — до 6 *тл*. Но пока применение магнитов со сверхпроводящей обмоткой осложняется огромными трудностями поддержания в больших областях пространства температур жидкого гелия.

В настоящее время МГД-генераторы еще не вышли из стадии лабораторного эксперимента. В 1968 г. в Советском Союзе была создана полупромышленная установка. Сконструированный советскими учеными МГД-генератор в течение нескольких часов давал ток. В будущем, по-видимому, генераторы данного типа найдут широкое применение.

ЧАСТЬ ШЕСТАЯ

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

ГЛАВА 13

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

§ 13.1. Гармонический осциллятор

1. В т. 1 (§ 8.4) было рассмотрено движение материальной точки с массой m под действием упругой силы $F = -kx$. Полагая, что в начальный момент времени смещение точки $x_0 = l$ и начальная скорость $v_0 = 0$, мы с помощью численных методов нашли закон движения в виде $x = \cos \omega t$, где $\omega = \sqrt{k/m}$. Мгновенная скорость точки оказалась равной $v = -\omega \sin \omega t$.

Можно показать, что справедливо и обратное заключение. А именно, если материальная точка движется по закону

$$s = A \cos(\omega t + \varphi), \tag{13.1}$$

то ее мгновенная скорость и ускорение выражаются так:

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi), \tag{13.2}$$

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s. \tag{13.3}$$

В самом деле, согласно определению (т. 1, § 1.6) средняя скорость $v_{ср} = (s_2 - s_1)/(t_2 - t_1)$. Полагая $t_1 = t - \Delta t$, $t_2 = t + \Delta t$, получим $s_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi) = A \cos(\omega t - \omega \cdot \Delta t + \varphi)$, $s_2 = A \cos(\omega t_2 + \varphi) = A \cos(\omega t + \omega \cdot \Delta t + \varphi)$. Используя известное из тригонометрии тождество

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2},$$

имеем

$$s_2 - s_1 = A \cos(\omega t + \omega \cdot \Delta t + \varphi) - A \cos(\omega t - \omega \cdot \Delta t + \varphi) = -2A \sin(\omega t + \varphi) \sin(\omega \cdot \Delta t),$$

$$v_{ср} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = -\frac{2A \sin(\omega t + \varphi) \sin(\omega \cdot \Delta t)}{2\Delta t} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \frac{\sin(\omega \cdot \Delta t)}{\omega \Delta t},$$

Синус малого угла практически не отличается от радианной меры угла: $\sin(\omega\cdot\Delta t)\approx\omega\cdot\Delta t$. Перейдя к пределу в выражении для средней скорости, получим формулу (13.2). Рекомендуем читателю аналогичным путем получить (13.3).

2. В формуле (13.1) величина s называется *смещением*. Смещение равно расстоянию от колеблющейся точки до положения равновесия в произвольный момент времени. Максимальное смещение точки от положения равновесия, очевидно, равно A, поскольку косинус больше единицы не бывает. Эта величина называется *амплитудой смещения*:

$$S_m = A, \tag{13.4}$$

где индекс «m» означает максимальное значение. По смыслу амплитуда является существенно положительной величиной.

Как нетрудно убедиться из (13.2), амплитуда скорости

$$V_m = \omega A. \tag{13.5}$$

3. С помощью второго закона Ньютона найдем силу, действующую на тело:

$$F = ma = -m\omega^2 s. \tag{13.6}$$

Мы видим, что эта сила подобна упругой силе — она пропорциональна смещению и имеет противоположный знак (т. 1, § 5.3). Поэтому данная сила называется *квазиупругой* (от латинского quasi — как будто).

4. Переменная $\omega t+\varphi$ является аргументом косинуса и называется *фазой колебания*; параметр φ называется *начальной фазой*. Совместно с амплитудой начальная фаза определяет положение и скорость колеблющейся точки в начальный момент времени. В самом деле, из (13.1) и (13.2) при $t=0$ получим значения начального смещения s_0 и начальной скорости v_0:

$$s_0 = A\cos\varphi, \quad v_0 = -\omega A\sin\varphi. \tag{13.7}$$

Отсюда следует, что амплитуда и фаза колебания определяются начальными условиями (т. 1, гл. 10):

$$A = \sqrt{s_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}, \quad \operatorname{tg}\varphi = -\frac{v_0}{\omega s_0}. \tag{13.8}$$

5. Если закон движения материальной точки выражается в виде синусоидальной функции времени (13.1), то говорят, что эта точка совершает гармонические колебания. Материальная точка, совершающая гармонические

колебания, называется *гармоническим осциллятором* (от oscillum — колебание).

Графики смещения, скорости и ускорения гармонического осциллятора изображены на рис. 13.1. Обратите внимание на то, что скорость отличается по фазе от смещения

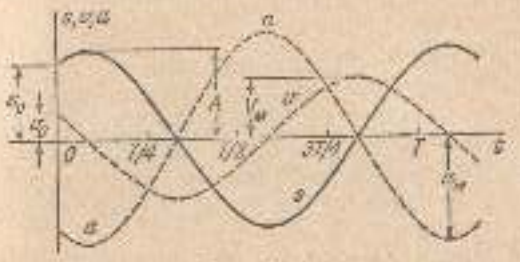


Рис. 13.1.

на $\pi/2$, а ускорение — на π. Рекомендуем читателю построить графики смещения при $\varphi=0$, $\varphi=\pi/2$ и $\varphi=-3\pi/2$.

§ 13.2. Частота и период колебаний

1. Параметр ω, входящий в выражение для смещения и все последующие выражения, называется *круговой частотой*. Величина

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \tag{13.9}$$

называется *частотой*. В электро- и радиотехнике вместо ν обычно пишут f. Для выяснения физического смысла этих величин выразим их через период колебаний.

2. *Периодом* T называется промежуток времени, по истечении которого колебание повторяется, т. е. колеблющаяся точка проходит те же положения и в том же направлении. Из определения следует:

$$s(t-nT) = s(t), \tag{13.10}$$

где n — произвольное целое число. Это значит, что через произвольное целое число периодов точка будет двигаться точно так же, как и в данный момент.

Подставив (13.1) в (13.10), получим

$$A\cos[\omega(t+nT)+\varphi] = A\cos[\omega t+\varphi].$$

Но косинусы двух аргументов равны, если эти аргументы отличаются на $2\pi n$ (2π — период косинуса и синуса, n —

целое число), следовательно,

$$\omega t + n\omega T + \varphi = \omega t + \varphi + 2n\pi.$$

3. Отсюда и вытекает искомая связь между периодом и частотой:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \nu = \frac{1}{T}. \tag{13.11}$$

Итак, круговая частота ω показывает, сколько полных колебаний совершается за 2π секунд, частота ν — сколько колебаний совершается за одну секунду.

Единицей измерения частоты служит *герц* (*гц*). Частота $\nu = 1$ *гц*, если период колебания $T = 1$ *сек*. Круговая частота измеряется в радианах за секунду, аналогично угловой скорости (т. 1, § 4.7).

4. Сравнивая выражение для упругой силы $F = -ks$ с выражением (13.4), имеем

$$-ks = -m\omega^2 s,$$

откуда следует

$$\omega = \sqrt{k/m}. \tag{13.12}$$

Итак, если гармоническое колебание возникает под действием упругой силы, то частота колебания не зависит от начальных условий и определяется только упругостью и массой системы, т. е. свойствами самого осциллятора. На этом основании данная частота называется *собственной круговой частотой* осциллятора; она обозначается ω_0.

Собственный период

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{m/k}. \tag{13.13}$$

§ 13.3. Энергия гармонического осциллятора

1. Кинетическая энергия (т. 1, § 16.2):

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi). \tag{13.14}$$

Потенциальная энергия (т. 1, § 18.6):

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \tag{13.15}$$

Учитывая, что $k = m\omega^2$ (13.12), имеем

$$U = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \tag{13.16}$$

Известно, что $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$. Складывая (13.14) и (13.16), получим выражение для полной механической энергии осциллятора (т. 1, § 19.1):

$$W = K + U = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2. \tag{13.17}$$

Графики для потенциальной, кинетической и полной энергии изображены на рис. 13.2. Из графика видно, что период изменения кинетической или потенциальной энергии вдвое меньше периода колебания. Это также следует из соотношения $2\cos^2\omega t = 1 + \cos 2\omega t$.

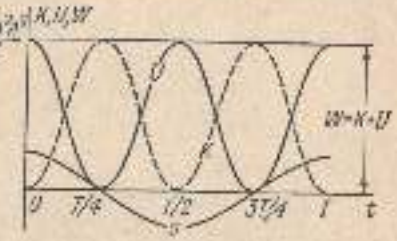


Рис. 13.2.

2. Гармонический осциллятор представляет собой консервативную систему (т. 1, § 19.1). Его полная энергия не меняется в процессе колебания, происходит лишь преобразование потенциальной энергии в кинетическую и наоборот при сохранении их суммарной величины. Как можно показать (см. рис. 13.2), среднее значение кинетической энергии равно среднему значению потенциальной энергии и равно половине полной энергии:

$$\overline{K} = \overline{U} = \frac{1}{2} W = \frac{1}{4} m\omega^2 A^2. \tag{13.18}$$

Здесь чертой сверху обозначено среднее значение величины.

§ 13.4. Запись колебаний

1. Простейший способ записи колебаний изображен на рис. 13.3. На бумаге получается запись колебаний — *осциллограмма* (от oscillum — колебание и grapho — запись).

Во многих случаях оказывается более целесообразным преобразовать исследуемое колебание в электрические сигналы, которые далее записать гораздо легче. Для этой цели можно воспользоваться, например, явлением электромагнитной индукции. Если к колеблющемуся телу прикрепить проволочную рамку и поместить последнюю в магнитное поле, то при колебаниях рамки в ней возникнет индукционный ток (§§ 7.1—7.3), колебания которого точно соответствуют колебаниям исследуемого осциллятора. Возникшие

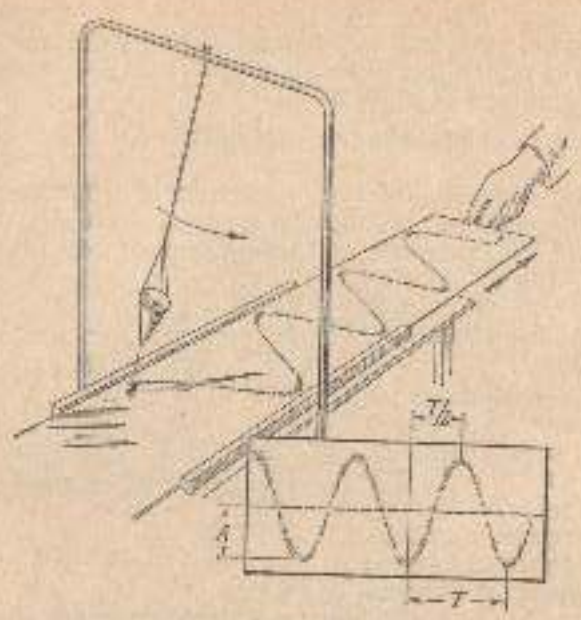


Рис. 13.3.



Рис. 13.4.

в рамке колебания тока записываются с помощью электронных или шлейфовых осциллографов.

2. Основной частью электронного осциллографа является электронно-лучевая трубка (§ 11.4). Исследуемое

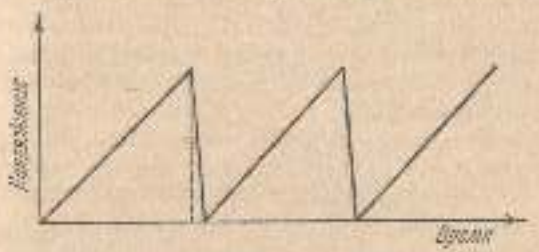


Рис. 13.5.



Рис. 13.6.

колебание в виде электрических сигналов подается на вход вертикального усилителя. После усиления сигнал подается на электроды вертикального отклонения электронного луча, в результате чего луч пишет на экране трубки вертикальную прямую (рис. 13.4).

Чтобы получить осциллограмму, нужно одновременно с вертикальным перемещением электронного луча заставить его двигаться равномерно по горизонтали. Для этого на электроды горизонтального отклонения луча подается так называемое пилообразное напряжение от специального генератора развертки (рис. 13.5). Под действием этого напряжения электронный луч движется вначале равномерно по экрану слева направо, а затем резко отбрасывается назад, к левому краю экрана.

При совместном действии вертикального отклонения и горизонтальной развертки электронного луча на экране трубки наблюдается осциллограмма (рис. 13.6). Для получения устойчивой картины необходимо правильно подобрать частоту развертки и синхронизировать ее с исследуемым сигналом. С этой целью запуск генератора развертки производится самим сигналом, а период развертки подбирается кратным периоду сигнала.

3. В шлейфовом осциллографе исследуемый сигнал подводится к клеммам K и пропускается через легкую проволочную петельку — шлейф 1, помещенный в магнитное поле (рис. 13.7). К шлейфу прикреплено легкое зеркальце 2, на которое падает луч света. Отразившись от зеркальца, луч попадает на многогранное зеркало, а затем — на экран. Если по шлейфу протекает ток, то возникает вращающий момент (5.17), поворачивающий шлейф вместе с насаженным на него зеркальцем.

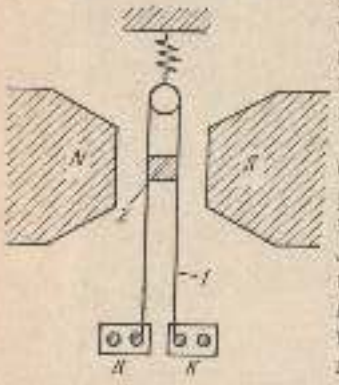


Рис. 13.7.

При изменении тока в рамке соответственно изменится поворачивающий ее момент. В результате оказывается, что колебания тока преобразуются в колебания шлейфа, а вместе с ним — и зеркальца и отраженного от него светового луча. Развертка осуществляется с помощью равномерно вращающегося многогранного зеркала. Осциллограмму либо наблюдают на экране, либо фотографируют.

В зазоре магнита шлейфового осциллографа можно поместить несколько шлейфов, что позволяет одновременно записать несколько колебаний и сравнить их затем по амплитуде, частоте и фазе. Создание многолучевого электронного осциллографа является значительно более сложной задачей. Вместе с тем оказывается, что у электронного осциллографа гораздо лучшая частотная характеристика, что является следствием практической безынерционности электронного пучка. Благодаря этому электронный осциллограф может работать в диапазоне частот от десятых долей герца до десятков мегагерц. Шлейфовый осциллограф удовлетворительно работает в области частот, не превосходящей килогерца.

§ 13.5. Сложение колебаний одинаковой частоты

1. Пусть на тело действуют две силы: $F_1 = -k_1 s_1$ и $F_2 = -k_2 s_2$. Под действием каждой из этих сил тело совершало бы колебания

$$s_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \text{ и } s_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2).$$

Попытаемся выяснить, как движется тело при одновременном действии обеих сил.

Оказывается, что в общем случае здесь возникают *негармонические*, иными словами — *негармонические колебания*. В этом можно убедиться, сняв осциллограмму суммарного колебания. И лишь в одном случае, когда коэффициенты упругости совпадают (т. е. $k_1 = k_2 = k$) и вследствие этого совпадают собственные частоты слагаемых колебаний (т. е. $\omega_1 = \omega_2 = \omega$), результирующее колебание окажется гармоническим колебанием с той же частотой. Этот случай мы и рассмотрим в данном параграфе.

2. Итак, пусть слагаемые колебания одинаковой частоты различаются амплитудами и фазами:

$$s_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad s_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \qquad (13.19)$$

Результирующее колебание имеет ту же частоту, но новую амплитуду A и новую начальную фазу φ:

$$s = A \cos(\omega t + \varphi). \qquad (13.20)$$

Для нахождения этой амплитуды и фазы учтем, что в случае, если колебания происходят по одной прямой, смещения складываются алгебраически:

$$s = s_1 + s_2$$

или

$$A \cos(\omega t + \varphi) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Данное равенство должно выполняться тождественно, т. е.

в любой момент времени. Полагая $\omega t=0$ (или π, или 2π и т. д.), получим

$$A\cos\varphi = A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2.$$

Полагая $\omega t=\pi/2$ (или $3\pi/2$, или $5\pi/2$ и т. д.), получим

$$A\sin\varphi = A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2.$$

3. Из последних двух равенств можно найти искомые величины A и φ. Разделив второе равенство на первое, получим

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}. \qquad (13.21)$$

Возведем оба равенства в квадрат и сложим их. Учитывая, что $\cos^2\varphi + \sin^2\varphi = 1$, получим

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2(\cos\varphi_1\cos\varphi_2 + \sin\varphi_1\sin\varphi_2).$$

Но выражение в скобках есть косинус разности двух аргументов:

$$\cos(\varphi_2-\varphi_1) = \cos\varphi_1\cos\varphi_2 + \sin\varphi_1\sin\varphi_2.$$

Итак, квадрат искомой амплитуды равен:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1). \qquad (13.22)$$

§ 13.6. Векторные диаграммы

1. Амплитуду и начальную фазу результирующего колебания можно вычислить по формулам (13.21) и (13.22). Но можно воспользоваться и графиком (рис. 13.8). Проводят горизонтальную ось. Строят вектор $\boldsymbol{A}_1$, составляющий угол φ_1 с осью. Из конца вектора $\boldsymbol{A}_1$ строят вектор $\boldsymbol{A}_2$, составляющий угол φ_2 с осью. Тогда модуль вектора $\boldsymbol{A}$, начало которого совпадает с началом $\boldsymbol{A}_1$, а конец — с концом $\boldsymbol{A}_2$, и есть искомая амплитуда результирующего колебания, а угол φ, который вектор $\boldsymbol{A}$ составляет с осью, равен искомой начальной фазе.

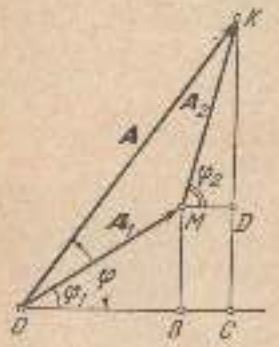


Рис. 13.8.

Для доказательства обратимся к чертежу (рис. 13.8). Здесь $OB = A_1\cos\varphi_1$, $BC = MD = A_2\cos\varphi_2$, $DC = MB = A_1\sin\varphi_1$ и $KD = A_2\sin\varphi_2$. Отсюда следует, что $OC = A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2$, $KC = A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2$. Но $\operatorname{tg}\varphi = KC/OC$, а по теореме Пифагора $(OK)^2 = (OC)^2 + (KC)^2$. Подставив значения этих величин и произведя соответствующие выкладки, получим искомые выражения (13.21) и (13.22).

2. Полученный метод графического сложения колебаний называется методом *векторных диаграмм*. Он крайне удобен, особенно в тех случаях, когда необходимо сложить несколько колебаний и аналитический расчет оказывается весьма сложным.

Для примера рассмотрим такую задачу: найти результирующую амплитуду, возникающую при сложении N колебаний с одинаковой амплитудой и частотой, фазы которых образуют арифметическую прогрессию:

$$\left.\begin{aligned} s_1 &= A\cos(\omega t-\varphi),\\ s_2 &= A\cos(\omega t+\varphi+\alpha),\\ s_3 &= A\cos(\omega t+\varphi+2\alpha),\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ s_N &= A\cos[\omega t-\varphi+(N-1)\alpha]. \end{aligned}\right\}$$

Векторная диаграмма для $N=5$ построена на рис. 13.9. Поскольку она представляет собой звено правильной ломаной, то вокруг нее можно построить окружность радиуса R. Из чертежа видно, что амплитуда результирующего колебания

$$B = 2R\sin(\beta/2).$$

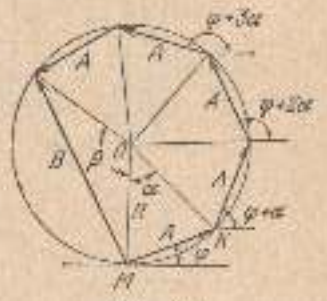


Рис. 13.9.

Из треугольника MOK имеем $R = \dfrac{A}{2\sin(\alpha/2)}$. Угол $\beta = 2\pi - N\alpha$, следовательно,

$$\sin\frac{\beta}{2} = \sin\left(\pi - \frac{N\alpha}{2}\right) = \sin\frac{N\alpha}{2}.$$

Подставив в выражение для результирующей амплитуды, получим окончательно:

$$B = A\frac{\sin(N\alpha/2)}{\sin(\alpha/2)}. \qquad (13.23)$$

Это выражение нам потребуется в дальнейшем (§ 21.6). Заметим, что аналитически получить формулу (13.23) довольно трудно, а с помощью векторных диаграмм задачу удалось решить, используя несложные геометрические представления.

ГЛАВА 14

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

§ 14.1. Сложение колебаний с близкими частотами

1. Найдем результирующую двух гармонических колебаний, которые несколько различаются по частоте: $\omega_1 = \omega - \Delta\omega$, $\omega_2 = \omega + \Delta\omega$, причем $\Delta\omega \ll \omega$. Для простоты расчета положим, что амплитуды у слагаемых колебаний одинаковы:

$$s_1 = A\cos\omega_1 t, \qquad s_2 = A\cos\omega_2 t. \tag{14.1}$$

Результирующее колебание:

$$s = s_1 + s_2 = 2A\cos\frac{(\omega_2-\omega_1)t}{2}\cos\frac{(\omega_2+\omega_1)t}{2} =$$

$$= 2A\cos(\Delta\omega\cdot t)\cos\omega t. \tag{14.2}$$

Его график изображен на рис. 14.1.

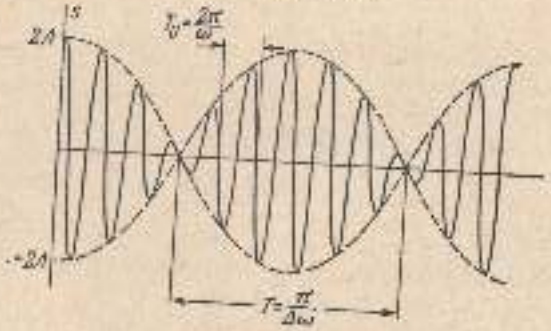


Рис. 14.1.

2. Как видно, результирующее колебание не является гармоническим. Однако при условии малой разности частот его можно рассматривать как «почти синусоидальное» колебание с «условным периодом»

$$T_0 = 2\pi/\omega \tag{14.3}$$

и с медленно меняющейся «амплитудой»

$$B = |2A\cos(\Delta\omega\cdot t)|. \tag{14.4}$$

На рис. 14.1 эта «переменная амплитуда» показана пунктиром. Слово «амплитуда» мы здесь берем в кавычки, так как по первоначальному определению амплитуда — это постоянный множитель у косинуса. Точно так же величина

$T_0 = 2\pi/\omega$ может быть названа периодом лишь условно: это есть промежуток времени между двумя соответствующими нулевыми значениями функции, а не период в первоначальном смысле этого слова (§ 13.2).

3. Периодические изменения «амплитуды» описанного выше вида называются *биениями*. Период биений

$$T = \frac{\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{\omega_2-\omega_1}. \tag{14.5}$$

Частота биений равна разности частот слагаемых колебаний:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega_2-\omega_1}{2\pi} = \nu_2 - \nu_1. \tag{14.6}$$

§ 14.2. Модулированные колебания

1. Найдем результат сложения трех гармонических колебаний:

$$s_1 = A\cos\omega t, \quad s_2 = a\cos(\omega+\Omega)t, \quad s_3 = a\cos(\omega-\Omega)t. \tag{14.7}$$

Учитывая, что $\cos(\omega+\Omega)t + \cos(\omega-\Omega)t = 2\cos\omega t\cos\Omega t$, получим после элементарных преобразований:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = A\left(1 + \frac{2a}{A}\cos\Omega t\right)\cos\omega t. \tag{14.8}$$

Если положить, что $\Omega \ll \omega$, а $k = 2a/A < 1$, то график колебания будет иметь вид, изображенный на рис. 14.2.

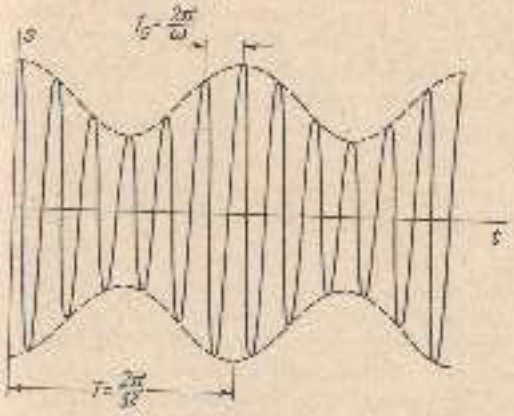


Рис. 14.2.

2. Как видно из чертежа, и в этом случае результирующее колебание можно рассматривать как «почти

синусоидальное» колебание с «переменной амплитудой»

$$B = A(1 + k\cos\Omega t) \qquad (14.9)$$

и с «условным периодом»

$$T_0 = 2\pi/\omega. \qquad (14.10)$$

Период изменения «амплитуды»

$$T = 2\pi/\Omega. \qquad (14.11)$$

Так как по условию $\Omega \ll \omega$, то $T \gg T_0$.

3. Колебания, изображенные на рис. 14.2, называются *модулированными*. Вообще модулированными называются «почти синусоидальные» колебания, происходящие с высокой частотой ω, «амплитуда» которых медленно меняется с периодом $T = 2\pi/\Omega$. Высокая частота ω называется *несущей частотой*, низкая частота Ω — *частотой модуляции*, коэффициент k — *глубиной модуляции*.

Модулированные колебания применяются в радиотехнике для передачи звука или изображения с помощью электромагнитных волн (§ 21.5). Здесь модуляция производится не синусоидальным, а более сложным сигналом.

§ 14.3. Сложение колебаний с кратными частотами

1. Попытаемся выяснить характер результирующего колебания, возникающего при сложении двух или нескольких гармонических колебаний с кратными частотами. Для примера рассмотрим сложение двух колебаний с круговыми частотами $\omega_1 = \omega$ и $\omega_2 = 3\omega$ и амплитудами $A_1 = A$ и $A_2 = A/2$:

$$s_1 = A\sin\omega t, \qquad s_2 = \frac{A}{2}\sin 3\omega t. \qquad (14.12)$$

Колебание с минимальной частотой называется *первой гармоникой* (в акустике — основным тоном); колебания с кратными частотами называются *высшими гармониками* (в акустике — обертонами, от немецкого ober — верхний).

2. Сложение колебаний выполним графически. Для этого следует построить графики слагаемых колебаний, затем измерить для каждого момента времени значения смещений s_1 и s_2 и сложить их, пользуясь общим правилом сложения перемещений, т. е. с учетом знака. Как видно из рис. 14.3, в результате сложения гармонических колеба-

ний с кратными частотами возникает *периодическое несинусоидальное колебание*. Период сложного колебания совпадает с периодом основного тона (первой гармоники).

О частоте сложного колебания вообще нельзя говорить — несинусоидальному колебанию соответствует не одна частота, а набор частот; понятие «частота» имеет смысл только для гармонического колебания.

3. Особенности несинусоидального колебания характеризуются формой его графика, а это, в свою очередь, определяется числом гармоник и соотношениями между их амплитудами, частотами и фазами. Подобрав соответствующие гармоники, можно получить колебания, графики которых будут иметь форму практически любой периодической кривой. Для примера на рис. 14.4 изображены графики колебаний, имеющих один и тот же основной тон, но разные гармоники:

$$\left.\begin{aligned} &\text{а)}\ s_a = 2\sin\omega t + 1{,}5\sin 2\omega t, \\ &\text{б)}\ s_б = 2\sin\omega t + 3\sin 2\omega t + 1{,}5\sin 3\omega t. \end{aligned}\right\} \qquad (14.13)$$

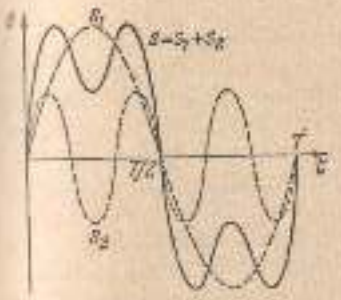


Рис. 14.3.

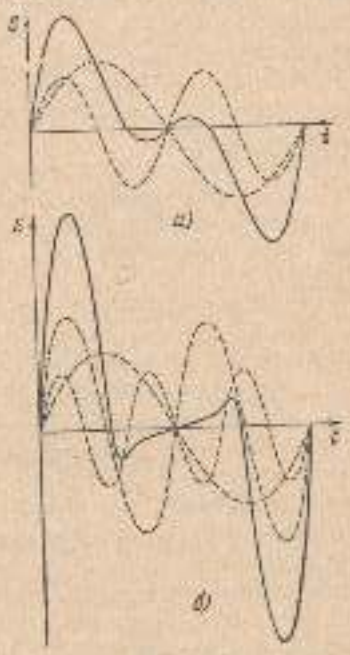


Рис. 14.4.

§ 14.4. Разложение Фурье. Спектр

1. В предыдущих параграфах на ряде примеров было показано, что при сложении гармонических колебаний с различными частотами получается несинусоидальное коле-

бание. Возникает вопрос о возможности обратного процесса: существует ли метод, позволяющий разложить некоторое несинусоидальное колебание на слагаемые гармоники? Метод такого разложения предложил в начале XIX в. Жан Фурье. Он показал, что любая периодическая функция $f(t)$ с периодом T может быть разложена на слагаемые гармоники:

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + a_2 \cos(2\omega t + \varphi_2) + a_3 \cos(3\omega t + \varphi_3) + \ldots \qquad (14.14)$$

Здесь $\omega = 2\pi/T$, а амплитуды и фазы можно вычислить по определенным правилам, которые излагаются в курсах высшей математики. Выражение (14.14) называется *разложением функции $f(t)$ в ряд Фурье*, или просто *разложением Фурье*.

Обычно амплитуды довольно быстро убывают с ростом номера гармоники, и на практике можно ограничиться лишь несколькими первыми слагаемыми разложения Фурье.

2. Во многих задачах физики играют роль только амплитуды гармоник, а их фазы, хотя они влияют на форму сложного колебания, оказываются несущественными. Так обстоит, например, дело в том случае, когда нас интересуют не столько сами гармоники, сколько их энергии, которые согласно (13.17) зависят только от амплитуды и частоты и не зависят от фазы. В этом случае нас будут интересовать лишь частоты слагаемых колебаний и амплитуды, соответствующие этим частотам. Разложение несинусоидального колебания на синусоидальные гармоники (без учета их фаз) называется *спектральным разложением*. Диаграмма, изображающая зависимость амплитуды каждой гармоники от ее частоты, называется *спектром* несинусоидального колебания.

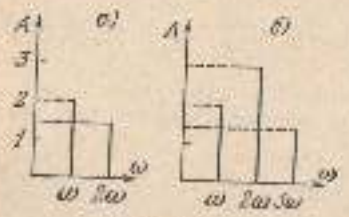


Рис. 14.5.

3. На рис. 14.5 изображены спектры колебаний, разложение которых в ряд Фурье выражается формулами (14.13), а графики изображены на рис. 14.4. Буквами *а* и *б* на рисунках и в формуле обозначены одинаковые колебания. Рекомендуем читателю построить спектр модулированного колебания и биений.

Заметим, что знание спектра некоторого несинусоидального колебания еще не позволяет определить форму этого колебания и построить его график. Однако часто это и не нужно. В отличие от осциллографа, который реагирует на мгновенные значения исследуемого колебания, регистрирующая аппаратура, часто применяемая при исследовании колебательных процессов, является весьма инерционной. Поэтому данные приборы реагируют лишь на изменения среднего значения энергии за промежуток времени, значительно превосходящий период колебаний. В этом случае знание спектра оказывается вполне достаточным, ибо с его помощью можно определить энергию каждой гармоники и тем самым — среднюю энергию суммарного колебания. Именно поэтому спектральное разложение играет исключительно важную роль в учении о колебаниях.

ГЛАВА 15

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

§ 15.1. Пружинный маятник

1. Колебательная система совершает *свободные* колебания, если ее вывести из состояния равновесия и далее предоставить действию внутренних сил. Со свойствами свободных колебаний ознакомимся на примере пружинного маятника. Его основными частями является груз массой m и пружина с коэффициентом упругости k, соединенные так, как это показано на рис. 15.1. Осциллограмма колебания записывается на равномерно движущейся ленте с помощью пера, прикрепленного к грузу. Опыт показывает, что свободные колебания пружинного маятника затухают — отклонения груза от положения равновесия со временем убывают (рис. 15.2).

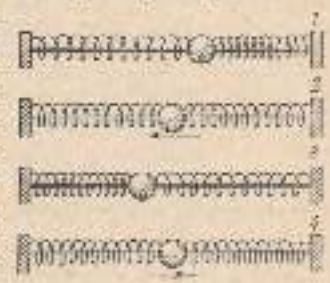


Рис. 15.1.

Поскольку затухающие колебания не являются гармоническими, то к ним понятия об амплитуде и периоде в их первоначальном смысле неприменимы. Однако при небольшом затухании, когда сила трения много меньше силы упру-

гости, можно затухающие колебания рассматривать как почти синусоидальные колебания с «убывающей амплитудой» и «условным периодом» T_0. Убывающая амплитуда показана на рис. 15.2 пунктиром. Опыт показывает, что значения убывающей амплитуды через равные промежутки времени образуют геометрическую прогрессию. Условный период есть промежуток времени между двумя последовательными максимальными отклонениями груза от положения равновесия в одну и ту же сторону.

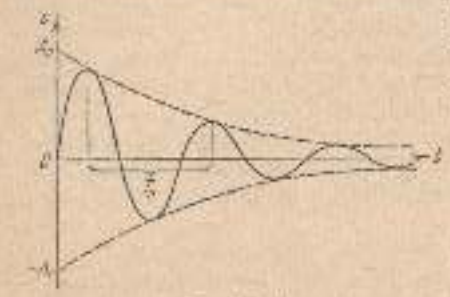


Рис. 15.2.

2. Оказывается, что хотя трение сильно влияет на характер убывания амплитуды, оно практически не влияет на период колебаний. Поэтому «период» затухающих колебаний T_0 можно вычислять по формуле (13.13), которая служит для вычисления собственного периода гармонического осциллятора (если только затухание не очень велико).

Таким образом, при небольшом затухании «период» и «частота» свободных колебаний практически совпадают с собственным периодом и собственной частотой гармонического осциллятора.

§ 15.2. Степень затухания. Добротность

1. Определим, что нужно понимать под сильным или слабым затуханием колебаний. Для этого введем количественную характеристику затухания колебаний в системе — ее *добротность*.

Причиной затухания колебаний в пружинном маятнике является сила трения и связанная с трением диссипация энергии — превращение энергии колебания во внутреннюю (т. 1, § 19.2). Отсюда следует, что чем меньше трение, тем слабее затухание.

Но что значит «малое трение»? С чем его сравнить? Поскольку основной причиной, вызывающей колебание, является упругость пружины, то разумно сравнить силу трения с силой упругости. Заметим, что обе эти силы являются переменными величинами, поэтому сравнивать мы будем

максимальное значение силы упругости с максимальным значением силы трения. Максимальное значение силы упругости $F_{\text{у}}^{\text{упр}}=kA$, где A — амплитуда, k — коэффициент упругости. При относительно небольших скоростях, которые имеют место при колебаниях груза, сила трения пропорциональна скорости (т. 1, § 11.7): $F_{\text{т}}^{\text{тр}}=hV_{\text{м}}=h\omega_0 A$, где ω_0 — собственная круговая частота, $V_{\text{м}}=\omega_0 A$ — амплитуда скорости (13.6), h — коэффициент трения.

2. *Добротностью* колебательной системы Q называется число, показывающее, во сколько раз сила упругости больше силы трения:

$$Q=\frac{F_{\text{м}}^{\text{упр}}}{F_{\text{м}}^{\text{тр}}}=\frac{k}{h\omega_0}. \tag{15.1}$$

Учитывая, что $k=m\omega_0^2$ (13.12), получим

$$Q=\frac{m\omega_0}{h}=\frac{\sqrt{mk}}{h}. \tag{15.2}$$

Чем меньше сила трения по сравнению с силой упругости, тем слабее затухают колебания. Таким образом, с ростом добротности колебательной системы свободные колебания затухают слабее и становятся все более близкими к гармоническим.

3. Покажем, что добротность колебательной системы является мерой относительной диссипации энергии. Для этого сравним энергию осциллятора (13.17) с потерей энергии на трение за четверть периода. За это время груз проходит путь, равный одной амплитуде, и сила трения совершает работу:

$$\Delta W_{\text{теля}}=A_{\text{тр}}=F_{\text{ср}}^{\text{тр}}A=\frac{hV_{\text{м}}}{2}\,A=\frac{h\omega_0 A^2}{2}.$$

Это и есть потеря энергии за четверть периода. Отношение начальной энергии к величине этой потери:

$$\frac{W}{\Delta W_{\text{теля}}}=\frac{m\omega_0^2A^2\cdot 2}{2\cdot h\omega_0 A^2}=\frac{m\omega_0}{h}=Q. \tag{15.3}$$

На основании (15.3) можно дать другое определение этой величине: добротность колебательной системы равна отношению ее полной энергии к величине потери энергии за четверть периода за счет ее диссипации.

4. Оценим время τ, в течение которого колебания практически затухнут. Оно равно энергии системы W, деленной на среднюю мощность потерь $P_{\text{ср}}=\Delta W/\Delta t$ (т. 1, § 16.6).

Полагая $\Delta t = T_0/4$, а потерю энергии согласно (15.3) $\Delta W = -W/Q$, получим

$$P_{ср} = -\frac{\Delta W}{\Delta T_0} = \frac{W}{Q}\frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{W\omega_0}{Q}.$$

Итак,

$$\tau = \frac{W}{P_{ср}} \approx \frac{Q}{\omega_0}. \qquad (15.4)$$

§ 15.3. Математический маятник

1. Математическим маятником называется колебательная система, которая представляет собой материальную точку, подвешенную на нерастяжимой нити длиной l. Практически это шарик, размеры которого значительно меньше длины нити, а масса значительно больше массы нити (рис. 15.3).

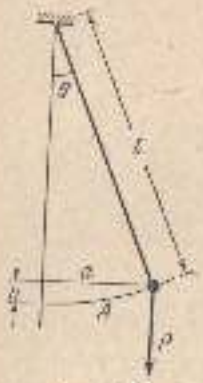


Рис. 15.3.

Будем рассматривать малые колебания, когда угол θ не превосходит нескольких градусов. В этом случае $\sin\theta \approx \theta$, а дуга A и хорда a практически совпадают, так что в первом приближении можно считать движение груза прямолинейным, а колебания — гармоническими. Добротность математического маятника очень велика, вследствие чего его колебания затухают слабо, в чем можно убедиться, записав эти колебания (см. рис. 13.3, стр. 174; маятник изготовлен в виде воронки с узким отверстием, в которую насыпан мелкий песок; запись колебания ведется на лист бумаги, смазанный клеем или смоченный водой).

2. Из условия баланса энергии вычислим собственную частоту и период колебаний математического маятника. Максимальное значение потенциальной энергии

$$U_м = mgh = mgl(1-\cos\theta) = 2mgl\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

При малых углах

$$U_м = \frac{mgl\theta^2}{2}.$$

Максимальная кинетическая энергия:

$$K_м = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2},$$

где ω_0 — собственная круговая частота, A — амплитуда. Из рис. 15.3 видно, что $A = l\theta$. Следовательно,

$$K_м = \frac{ml^2\theta^2\omega_0^2}{2}.$$

Если затуханием пренебречь, то согласно закону сохранения энергии средние (и максимальные) значения кинетической и потенциальной энергии должны совпадать. Приравняв оба выражения и проделав соответствующие сокращения, получим

$$\omega_0 = \sqrt{g/l}. \qquad (15.5)$$

3. Период колебаний математического маятника

$$T_0 = 2\pi\sqrt{l/g}. \qquad (15.6)$$

Мы видим, что период не зависит ни от массы маятника, ни от амплитуды колебаний (при малых углах отклонения).

Формулой (15.6) можно воспользоваться для определения ускорения силы тяжести в той или иной точке Земли, поскольку длину маятника и период его колебаний можно измерить весьма точно.

§ 15.4. Физический маятник

1. Физическим маятником называется любое твердое тело, способное колебаться в одной плоскости относительно некоторой точки подвеса, расположенной на расстоянии l от центра тяжести (рис. 15.4). Если вывести маятник из положения равновесия и предоставить ему возможность далее колебаться под действием силы тяжести, то он станет совершать свободные колебания, которые сравнительно слабо затухают. Рассуждения, аналогичные тем, с помощью которых были найдены выражения для частоты и периода математического маятника, позволяют найти соответствующие выражения для физического маятника. Приведем без вывода формулу для периода:

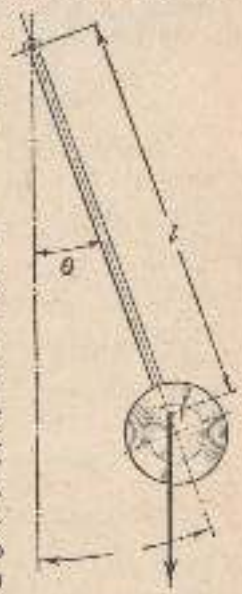


Рис. 15.4.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}, \qquad (15.7)$$

Полагая $\Delta t = T_0/4$, а потерю энергии согласно (15.3) $\Delta W = -W/Q$, получим

$$P_{ср} = -\frac{\Delta W}{\Delta t_4} = \frac{W}{Q}\frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{W\omega_0}{Q}.$$

Итак,

$$\tau = \frac{W}{P_{ср}} \approx \frac{Q}{\omega_0}. \qquad (15.4)$$

§ 15.3. Математический маятник

1. Математическим маятником называется колебательная система, которая представляет собой материальную точку, подвешенную на нерастяжимой нити длиной l. Практически это шарик, размеры которого значительно меньше длины нити, а масса значительно больше массы нити (рис. 15.3).

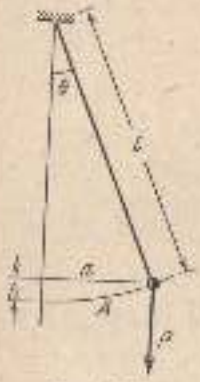


Рис. 15.3.

Будем рассматривать малые колебания, когда угол θ не превосходит нескольких градусов. В этом случае $\sin\theta \approx 0$, а дуга A и хорда a практически совпадают, так что в первом приближении можно считать движение груза прямолинейным, а колебания — гармоническими. Добротность математического маятника очень велика, вследствие чего его колебания затухают слабо, в чем можно убедиться, записав эти колебания (см. рис. 13.3, стр. 174; маятник изготовлен в виде воронки с узким отверстием, в которую насыпан мелкий песок; запись колебания ведется на лист бумаги, смазанный клеем или смоченный водой).

2. Из условия баланса энергии вычислим собственную частоту и период колебаний математического маятника. Максимальное значение потенциальной энергии

$$U_м = mgh = mgl(1-\cos\theta) = 2mgl\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

При малых углах

$$U_м = \frac{mgl\theta^2}{2}.$$

Максимальная кинетическая энергия:

$$K_м = \frac{mV_м^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2},$$

где ω_0 — собственная круговая частота, A — амплитуда. Из рис. 15.3 видно, что $A = l\theta$. Следовательно,

$$K_м = \frac{ml^2\theta^2\omega_0^2}{2}.$$

Если затуханием пренебречь, то согласно закону сохранения энергии средние (и максимальные) значения кинетической и потенциальной энергии должны совпадать. Приравняв оба выражения и проделав соответствующие сокращения, получим

$$\omega_0 = \sqrt{g/l}. \qquad (15.5)$$

3. Период колебаний математического маятника

$$T_0 = 2\pi\sqrt{l/g}. \qquad (15.6)$$

Мы видим, что период не зависит ни от массы маятника, ни от амплитуды колебаний (при малых углах отклонения). Формулой (15.6) можно воспользоваться для определения ускорения силы тяжести в той или иной точке Земли, поскольку длину маятника и период его колебаний можно измерить весьма точно.

§ 15.4. Физический маятник

1. Физическим маятником называется любое твердое тело, способное колебаться в одной плоскости относительно некоторой точки подвеса, расположенной на расстоянии l от центра тяжести (рис. 15.4). Если вывести маятник из положения равновесия и предоставить ему возможность далее колебаться под действием силы тяжести, то он станет совершать свободные колебания, которые сравнительно слабо затухают. Рассуждения, аналогичные тем, с помощью которых были найдены выражения для частоты и периода математического маятника, позволят найти соответствующие выражения для физического маятника. Приведем без вывода формулу для периода:

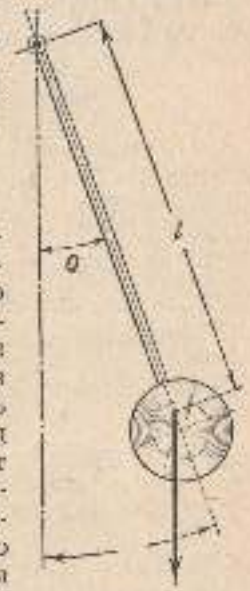


Рис. 15.4.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}. \qquad (15.7)$$

Здесь m — масса маятника, l — расстояние от центра тяжести до точки подвеса и J — момент инерции маятника (т. 1, § 22.2).

2. Заметим, что выражение (15.6) вытекает из (15.7) как частный случай. В самом деле, момент инерции математического маятника $J = ml^2$ (т. 1, § 22.2). Подставляя в (15.7) это значение момента инерции, получим выражение для периода математического маятника.

3. Часто период физического маятника вычисляют по формуле

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L/g}, \tag{15.8}$$

которая похожа на выражение для периода математического маятника. В этой формуле величина

$$L = J/ml \tag{15.9}$$

называется *приведенной длиной* физического маятника. Приведенная длина физического маятника равна длине нити у такого математического маятника, который имеет одинаковый период с физическим.

§ 15.5. Колебательный контур

1. Электрическая цепь, состоящая из катушки с индуктивностью L, конденсатора с емкостью C и резистора с сопротивлением R, называется *колебательным контуром* (рис. 15.5). В сопротивление R входит также сопротивление обмотки катушки. Опыт показывает, что если зарядить

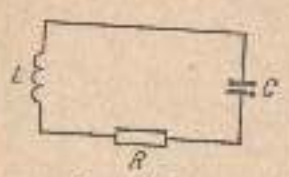


Рис. 15.5.

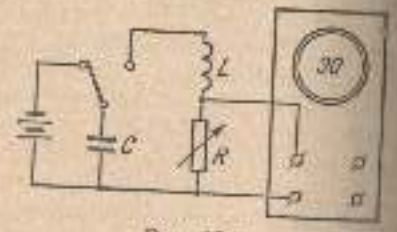


Рис. 15.6.

конденсатор, а затем замкнуть цепь, то в контуре возникают свободные электрические колебания.

Для изучения этих колебаний соберем цепь, изображенную на рис. 15.6. Когда ручка переключателя повернута влево, конденсатор присоединяется к источнику и заряжается. Если ручку перебросить вправо, то конденсатор замыкается на катушку и в контуре возникают колебания,

о чем можно судить по осциллограмме. Естественно, что в действующей установке применяется не ручной переключатель, а некоторая электронная схема, выполняющая ту же роль. Осциллограф, включенный по схеме рис. 15.6, регистрирует разность потенциалов на резисторе, которая согласно закону Ома (3.19) пропорциональна току в контуре. Если осциллограф присоединить непосредственно к обкладкам конденсатора, то он будет регистрировать разность потенциалов на конденсаторе и тем самым, согласно (1.23), — заряд конденсатора.


Рис. 15.7.

2. Поставим опыт с двухлучевым осциллографом, включенным так, что на один вход подаются колебания тока, на второй — колебания заряда. Полученные две осциллограммы показаны на рис. 15.7. Как и следовало ожидать, в колебательном контуре свободные колебания затухают. Меняя сопротивление резистора, можно убедиться, что с ростом сопротивления затухание усиливается.

Однако наиболее важным результатом является наличие сдвига фаз между колебаниями тока и заряда. В самом деле, как видно из осциллограммы, в те моменты, когда ток равен нулю, заряд на конденсаторе максимальный, и наоборот, максимуму тока соответствует нулевой заряд конденсатора.

3. Соотношение между током и зарядом (3.14) $i = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}$ совершенно аналогично соотношению между скоростью и смещением $v = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Следовательно, если заряд конденсатора меняется по закону

$$q = q_m \cos \omega_0 t, \tag{15.10}$$

то ток в цепи будет меняться по закону (ср. с (13.1) и (13.2)):

$$i = -q_m \omega_0 \sin \omega_0 t = I_m \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right). \tag{15.11}$$

Именно этот сдвиг фаз и наблюдается на экране осциллографа. Амплитудные значения заряда и тока оказываются связанными соотношением

$$I_м = \omega q_м, \qquad (15.13)$$

которое аналогично соотношению (13.5) между амплитудами смещения и скорости.

§ 15.6. Энергия, собственная частота и добротность контура

1. Согласно (1.27) и (1.23) энергия электрического поля в конденсаторе $W^{эл} = q^2/2C$, а энергия магнитного поля катушки по (7.22) равна $W^{магн} = LI^2/2$. Так как максимальному значению тока соответствует нулевое значение заряда и наоборот, то такое же соотношение оказывается справедливым для энергии электрического и магнитного полей. Отсюда следует, что в колебательном контуре происходит периодический процесс преобразования энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля катушки и наоборот. Это вполне аналогично процессу преобразования энергии в пружинном маятнике.

2. Максимальное значение энергии поля в конденсаторе

$$W_м^{эл} = \frac{q_м^2}{2C}. \qquad (15.14)$$

Аналогично для магнитного поля катушки

$$W_м^{магн} = \frac{LI_м^2}{2} = \frac{L\omega^2 q_м^2}{2}. \qquad (15.15)$$

Приравнивая эти величины и произведя соответствующие сокращения, получим выражение для собственной круговой частоты колебаний в контуре:

$$\omega_0 = \sqrt{1/LC}. \qquad (15.16)$$

Собственный период

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \qquad (15.16)$$

3. В предыдущих расчетах мы пренебрегали диссипацией энергии. Между тем, колебания в контуре затухают, поскольку часть энергии необратимо превращается в джоулево тепло. Для вычисления добротности следует сравнить тепловые потери с полной энергией контура. Однако можно, используя аналогию с пружинным маятником (§ 15.2), найти

отношение амплитуды напряжения на конденсаторе к амплитуде падения напряжения на активном сопротивлении:

$$Q = \frac{u_м^{(C)}}{u_м^{(R)}} = \frac{q_м}{CRI_м} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}. \qquad (15.17)$$

В контуре с малой добротностью колебания вообще не возникнут. В самом деле, если тепловые потери окажутся одного порядка с начальной энергией конденсатора, то вся энергия при разряде превратится в джоулево тепло, энергия магнитного поля окажется равной нулю и перезарядки конденсатора не произойдет. Таким образом, если добротность контура окажется близкой к единице, то тепловые потери окажутся одного порядка с энергией контура, и разряд конденсатора через катушку и резистор будет происходить почти так же, как разряд через резистор без катушки (см. § 3.8).

§ 15.7. Единый подход к изучению колебаний

1. Если сравнить процессы, происходящие в пружинном маятнике и в колебательном контуре, то обнаруживается поразительная аналогия между этими явлениями, которые на первый взгляд не имеют между собой ничего общего. И самом деле, что общего может быть между движением груза под действием деформированной пружины и движением электронов при перезарядке конденсатора? С этой точки зрения, конечно, мы имеем дело с разными явлениями, которые должны как будто и рассматриваться в разных разделах курса: явление в пружинном маятнике — в механике, а в колебательном контуре — в электромагнетизме. Однако если поставить вопрос иначе, обратив основное внимание не на то, *что* колеблется, а на то, *почему* и *как* колеблется, то сразу окажется, что физика колебательного процесса в обеих системах одна и та же, что процессы эти описываются одинаковыми понятиями и одинаковыми уравнениями. Все это приводит нас к мысли о целесообразности использования *единого подхода* к изучению колебаний различной физической природы, а также к широкому применению аналогий.

Идея о применении аналогий при изучении колебаний не нова. Еще Гюйгенс и Ломоносов использовали аналогию между звуковыми и световыми колебаниями. Единый подход к изучению механических и электромагнитных колеба-

ний применяли Рэлей, А. Г. Столетов, П. Н. Лебедев и др. Однако лишь в работах акад. Л. И. Мандельштама и его учеников единый подход к изучению колебаний стал рабочим инструментом, который систематически применялся как в теории, так и в эксперименте. Единый подход оказался весьма плодотворным методом, с помощью которого удалось решить ряд сложных проблем теории колебаний. К их числу относится разработка теории нелинейных колебаний, в том числе автоколебаний (А. А. Андронов и др.), открытие и создание теории комбинационного рассеяния света (Л. И. Мандельштам и Г. С. Ландсберг, § 43.1), открытие параметрического резонанса и создание параметрических генераторов (Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси и т. п.

2. Единый подход к изучению колебаний позволяет переносить закономерности, полученные при изучении одного вида колебаний, на колебания другой природы. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать явления лишь в одной какой-либо колебательной системе, а затем полученные результаты по аналогии перенесем на другие колебания.

Это относится также и к эксперименту. Оказывается, что во многих случаях проще произвести измерения электрических, а не механических величин. Так, мгновенную скорость колеблющегося тела измерить трудно, в то время как не составляет труда с помощью электронного осциллографа зарегистрировать мгновенные значения тока. Точно так же легче задать переменную электродвижущую силу в цепи, чем переменную силу в механической системе. Наконец, гораздо проще собрать электрическую цепь, состоящую из конденсаторов, катушек и резисторов, и провести соответствующий эксперимент, чем создать сложную механическую систему из грузов и пружин с регулируемыми силами трения и экспериментировать с этой системой. Поэтому в исследованиях часто предпочитают производить эксперименты не с механическими колебательными системами, а с их электрическими аналогами, широко используя при этом осциллографирование. Аналогичные величины записаны в табл. 15.1.

Таблица 15.1

Механическая система	Электрическая цепь
Масса m	Индуктивность L
Упругость k	Величина, обратная электроемкости $1/C$
Коэффициент трения b	Сопротивление R
Сила F	Э. д. с. $\mathcal{E}$
Смещение x	Заряд q
Скорость v	Ток i

ГЛАВА 16

АВТОКОЛЕБАНИЯ

§ 16.1. Автоколебательная система

1. Колебания пружинного маятника затухают из-за трения. Но если систематически компенсировать потери энергии, то колебания перестанут затухать. В качестве примера рассмотрим механизм возникновения незатухающих колебаний в установке, изображенной на рис. 16.1. Прикрепленная к грузу гибкая пластинка периодически прикасается к контакту, замыкая тем самым цепь электромагнита на некоторое время. В течение этого времени электромагнит притягивает груз, увеличивая его кинетическую энергию. Таким образом, в течение каждого периода

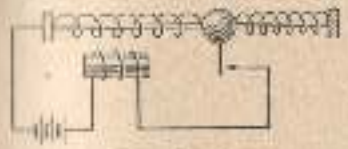


Рис. 16.1.

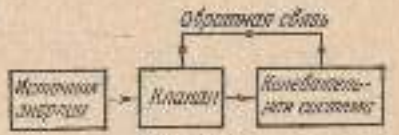


Рис. 16.2.

потери энергии под действием силы трения компенсируются за счет работы силы притяжения, действующей на груз со стороны электромагнита, а работой электромагнита управляет само колеблющееся тело с помощью контакта-прерывателя. Рассмотренная установка является типичным представителем весьма распространенного класса колебательных систем, совершающих незатухающие колебания за счет действия источника энергии, не обладающего колебательными свойствами. Такие системы называются *автоколебательными*.

Любая автоколебательная система состоит из следующих четырех частей (рис. 16.2):

а) *колебательная система* (в установке рис. 16.1 это груз с пружиной);

б) *источник энергии*, за счет которого компенсируются потери (в нашем примере это источник тока);

в) *клапан* — некоторый орган, регулирующий поступление энергии в колебательную систему определенными порциями в нужный момент (на установке, изображенной на рис. 16.1, это контакт-прерыватель);

г) *обратная связь* — чрезвычайно характерное для всех автоколебательных систем обратное воздействие колебательной системы на клапан, иными словами — управление работой клапана за счет процессов в самой колебательной системе (в нашей установке обратная связь осуществляется с помощью электромагнита, который притягивает груз и тем самым размыкает контакт).

2. Автоколебания широко распространены в природе и технике. Автоколебательными системами являются электрические звонки, зуммеры, паровые машины и двигатели внутреннего сгорания, отбойные молотки и т. п. Автоколебания совершают струны под действием смычка (скрипка, виолончель); воздушные столбы в трубках (духовые музыкальные инструменты); язычки в гармониях (баянах, аккордеонах); голосовые связки при разговоре или пении.

Заметим, что механизм обратной связи во многих автоколебательных системах замаскирован, и разбить систему на основные узлы иногда довольно трудно.

3. Для работы автоколебательной системы принципиальную роль играет выбор фазы обратной связи. Необходимо, чтобы в течение того промежутка времени, пока сила действует на систему, направления силы и скорости совпадали. Тогда источник энергии произведет над колебательной системой положительную работу, т. е. передаст ей энергию. Если же направления силы и скорости будут разными, то работа будет отрицательной, источник отберет энергию от колебательной системы и тем самым усилит затухание. В первом случае говорят, что в системе действует положительная обратная связь, во втором — отрицательная. Положительная обратная связь используется для возбуждения автоколебаний, отрицательная — для подавления нежелательных автоколебаний там, где они не нужны.

В изображенной на рис. 16.1 установке обеспечена положительная обратная связь, вследствие чего здесь возбуждаются и поддерживаются незатухающие автоколебания. Если перенести контакт влево от пластины, то груз притянется к электромагниту и остановится. Если даже систему раскачать, то колебания в ней будут быстро затухать — гораздо быстрее, чем при отсутствии электромагнита. Таким образом, введение в систему отрицательной обратной связи приводит к срыву автоколебаний и подавлению свободных колебаний.

§ 16.2. Часы

1. Автоколебательной системой являются часы. На рис. 16.3 изображен часовой механизм с анкерным ходом. Ходовое колесо с косыми зубьями жестко скреплено с зубчатым барабаном, через который перекинута цепочка с гирей. На конце маятника закреплен анкер (якорек) с двумя палетами — пластинками из рубина или другого твердого материала, изогнутыми в виде дуги окружности с центром на оси маятника. В ручных часах вместо гири применяется заводная пружина, а вместо маятника — балансир, представляющий собой маховичок, скрепленный со спиральной пружиной; балансир совершает крутильные колебания вокруг своей оси.

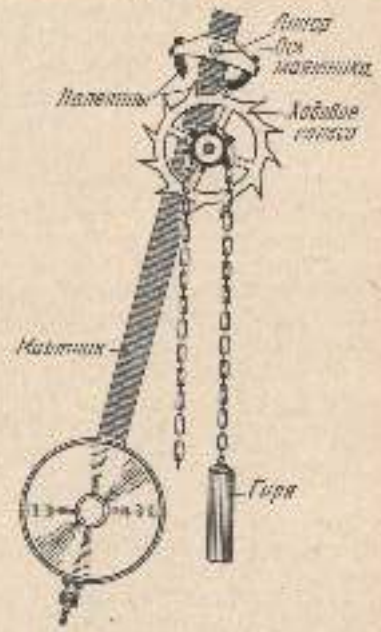


Рис. 16.3.

Здесь колебательной системой является маятник или балансир; источником энергии — поднятая вверх гиря или заведенная пружина; клапаном является анкер, позволяющий ходовому колесу прокрутиться на один зубец за один полупериод; обратная связь осуществляется при взаимодействии анкера с ходовым колесом.

2. В те моменты, когда маятник проходит положение равновесия и имеет максимальную скорость, зуб ходового колеса кратковременно соприкасается с торцом палеты. «Чиркая» по нему, зубец подталкивает маятник, т. е. им-

пульсом передает ему энергию. При этом груз опускается на одно звено цепи. Так потенциальная энергия гири (или заводной пружины) постепенно передается маятнику и компенсирует потери на трение.

§ 16.3. Ламповый генератор

1. Соберем электрическую цепь по схеме, изображенной на рис. 16.4, и присоединим ее к входу электронного осциллографа. При замыкании рубильника в цепи возникают незатухающие колебания, что видно на экране осциллографа.

Данная установка называется *ламповым генератором* незатухающих электрических колебаний. Она является электрической автоколебательной системой. Здесь источником энергии является анодная батарея; колебательной системой — контур в анодной цепи; роль клапана выполняет сетка триода, которая управляет величиной анодного тока (§ 11.3); катушка обратной связи, присоединенная своими концами к катоду и сетке триода и индуктивно связанная с катушкой контура, осуществляет обратное управление колебательной системы на клапан.

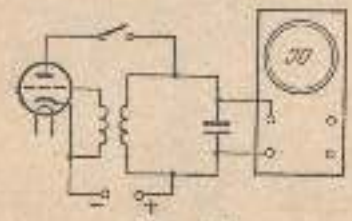


Рис. 16.4.

2. Нередко бывает, что при замыкании цепи колебания в контуре не возникают. Однако если перепаять концы катушки обратной связи, то в цепи сразу же возникают колебания. Это значит, что в первом случае фаза обратной связи была выбрана неправильно.

§ 16.4. Самовозбуждение автоколебаний

1. Запустим медленную развертку осциллографа одновременно с замыканием цепи контура в ламповом генераторе, изображенном на рис. 16.4. Полученная при этом осциллограмма показана на рис. 16.5. Как видно, колебательный контур самовозбуждается — при включении источника энергии амплитуда колебаний возрастает от нуля до некоторой установившейся величины. Самовозбуждение, иначе называемое «раскачкой», является одной из важнейших особенностей любой автоколебательной системы.

Механизм самовозбуждения лампового генератора выглядит следующим образом. Слабые колебания тока, возникающие в контуре при замыкании цепи, сопровождаются изменением магнитного поля в катушке контура. За счет изменения магнитного потока индуцируется э. д. с. в катушке обратной связи (§ 7.7), и потенциал сетки становится



Рис. 16.5.

то выше, то ниже потенциала катода. Колебания потенциала сетки сопровождаются изменением тока в цепи анода, что при правильном выборе фазы обратной связи приводит к усилению колебаний в контуре. Этот процесс в свою очередь приводит к более значительным колебаниям потенциала сетки. Последние вновь приводят к усилению колебаний в контуре.

2. Какова же причина того, что процесс взаимного усиления колебаний в цепи сетки и анода обрывается? Как в автоколебательной системе устанавливается стационарный режим, не зависящий от начальных условий?

Оказывается, что в ламповом генераторе «раскачка» прекращается из-за нелинейности характеристики триода (§ 11.3). Как видно из рис. 11.8 (стр. 148), ток в анодной цепи будет расти с ростом потенциала сетки только на линейном участке характеристики; именно в этой области и наблюдается процесс нарастания амплитуды автоколебаний. Начиная с того момента, когда ток в лампе прибли-жается к току насыщения, нарастание автоколебаний прекращается. Можно показать, что какой-либо нелинейный элемент обязателен в любой автоколебательной системе. В линейной системе устойчивые автоколебания невозможны.

3. Амплитуда установившихся автоколебаний определяется из условия баланса энергии: вклад энергии за период $W = k_1 I_m^2 T$ должен равняться потерям $\Delta W_{\text{тр}} = k_2 I_m^2 RT$, где k_1 и k_2 — коэффициенты пропорциональности. Из $W = \Delta W_{\text{тр}}$ следует

$$I_m^{\text{уст}} = \frac{k_2 R}{k_1 M} = \varkappa \frac{\delta}{R}.$$

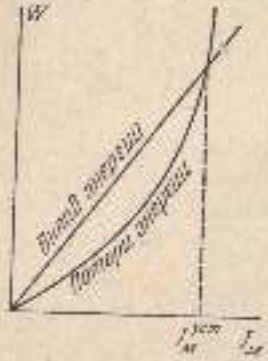


Рис. 16.6.

На рис. 16.6 изображены графики обеих функций: линейной функции амплитуды тока для вклада энергии и квадратичной — для потерь. Установившаяся амплитуда находится по точке пересечения графиков. Как видно, при амплитудах тока, меньших установившейся, вклад энергии превосходит потери, вследствие чего амплитуда растет. Если же, наоборот, амплитуда автоколебаний превысит установившуюся, то потери энергии окажутся больше вклада энергии от источника. Вследствие этого колебания станут затухать до тех пор, пока их амплитуда не окажется равной установившейся.

Рекомендуем читателю на основе аналогии самостоятельно проанализировать механизм баланса энергии в механической автоколебательной системе.

ГЛАВА 17

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

§ 17.1. Синусоидальная вынуждающая сила

1. Если на колебательную систему, где нет автоколебаний, действует периодическая внешняя сила, то в системе устанавливаются незатухающие колебания, которые называются *вынужденными*. Поскольку любое колебание может быть разложено на синусоидальные гармоники (§ 14.4), то мы в основном ограничимся изучением вынужденных колебаний под действием *синусоидальной* вынуждающей силы:

$$F = F_m \cos \omega t, \qquad (17.1)$$

где F_m — амплитуда силы, ω — ее круговая частота.

Кроме вынуждающей силы, в колебательной системе (например, пружинном маятнике) действуют еще силы упругости и трения. Согласно основному закону динамики (т. 1, § 7.1) имеем

$$F + F_{\text{упр}} + F_{\text{тр}} = ma \qquad (17.2)$$

или

$$F_m \cos \omega t - ks - hv = ma. \qquad (17.3)$$

2. Опыт показывает, что при воздействии на пружинный маятник синусоидальной вынуждающей силы груз совершает установившиеся гармонические колебания с частотой этой силы. Аналогично, если в колебательный контур включить синусоидальную э. д. с., то в контуре устанавливаются вынужденные колебания тока, частота которых совпадает с частотой вынуждающей э. д. с. Последнее легко проверить с помощью двухлучевого осциллографа, подав на один его вход колебания э. д. с., на второй — колебания тока (§ 13.4).

Итак, вынужденные колебания происходят по закону

$$s = A \cos(\omega t - \varphi). \qquad (17.4)$$

3. Для определения амплитуды A и начальной фазы φ вынужденных колебаний подставим в (17.3) значения смещения, скорости и ускорения согласно (17.4), (13.2) и (13.3). Получим

$$F_m \cos \omega t - kA \cos(\omega t - \varphi) - h\omega A \sin(\omega t - \varphi) = -m\omega^2 A \cos(\omega t - \varphi). \qquad (17.5)$$

Уравнение (17.5) упрощается, если система имеет большую добротность: можно отбросить член, соответствующий силе трения. В результате получим выражение

$$F_m \cos \omega t - kA \cos(\omega t - \varphi) = -m\omega^2 A \cos(\omega t - \varphi). \qquad (17.6)$$

Это равенство должно выполняться для любого момента времени, что возможно лишь в том случае, если $\varphi = 0$ или $\varphi = \pi$.

4. В первом случае уравнение (17.6) примет вид

$$F_m - kA = -m\omega^2 A. \qquad (17.7)$$

Учитывая, что коэффициент упругости $k = m\omega_0^2$, получим для амплитуды смещения:

$$A = \frac{F_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \qquad (17.8)$$

Поскольку амплитуда — существенно положительная величина, выражение (17.8) имеет смысл, когда круговая частота вынуждающей силы ω меньше собственной круговой частоты системы ω_0. В этом случае колебания системы происходят в одной фазе с колебаниями силы. Если же частота вынуждающей силы больше собственной частоты системы, то колебания системы происходят в противофазе с колебаниями силы ($\varphi = \pi$), а для амплитуды смещения следует взять модуль выражения (17.8).

§ 17.2. Резонанс

1. При совпадении частоты вынуждающей силы ν с собственной частотой системы ν_0 (или $\omega=\omega_0$) выражение (17.8) теряет смысл, ибо делить на нуль нельзя. Если же $\omega\to\omega_0$, то $A\to\infty$, что не имеет физического смысла. Это означает, что в данном случае принципиально нельзя пренебрегать затуханием.

Случай, когда частота вынуждающей силы совпадает с собственной частотой колебательной системы, называется *резонансом*. Для вычисления резонансной амплитуды и фазы подставим в (17.5) значение $\omega=\omega_0$. Поскольку $k=m\omega_0^2$, уравнение (17.5) примет вид

$$F_m\cos\omega_0 t-h\omega_0 A_{рез}\sin(\omega_0 t+\varphi)=0. \qquad (17.9)$$

Данное выражение должно выполняться тождественно, в любой момент времени. Это возможно лишь в том случае, когда $\varphi=\pi/2$. Резонансная амплитуда смещения

$$A_{рез}=\frac{F_m}{h\omega_0}=\frac{F_m}{m\omega_0^2}\frac{m\omega_0}{h}=QA_{стат}, \qquad (17.10)$$

где $A_{стат}=F_m/k=F_m/m\omega_0^2$ — отклонение под действием постоянной силы.

На рис. 17.1 изображен график зависимости амплитуды смещения от частоты вынуждающей силы — так называемая *резонансная кривая*. Вдали от резонанса график строится по формуле (17.8); при частотах, близких к собственной частоте, амплитуда A близка к резонансной $A_{рез}$. Острый «резонансный пик» на рис. 17.1 характеризует систему с большой добротностью. Резонансная кривая для системы с малой добротностью показана на этом же рисунке пунктиром.

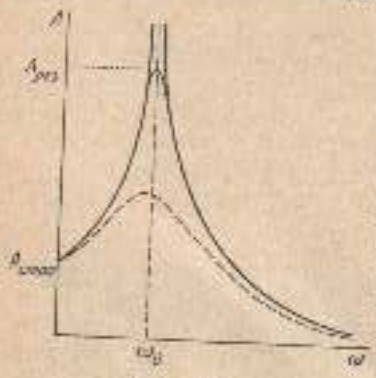


Рис. 17.1.

Рекомендуем читателю вывести формулы для амплитуды скорости (13.6) при резонансе и на других частотах и построить график этой зависимости — резонансную кривую для амплитуды скорости.

2. Нарастание амплитуды колебаний при резонансе в системе с большой добротностью может привести к ее разрушению. Известен ряд случаев, когда происходило разрушение сооружений из-за работы маломощных двигателей, но на частоте, равной собственной частоте сооружения. По этой же причине иногда происходят поломки неуравновешенных коленчатых валов, гребных винтов, пропеллеров, роторов и валов турбин и т. п.

Вместе с тем резонанс находит применение при устройстве ряда приборов и установок в механике, акустике и радиотехнике. Некоторые из этих применений будут рассмотрены ниже.

§ 17.3. Резонанс и гармонический анализ

1. Явление резонанса может быть использовано для гармонического анализа несинусоидальной колебательной силы. Для этой цели следует набрать систему *резонаторов*, охватывающих интересующую нас область частот, и подвергнуть ее воздействию этой силы. Интенсивные колебания возникнут только в тех резонаторах, частоты которых совпадут с частотами соответствующих гармоник исследуемой величины.

В качестве примера рассмотрим язычковый частотомер (рис. 17.2). Он представляет собой набор «язычков» в виде упругих пластинок с грузиками на концах, прикрепленных винтами к общей планке. К этой же планке прикрепляется якорь, расположенный над полюсом электромагнита. Если через обмотку электромагнита протекает переменный ток, то якорь начнет колебаться и приведет тем самым в колебания планку и прикрепленные к ней язычки.

Впрочем, данная система способна регистрировать и механические колебания. Для этого нужно просто прикрепить прибор к механической системе, колебания которой мы хотим исследовать.

2. Масса грузиков на концах язычков и длина упругих пластинок подбираются таким образом, чтобы частоты соседних пластин различались на одну и ту же величину, например, на 0,5 *гц*. Тогда система из 25 язычков охватит диапазон частот 12 *гц*.

Если подать в обмотку электромагнита синусоидальный ток, то колебаться заметно будет лишь тот язычок, собственная частота которого совпадет с частотой тока. На рис. 17.3, *а* изображен случай, когда один из язычков

резонирует на частоту 50 гц. Иной результат получится под действием несинусоидального тока (рис. 17.3, б). Здесь

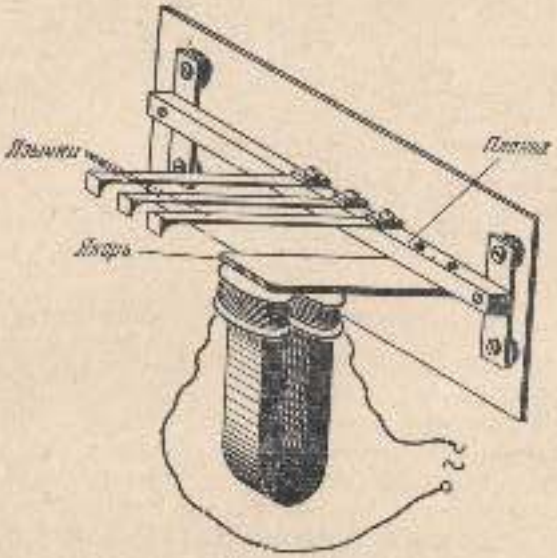


Рис. 17.2.



Рис. 17.3.

возбудились три язычка — с частотами 47,5; 50 и 52,5 гц, причем амплитуды их колебаний оказались разными.

§ 17.4. Полуширина резонансной кривой. Избирательность

Резонатор, обладающий острой резонансной кривой, обладает хорошей *избирательностью*, т. е. он может из двух колебаний с близкими частотами уверенно выделить одно, частота которого совпадает с собственной частотой резонатора. Наоборот, резонатор с пологой резонансной кривой будет примерно одинаково реагировать на оба колебания.

Количественно избирательность резонатора характеризуется *полушириной резонансной кривой* $\Delta\omega$. Так называется разность между резонансной частотой ω_0 и частотой ω_1, при которой энергия вынужденных колебаний в резонаторе окажется вдвое меньше, чем на собственной частоте (при одинаковой амплитуде вынуждающей силы). Исходя из выражения для энергии колебания (13.17), получим

$$\frac{1}{2}m\omega_1^2A^2=\frac{1}{4}m\omega_0^2A_{рез}^2. \qquad (17.11)$$

Или, учитывая (17.8) и (17.10):

$$\frac{\omega_1^2}{\omega_0^2}\frac{\omega_1^2}{\omega_1^2}=\frac{Q}{2}. \qquad (17.12)$$

При большой добротности резонатора ω_1 и ω_2 мало отличаются друг от друга, так что $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1\ll\omega_1$, а $\omega_1+\omega_2\approx2\omega_0$. Подставив в (17.12), получим окончательно:

$$\Delta\omega\approx\omega_0/Q. \qquad (17.13)$$

Итак, с ростом добротности резонатора уменьшается полуширина резонансной кривой и возрастает избирательность.

§ 17.5. Процесс установления вынужденных колебаний

1. До сих пор мы рассматривали уже установившиеся вынужденные колебания. Здесь мы рассмотрим сам процесс установления — «раскачку» системы из состояния покоя. Для простоты рассуждений пренебрежем затуханием.

При включении силы возникают одновременно свободные колебания с круговой частотой ω_0 и вынужденные колебания с круговой частотой ω. Суммарное колебание имеет вид

$$s=A\cos\omega t+B\cos\omega_0 t. \qquad (17.14)$$

Скорость и ускорение системы можно получить теми же методами, что и в § 13.1 (ср. с (13.2) и (13.3)):

$$v = -A\omega \sin \omega t - B\omega_0 \sin \omega_0 t, \qquad (17.15)$$

$$a = -A\omega^2 \cos \omega t - B\omega_0^2 \cos \omega_0 t. \qquad (17.16)$$

2. Для вычисления амплитуд A и B воспользуемся начальными условиями: при $t=0$ смещение $s_0=0$, скорость $v_0=0$, ускорение $a_0=F_м/m$. Подставив в (17.14) и (17.16), получим после несложных выкладок:

$$B = -A, \quad A = \frac{F_м}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \qquad (17.17)$$

Окончательно выражение (17.14) примет вид

$$s = \frac{F_м}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} (\cos \omega t - \cos \omega_0 t). \qquad (17.18)$$

Мы видим, что это — несинусоидальное колебание. Если ω и ω_0 близки друг к другу, то в системе возникнут биения (§ 14.1).

3. На первый взгляд кажется, что полученный результат противоречит опыту, согласно которому в системе под действием синусоидальной вынуждающей силы возникают гармонические колебания с частотой силы (§ 17.1). Но это противоречие возникло потому, что мы не учли явления затухания свободных колебаний. Следовательно, верны результаты обоих параграфов — как § 17.1, так и данного, но для разных моментов времени: первый верен для установившихся колебаний, второй характеризует сам процесс установления.

Таким образом, формулой (17.14) и ее следствием — формулой (17.18) — можно пользоваться в течение небольшого промежутка времени в начале движения, пока еще можно пренебречь затуханием свободных колебаний, точнее — когда $t \ll \tau \approx Q/\omega_0$ (15.8). При $t \gg \tau$ свободные колебания практически затухают, и в системе установятся синусоидальные колебания с частотой вынуждающей силы (17.4).

§ 17.6. Установление колебаний при резонансе

1. Для того чтобы определить характер установления колебаний при резонансе, нужно в выражении (17.18) перейти к пределу при условии, что ω стремится к ω_0. Преобразуем числитель и знаменатель (17.18) и учтем, что синус

малого угла не отличается от радианной меры этого угла; получим

$$s = \lim_{\omega \to \omega_0} \frac{2F_м \sin \frac{(\omega+\omega_0)t}{2} \sin \frac{(\omega_0-\omega)t}{2}}{m(\omega_0^2-\omega^2)} =$$

$$= \frac{F_м t}{2m\omega_0} \sin \omega_0 t \cdot \lim_{\omega \to \omega_0} \frac{\sin \frac{(\omega_0-\omega)t}{2}}{(\omega_0-\omega)t/2}.$$

Последний предел равен единице. Следовательно, раскачка колебаний при резонансе происходит по закону

$$s = \frac{F_м t}{2m\omega_0} \sin \omega_0 t. \qquad (17.19)$$

Таким образом, если на колебательную систему с большой добротностью, находящуюся в состоянии покоя, станет действовать вынуждающая сила, частота которой совпадает с собственной частотой системы (резонанс), то амплитуда колебаний нарастает пропорционально времени:

$$A = \frac{F_м t}{2m\omega_0}. \qquad (17.20)$$

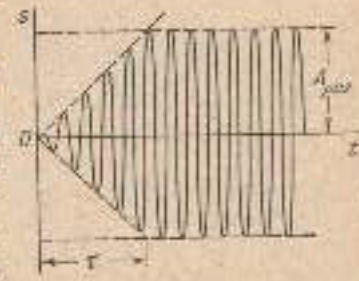


Рис. 17.4.

2. При отсутствии трения в колебательной системе при резонансе наблюдался бы беспредельный рост амплитуды. На самом деле рост амплитуды продолжается лишь до тех пор, пока работа силы трения не уравновесит работу вынуждающей силы (рис. 17.4). Этим условием и определяется установившаяся резонансная амплитуда (17.10).

Чтобы оценить время, в течение которого устанавливается резонансная амплитуда, приравняем выражения (17.10) и (17.20). Получим

$$\frac{F_м}{b\omega_0} = \frac{F_м \tau}{2m\omega_0} \quad \text{или} \quad \tau = \frac{2m}{b} = \frac{2Q}{\omega_0}. \qquad (17.21)$$

Итак, время нарастания колебаний при резонансе и время затухания свободных колебаний (15.8) практически равны. Следует учесть, что оба эти выражения дают только порядок интересующих нас величин.

§ 17.7. Прием синусоидальных импульсов

1. Рассмотрим, как реагирует резонатор на вынуждающую силу, которая имеет форму синусоидального импульса (рис. 17.5, *а*). Иначе такое колебание называется куском или обрывком синусоиды. Такой вид имеют, например, радиосигналы при передаче «точек» и «тире» по азбуке Морзе.

Пусть период вынуждающей силы $T_0 = 2\pi/\omega_0$, где ω_0 — собственная частота резонатора. Длительность импульса $T \gg T_0$. Добротность резонатора Q, время нарастания и затухания колебаний $\tau = Q/\omega_0$.

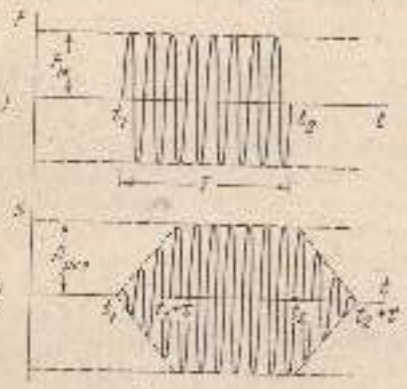


Рис. 17.5

В момент времени t_1 включается сила, колебания в резонаторе начинают возрастать, и к моменту времени $t_1+\tau$ установятся колебания с резонансной амплитудой. В момент времени $t_2 = t_1 + T$ вынуждающая сила выключается, но в резонаторе колебания продолжаются до момента времени $t_2+\tau$, пока они не затухнут (рис. 17.5, *б*).

2. Мы видим, что резонатор воспринимает синусоидальный импульс как несинусоидальное колебание, по форме похожее на биения. При этом, если время раскачки τ много меньше длительности импульса T, форма синусоидального импульса искажается незначительно. Если же окажется, что $\tau \gtrsim T$, то синусоидальный импульс существенно искажится.

Это значит, что для получения хорошей воспроизводимости формы синусоидального импульса нужно иметь резонатор с малым временем раскачки, т. е. с малой добротностью. Таким образом, требование хорошей воспроизводимости (неискажаемости) сигнала противоречит требованию высокой избирательности (§ 17.5). Оказывается, что этот результат является совершенно общим: противоречие между воспроизводимостью и избирательностью характерно для приема любых модулированных сигналов, а не только для синусоидальных импульсов.

§ 17.8. Соотношение неопределенностей для частоты и времени

1. Резонатор, с помощью которого исследуется или даже просто регистрируется некоторый колебательный процесс, вносит некоторую неопределенность в процесс измерения как частоты, так и времени. Причина заключается в том, что частота не может быть измерена точнее, чем полуширина резонансной кривой, а время — точнее времени раскачки резонатора. Неопределенность частоты можно оценить по формуле (17.13), а неопределенность времени — по формуле (17.21):

$$\Delta\omega \approx \omega_0/Q, \qquad \Delta t \approx Q/\omega_0.$$

2. Как видно, меняя добротность резонатора, можно уменьшить неопределенность одной из величин, но при этом неопределенность другой величины во столько же раз возрастет. Произведение неопределенностей двух сопряженных величин — частоты и времени — не зависит от свойств резонатора:

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 1. \qquad (17.22)$$

Это выражение и есть соотношение неопределенностей для частоты и времени. Оно нам понадобится дальше, при рассмотрении элементов квантовой механики (§ 31.2).

ГЛАВА 18

ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

§ 18.1. Синхронный генератор переменного тока

1. Общий вид генератора изображен на рис. 18.1. Неподвижный корпус — *статор* — собирается из листов стали с малой коэрцитивной силой, т. е. с узкой петлей гистерезиса. На статоре имеется обмотка. Внутри статора вращается *ротор* — электромагнит (в маломощных генераторах — постоянный магнит). При вращении ротора вместе с ним вращается его магнитное поле, и магнитный поток через обмотку непрерывно меняется.

В некотором положении обмотку пронизывает максимальный магнитный поток; спустя четверть оборота поток через обмотку будет равен нулю; спустя еще четверть оборота поток вновь станет максимальным по модулю, но знак

его будет другим, так как положение полюсов магнита изменится на противоположное. Подобрав специальным образом форму полюсных наконечников, можно добиться, чтобы магнитный поток менялся по закону косинуса:

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t, \qquad (18.1)$$

где ω — угловая скорость вращения ротора.

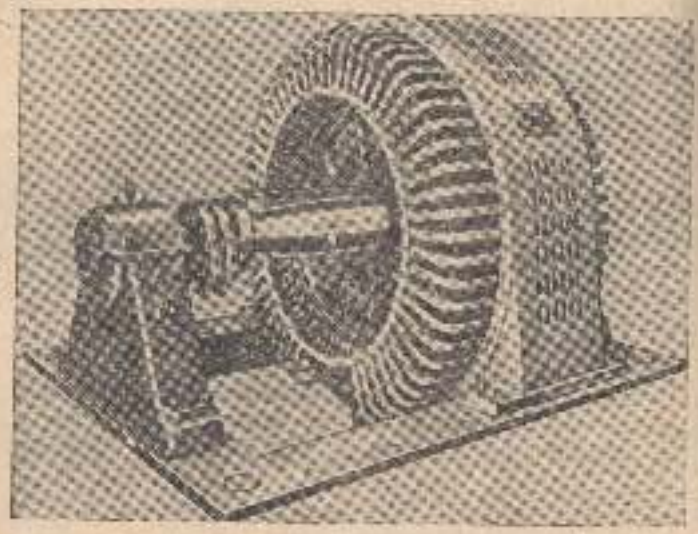


Рис. 18.1.

2. За счет изменения магнитного потока в обмотке статора индуцируется э. д. с., которая по закону индукции Фарадея (7.10) имеет вид $\mathscr{E} = -\Delta\Phi/\Delta t$. Соотношение между э. д. с. и магнитным потоком точно такое же, как между скоростью и перемещением (13.1) и (13.2). Аналогичным методом доказывается, что в обмотке индуцируется синусоидальная э. д. с.

$$\mathscr{E} = \omega\Phi_m \sin \omega t = \mathscr{E}_m \sin \omega t. \qquad (18.2)$$

Наибольшее значение э. д. с., иначе *амплитуда* э. д. с. $\mathscr{E}_m$, равно произведению угловой скорости вращения ротора ω на амплитудное значение магнитного потока Φ_m:

$$\mathscr{E}_m = \omega\Phi_m. \qquad (18.3)$$

3. Генератор, изображенный на рис. 18.1, называется *синхронным генератором переменного тока*, поскольку изменение э. д. с. происходит одновременно (синхронно) с вращением ротора и их частоты совпадают. Механическая энергия, необходимая для вращения ротора, поступает от *первичного двигателя* — гидротурбины или тепловой машины. Обычно ротор генератора крепится на одном валу с ротором первичного двигателя, которым служит паровая турбина у турбогенераторов тепловых электростанций и водяная турбина у гидрогенераторов на гидроэлектростанциях.

В Советском Союзе выпускаются самые крупные в мире генераторы. Гидрогенераторы мощностью свыше 500 *Мвт* и турбогенераторы мощностью свыше 800 *Мвт* в одном агрегате — такие уникальные машины выпускают Ленинградский металлический завод и завод «Электросила».

4. Электрический ток, возникающий под действием э.д.с., которая изменяется по синусоидальному закону, называется *переменным током*. По существу это — вынужденные колебания тока в электрических цепях, и поэтому к ним приложимы все результаты, полученные в гл. 17 при анализе вынужденных колебаний в механических колебательных системах. Чтобы перевести полученные там формулы с «механического языка» на «язык электрических цепей», следует воспользоваться табл. 15.1 (стр. 194). Однако здесь следует сделать одно принципиальное замечание. В гл. 17 мы ограничились рассмотрением вынужденных колебаний в системах с большой добротностью. Между тем цепи переменного тока зачастую имеют очень малую, нередко — близкую к нулю добротность. К такого рода цепям относятся, например, резистор с конденсатором, резистор с катушкой, отдельный резистор и т. п. В таких цепях свободные колебания невозможны, но вынужденные колебания возникают, о чем свидетельствует эксперимент. В данной главе мы в основном будем иметь дело именно с такими цепями.

§ 18.2. Цепь переменного тока

1. Соединим последовательно лампу накаливания с сопротивлением R, батарею конденсаторов с емкостью C и катушку с большой индуктивностью L (рис. 18.2). Если данную цепь присоединить к зажимам генератора переменного тока, то лампа загорится, что свидетельствует о наличии тока в цепи.

В данной цепи действуют три переменных электрических поля. Прежде всего, это поле, созданное внешним источником — генератором; оно характеризуется э. д. с. $\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t$ (18.3). Затем действует поле самоиндукции, которое характеризуется э. д. с. $\mathscr{E}_L = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$ (7.16). Наконец, действует поле зарядов, скапливающихся на пластинах конденсатора; оно характеризуется разностью потенциалов. На основе закона Ома для неоднородного участка цепи (3.29) имеем

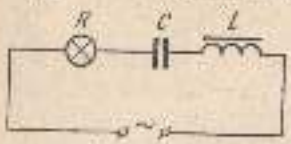


Рис. 18.2.

$$iR = \mathscr{E} + \mathscr{E}_L + \varphi_1 - \varphi_2. \qquad (18.4)$$

2. Данное выражение можно преобразовать к виду

$$\mathscr{E} = iR + (\varphi_1 - \varphi_2) - \mathscr{E}_L = u_R + u_C + u_L. \qquad (18.5)$$

Здесь напряжение на активном сопротивлении

$$u_R = iR, \qquad (18.6)$$

на емкостном сопротивлении

$$u_C = \varphi_1 - \varphi_2 = q/C \qquad (18.7)$$

и на индуктивном сопротивлении

$$u_L = -\mathscr{E}_L = L\frac{\Delta i}{\Delta t}. \qquad (18.8)$$

Таким образом, мы видоизменили характер трактовки явлений в цепях переменного тока. Вместо действия трех полей на одно активное сопротивление мы рассматриваем действие одного внешнего поля на три сопротивления: активное R и два реактивных — емкостное X_C и индуктивное X_L. Такой подход к анализу явлений в цепях переменного тока весьма удобен.

§ 18.3. Активное сопротивление

1. Рассмотрим цепь, в которой напряжение на реактивных сопротивлениях много меньше напряжения на резисторе. Это — цепь с активным сопротивлением. Отбросив в (18.5) величины u_C и u_L, заменим $\mathscr{E}$ его значением (18.2);

получим

$$iR = \mathscr{E}_0 \sin \omega t. \qquad (18.9)$$

Следовательно, колебания тока происходят по закону

$$i = I_0 \sin \omega t, \qquad (18.10)$$

где амплитуда тока

$$I_0 = \mathscr{E}_0 / R. \qquad (18.11)$$

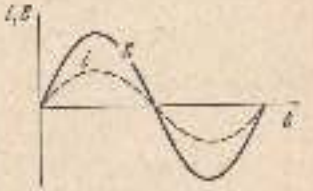


Рис. 18.3.

2. Мы видим, что в цепи с активным сопротивлением под действием синусоидальной э. д. с. возникают гармонические колебания тока с частотой и фазой колебаний э. д. с. Графики колебаний тока и э. д. с. в этой цепи показаны на рис. 18.3.

§ 18.4. Действующие значения тока и напряжения

1. В цепи с активным сопротивлением происходит необратимое преобразование энергии электрического тока во внутреннюю энергию проводника, иными словами — выделение джоулева тепла (§ 3.8). Мгновенная мощность есть произведение мгновенных значений тока и э. д. с.:

$$p = i\mathscr{E} = I_0^2 R \sin^2 \omega t. \qquad (18.12)$$

График этой функции изображен сплошной линией на рис. 18.4. Для сравнения пунктиром показан график тока. Амплитуда мощности

$$P_0 = I_0^2 R. \qquad (18.13)$$

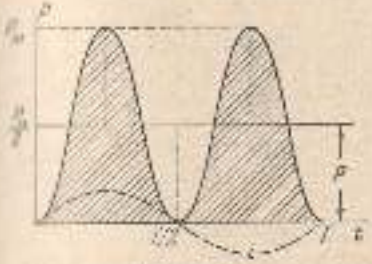


Рис. 18.4.

2. Вычислим среднюю мощность переменного тока за период. Для этого следует работу, совершаемую током за это время (иначе — выделившееся за это время джоулево тепло), разделить на период. Для вычисления работы воспользуемся графиком 18.4.

Из определения мощности (т. 1, § 16.5) следует, что элементарная работа $\Delta A = p\,\Delta t$; полная работа изображается площадью под графиком. Из свойства синусоиды следует,

кто площадь, заштрихованная под кривой, равна площади прямоугольника, основание которого равно периоду, а высота — половине амплитуды мощности. Итак, работа за период

$$A = \frac{1}{2} P_м T = \frac{1}{2} I_м^2 RT. \qquad (18.14)$$

Средняя мощность

$$P = \frac{A}{T} = \frac{1}{2} P_м = \frac{1}{2} I_м^2 R. \qquad (18.15)$$

3. Сравнив выражение (18.15) с формулой для вычисления мощности постоянного тока $P = I^2R$, получим

$$I^2R = \frac{1}{2} I_м^2 R.$$

Отсюда следует, что

$$I = I_м/\sqrt{2}. \qquad (18.16)$$

Следовательно, переменный ток с амплитудой тока $I_м$ по своему тепловому (или механическому) действию эквивалентен постоянному току с силой тока $I = I_м/\sqrt{2}$. Эта величина называется *действующим значением* переменного тока. Соответственно величины

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_м/\sqrt{2} \text{ и } U = U_м/\sqrt{2}$$

называются действующими значениями э. д. с. и напряжения.

§ 18.5. Емкостное сопротивление

1. Соберем цепь, аналогичную изображенной на рис. 18.2, в которой нет катушки ($a_L = 0$), а емкость батареи конденсаторов и сопротивление лампы накаливания подобраны так, что $a_C \gg a_R$. Тогда мы получим цепь с емкостным сопротивлением. Опыт показывает, что колебания тока в цепи с емкостным сопротивлением представляют собой гармонические колебания с частотой вынуждающей э. д. с. Но в отличие от цепи с активным сопротивлением, где фазы колебаний тока и э. д. с. совпадают, здесь колебания тока происходят по закону

$$I = I_м \cos \omega t = I_м \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (18.17)$$

Мы говорим, что в цепи с емкостным сопротивлением колебания тока опережают колебания внешней э. д. с. по фазе на $\pi/2$. Конечно, с таким же успехом можно утверждать, что колебания э. д. с. отстают от колебаний тока по фазе на тот же угол (рис. 18.5).

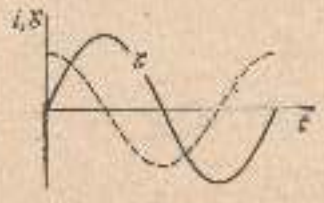


Рис. 18.5.

2. Можно показать, что соотношение между амплитудами колебаний тока и э. д. с. выражается так:

$$I_м = C\omega\mathcal{E}_м = \frac{\mathcal{E}_м}{X_C}, \qquad (18.18)$$

где емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{C\omega}. \qquad (18.19)$$

§ 18.6. Индуктивное сопротивление

1. Закоротив в установке рис. 18.2 батарею конденсаторов, получим цепь с индуктивным сопротивлением ($a_C = 0$, $a_L \gg a_R$). Согласно осциллограмме, в этой цепи колебания тока отстают по фазе от колебаний напряжения на угол $\varphi = -\pi/2$ (рис. 18.6). Мгновенные значения тока выражаются формулой

$$I = -I_м \cos \omega t = I_м \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \qquad (18.20)$$

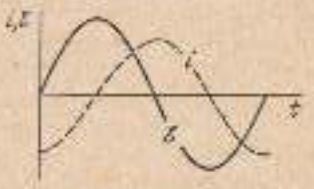


Рис. 18.6.

2. Можно показать, что соотношение между амплитудами колебаний тока и э. д. с. имеет вид

$$I_м = \frac{\mathcal{E}_м}{L\omega} = \frac{\mathcal{E}_м}{X_L}, \qquad (18.21)$$

где индуктивное сопротивление

$$X_L = L\omega. \qquad (18.22)$$

§ 18.7. Закон Ома для цепи переменного тока

1. Вернемся к рассмотрению полной цепи переменного тока (см. рис. 18.2). Здесь ток во всех трех последовательно соединенных сопротивлениях один и тот же:

$$i = I_m \sin \omega t.$$

Напряжения на всех трех сопротивлениях имеют вид

$$\left.\begin{aligned} u_R &= iR = I_m R \sin \omega t, \\ u_C &= I_m X_C \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -I_m X_C \cos \omega t, \\ u_L &= I_m X_L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m X_L \cos \omega t. \end{aligned}\right\} \quad (18.23)$$

Согласно (18.5) э. д. с. $\mathscr{E} = \mathscr{E}_m \sin(\omega t + \varphi)$ есть сумма колебаний напряжений (18.23). А так как они различаются по фазе, то для их сложения удобно воспользоваться векторной диаграммой (§ 13.6). Векторная диаграмма напряжений изображена на рис. 18.7.

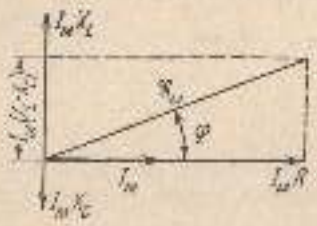


Рис. 18.7.

2. Воспользовавшись теоремой Пифагора, получим

$$\mathscr{E}_m = \sqrt{I_m^2 R^2 + I_m^2 (X_L - X_C)^2} = I_m \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}. \quad (18.24)$$

Как видно, амплитуды колебаний тока и э. д. с. связаны соотношением

$$I_m = \frac{\mathscr{E}_m}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{\mathscr{E}_m}{Z}, \quad (18.25)$$

где величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (18.26)$$

называется *полным сопротивлением* цепи переменного тока.

Выражение (18.25) называется *законом Ома для цепи переменного тока*. Разделив левую и правую части (18.25) на $\sqrt{2}$, получим, что этот закон справедлив и для действующих значений тока и э. д. с.

3. Сдвиг фаз между колебаниями тока и э. д. с. можно найти с помощью векторной диаграммы. Из рис. 18.7

следует:

$$\cos \psi = \frac{I_m R}{\mathscr{E}_m} = \frac{R}{Z}. \quad (18.27)$$

4. Из (18.25) следует, что амплитуда тока зависит от частоты колебаний э. д. с. Максимальная амплитуда тока достигается при условии минимума полного сопротивления, т. е. при $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$. Соответствующая этому частота $\omega = \sqrt{1/CL} = \omega_0$ равна собственной частоте цепи. Итак, максимальная амплитуда тока получается при резонансе.

§ 18.8. Мощность переменного тока

1. В полной цепи переменного тока необратимые преобразования энергии происходят только на активном сопротивлении R, в то время как величину амплитуды тока ограничивает полное сопротивление Z. Для вычисления активной мощности, т. е. средней мощности необратимых преобразований энергии в цепи переменного тока, воспользуемся выражением (18.15). Подставив $I_m = \mathscr{E}_m / Z$ (18.25), получим

$$P = \frac{1}{2} I_m \frac{\mathscr{E}_m}{Z} R = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{\mathscr{E}_m}{\sqrt{2}} \frac{R}{Z}.$$

Но первые два множителя суть действующие значения тока и э. д. с. (§ 18.4), а последний множитель $R/Z = \cos \varphi$ (18.27). Следовательно, активная мощность

$$P = I \mathscr{E} \cos \varphi. \quad (18.28)$$

2. Множитель $R/Z = \cos \varphi$ называется коэффициентом мощности (к. м.). Он играет важную роль в электротехнике. В самом деле, если в цепи имеется значительный сдвиг по фазе между колебаниями тока и э. д. с., то коэффициент мощности будет мал и нагрузка потребляет от генератора малую активную мощность. Вместе с тем генератор должен вырабатывать полную мощность

$$S = I \mathscr{E}. \quad (18.29)$$

Эту же мощность должен отдавать генератору первичный двигатель. Таким образом, при низком коэффициенте мощности нагрузка потребляет лишь часть энергии, которую вырабатывает генератор. Оставшаяся часть энергии перекачивается периодически от генератора к потребителю и обратно и рассеивается в линиях электропередачи.

3. Из выражения (18.28) следует, что максимум энергии от источника вынуждающей э. д. с. потребляет система, настроенная в резонанс. В самом деле, в этом случае $\cos\varphi = 1$, а амплитуда тока оказывается максимальной. Точно такой же результат мы получили бы, проделав расчет для механической колебательной системы.

§ 18.9. Трансформатор

1. Нередко требуется от одного и того же источника переменного тока питать приборы, рассчитанные на разные напряжения. Например, при включении телевизора в сеть с напряжением 220 *в* накалы ламп должны работать при напряжении 6,3 *в*, аноды — при напряжениях от 200 *в* до 500 *в*, а электронно-лучевая трубка требует напряжения 15 000 *в*. Следовательно, в телевизоре необходимо установить один или несколько трансформаторов — приборов для изменения напряжения переменного тока.

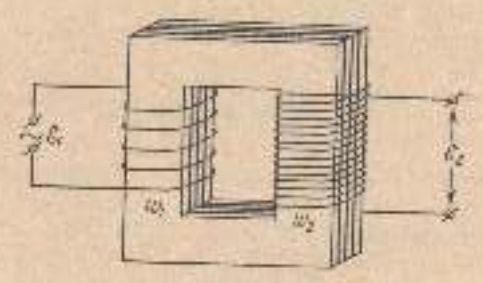


Рис. 18.8.

Устройство трансформатора показано на рис. 18.8. Сердечник трансформатора собран из листов специальной трансформаторной стали с малой коэрцитивной силой. На сердечник надевается первичная обмотка с числом витков ω_1 и вторичная обмотка с числом витков ω_2 (или несколько вторичных обмоток).

2. Холостым ходом называется режим работы трансформатора с разомкнутой вторичной обмоткой. В этом случае в первичной обмотке правильно сконструированного трансформатора течет очень малый ток холостого хода; трансформатор потребляет небольшую мощность холостого хода P_{xx}, которая практически совпадает с мощностью, расходуемой на перемагничивание сердечника. Это потери на гистерезис,

называемые также потерями в стали $P_{ст}$. Итак,

$$P_{xx} \approx P_{ст}. \tag{18.30}$$

3. Вычислим напряжения в обмотках. За счет тока холостого хода происходит систематическое перемагничивание сердечника; следовательно, обе обмотки пронизываются переменным магнитным потоком Φ; по закону Фарадея (7.10) имеем

$$\mathcal{E}_1 = -\omega_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \qquad \mathcal{E}_2 = -\omega_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

откуда следует, что индуцированные э. д. с. пропорциональны числу витков в обмотках:

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = k. \tag{18.31}$$

Здесь $k = \omega_1/\omega_2$ — коэффициент трансформации. У повышающих трансформаторов число витков во вторичной обмотке больше числа витков в первичной обмотке: $\omega_2 > \omega_1$, следовательно, со вторичной обмотки снимается большее напряжение, чем то напряжение, которое подано на первичную обмотку.

4. При замыкании вторичной обмотки на активную нагрузку в этой обмотке возникает ток, действующее значение которого обозначим через I_2; напряжение на зажимах обмотки станет равно u_2, а сдвиг фаз φ_2. По закону Ленца ток во вторичной обмотке противодействует изменению магнитного потока в сердечнике. В результате этого индуктивное сопротивление первичной обмотки уменьшится, а ток в ней возрастет. Действующее значение тока в первичной обмотке нагруженного трансформатора больше тока холостого хода: $I_1 > I_{xx}$.

По закону сохранения энергии имеем

$$P_2 = P_1 - P_{медь} - P_{ст}. \tag{18.32}$$

Здесь $P_2 = I_2 u_2 \cos\varphi_2$ — мощность, потребляемая со вторичной обмотки; $P_1 = I_1 u_1 \cos\varphi_1$ — мощность, потребляемая из сети первичной обмоткой; $P_{медь} = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2$ — «потери в меди», т. е. мощность потерь на джоулево тепло в обмотках, активное сопротивление которых равно r_1 и r_2; наконец, $P_{ст}$ — «потери в сталь», т. е. потери на перемагничивание сердечника. К. п. д. трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{медь} + P_{ст}}. \tag{18.33}$$

5. При нагрузках, близких к номинальной, к. п. д. трансформаторов весьма высок, порядка 90—95%; сдвиги фаз близки к нулю. Напряжения на зажимах мало отличаются от э. д. с., так как активные сопротивления обмоток сравнительно невелики. При этих условиях равенство (18.31), справедливое для э. д. с., окажется примерно справедливым для напряжений на зажимах обмоток:

$$\frac{u_1}{u_2} \approx \frac{w_1}{w_2} = k. \tag{18.34}$$

§ 18.10. Передача энергии на расстояние

1. При передаче электроэнергии от генератора к потребителю неизбежны некоторые потери на нагрев проводов. Выясним пути уменьшения этих потерь.

Пусть потребитель энергии — нагрузка — работает при напряжении u и коэффициенте мощности $\cos\varphi$; мощность нагрузки P. Длина линии электропередачи (сокращенно ЛЭП) равна l, сечение проводов S; тогда сопротивление двухпроводной линии окажется равным $R=2\rho l/S$. Потеря мощности на проводах $\Delta P = I^2R$. Поскольку $I = P/u\cos\varphi$, то

$$\Delta P = \frac{2\rho l P^2}{Su^2\cos^2\varphi}. \tag{18.35}$$

2. Мы видим, что при заданной мощности нагрузки P и заданной длине линии передачи l уменьшение потерь возможно в основном за счет увеличения напряжения и коэффициента мощности. В самом деле, материал проводов нам практически задан (медь, алюминий), а сечение проводов увеличивать нецелесообразно, ибо это связано с конструктивными трудностями и с ростом массы металла, т. е. с удорожанием ЛЭП.

Повышение коэффициента мощности довольно эффективно. Так, повышение к. м. с $\cos\varphi_1=0{,}63$ до $\cos\varphi_2=0{,}88$ позволяет уменьшить потери почти в 2 раза. Но наиболее эффективным методом уменьшения потерь на джоулево тепло в ЛЭП является повышение напряжения у потребителя, что видно из выражения (18.35). Поэтому на дальних ЛЭП применяются высокие напряжения — от десятков до сотен киловольт. Так, передача энергии от Куйбышевской ГЭС им. В. И. Ленина в Москву производится по ЛЭП при напряжении 400 *кв*, а от Волгоградской ГЭС ко. XXII съезда КПСС — при напряжении 800 *кв*.

§ 18.11. Вращающееся магнитное поле

1. Пусть статор двигателя несет на себе четыре катушки, соединенные попарно последовательно, так что имеются две обмотки AX и BY (рис. 18.9). При протекании тока по обмотке AX возникает магнитное поле, вектор индукции которого направлен, как это показано на рисунке; при изменении направления тока изменится и направление вектора индукции магнитного поля. Таким образом, если по обмотке AX или BY течет переменный ток, то вектор индукции магнитного поля внутри статора будет совершать гармонические колебания с частотой тока.

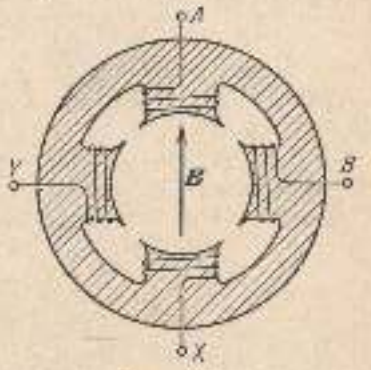


Рис. 18.9.

2. Если включить параллельно обе обмотки, то вектор индукции станет совершать гармонические колебания вдоль биссектрисы угла между направлениями AX и BY. Однако совершенно иной результат получится, если в одной из обмоток изменить фазу тока, например, последовательно одной обмотке включив конденсатор, что вызовет сдвиг фаз $\varphi=\pi/2$. Теперь уже индукция поля в обеих обмотках меняется не одновременно, а с запаздыванием по времени на четверть периода. В результате этого вектор индукции за четверть периода поворачивается на 90°, а за период совершает полный оборот.

Итак, если на статоре имеются две обмотки, по которым протекает переменный ток, но со сдвигом фаз $\varphi=\pi/2$ в одной обмотке относительно другой, то внутри статора образуется *вращающееся магнитное поле*.

§ 18.12. Синхронный и асинхронный двигатели

1. Как и всякая электрическая машина, синхронный генератор обратим: он может работать не только как генератор, преобразовывая механическую энергию в электрическую, но и как двигатель, т. е. преобразовывая энергию переменного электрического тока в механическую энергию. Принцип работы синхронной машины в режиме двигателя

можно понять, если вспомнить, что на магнитный диполь, помещенный в магнитное поле, действует вращающий момент (§ 5.10).

Ротор синхронной машины можно рассматривать как гигантский магнитный диполь. Если между его магнитным моментом и вектором индукции поля имеется угол θ, то на ротор действует вращающий момент $M = p_m B \sin\theta$ (5.17). Вращающееся магнитное поле увлекает ротор, который вращается синхронно с магнитным полем. Однако для этого необходимо предварительно раскрутить ротор до скорости вращения поля (условие синхронизма).

2. Если поместить во вращающееся магнитное поле короткозамкнутую медную или алюминиевую рамку, то она придет во вращение по направлению вращения поля. Явление это объясняется следующим образом. Пусть угловая скорость вращения рамки ω_p несколько меньше скорости вращения поля ω (асинхронное вращение). В этом случае имеется скольжение рамки относительно поля; величина скольжения $s = (\omega - \omega_p)/\omega$. Относительно магнитного поля рамка вращается с угловой скоростью, пропорциональной скольжению:

$$\omega_{\text{отн}} = \omega - \omega_p = s\omega. \qquad (18.36)$$

Поэтому в ней возникает индукционный ток, пропорциональный относительной скорости вращения рамки, т. е. скольжению. По закону Ленца (§ 7.8) индуцированный ток взаимодействует с полем так, что рамка отталкивается от поля. А так как магнитное поле вращается, то это приводит к вращению рамки.

Вращающий момент, действующий на рамку, пропорционален индуцированному току и, тем самым, скольжению. Этот вращающий момент уравновешивается внешней нагрузкой. Таким образом, в установке данного типа рамка всегда вращается несколько медленнее вращения поля. Такое вращение называется *асинхронным*, т. е. неодновременным, несогласованным.

3. Статор асинхронного двигателя ничем не отличается от статора синхронного генератора или двигателя. Тело ротора собирается из стальных пластин с выштампованными пазами. Обмоткой ротора служат медные или алюминиевые стержни, заложенные в пазы и запаянные с обоих торцов в кольца. Обмотка, взятая отдельно, имеет форму беличьего колеса. Общий вид асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором показан на рис. 18.10 (в разобранном виде).

Важнейшим достоинством данного двигателя является простота его устройства и большая надежность, вызванная отсутствием скользящих контактов. Двигатель имеет достаточный пусковой момент, легко реверсируется (т. е. меняется направление вращения ротора). В силу этого асинхронные двигатели являются самыми распространенными в технике электрическими машинами.

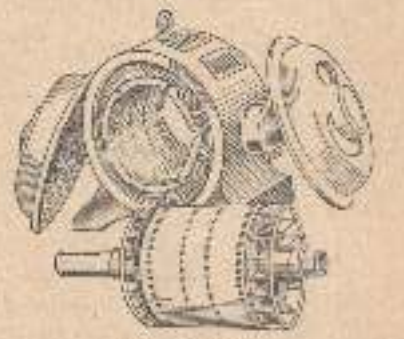


Рис. 18.10.

Вместе с тем следует отметить, что асинхронные двигатели даже в номинальном режиме имеют низкий коэффициент мощности: $\cos\varphi \approx 0{,}86$. Особенно снижается $\cos\varphi$ при недогрузках и холостом ходе асинхронных двигателей. Для повышения коэффициента мощности следует правильно выбирать мощность двигателей, не допускать длительного холостого хода и недогрузок. Нередко для компенсации сдвига фаз в линиях электропередачи используются батареи конденсаторов или синхронные двигатели с высоким $\cos\varphi$.

ГЛАВА 19

УПРУГИЕ ВОЛНЫ

§ 19.1. Поперечные и продольные волны

1. Колебания, возникшие в некоторой точке упругой среды, передаются соседним точкам, которые также начинают колебаться. Оказывается, что процесс передачи колебаний из одной точки в другую характерен не только для упругих сред, но и для электромагнитного поля (гл. 23).



Рис. 19.1.

Волной называются распространяющиеся в пространстве колебания вещества или поля. Колебания вещества порождают *упругую волну*, а колебания электромагнитного поля — *электромагнитную волну*.

2. В длинную трубку, заполненную газом или жидкостью, поместим поршень, совершающий гармонические колебания (рис. 19.1). Колебания поршня за счет

действию сил упругости передаются газу, вследствие чего вдоль трубы побежит упругая волна. Она представляет собой систему областей сжатия и разрежения среды, периодически меняющих свое состояние: если в некоторый момент в каком-либо месте среды наблюдалось сжатие, а в соседнем — разрежение, то через половину периода в первой области возникнет разрежение, а во второй — сжатие и т. д.

Заметим, что в данном случае колебания частиц упругой среды происходят в том же направлении, в котором происходит передача колебания от слоя к слою, т. е. вдоль направления распространения волны. Если колебания частиц происходят вдоль направления распространения волны, то она называется *продольной*.

На поверхности жидкости возникают волны, вызванные не упругостью среды, а либо силами поверхностного натяжения, либо силами тяжести (капиллярные и гравитационные волны). Особенностью данных волн является то, что

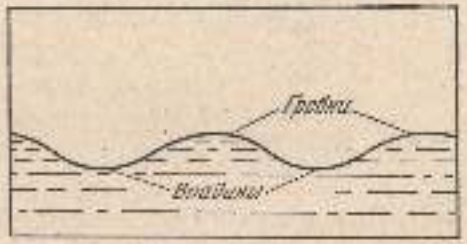


Рис. 19.2.

частицы жидкости колеблются в вертикальном направлении, а волна распространяется в горизонтальной плоскости. Вид волн на поверхности жидкости показан на рис. 19.2. Если колебания частиц среды происходят перпендикулярно направлению распространения волны, то такая волна называется *поперечной*.

В твердых телах возможны как продольные, так и поперечные волны. Продольная волна возникает в результате деформации сжатия или разрежения — так же, как в газах и жидкостях. Поперечная волна возникает в результате деформации сдвига. Газы и жидкости не обладают упругостью сдвига, в них поперечные волны невозможны.

3. *Волновой поверхностью* (иначе — *фронтом волны*) называется геометрическое место точек, колеблющихся все время одинаково, т. е. в одной и той же фазе. Если волновыми поверхностями являются плоскости, перпендикулярные направлению распространения волны, то такие волны называются *плоскими*.

Примером *сферических* волн могут служить волны, возникающие в воздухе вокруг маленького изотропного источника звука, например, вокруг маленького колокольчика.

4. *Лучом* называется линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением распространения волны, иными словами — с направлением переноса энергии. В однородной среде луч — прямая, перпендикулярная фронту волны.

§ 19.2. Скорость упругих волн

1. Упругие волны с большой амплитудой называются ударными волнами, волны с малыми амплитудами (иначе — волны малых возмущений) называются *звуковыми*. В § 30.5 первого тома для скорости звуковых волн в газах было получено выражение (т. 1, формулы (30.13) и (30.17)):

$$a=\sqrt{\Delta p/\Delta\rho}=\sqrt{\gamma RT}. \tag{19.1}$$

Для воздуха ($\gamma=1{,}4$, $R=286$ *дж/кг·град*) получим

$$a=20\sqrt{T}. \tag{19.2}$$

При $T=273$ К получим $a=330$ *м/сек*, при $T=293$ К $a=343$ *м/сек*, что находится в хорошем соответствии с экспериментом.

2. Скорость звуковых волн в твердых телах и жидкостях зависит от их сжимаемости (упругости) и плотности. Для доказательства воспользуемся данными § 31.1 первого тома. Из формул (31.3) и (31.4) получим выражение для скорости распространения упругой *продольной* волны (*P*-волны):

$$a_P=\sqrt{\Delta p/\Delta\rho}=\sqrt{1/\beta\rho}=\sqrt{K/\rho}. \tag{19.3}$$

Пользуясь значениями табл. 31.1, т. 1, получим: для воды $a=1430$ *м/сек*, для меди $a=3910$ *м/сек*, для алюминия $a=4880$ *м/сек* и т. п.

3. Для вычисления скорости *поперечной* волны (*S* волны) в твердых телах следует в формуле (19.3) заменить модуль объемной упругости K на модуль сдвига G:

$$a_S=\sqrt{G/\rho}. \tag{19.4}$$

Модуль сдвига примерно в 2—4 раза меньше модуля объемной упругости, следовательно, скорость поперечных волн примерно в 1,5 раза меньше скорости продольных волн. Опыт подтверждает этот результат. Так, в граните скорость продольной волны $a_p = 5400$ м/сек, поперечной $a_s = 3300$ м/сек; для базальта $a_p = 6300$ м/сек, $a_s = 3700$ м/сек.

На этой разнице скоростей основан сейсмические методы разведки полезных ископаемых. В скважине, вырытой под почвой, подрывается заряд взрывчатки; момент начала взрыва регистрирует датчик. Волны, отраженные от разных участков почвы, регистрируются набором сейсмографов, колебания от которых передаются на сейсмическую станцию. Здесь они усиливаются и вместе с метками времени записываются на ленту. Анализ сейсмограмм позволяет судить о распределении горных пород. Сейсмические методы широко применяются при поисках нефти, газа, руд и т. п.

4. Если продольная волна распространяется в стержне, а не в бесконечно протяженной среде, то нужно в выражении (19.3) заменить модуль объемной упругости K модулем Юнга E:

$$a_p = \sqrt{E/\rho}. \tag{19.6}$$

Для стали, например, $E = 21{,}0 \cdot 10^{10}$ н/м², $\rho = 7800$ кг/м³, следовательно, $a_p = 5100$ м/сек.

§ 19.3. Энергия и интенсивность волны

1. Выделим мысленно некоторую область упругой среды объемом V, в которой распространяется волна с амплитудой A и частотой ω. Средняя энергия в этом объеме $\overline{W} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$ (13.17). Разделив на объем, получим выражение для средней плотности энергии волны:

$$\overline{w} = \frac{\overline{W}}{V} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2, \tag{19.6}$$

где ρ — плотность вещества.

2. Интенсивностью волны называется величина, равная энергии, которую в среднем переносит волна через единицу площади в единицу времени:

$$I = \frac{\Delta W}{S\,\Delta t} = \frac{P}{S}, \tag{19.7}$$

где P — мощность волны. Пусть $\Delta t \gg T$, где T — период колебания. За время Δt через поверхность пройдет энергия,

заключавшаяся в объеме $\Delta V = Su\,\Delta t$, где u — скорость волны; энергия $\Delta W = \overline{w}\Delta V = \overline{w}Su\,\Delta t$. Подставив в (19.7), получим после сокращений:

$$I = \overline{w}u = \frac{1}{2}\rho u\omega^2 A^2. \tag{19.8}$$

3. Величина, равная произведению плотности среды на скорость звука в этой среде:

$$z = \rho u, \tag{19.9}$$

называется *акустическим* или *волновым сопротивлением*. Оно характеризует волновые свойства среды (см. § 20.6).

§ 19.4. Затухание волн

1. Упругие волны всегда поглощаются веществом, при этом степень поглощения зависит от множества факторов. Приведем закон поглощения плоских волн (параллельных лучей). Для света этот закон обнаружил и обосновал в 1729 г. П. Бугёр.

Пусть плоская волна проходит слой вещества толщиной x. Интенсивность волны меняется от величины I_0 до $I < I_0$. Прозрачностью D данного слоя вещества для волны назовем отношение интенсивности прошедшей волны к начальной интенсивности:

$$D = I/I_0. \tag{19.10}$$

Примем, что степень прозрачности данного слоя вещества зависит только от его толщины, но не зависит от интенсивности волны:

$$D = f(x). \tag{19.11}$$

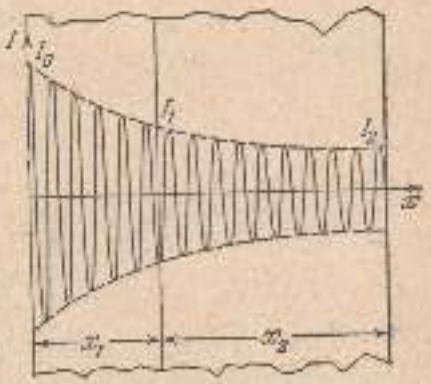


Рис. 19.3.

Пусть волна проходит через две пластинки с толщинами x_1 и x_2, расположенными столь плотно, что отражением на границе между ними можно пренебречь (рис. 19.3). Выйдя из первой пластинки, волна будет иметь интенсивность $I_1 = I_0 f(x_1)$; после выхода из второй пластинки —

интенсивность

$$I_0 = I_1 f(x_2) = I_0 f(x_1) f(x_2). \qquad (19.12)$$

По данную систему пластин можно рассматривать как одну пластину с толщиной $x = x_1 + x_2$. Следовательно,

$$I_0 = I_0 f(x_1 + x_2). \qquad (19.13)$$

Сопоставив оба равенства, получим функциональное уравнение:

$$f(x_1) f(x_2) = f(x_1 + x_2). \qquad (19.14)$$

Как уже говорилось в т. 1 (§ 26.11), данному условию удовлетворяет показательная функция $f(x) = a^{\alpha x}$. Выберем в качестве основания число $a = 2$. Учитывая, что $f(x)$ — убывающая функция, видим, что коэффициент α в показателе должен быть отрицательным числом: $\alpha = -1/L$. Тогда искомая функция примет вид

$$f(x) = 2^{-x/L}. \qquad (19.15)$$

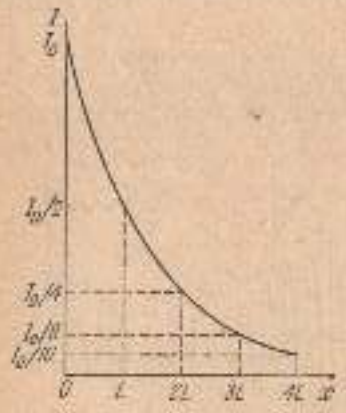


Рис. 19.4.

2. Закон затухания плоских волн (закон Бугёра) запишется так:

$$I = I_0 \cdot 2^{-x/L}. \qquad (19.16)$$

Иная запись этого же закона:

$$I = I_0 e^{-\mu x}. \qquad (19.17)$$

Величина L называется *слоем полупоглощения*. В самом деле, если волна пройдет слой толщиной $x = L$, то $I = I_0 \cdot 2^{-1} = \frac{1}{2} I_0$, т. е. интенсивность волны уменьшится вдвое. Линейный коэффициент поглощения $\mu = 0{,}69/L$. График закона поглощения изображен на рис. 19.4.

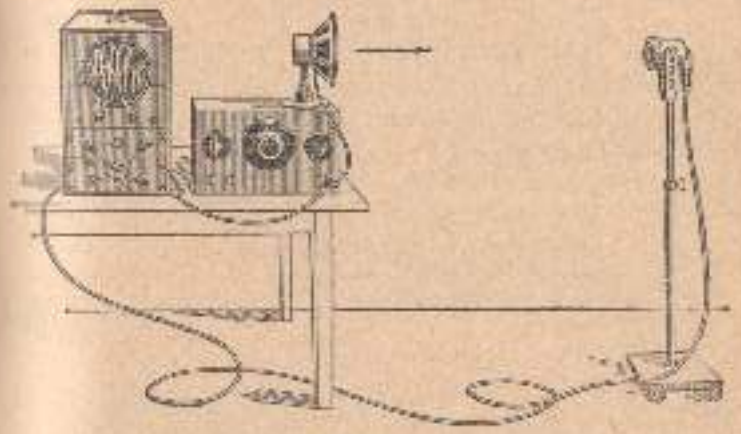
Заметим, что предположение о независимости прозрачности слоя вещества от интенсивности волны играет важную роль в выводе закона поглощения. В случае, если прозрачность зависит от интенсивности, закон поглощения уже не будет выражаться формулой (19.16). Именно так обстоит дело с ударными волнами.

ГЛАВА 20

УРАВНЕНИЕ ВОЛНЫ

§ 20.1. Длина волны

1. Соберем установку, изображенную на рис. 20.1. Синусоидальное напряжение от звукового генератора подается на динамик и одновременно — на один вход двухлучевого осциллографа, на экране которого видна осциллограмма этого колебания. Колебания диффузора возбуждают упругую волну в воздухе. Возникающая плоская


Рис. 20.1.

звуковая волна доходит до микрофона и вызывает колебания его мембраны. Звуковые колебания превращаются в электрические и подаются на второй вход осциллографа. На экране возникает вторая осциллограмма, соответствующая колебаниям фронта волны вблизи микрофона. Перемещая микрофон, можно исследовать характер колебаний в каждом фронте волны.

Опыт показывает, что частоты обоих колебаний совпадают, что видно по осциллограмме, но фаза колебаний фронта волны отличается от фазы колебаний диффузора. Пусть температура воздуха $t \approx 17°$ C, скорость звука $v \approx 340$ *м/сек*, а генератор работает на частоте $\nu = 500$ *гц*. Тогда оказывается, что если расстояние между диффузором и микрофоном $x_1 = 17$ *см*, то разность фаз между колеба-

шими диффузора и волны у микрофона $\Delta\varphi_1=\pi/2$; при $x_2=34$ см получим разность фаз $\Delta\varphi_2=\pi$, т. е. фаза изменится на противоположную. Наконец, при $x_3=68$ см разность фаз $\Delta\varphi_3=2\pi$, т. е. колебания фронта волны и диффузора происходят все время одинаково. При дальнейшем перемещении микрофона явления повторяются; например, при $x_4=136$ см сдвиг фаз $\Delta\varphi_4=4\pi$, т. е. опять колебания источника и фронта волны происходят одинаково, и т. д.

2. Данное явление объясняется конечной скоростью распространения волны. В самом деле, если фронт волны отстоит от диффузора на расстояние x, то колебания в этой области возникнут с запозданием

$$\Delta t = x/u, \tag{20.1}$$

где u — скорость распространения синусоидальной волны. Это запаздывание сохранится все время в виде отставания по фазе $\Delta\varphi$. Его можно найти, учитывая, что за период T фаза меняется на 2π:

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{2\pi}{T}.$$

Подставив значение Δt из (20.1), получим

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi x}{uT}=\frac{2\pi x}{\lambda}. \tag{20.2}$$

3. Величина

$$\lambda = uT = \frac{u}{\nu}=\frac{2\pi u}{\omega} \tag{20.3}$$

называется *длиной волны*. Если в (20.2) положить $x=\lambda$, получим $\Delta\varphi=2\pi$. Следовательно, если расстояние между двумя колеблющимися точками (или двумя фронтами волны) равно длине волны, то эти точки колеблются одинаково.

Итак, *длиной волны называется расстояние между двумя ближайшими точками, колеблющимися все время одинаково* (т. е. со сдвигом фаз $\Delta\varphi=2\pi$). Короче: *длина волны — это пространственный период*, аналогично временно́му периоду T.

§ 20.2. Уравнение плоской волны

1. Пусть колебания диффузора описываются уравнением

$$s_0 = A\cos(\omega t+\varphi). \tag{20.4}$$

Тогда колебание фронта волны, отстоящего от диффузора на расстояние x, выразится так:

$$s = A\cos[\omega(t-\Delta t)+\varphi].$$

Затуханием волны мы здесь пренебрегли. Подставив значение Δt из (20.1), получим

$$s = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]. \tag{20.5}$$

Это и есть уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси абсцисс.

2. Величина

$$k=\omega/u \tag{20.6}$$

называется *волновым числом*. Сравнив с (20.3), получим

$$k=2\pi/\lambda. \tag{20.7}$$

Итак, волновое число показывает, сколько длин волн укладывается на расстоянии, равном 2π метров. Это аналогично круговой частоте ω, которая показывает, сколько периодов укладывается в промежутке времени, равном 2π секунд (§ 13.2).

3. Раскрыв скобки в (20.5) и учитывая (20.6), получим уравнение плоской синусоидальной волны в более симметричной форме:

$$s = A\cos(\omega t-kx+\varphi). \tag{20.8}$$

Из данного уравнения вытекает:

а) Закон смещения для некоторой точки ($x=x_0=\text{const}$) в разные моменты времени; получим гармоническое колебание $s=A\cos(\omega t+\alpha)$, где $\alpha=\varphi-kx_0$.

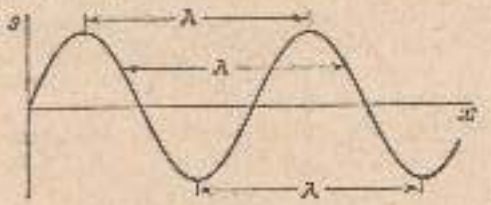


Рис. 20.2.

б) Характер распределения смещений всех точек в некоторый момент времени ($t=t_0=\text{const}$); получим выражение $s=A\cos(kx-\beta)$, где $\beta=(\omega t_0-\varphi)$. График этой функции изображен на рис. 20.2.

§ 20.3. Уравнение сферической волны

1. Пусть в воздухе распространяется сферическая волна, возбуждаемая маленьким источником (желательно — сферической формы). Перемещая микрофон из одной точки в другую, получим такой же характер изменения фазы, что и в плоской волне. Однако если в опыте с плоской волной амплитуда практически не менялась, то здесь амплитуда убывает обратно пропорционально расстоянию от источника звука до микрофона, хотя поглощением в воздухе здесь можно пренебречь.

Примем, что радиус источника r_0, расстояние от центра источника до микрофона $r \gg r_0$, амплитуда колебаний волны у поверхности источника A_0, а амплитуда волны у микрофона A. Тогда

$$A = A_0 r_0 / r. \qquad (20.9)$$

Уравнение сферической волны имеет вид

$$s = A\cos(\omega t - kr + \varphi) = \frac{A_0 r_0}{r}\cos(\omega t - kr + \varphi). \quad (20.10)$$

2. Полученный результат соответствует закону сохранения энергии. Для доказательства подсчитаем полную энергию, которую волна переносит за секунду через сферическую поверхность радиусом r. Согласно (19.9) и (19.10) имеем

$$P = \frac{W}{t} = IS = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \cdot 4\pi r^2.$$

Подставив значение амплитуды из (20.9), получим

$$P = 2\pi\rho\omega^2 A_0^2 r_0^2 = \text{const}. \qquad (20.11)$$

Оказывается, что энергия, переносимая через произвольную сферическую поверхность, не зависит от радиуса этой поверхности, т. е. является постоянной величиной. Это и свидетельствует о сохранении энергии в процессе ее передачи с помощью волны.

3. Выражение для интенсивности сферической волны получим, подставив (20.9) в (19.10):

$$I = \frac{1}{2}\rho\omega^2 \frac{A_0^2 r_0^2}{r^2} = \frac{I_0 r_0^2}{r^2}. \qquad (20.12)$$

Здесь $I_0 = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A_0^2$ — интенсивность волны на поверхности сферического источника. Мы видим, что интенсивность сферической волны убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника.

§ 20.4. Эффект Доплера в акустике

1. До сих пор мы считали, что частота колебаний источника ω_0, частота волны ω и частота колебаний ω', регистрируемая приемником (например, микрофоном), равны между собой: $\omega = \omega' = \omega_0$. Поэтому мы эти частоты не различали и обозначали их просто ω. Оказывается, что это справедливо лишь в том случае, когда источник и приемник неподвижны относительно среды, в которой распространяется волна. Если же источник или приемник движутся относительно среды, то $\omega \neq \omega_0$ или $\omega' \neq \omega_0$. Это явление обнаружил Христиан Доплер в 1842 г.

2. Предположим, что источник волны движется относительно среды, а приемник покоится. Скорость источника относительно среды обозначим v; по смыслу она должна быть меньше скорости распространения волны ($v < u$), ибо в противном случае явление осложнится из-за ударных волн (т. 1, §§ 30.7—30.8). Движение источника приведет к изменению длины волны: в направлении движения она сократится и станет равна $\lambda = (u - v)T$; в противоположном направлении — удлинится по сравнению с длиной волны, которую излучает неподвижный источник, и будет равна $\lambda = (u + v)T$ (т. 1, § 30.7, рис. 30.5). Скорость распространения волны определяется лишь упругими свойствами среды (§ 19.4), и движение источника на нее не влияет.

Соотношение между длиной волны в направлении движения источника λ и длиной волны λ_0, которую излучает неподвижный источник, выразится так:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{u - v}{u}. \qquad (20.13)$$

Для длины волны в направлении, противоположном направлению движения источника,

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{u + v}{u}. \qquad (20.14)$$

Согласно (20.3) имеем $\lambda = 2\pi u/\omega$ и $\lambda_0 = 2\pi u/\omega_0$. Подставив в (20.13) и (20.14), получим выражение для круговой частоты, которую приемник, неподвижный относительно среды, регистрирует в случае движения источника:

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \frac{\omega_0}{1 - v/u} \quad \text{(источник приближается)}, \\ \omega &= \frac{\omega_0}{1 + v/u} \quad \text{(источник удаляется)}. \end{aligned}\right\} \qquad (20.15)$$

3. Если источник покоится относительно среды, а приемник движется относительно нее со скоростью v, то также будет наблюдаться изменение частоты, но по другой причине. Здесь длина волны не меняется, ибо источник неподвижен: $\lambda = \lambda_0$. Однако скорость волны относительно движущегося приемника ω равна алгебраической сумме скорости волны u и скорости приемника относительно среды v:

$$\left.\begin{aligned} \omega &= u + v \quad \text{(приемник приближается)},\\ \omega &= u - v \quad \text{(приемник удаляется)}. \end{aligned}\right\} \qquad (20.16)$$

Согласно (20.3) имеем для круговой частоты, регистрируемой приемником:

$$\omega' = 2\pi\omega/\lambda. \qquad (20.17)$$

Сопоставляя с (20.16) и учитывая, что $\omega_0 = 2\pi u/\lambda$ (так как $\lambda = \lambda_0$), получим

$$\left.\begin{aligned} \omega' &= \omega_0(1 + v/u) \quad \text{(приемник приближается)},\\ \omega' &= \omega_0(1 - v/u) \quad \text{(приемник удаляется)}. \end{aligned}\right\} \qquad (20.18)$$

4. Мы видим, что движение как источника, так и приемника приводит к изменению частоты, но механизм и результат несколько различны. Особенно это заметно, если скорость источника или приемника близка к скорости волны.

Пусть, например, $v = 0{,}9u$. Тогда в случае, если источник приближается к неподвижному приемнику, мы из (20.15) получим $\omega = 10\omega_0$; если же приемник приближается к неподвижному источнику, то из (20.18) следует $\omega' = 1{,}9\omega_0 \approx 2\omega_0$, т. е. в пять раз меньше.

На первый взгляд может показаться, что это противоречит принципу относительности: дескать, какая разница, что движется — источник или приемник? На самом деле здесь важно не относительное движение приемника и источника, а их движения относительно упругой среды, в которой возникает волна и с которой связана система отсчета. Ниже, рассматривая эффект Доплера для электромагнитных волн (§ 23.8), мы убедимся, что здесь явления при движении источника или приемника волн протекают совершенно одинаково (см. также т. 1, § 14.1).

§ 20.5. Отражение и преломление волн

1. Опыт показывает, что на границе раздела двух сред волна разделяется на две — отраженную и преломленную. Выясним направления отраженной и преломленной волны в случае косого падения на границу раздела.

На рис. 20.3 показаны две среды, где скорость волны равна u_1 и u_2 соответственно. Здесь угол падения α_1, угол отражения $\alpha_{отр}$ и угол преломления α_2 — это углы, образованные соответствующими лучами (§ 19.1) с нормалью к границе раздела.

2. Напишем уравнения для всех трех волн:

$$\left.\begin{aligned} s_1 &= A_1 \cos(\omega t - k_1 r_1),\\ s_2 &= A_2 \cos(\omega t - k_2 r_2),\\ s_{отр} &= A_{отр} \cos(\omega t - k' r' + \varphi) = \pm A_{отр} \cos(\omega t - k' r'). \end{aligned}\right\} \qquad (20.19)$$

Появление в отраженной волне сдвига фаз φ вызвано тем, что при отражении фаза волны может измениться. Так как здесь возможны два случая, $\varphi = 0$ или $\varphi = \pi$, то мы это учли, введя при амплитуде отраженной волны два знака (см. § 20.6). Как видно из рис. 20.3, для произвольной точки M падающего луча справедливо соотношение: $MN = MK + KN$. Но $MN = r_1$, $MK = y\cos\alpha_1$ и $KN = x\sin\alpha_1$, следовательно, $r_1 = x\sin\alpha_1 + y\cos\alpha_1$. Это же условие годится и для отраженного и преломленного лучей. Итак:

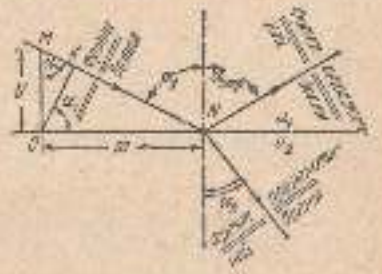


Рис. 20.3

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= x\sin\alpha_1 + y\cos\alpha_1,\\ r_2 &= x\sin\alpha_2 + y\cos\alpha_2,\\ r_{отр} &= x\sin\alpha_{отр} + y\cos\alpha_{отр}. \end{aligned}\right\} \qquad (20.20)$$

3. На границе раздела, где волна разделяется на отраженную и преломленную, должно выполняться условие равенства смещений в любой точке этой границы, которое иначе называется *условием неразрывности*:

$$s_2 + s_{отр} = s_1, \qquad (20.21)$$

т. е. смещение точки в преломленной волне (s_2) есть алгебраическая сумма смещений, вызванных падающей (s_1) и отраженной ($s_{отр}$) волнами. Если точка находится на границе раздела обеих сред, то ее ордината $y = 0$, и выражения для радиусов-векторов примут вид

$$r_1 = x\sin\alpha_1, \quad r_2 = x\sin\alpha_2, \quad r_{отр} = x\sin\alpha_{отр}, \qquad (20.22)$$

Подставив значения смещений в (20.21) и учитывая (20.22), получим

$$A_1 \cos(\omega t - k_1 x \sin\alpha_1) \pm A_{отр} \cos(\omega t - k_{отр} x \sin\alpha_{отр}) = A_2 \cos(\omega t - k_2 x \sin\alpha_2). \quad (20.23)$$

Полученное соотношение должно выполняться в любой момент времени t и для любой точки границы, т. е. для любой абсциссы x. А это возможно лишь в том случае, если аргументы косинусов во всех трех членах равенства совпадают:

$$\omega t - k_1 x \sin\alpha_1 = \omega t - k_{отр} x \sin\alpha_{отр} = \omega t - k_2 x \sin\alpha_2$$

или после сокращений

$$k_1 \sin\alpha_1 = k_{отр} \sin\alpha_{отр}, \quad k_1 \sin\alpha_1 = k_2 \sin\alpha_2. \quad (20.24)$$

4. Поскольку падающий и отраженный лучи находятся в одной среде, то у них волновые числа совпадают: $k_{отр} = -k_1 = \omega/u_1$ (20.6). Тогда из первого равенства (20.24) следует, что $\sin\alpha_{отр} = \sin\alpha_1$. А так как оба угла острые, то равенство синусов возможно лишь в случае равенства углов:

$$\alpha_{отр} = \alpha_1. \quad (20.25)$$

Мы получили *закон отражения волн*: отраженный и падающий лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела двух сред; угол отражения $\alpha_{отр}$ равен углу падения α_1.

5. Преобразуем второе равенство (20.24), выразив согласно (20.6) волновые числа через частоту и скорость волны. Заметим, что при переходе из одной среды в другую частота колебаний не меняется, так как частота вынужденных колебаний равна частоте вынуждающей силы (§ 17.1). Подставив $k_1 = \omega/u_1$ и $k_2 = \omega/u_2$ в (20.24), получим после сокращений:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{u_1}{u_2}. \quad (20.26)$$

Это и есть *закон преломления волн*: преломленный и падающий лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела двух сред; синусы углов падения и преломления пропорциональны скоростям распространения волны в этих средах.

§ 20.6. Коэффициенты отражения и прозрачности

1. Пусть волна падает перпендикулярно границе раздела. Тогда $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$. Уравнение (20.23) примет вид

$$A_1 \pm A_{отр} = A_2. \quad (20.27)$$

Здесь знак плюс соответствует отражению без изменения фазы ($\varphi = 0$), знак минус — изменению фазы на противоположную ($\varphi = \pi$). Выберем для определенности знак плюс.

2. Из закона сохранения энергии следует, что интенсивность проходящей волны равна разности интенсивностей падающей и отраженной волн:

$$I_1 - I_{отр} = I_2. \quad (20.28)$$

Подставив значения интенсивностей из (19.8), имеем после сокращений:

$$A_1 - A_{отр} = A_2, \quad \rho_1 u_1 (A_1^2 - A_{отр}^2) = \rho_2 u_2 A_2^2. \quad (20.29)$$

Решая систему уравнений, получим

$$A_{отр} = A_1 \frac{\rho_1 u_1 - \rho_2 u_2}{\rho_2 u_2 + \rho_2 u_2}, \quad A_2 = A_1 \frac{2\rho_1 u_1}{\rho_2 u_2 + \rho_2 u_2}. \quad (20.30)$$

Итак, если $\rho_1 u_1 > \rho_2 u_2$, т. е. волна отражается от среды с меньшим акустическим сопротивлением, то амплитуда отраженной волны имеет положительный знак, что соответствует смыслу этого понятия: фаза при отражении не изменилась. При $\rho_1 u_1 < \rho_2 u_2$ амплитуда отраженной волны отрицательна — это значит, что при отражении фаза волны изменилась на противоположную.

3. Интенсивность отраженной волны получим, возведя (20.30) в квадрат:

$$I_{отр} = I_1 R, \quad (20.31)$$

где коэффициент отражения

$$R = \left(\frac{\rho_1 u_1 - \rho_2 u_2}{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2} \right)^2. \quad (20.32)$$

Если волновые сопротивления двух сред мало отличаются, то $R \approx 0$, и волна практически целиком переходит из одной среды в другую. Наоборот, при сильной разнице в значениях волновых сопротивлений коэффициент отражения стремится к единице ($R \approx 1$), волна практически

полностью отражается назад и во вторую среду не переходит. Коэффициент прозрачности $T = \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_1 - I_{отр}}{I_1} = 1 - R$. Учитывая (20.32), получим

$$T = \frac{4\rho_1 v_1 \rho_2 v_2}{(\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2)^2}. \qquad (20.33)$$

ГЛАВА 21

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ

§ 21.1. Принцип суперпозиции

1. Если двумя стерженьками одновременно коснуться поверхности воды, то от каждого из них побежит круговая волна, которая «проходит» сквозь другую так, как будто бы ее и не было. Аналогично распространяются звуковые волны, радиоволны, световые волны. В самом деле, если одновременно звучат два музыкальных инструмента (или другие источники звука), то каждая из волн распространяется независимо от другой волны, и каждую из них мы воспринимаем независимо от другой; точно так же независимо друг от друга распространяются радиоволны от двух или нескольких радиостанций, световые волны от нескольких источников света и т. п.

Итак, опыт показывает, что волны не взаимодействуют друг с другом и распространяются независимо друг от друга.

2. Поскольку волны не взаимодействуют, то каждая область пространства, куда приходит две или несколько волн, будет принимать участие в колебаниях, вызванных каждой волной в отдельности. Для того чтобы найти результирующее смещение в данной точке пространства, нужно найти смещение, вызванное каждой волной, а затем сложить их либо векторно, если они происходят в разных направлениях, либо скалярно (алгебраически), если они происходят вдоль одной прямой.

Сформулированное правило нахождения результирующего смещения называется *принципом суперпозиции (наложения) волн*.

3. Принцип суперпозиции применим лишь к волнам с малой интенсивностью. Упругие волны с такой интенсивностью — это звуковые волны; к электромагнитным волнам

такого типа относятся радиоволны, а также световые волны от обычных источников света.

К ударным волнам принцип суперпозиции неприменим. В самом деле, при прохождении ударной волны скачком меняются параметры упругой среды — ее плотность, давление, температура; это приводит к изменению скорости распространения других волн и их интенсивностей, что и означает нарушение принципа суперпозиции.

Аналогичный результат наблюдается и в оптике, где принцип суперпозиции применим лишь к световым волнам с небольшой интенсивностью. Что принцип суперпозиции может нарушаться для световых волн большой интенсивности, акад. С. И. Вавилов писал около 30 лет назад. Но в то время явление это не удалось обнаружить из-за отсутствия мощных источников света. В настоящее время с помощью оптических квантовых генераторов — лазеров (§ 43.4) удается получить световые пучки с такими значительными мощностями, что для них принцип суперпозиции нарушается. Раздел оптики, исследующий эти эффекты, называется *нелинейной оптикой*. Хотя эти явления стали изучать сравнительно недавно, здесь уже получены очень интересные и важные результаты.

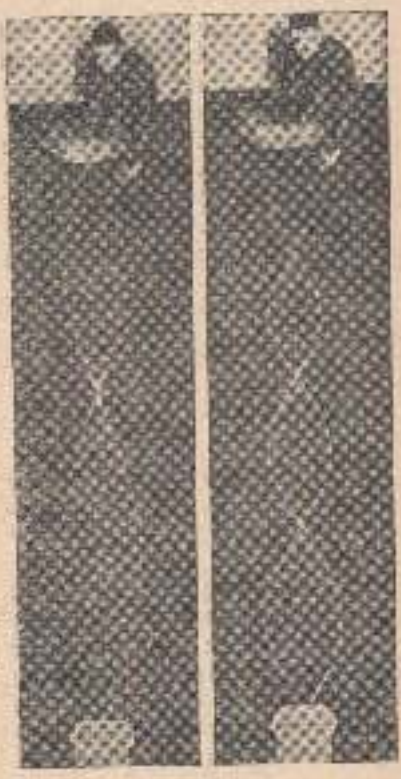


Рис. 21.1.

§ 21.2. Стоячие волны

1. Привяжем резиновый шнур к опоре и станем раскачивать свободный конец (рис. 21.1). При некоторой определенной частоте колебаний шнур будет иметь такую форму, как на фотографии слева; при вдвое большей частоте — как на фотографии справа.

Волны, изображенные на рис. 21.1, называются *стоячими*. В отличие от бегущей волны, все точки которой совершают колебания с одинаковой амплитудой, но с запаздыванием по фазе (§§ 20.1 и 20.2), все точки стоячей волны колеблются одновременно, но с разными амплитудами. Области, находящиеся в покое (нулевая амплитуда), называются *узлами* стоячей волны; области, колеблющиеся с максимальной амплитудой,— *пучностями*.

2. Стоячая волна возникает в результате сложения двух волн, движущихся в противоположных направлениях. Одна из них — это волна, возбуждаемая источником и распространяющаяся вдоль оси абсцисс; ее уравнение $s_1 = A\cos(\omega t - kx)$. Вторая волна возникает вследствие отражения первой волны от преграды. Так как она распространяется в направлении отрицательных значений оси абсцисс, то следует в (20.8) изменить знак при координате. Кроме того, следует учесть, что при отражении фаза волны может измениться. Следовательно, уравнение отраженной волны имеет вид: $s_2 = A\cos(\omega t + kx + \varphi)$.

Уравнение стоячей волны запишется так:

$$s = s_1 + s_2 = A\cos(\omega t - kx) + A\cos(\omega t + kx + \varphi).$$

После элементарных преобразований получим

$$s = 2A\cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\omega t - \frac{\varphi}{2}\right) = B\cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right), \quad (21.1)$$

где амплитуда стоячей волны

$$B = 2A\cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right). \quad (21.2)$$

3. Как видно, амплитуда стоячей волны является функцией координаты. Для определенности рассмотрим случай, когда волна отражается от среды с бо́льшим волновым сопротивлением (как иногда не совсем верно говорят — «от более плотной среды»). В этом случае фаза при отражении меняется на противоположную: $\Delta\varphi = -\pi$ (§ 19.6). Это называется отражением «с потерей полуволны», так как на расстоянии $\Delta x = \lambda/2$ изменение фазы $\Delta\varphi = \pm\pi$. Подставив $\varphi = -\pi$ в (21.1) и (21.2), получим

$$s = B\sin\omega t, \quad (21.3)$$

где

$$B = 2A\sin kx. \quad (21.4)$$

Полагая в (21.4) $B = 0$, найдем координаты узлов. Из условия $\sin kx = 0$ следует $kx = n\pi$, где целое число $n = 0, 1, 2, \ldots$ Учитывая, что $k = 2\pi/\lambda$ (20.7), имеем для координат узлов:

$$x_{\text{узл}} = n\frac{\lambda}{2} = 2n\frac{\lambda}{4}. \quad (21.5)$$

Координаты пучностей найдем из условия $B = \pm 2A$; отрицательный знак при амплитуде означает, что при переходе через узел фаза стоячей волны меняется на противоположную. Итак, для пучностей $\sin kx = \pm 1$, следовательно, $kx = (2n+1)\pi/2$. Выразив вновь волновое число через длину волны, получим

$$x_{\text{пуч}} = (2n+1)\frac{\lambda}{4}. \quad (21.6)$$

Рекомендуем читателю показать, что при отражении без «потери полуволны» узлы и пучности поменяются местами по сравнению с разобранным выше случаем.

4. Итак, расстояние между двумя соседними узлами или соседними пучностями равно половине длины волны, а расстояние между соседним узлом и пучностью — четверти длины волны.

§ 21.3. Собственные частоты

1. В начале предыдущего параграфа мы говорили о том, что стоячая волна на шнуре или в трубе заданной длины образуется не при любой частоте, а лишь при некоторых

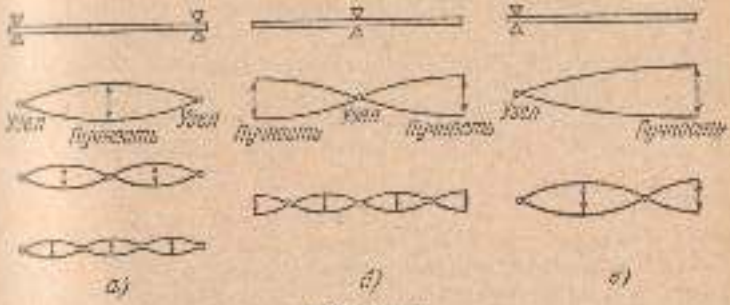


Рис. 21.2.

определенных частотах. Попытаемся эти частоты вычислить.

Представим себе стержень, закрепленный на концах (рис. 21.2, *а*). Это может быть, например, струна, или столб

воздуха в трубе, закрытой с двух концов, или балка на двух опорах и т. п. Пусть длина стержня равна l, а скорость волны в нем v. При возбуждении колебаний в стержне установится стоячая волна, причем на концах обязательно получатся узлы, а между ними — одна либо несколько пучностей. Но расстояние между двумя узлами равно половине длины волны, следовательно, на длине стержня уложится целое число полуволн:

$$l = m\frac{\lambda}{2} \qquad (\text{где } m = 1, 2, 3, \ldots). \qquad (21.7)$$

Выразив длину волны через частоту колебаний и скорость распространения волны (20.3), получим значения собственных частот:

$$\omega = m\frac{\pi v}{l}, \qquad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = m\frac{v}{2l}. \qquad (21.8)$$

2. Рекомендуем читателю самостоятельно вычислить собственные частоты колебаний стержня той же длины, но закрепленного посредине (рис. 21.2, *б*). В частности, покажите, что первая гармоника имеет ту же частоту, что и в предыдущей задаче, но высшие гармоники различаются: в первом случае возбуждаются любые гармоники с кратной частотой, во втором случае — только нечетные гармоники.

Вычислите также собственные частоты колебаний стержня, закрепленного на одном конце (рис. 21.2, *в*). Покажите, что его первая гармоника имеет вдвое меньшую частоту, а высшие гармоники — только нечетные.

3. Результаты (21.7) и (21.8) имеют принципиальное значение. Они показывают, что в системе, на которую наложены определенные *краевые условия* (например, смещения начала и конца стержня равны нулю), возможны лишь определенные, *дискретные* значения частот. Этот результат, как мы увидим в гл. 34, используется в квантовой механике.

§ 21.4. Интерференция

1. Интенсивность бегущей волны во всех точках одна и та же, так как здесь все точки колеблются с одинаковой амплитудой. Конечно, фазы этих точек различны, но это не влияет на интенсивность волны, которая от фазы не зависит, как это следует из (19.8). Обозначим эту интенсивность I_0:

$$I_0 = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2. \qquad (21.9)$$

Чтобы получить выражение для интенсивности стоячей волны, подставим выражение для ее амплитуды (21.4) в формулу (19.8); получим

$$I = \frac{1}{2}\rho\omega^2 B^2 = 4I_0 \sin^2 kx. \qquad (21.10)$$

График этой зависимости показан на рис. 21.3.

2. Как видно из графика, в узлах стоячей волны (точки с координатами $x_{\text{узл}} = 2m\frac{\lambda}{4}$) интенсивность волны в течение всего времени наблюдения равна нулю; в пучностях $x_{\text{пуч}} = (2m+1)\frac{\lambda}{4}$, интенсивность волны $I_{\text{пуч}} = 4I_0$. Между тем, стоячая волна возникает в результате сложения бегущей и отраженной волн, имеющих одинаковые интенсивности $I_1 = I_2 = I_0$. Следовательно, их суммарная интенсивность равна $2I_0$.

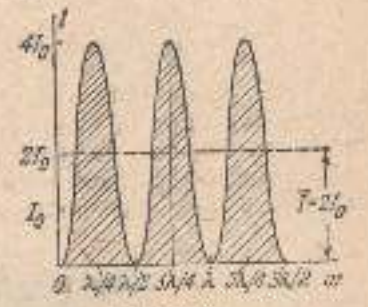


Рис. 21.3.

Таким образом, *возникновение стоячей волны сопровождается перераспределением энергии в пространстве* — она как бы перекачивается из узлов в пучности. Энергия колебания в каждой точке стоячей волны *не равна* сумме энергий обеих волн: в узлах энергия равна нулю, в пучностях она вдвое больше суммарной энергии.

И лишь средняя энергия стоячей волны окажется равной сумме энергий слагаемых волн, что вполне согласуется с законом сохранения энергии. В самом деле, как видно из рис. 21.3, средняя интенсивность волны

$$\bar{I} = 2I_0 = I_1 + I_2. \qquad (21.11)$$

3. Рассмотрим некоторую область пространства, в которой складываются две или несколько волн. Если окажется, что интенсивность результирующего колебания в любой точке равна сумме интенсивностей волн, то говорят, что здесь нет интерференции. Если же окажется, что при наложении волн происходит перераспределение энергии, так что интенсивность в одних точках больше, а в других — меньше суммарной интенсивности, то говорят, что здесь

наблюдается интерференция. Итак, *интерференцией называется явление перераспределения энергии, возникающее при некоторых определенных условиях в результате сложения амплитуд двух или нескольких волн.*

Устойчивая во времени картина перераспределения интенсивностей, возникающая в результате интерференции, называется *интерференционной картиной.*

Как видно, образование стоячей волны — это пример явления интерференции; устойчивая система узлов и пучностей представляет собой типичный пример интерференционной картины.

§ 21.5. Интерференция от двух источников

1. Пусть на поверхности воды в волновой ванне колеблются два шарика, прикрепленные к одному стержню. От каждого шарика распространяется волна; волны, встречаясь, интерферируют, и на поверхности воды наблюдается типичная интерференционная картина (рис. 21.4).



Рис. 21.4.

Механизм возникновения интерференции можно выяснить с помощью рис. 21.5. Здесь S_1 и S_2 — два источника сферических волн; расстояние $S_1S_2=d$. Точка K лежит посредине между источниками; расстояние от точки K до экрана $KO=l$. Вычислим интенсивность колебаний в произвольной точке экрана M: расстояние $MO=y$, $MK=r$, угол наблюдения $\angle MKO=\theta$.

2. Для того чтобы на экране наблюдалась устойчивая интерференционная картина, необходимо, чтобы обе волны имели одинаковую частоту. В самом деле, только в этом

случае амплитуда колебаний в любой точке экрана не будет зависеть от времени (§ 13.5). Если же волны будут иметь разные частоты, то устойчивая интерференционная картина не возникнет, а будут наблюдаться биения (§ 14.1). Итак,

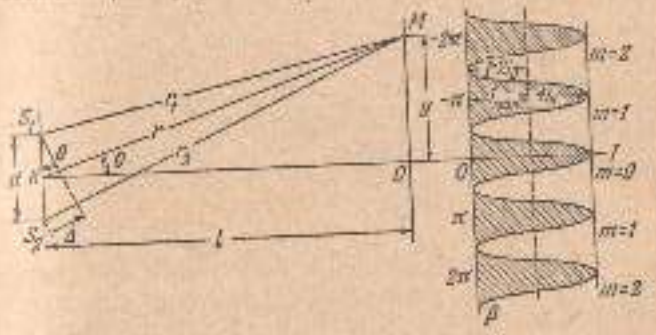


Рис. 21.5.

необходимое условие для возникновения интерференционной картины — это равенство частот у слагаемых волн. *Интерференция возникает при сложении волн одинаковой частоты.* Если обе волны распространяются к тому же в одной среде, то из равенства частот следует равенство длин волн и волновых чисел.

3. Запишем уравнения обеих волн, предположив для простоты расчета, что амплитуды у них одинаковые:

$$\begin{aligned} s_1 &= A\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_1), \\ s_2 &= A\cos(\omega t - kr_2 + \varphi_2). \end{aligned} \tag{21.12}$$

Результирующее колебание в точке M:

$$\begin{aligned} s &= s_1 + s_2 = \\ &= 2A\cos\left[\frac{k(r_2-r_1)}{2} + \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]\cos\left[\omega t - \frac{k(r_1+r_2)}{2} + \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]. \end{aligned} \tag{21.13}$$

Это выражение можно переписать в виде

$$s = B\cos(\omega t + \delta), \tag{21.14}$$

где новая амплитуда

$$B = 2A\cos\left[\frac{k(r_2-r_1)}{2} + \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right], \tag{21.15}$$

наблюдается интерференция. Итак, *интерференцией называется явление перераспределения энергии, возникающее при некоторых определенных условиях в результате сложения амплитуд двух или нескольких волн.*

Устойчивая во времени картина перераспределения интенсивностей, возникающая в результате интерференции, называется *интерференционной картиной.*

Как видно, образование стоячей волны — это пример явления интерференции: устойчивая система узлов и пучностей представляет собой типичный пример интерференционной картины.

§ 21.5. Интерференция от двух источников

1. Пусть на поверхности воды в волновой ванне колеблются два шарика, прикрепленные к одному стержню. От каждого шарика распространяется волна; волны, встречаясь, интерферируют, и на поверхности воды наблюдается типичная интерференционная картина (рис. 21.4).



Рис. 21.4.

Механизм возникновения интерференции можно выяснить с помощью рис. 21.5. Здесь S_1 и S_2 — два источника сферических волн; расстояние $S_1S_2=d$. Точка K лежит посредине между источниками; расстояние от точки K до экрана $KO=l$. Вычислим интенсивность колебаний в произвольной точке экрана M; расстояние $MO=y$, $MK=r$, угол наблюдения $\angle MKO=\theta$.

2. Для того чтобы на экране наблюдалась устойчивая интерференционная картина, необходимо, чтобы обе волны имели одинаковую частоту. В самом деле, только в этом

случае амплитуда колебаний в любой точке экрана не будет зависеть от времени (§ 13.5). Если же волны будут иметь разные частоты, то устойчивая интерференционная картина не возникнет, а будут наблюдаться биения (§ 14.1). Итак,

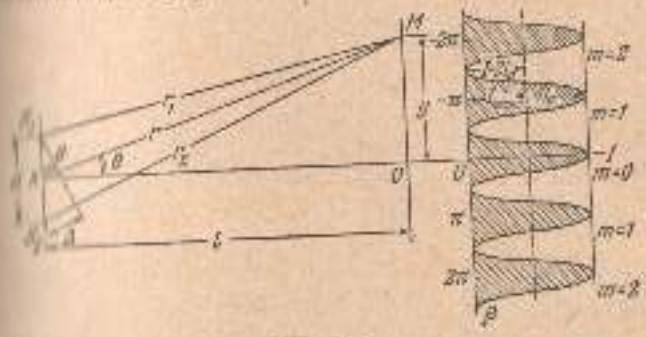


Рис. 21.5.

необходимое условие для возникновения интерференционной картины — это равенство частот у слагаемых волн. Интерференция возникает при сложении волн одинаковой частоты. Если обе волны распространяются к тому же в одной среде, то из равенства частот следуют равенство длин волн и волновых чисел.

3. Запишем уравнения обеих волн, предположив для простоты расчета, что амплитуды у них одинаковые:

$$s_1=A\cos(\omega t-kr_1+\psi_1),\qquad s_2=A\cos(\omega t-kr_2+\psi_2). \tag{21.12}$$

Результирующее колебание в точке M:

$$s=s_1+s_2=2A\cos\left[\frac{k(r_2-r_1)}{2}+\frac{\psi_1-\psi_2}{2}\right]\cos\left[\omega t-\frac{k(r_1+r_2)}{2}+\frac{\psi_1+\psi_2}{2}\right]. \tag{21.13}$$

Это выражение можно переписать в виде

$$s=B\cos(\omega t-\delta), \tag{21.14}$$

где новая амплитуда

$$B=2A\cos\left[\frac{k(r_2-r_1)}{2}+\frac{\psi_1-\psi_2}{2}\right], \tag{21.15}$$

а новая начальная фаза

$$\delta = -\frac{k(r_2 - r_1)}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}.$$

Поскольку нас будет интересовать распределение интенсивностей в интерференционной картине, а интенсивность от фазы не зависит, то в дальнейшем мы обратим внимание в основном на амплитуду результирующего колебания.

4. Если источники излучают строго синусоидальные волны, то начальные фазы φ_1 и φ_2 являются постоянными величинами и разность фаз – тоже постоянная величина. Не ограничивая общности рассуждения, положим $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ (или $m\pi$). Впрочем, выбор другого значения этой разности $\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$ приведет лишь к сдвигу интерференционной картины на экране, не изменив характера распределения интенсивностей. При этом условии результирующая амплитуда примет вид

$$B = 2A\cos\frac{k(r_2 - r_1)}{2}. \qquad (21.16)$$

Учитывая, что $k = 2\pi/\lambda$, имеем

$$B = 2A\cos\frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}. \qquad (21.17)$$

Интенсивность волны согласно (19.8) выразится так: $I_1 = I_0 = I_0 = {}^1/_2 \rho\omega v A^2$; интенсивность результирующего колебания

$$I = \frac{1}{2}\rho\omega v B^2 = 4I_0\cos^2\frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}. \qquad (21.18)$$

5. Разность расстояний от интересующей нас точки экрана до источников

$$\Delta = r_2 - r_1 = d\sin\theta \qquad (21.19)$$

называется *разностью хода*.

Если разность хода содержит четное число полуволн, т. е. $\Delta = r_2 - r_1 = 2m\frac{\lambda}{2}$, то $\cos^2\frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = \cos^2 m\pi = 1$. Следовательно, в этом случае в точке M возникает интерференционный максимум с интенсивностью $I_{макс} = 4I_0$. Если же разность хода содержит нечетное число полуволн, т. е. $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$, то $\cos^2\frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = \cos^2(2m+1)\frac{\pi}{2} = 0$, и в

точке возникает интерференционный минимум. Коротко условие максимумов и минимумов запишется так:

$$\left.\begin{aligned} \Delta &= 2m\frac{\lambda}{2} \quad \text{— максимум,} \quad I_{макс} = 4I_0; \\ \Delta &= (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{— минимум,} \quad I_{мин} = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (21.20)$$

Так же, как и в стоячей волне, здесь происходит перераспределение энергии между минимумами и максимумами. Средняя интенсивность на экране, как видно из рис. 21.5, равна сумме интенсивностей обеих волн: $I = 2I_0 = I_1 + I_2$, что согласуется с законом сохранения энергии.

§ 21.6. Интерференция от нескольких источников

1. Представим себе систему, состоящую из N одинаковых источников, расположенных вдоль одной прямой на расстоянии d друг от друга. Найдем интенсивность колебания в некоторой точке, настолько удаленной, что лучи, соединяющие эту точку с каждым из источников, можно считать практически параллельными. Задача сводится тем самым к случаю сложения N гармонических колебаний с одинаковыми амплитудами, фазы которых образуют арифметическую прогрессию (§ 13.6). Остается только найти разность фаз волн, излучаемых соседними источниками. Разность хода $\Delta = d\sin\theta$ (21.19). Разность фаз:

$$\alpha = k\Delta = kd\sin\theta. \qquad (21.21)$$

Подставив в (13.23), получим выражение для суммарной амплитуды:

$$A = a\frac{\sin\left(\frac{1}{2}Nkd\sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}kd\sin\theta\right)}, \qquad (21.22)$$

где a — амплитуда волны, которую излучает один источник, $I_0 = ka^2$ – ее интенсивность.

2. Если ввести вспомогательный угол

$$\beta = \frac{1}{2}kd\sin\theta = \frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}, \qquad (21.23)$$

то выражение для амплитуды (21.22) примет вид

$$A = a\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}. \qquad (21.24)$$

А так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, то интенсивность суммарного колебания выразится так:

$$I = I_1 \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}. \qquad (21.25)$$

3. В предыдущих рассуждениях мы считали, что точка наблюдения находится далеко от системы источников. Выясним, какой смысл мы вкладывали в слово «далеко». Обратимся к рис. 21.6.

Мы предполагали, что пучок лучей, исходящий из источников, практически параллелен. Конечно, на самом деле лучи не параллельны, а собираются в некоторой точке O. Однако ошибка, допущенная при расчете, будет несущественной, если максимальная погрешность при расчете разности хода окажется много меньше полуволны—это будет означать, что погрешность при расчете фазы много меньше π и фазы практически совпадают. Итак, наш расчет останется в силе, если $r - l \ll \lambda/2$. Но $r = \sqrt{l^2 + D^2/4}$, где $D = Nd$ — длина «решетки», составленной из источников. Подставив это значение в неравенство, получим



Рис. 21.6.

$$\sqrt{l^2 + \frac{D^2}{4}} - l \ll \frac{\lambda}{2}. \qquad (21.26)$$

Умножим обе части неравенства на $l + \sqrt{l^2 + D^2/4} \approx 2l$; выражение (21.26) примет вид

$$l^2 + \frac{D^2}{4} - l^2 \ll \frac{\lambda}{2} 2l.$$

Или окончательно:

$$D^2 \ll 4\lambda l. \qquad (21.27)$$

Таким образом, мы можем считать, что точка наблюдения находится далеко от источников, если

$$l \gg D^2/4\lambda. \qquad (21.28)$$

Это и есть условие, при котором справедливо соотношение (21.25) и все следствия из него.

§ 21.7. Интенсивность главных максимумов

1. Направления максимальной интенсивности волны получатся из условия

$$\beta = m\pi \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots). \qquad (21.29)$$

В самом деле, если ε — очень малое число, то $\sin\varepsilon \approx \varepsilon$; при $\beta = m\pi \pm \varepsilon$ имеем

$$\sin\beta = \sin(m\pi \pm \varepsilon) = \pm\sin\varepsilon \approx \pm\varepsilon,$$
$$\sin N\beta = \sin(Nm\pi \pm N\varepsilon) = \pm\sin N\varepsilon \approx \pm N\varepsilon.$$
$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta} = \frac{N^2\varepsilon^2}{\varepsilon^2} = N^2.$$

Подставив в (21.25), получим, что в главных максимумах интенсивность в N^2 раз превосходит интенсивность одной волны:

$$I_{макс} = N^2 I_1. \qquad (21.30)$$

Если бы не было интерференции, то интенсивность в любом направлении была бы равна сумме интенсивностей, т. е. $I = NI_1$. Итак, здесь за счет явления интерференции происходит перераспределение энергии (рис. 21.7) — в некоторых направлениях энергия значительно больше, чем сумма энергий от каждого источника, зато в других направлениях энергия вообще не распространяется.

Перейдя в (21.29) с помощью (21.23) от вспомогательного угла β к пространственному углу наблюдения θ, получим $(nd\sin\theta)/\lambda = m\pi$, или так:

$$\sin\theta_{макс} = m\lambda/d. \qquad (21.31)$$

Это и есть условие главных максимумов для угла наблюдения θ.

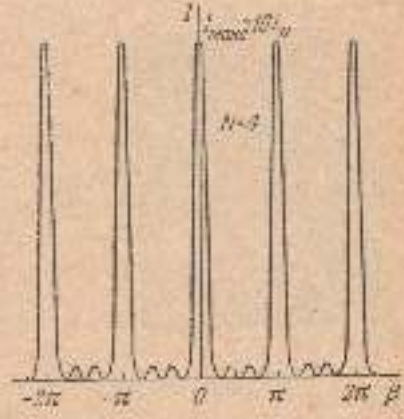


Рис. 21.7.

2. Между двумя соседними максимумами (рис. 21.7) располагается несколько минимумов и побочных максимумов, интенсивность которых значительно меньше, чем у главных

А так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, то интенсивность суммарного колебания выразится так:

$$I = I_0 \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}. \qquad (21.\ldots)$$

3. В предыдущих рассуждениях мы считали, что точка наблюдения находится далеко от системы источников. Поясним, какой смысл мы вкладывали в слово «далеко». Обратимся к рис. 21.6.

Мы предполагали, что пучок лучей, исходящий из источников, практически параллелен. Конечно, на самом деле лучи не параллельны, а собираются в некоторой точке O. Однако ошибка, допущенная при расчете, будет несущественной, если максимальная погрешность при расчете разности хода окажется много меньше полуволны — это будет означать, что погрешность при расчете фазы много меньше π и фазы практически совпадают. Итак, наш расчет останется в силе, если $r - l \ll \lambda/2$. Но $r = \sqrt{l^2 + D^2/4}$, где $D = Nd$ — длина «решетки», составленной из источников. Подставив это значение в неравенство, получим



Рис. 21.6.

$$\sqrt{l^2 + \frac{D^2}{4}} - l \ll \frac{\lambda}{2}. \qquad (21.26)$$

Умножим обе части неравенства на $l + \sqrt{l^2 + D^2/4} \approx 2l$, выражение (21.26) примет вид

$$l^2 + \frac{D^2}{4} - l^2 \ll \frac{\lambda}{2} 2l.$$

Или окончательно:

$$D^2 \ll 4\lambda l. \qquad (21.27)$$

Таким образом, мы можем считать, что точка наблюдения находится далеко от источников, если

$$l \gg D^2/4\lambda. \qquad (21.28)$$

Это и есть условие, при котором справедливо соотношение (21.25) и все следствия из него.

§ 21.7. Интенсивность главных максимумов

1. Направления максимальной интенсивности волны получатся из условия

$$\beta = m\pi \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots). \qquad (21.29)$$

В самом деле, если ε — очень малое число, то $\sin\varepsilon \approx \varepsilon$; при $\beta = m\pi + \varepsilon$ имеем

$$\sin\beta = \sin(m\pi + \varepsilon) = \pm\sin\varepsilon \approx \pm\varepsilon,$$
$$\sin N\beta = \sin(Nm\pi + N\varepsilon) = \pm\sin N\varepsilon \approx \pm N\varepsilon,$$
$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta} = \frac{N^2\varepsilon^2}{\varepsilon^2} = N^2.$$

Подставив в (21.25), получим, что в главных максимумах интенсивность в N^2 раз превосходит интенсивность одной волны:

$$I_{max} = N^2 I_0. \qquad (21.30)$$

Если бы не было интерференции, то интенсивность в любом направлении была бы равна сумме интенсивностей, т. е. $I = NI_0$. Итак, здесь за счет явления интерференции происходит перераспределение энергии (рис. 21.7) — в некоторых направлениях энергии значительно больше, чем сумма энергий от каждого источника, зато в других направлениях энергия вообще не распространяется.

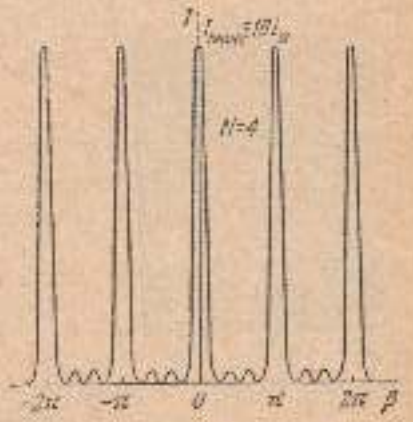


Рис. 21.7.

Перейдя в (21.29) с помощью (21.23) от вспомогательного угла β к пространственному углу наблюдения θ, получим $(kd\sin\theta)/\lambda = m\lambda$, или так:

$$\sin\theta_{max} = m\lambda/d. \qquad (21.31)$$

Это и есть условие главных максимумов для угла наблюдения θ.

2. Между двумя соседними максимумами (рис. 21.7) располагается несколько минимумов и побочных максимумов, интенсивность которых значительно меньше, чем у главных

максимумов. Минимум возникает при условии, что числитель в выражении (21.25) обращается в нуль, в то время как знаменатель нулю не равен. Как нетрудно убедиться, это возможно, если

$$N\beta = n\pi, \qquad (21.32)$$

где n не кратно N (т. е. $n \neq mN$), так как при $n = mN$ мы вернемся к условию (21.29) и получим главный максимум. В частности, в промежутке между нулевым и первым главными максимумами число n принимает значения от 1 до $N-1$, т. е. получится $N-1$ минимум и $N-2$ побочных максимума.

Поскольку синус не превосходит единицу, то из (21.31) можно найти число главных максимумов; из $m\lambda/d \leqslant 1$ следует:

$$m \leqslant d/\lambda. \qquad (21.33)$$

§ 21.8. Дифракция

1. С помощью колеблющейся длинной пластинки возбудим на поверхности воды плоскую волну и посмотрим, как эта волна проходит через отверстие в непрозрачном экране. Опыт покажет, что если ширина отверстия D



Рис. 21.8.

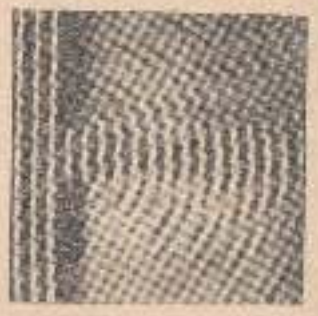


Рис. 21.9.

меньше длины волны ($D < \lambda$), то отверстие излучает сферические волны (рис. 21.8) как точечный источник. При увеличении размеров отверстия за ним наблюдается типичная интерференционная картина — мы видим центральный главный максимум и более слабые боковые максимумы

(рис. 21.9). И лишь в случае, когда размеры отверстия значительно превосходят длину волны ($D \gg \lambda$), загибание волны за края экрана на малых расстояниях от него выражено очень слабо.

Явление загибания волн за края непрозрачных преград называется *дифракцией*. В более общем смысле под дифракцией понимают рассеяние волн на резко выраженных неоднородностях среды.

2. Строгое решение задачи дифракции связано с большими математическими трудностями. Обычно для расчета интенсивности интерференционной картины, возникающей при дифракции, используется *принцип Гюйгенса — Френеля*. Суть его заключается в следующем: для каждой конкретной задачи следует определенным способом разбить фронт волны на участки (зоны Френеля), которые рассматриваются как самостоятельные одинаковые источники волн; амплитуда (и интенсивность) волны в точке наблюдения определяется как результат интерференции от волн, которые якобы создаются отдельными зонами.

Оказывается, что интерференционная картина, рассчитанная таким методом, очень хорошо согласуется с результатами эксперимента, если размеры отверстий много больше длины волны.

Более детально мы покажем, как пользоваться данным методом, при рассмотрении дифракции света (гл. 26). Здесь же рассмотрим только один пример — дифракцию плоской волны на одной щели.

§ 21.9. Дифракция на прямоугольной щели

1. Пусть плоская волна падает на длинную и узкую прямоугольную щель в непрозрачном экране. Ширина щели D, длина $l \gg D$. Разобьем эту щель на зоны в виде узких полосок, параллельных длинной стороне щели; ширина зоны $d = D/N$, где N — число зон.

Пусть точка наблюдения находится далеко от отверстия — точнее, на расстоянии $L \gg D^2/4\lambda$ (21.28). Тогда расчет интерференционной картины сводится к задаче интерференции N одинаковых источников, которая была рассмотрена в § 21.6.

Для расчета амплитуды волны A в точке наблюдения следует воспользоваться выражением (21.22), полагая, что амплитуда колебания от отдельной зоны $a = A_0/N$, где A_0 — амплитуда волны на отверстии.

Подставив в (21.22), получим

$$A = \frac{A_0}{N} \frac{\sin\left(\frac{1}{2} kD \sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{kD \sin\theta}{2N}\right)}. \qquad (21.34)$$

Введем вспомогательный угол

$$\alpha = \frac{1}{2} kD \sin\theta = \frac{\pi D \sin\theta}{\lambda}. \qquad (21.35)$$

Тогда выражение для амплитуды волны в точке наблюдения примет вид

$$A = \frac{A_0}{N} \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha/N)}. \qquad (21.36)$$

2. Задача будет решена тем точнее, чем на большее число зон будет разбит фронт волны. Но при больших значениях N синус малого угла не будет практически отличаться от радианной меры этого угла, т. е. $\sin(\alpha/N) \approx \alpha/N$.

Подставив в (21.36), получим выражение для амплитуды

$$A = A_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha} \qquad (21.37)$$

и для интенсивности волны в точке наблюдения

$$I = I_0 \frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}. \qquad (21.38)$$

3. В центре интерференционной картины наблюдается нулевой, иначе — главный максимум. В самом деле, при $\theta \approx 0$ и вспомогательный угол $\alpha \approx 0$, следовательно, здесь $\sin\alpha \approx \alpha$ и $I = I_0$.

При условии

$$\alpha = m\pi \qquad (m = 1, 2, 3, \ldots) \qquad (21.39)$$

числитель в (21.38) обращается в нуль, в то время как знаменатель нулю не равен.

Следовательно, условие (21.39) или эквивалентное ему условие

$$\sin\theta = m\lambda/D \qquad (m = 1, 2, 3, \ldots) \qquad (21.40)$$

определяет направления минимумов, т. е. те направления, в которых интенсивность волны равна нулю.

Заметим, что выражение (21.40) имеет смысл только при $m \leqslant D/\lambda$, поскольку синус не превосходит единицу. Следовательно, при $D \leqslant \lambda$ наш расчет не годится. Как показывает опыт (рис. 21.8), в этом случае действительно минимумов нет, отверстие излучает волны во всех направлениях.

4. Можно показать, что побочные максимумы находятся примерно посредине между двумя минимумами, т. е. при $\alpha \approx (2m+1)\pi/2$. Но интенсивность очень быстро убывает по мере роста их номера. Так, интенсивность первого максимума ($m = 1$) найдем, подставив в (21.38) значение $\alpha = 3\pi/2$; получим $I_1 = 4I_0/9\pi^2 \approx 0{,}045 I_0$, т. е. всего 4,5% интенсивности в главном максимуме. Соответственно для второго максимума получим $I_2 = 4I_0/25\pi^2 \approx 0{,}016 I_0$, для третьего — $I_3 = 4I_0/49\pi^2 \approx 0{,}008 I_0$ и т. д.

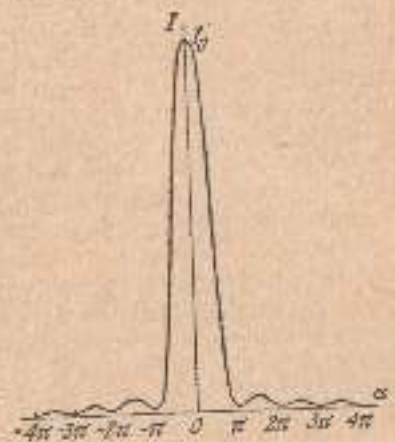


Рис. 21.10.

График распределения интенсивности при дифракции в узкой прямоугольной щели изображен на рис. 21.10; масштаб здесь не соблюден, ибо неудобно на одном чертеже изобразить две величины, отличающиеся более чем в сто раз друг от друга ($I_1 \approx I_0/120$).

ГЛАВА 22

ЭЛЕМЕНТЫ АКУСТИКИ

§ 22.1. Характеристики звука

1. Выше мы неоднократно пользовались понятием о звуке как упругой волне с малой интенсивностью. Однако в узком смысле под звуком понимают *слуховой звук* — упругие волны, воспринимаемые ухом человека. Опыт показывает, что наше ухо воспринимает как звук колебания, частота которых лежит в пределах от 20 *гц* до 20 *кгц*. Упругие волны с частотами менее 20 *гц* называются *инфразвуком*,

с частотой более 20 *кгц* — *ультразвуком*. Иногда упругие волны с частотами 10^{13} *гц* и более, соответствующие дебаевским тепловым волнам в жидкостях или твердых телах (§ 9.3), называют *гиперзвуком*.

В зависимости от структуры спектра (§ 14.4) различают *шумы* и *музыкальные звуки*. Шумы — это непериодические колебания. Им соответствует сплошной спектр, т. е. набор частот, непрерывно заполняющих некоторый интервал. Музыкальные звуки обладают линейчатым спектром с кратными частотами, следовательно, они представляют собой периодические колебания.

2. Каждая синусоидальная звуковая волна — это *простой тон*. Высота тона зависит от частоты колебаний. В настоящее время в музыке применяется шкала частот, составленная следующим образом. Каждая октава делится на двенадцать интервалов; на рояле им соответствуют семь белых клавишей и пять черных; последние в нотной грамоте обозначаются знаком диез. В пределах октавы частота возрастает в два раза, а пределах одного интервала — в $\sqrt[12]{2} \approx 1{,}06$ раза.

В табл. 22.1 показаны частоты, соответствующие первой октаве.

Таблица 22.1



Тон	Частота, *гц*	Тон	Частота, *гц*	Тон	Частота, *гц*
До	261,63	Фа	349,23	Ля-диез	466,16
До-диез	277,18	Фа-диез	369,99	Си	493,88
Ре	293,67	Соль	392,00	До второй октавы	523,25
Ре-диез	311,13	Соль-диез	415,31		
Ми	329,63	Ля	440 (тон настройки)		

Сложным музыкальным звукам соответствует *основной тон* (первая гармоника, см. § 14.4) и набор *обертонов* (высших гармоник). Если два музыкальных звука имеют одинаковый основной тон, но разные обертоны (т. е. разный

спектр), то говорят, что они отличаются *тембром*. Именно по тембру мы различаем звуки, излучаемые различными музыкальными инструментами, а также голоса людей.

3. Кроме тона и тембра, звуки различаются еще по *громкости*. В общем случае громкость звука зависит от интенсивности звуковой волны, но благодаря неодинаковой чувствительности уха к звукам с разными частотами эта зависимость оказывается весьма сложной. Наибольшей чувствительностью наше ухо обладает к звукам с частотами от 700 до 6000 *гц*. В этом диапазоне частот ухо способно воспринять звуки с интенсивностью около 10^{-12}—10^{-11} *вт/м²*.

Наименьшая интенсивность звуковой волны, которую наше ухо еще способно воспринять, называется *порогом слышимости*. Стандартный порог слышимости принимается равным $I_0 = 10^{-12}$ *вт/м²* при частоте $\nu_0 = 1$ *кгц*.

Наибольшая интенсивность звуковой волны, которую мы еще в состоянии воспринять как звук, а не как боль, называется *порогом осязания*. На разных частотах порог осязания различен, изменяясь от 0,1 *вт/м²* при 6000 *гц* до 10 *вт/м²* при низких и высоких частотах.

4. Как видно, чувствительность нашего уха очень велика — диапазон интенсивностей от порога слышимости до порога осязания составляет около 10^{12}—10^{13}. При таком огромном диапазоне удобно воспользоваться логарифмическим масштабом. С этой целью вводится величина, называемая *уровнем интенсивности*:

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0}, \qquad (22.1)$$

где I — интенсивность исследуемого звука, I_0 — стандартный порог слышимости.

Таблица 22.2

Источник звука	I, *м*	I, *вт/м²*	L, *дб*
Шепот	1	10^{-11}	10
Падение капель воды	1	10^{-10}	20
Негромкий разговор	1	10^{-9}	40
Автомобиль на асфальте	5—10	10^{-8}	60
Симфонический оркестр	3—5	10^{-1}	80
Отбойный молоток	1	10^{-4}	100
Мотор самолета	10	1	120

Единицей измерения уровня интенсивности является *децибел*: $L=1$ дБ, если $I=1{,}26\,I_0$ (в этом случае $\lg(I/I_0)=\lg 1{,}26=0{,}1$).

Для сравнения в табл. 22.2 показаны интенсивности и уровни интенсивностей некоторых звуков по сравнению со стандартным порогом слышимости. Расстояние от источника звука до уха дано в метрах.

§ 22.2. Источники звука

1. В принципе любое тело, способное колебаться в нужном интервале частот, может служить источником звука. Однако на практике используются лишь такие источники, которые удовлетворяют определенным требованиям. Прежде всего, источник должен хорошо излучать, т. е. энергия его колебаний должна хорошо передаваться окружающей среде. Для этого, прежде всего, следует по возможности саму среду использовать для возбуждения колебаний. Кроме того, размеры колеблющегося тела должны быть соизмеримы с длиной волны.

Камертон, например, очень плохо излучает, даже когда его ножки колеблются со значительной амплитудой. Однако если его поставить на открытый с одной стороны деревянный ящик таких размеров, что длина воздушного столба в ящике равна четверти длины волны, излучаемой камертоном, то мы услышим громкий звук (рис. 22.1). Дело в том, что благодаря резонансу камертон возбуждает настроенный на его собственную частоту столб воздуха, заключенный в резонирующем ящике, а также стенки ящика-резонатора. Воздушный столб и стенки лучше передают энергию окружающей среде — воздуху, чем ножки камертона.

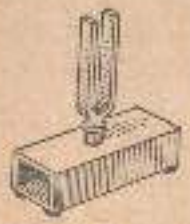


Рис. 22.1.

Точно так же плохо звучит струна, натянутая, скажем, между двумя стенками. Но если эту же струну натянуть на резонирующий ящик, а еще лучше на корпус скрипки или гитары, то мы услышим отчетливый звук. Излучает не струна, а дека и столбы воздуха, настроенные в резонанс с током, который излучает струна. Вот почему качество музыкального инструмента определяется не столько струнами, сколько качеством изготовления деки.

2. Второе требование, часто предъявляемое к источнику звука,— это его способность воспроизводить без значительных искажений широкий диапазон частот. Так должен работать, например, динамик или телефон.

На рис. 22.2 изображен разрез электродинамического громкоговорителя (динамика). Бумажный диффузор, имеющий форму усеченного конуса, приклеивается к цилиндрическому каркасу, на который намотывается звуковая катушка — несколько витков тонкого провода, выводы которого крепятся на двух контактах. Звуковая катушка располагается в зазоре сильного постоянного магнита или электромагнита. Электрические колебания звуковой частоты от усилителя поступают в звуковую катушку; так как на проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера, то звуковая катушка вместе с диффузором совершают вынужденные колебания. Колебания диффузора передаются воздуху, в котором благодаря этому возбуждается звуковая волна. Чтобы усилить излучение, динамик монтируется на доску; роль такой доски выполняет корпус радиоприемника или телевизора.

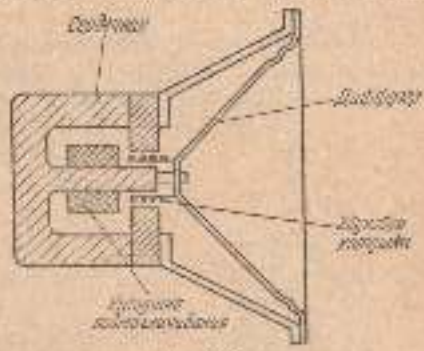


Рис. 22.2.

Для того чтобы динамик не искажал звуки, он должен одинаково хорошо воспроизводить колебания с частотами от нескольких сот до нескольких тысяч герц. Подвижная система динамика имеет свою собственную частоту, и если частота воспроизводимого звука совпадет с ней, то возникнут нежелательные резонансные явления. В связи с этим делают собственную частоту подвижной части динамика возможно ниже (менее ста герц) и кроме того уменьшают ее добротность. Это позволяет, с одной стороны, выйти на почти горизонтальную область резонансной кривой и с другой стороны — уменьшить время установления колебаний (§§ 17.7 и 17.8).

3. Если излучатель звука работает на одной частоте, то здесь, наоборот, стремятся по возможности сблизить собственную частоту излучателя с частотой волны, которую нужно излучить. В этом случае благодаря резонансу существенно возрастает мощность излучения и к. п. д. излу-

чатели. На резонансных частотах работают *ультразвуковые преобразователи* — устройства, преобразующие энергию электромагнитных колебаний ультразвуковой частоты в ультразвуковые волны.

В настоящее время наиболее широкое применение нашли *электрострикционные* и *магнитострикционные* преобразователи.

§ 22.3. Ультразвуковые преобразователи

1. В некоторых кристаллах (например, в кварце) наблюдается электрострикционный эффект. Он заключается в том, что если создать электрическое поле, направленное вдоль оси x (рис. 22.3), то кристалл в этом направлении сожмется либо растянется, а вдоль оси y, наоборот, растянется или сожмется. Вдоль оси z размеры кристалла не меняются.

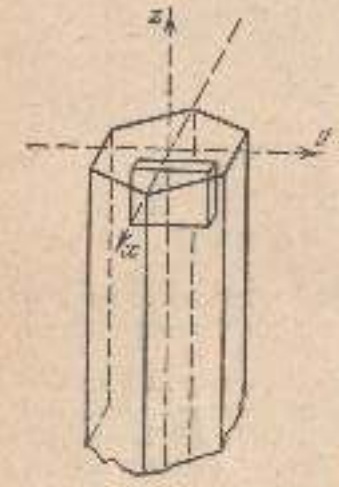


Рис. 22.3.

На рис. 22.4 изображена схема ультразвукового преобразователя. Здесь излучающим элементом является кварцевая пластинка *1*, вырезанная, как показано на рис. 22.3, перпендикулярно кристаллографической оси (т. 1, § 32.1) — так называемый x-срез; стальные пластины *2* и *3* служат обкладками; к ним подводится переменное напряжение от генератора ультразвука с помощью кабеля *4*. Над пластинкой *2* находится воздух, от которого ультразвуковая волна практически полностью отражается (§ 19.4). Все излучение направлено в воду.

Для получения большой мощности и направленного характера излучения следует диаметр излучателя делать по возможности больших. В этом случае используется не монокристалл, а мозаика из ряда пластинок, имеющих строго одинаковую толщину и одинаковый тип среза.

2. Пластинки работают на резонансной частоте, что позволяет получить максимальную амплитуду колебаний. Частота пластинки определяется ее толщиной и скоростью распространения звука в ней (§ 21.3). В самом деле, на толщине

пластины уложится целое число полуволн, поэтому ее собственные частоты могут быть вычислены по формуле (21.8).

Кроме кварца часто применяются электрострикционные преобразователи из поликристаллической керамики титаната бария ($BaTiO_3$). Для этой цели выращивают мелкие кристаллы, размерами около миллиметра; их смешивают с небольшим количеством цементирующего вещества

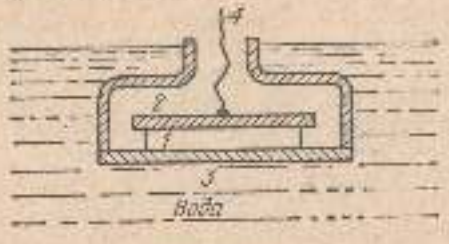


Рис. 22.4.

(соли бария) и путем нагрева смеси до 1300—1400° С спекают. Это позволяет получить образцы произвольных размеров и формы. Керамику поляризуют в электрическом поле напряженностью около 10^6 *в/м*; после снятия поляризующего поля в сегнетоэлектриках (к которым относится титанат бария) сохраняется остаточная поляризация — аналогично остаточной намагниченности ферромагнетиков.

Оказывается, что если наложить на предварительно поляризованный поликристаллический образец переменное электрическое поле в направлении поляризующего поля, то в этом же направлении возникнут продольные колебания, аналогичные колебаниям x-среза кварца.


Рис. 22.5.

3. Широко применяются на практике магнитострикционные преобразователи (§ 6.6) из никеля или пермендюра (сплав 49% Fe, 49% Ni и 2% V); используются также ферриты — марганцево-цинковый (ферроскуб А) и никелево-цинк-

ковый (ферроскуб В). Преобразователи набираются из пластин, чтобы уменьшить вихревые токи; по обмотке протекает ток высокой частоты от генератора (рис. 22.5).

Магнитострикционный эффект невелик: в полях с обычно применяемой напряженностью около $5 \cdot 10^4$ *а/м* относительное удлинение для пермендюра составляет $\kappa = \Delta l/l \approx 5 \cdot 10^{-5}$. При обычной высоте пакета $l = 65$ *мм* (частота 25 *кгц*) удлинение Δl составит примерно 3 микрона. Поэтому магнитострикторы работают всегда только на собственной частоте: обычно это 25 *кгц*, реже — 50 *кгц* и 100 *кгц*. При более высоких частотах потери на перемагничивание оказываются настолько большими, что применение магнитострикторов оказывается неэффективным.

§ 22.4. Приемники звука

1. Любой излучатель звука или ультразвука может служить и приемником. В самом деле, волна, дойдя до колеблющейся части излучателя, приведет ее в движение; при этом упругие колебания преобразуются в электрические.

Широко применяемый на практике электродинамический микрофон состоит из тех же частей, что и динамик, только вместо диффузора в микрофоне используется легкая мембрана. Волна, дойдя до мембраны, приводит ее в колебание; вместе с мембраной колеблется звуковая катушка, расположенная в зазоре сильного постоянного магнита. В катушке, колеблющейся в магнитном поле, возникает индукционный ток, который поступает в усилитель.

В конденсаторном микрофоне мембрана и корпус образуют конденсатор, электроемкость которого меняется за счет изменения расстояния между ними (§ 1.6). Звуковая волна приводит в колебания мембрану и тем самым меняет емкость конденсатора, вследствие чего на нагрузочном сопротивлении возникает переменное напряжение. Частота этого напряжения равна частоте волны, а амплитуда пропорциональна амплитуде волны.

В угольном микрофоне мембрана периодически сжимает угольный порошок, в результате чего его сопротивление меняется и меняется ток в цепи. Возрастание давления сопровождается уменьшением сопротивления и тем самым — ростом тока; уменьшение давления — соответствующим уменьшением тока. Как и в предыдущих типах микрофонов, слабые колебания тока (или напряжения) усиливаются с помощью ламповых усилителей.

2. Заметим, что во всех типах микрофонов собственная частота подвижной системы должна сильно отличаться от частоты воспринимаемых колебаний, с тем чтобы избежать связанного с резонансом выделения одной частоты из всего воспринимаемого спектра. Наоборот, приемники ультразвука работают на резонансной частоте. Чаще всего один и тот же преобразователь служит попеременно то излучателем, то приемником.

§ 22.5. Ухо

1. Орган слуха млекопитающих, в том числе и человека (рис. 22.6), имеет довольно сложное строение. Наружное ухо образуют ушная раковина и наружный слуховой проход. Барабанная перепонка *1* отделяет наружное ухо от среднего уха — небольшой камеры, содержащей три крошечные косточки: молоточек, наковальню и стремечко 2.

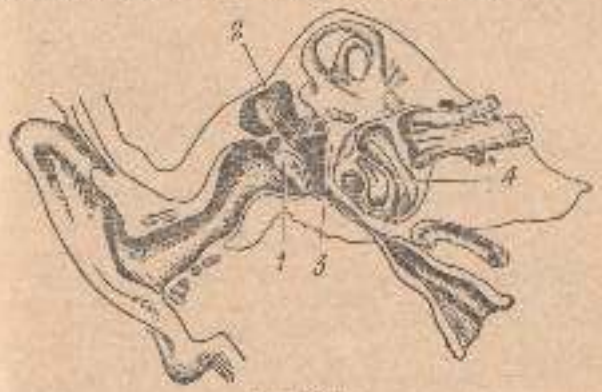


Рис. 22.6.

Молоточек соприкасается с барабанной перепонкой, стремечко — с овальным окном *3*, которое служит входом во внутреннее ухо. Среднее ухо соединяется с носоглоткой с помощью евстахиевой трубы.

Внутреннее ухо состоит из ряда сообщающихся каналов, образуя так называемый лабиринт. Из этого лабиринта лишь улитка *4*, соединенная со слуховым нервом, имеет отношение к слуху. Три полукружных канала образуют орган равновесия.

Внутри улитки *4* находятся каналы, наполненные жидкостью (лимфой). В среднем канале находится рецептор

слуха — кортиев орган, состоящий из пяти рядов клеток с выступающими над ними волосками; волосковые клетки тянутся вдоль спирали улитки по всей ее длине. Всего они образуют около 1800 волокон, содержащих по пять клеток на каждом волокне. Эти клетки образуют основную мембрану, причем волокна мембраны имеют разную длину — они короче у основания улитки и длиннее в ее вершине.

2. Восприятие звука происходит следующим образом. Звуковая волна, пройдя по наружному слуховому проходу, доходит до барабанной перепонки *1* и вызывает ее вынужденные колебания. Эти колебания проходят через косточки среднего уха *2*, которые служат своеобразным усилителем, и поступают в овальное окно *3*. Овальное окно вызывает колебания лимфы и через нее — колебания волокон улитки. Сильнее всего раздражаются волокна, собственная частота которых совпадает с частотой звука. Именно благодаря этому мы умеем различать тона и ощущать разницу в тембре. По существу кортиев орган осуществляет спектральный анализ поступающей в ухо звуковой волны и передает соответствующую информацию в мозг, где она анализируется.

3. Благодаря двум ушам мы умеем определять направление на источник звука (бинауральный эффект). Дело в том, что если источник звука расположен прямо перед наблюдателем, то звук поступает в оба уха одновременно; если же он расположен сбоку (рис. 22.7), то звук в одно ухо

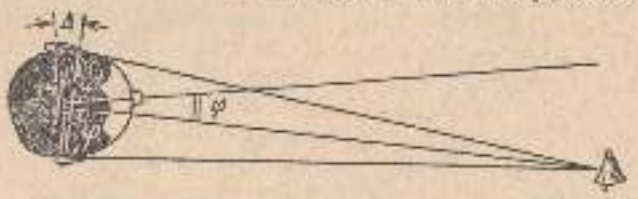


Рис. 22.7.

поступит раньше, чем в другое, и мы это запаздывание воспримем как сдвиг по фазе.

Если источник отклонен на угол φ, то разность хода $\Delta = d \sin \varphi$, где $d \approx 20$ *см* — расстояние между ушами. Запаздывание по времени $\tau = \Delta/v = d \sin \varphi / v \approx 5{,}9 \cdot 10^{-4} \sin \varphi$ (*сек*). Мы уверенно различаем запаздывание по времени на 0,1 периода (сдвиг фаз 0,2 *п*); при частотах около 1000 *гц* это составит $\tau_{мин} \approx 10^{-4}$ *сек*. Тогда наименьший угол $\varphi_{мин}$ определится из условия $\sin \varphi_{мин} \approx 10^{-4}/5{,}9 \cdot 10^{-4} = 0{,}17$. Этому соответствует угол $\varphi_{мин} \approx 10°$.

§ 22.6. Особенности инфра- и ультразвуков

1. Опыт показывает, что инфразвуки слабо затухают. Поэтому ослабление инфразвуковой волны вызвано только перераспределением энергии по возрастающему фронту волны, если волна близка к сферической. Если же источником является ветровое волнение моря, где длина фронта волны составляет сотни метров, то здесь интенсивность инфразвуковой волны мало меняется с расстоянием.

По-видимому, у рыб и морских животных имеется чувствительность к инфразвукам, благодаря чему они чувствуют приближение шторма. Мощные инфразвуковые волны, возникающие при шторме, практически без затухания распространяются в море на расстояния в сотни и тысячи километров и сигнализируют о его приближении.

2. Ультразвуковые волны характеризуются двумя отличительными особенностями: значительной интенсивностью и возможностью получить направленное излучение.

Интенсивность ультразвуковой волны $I = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$. Высокая частота позволяет получать волны с интенсивностями до 100 *вт/см*^{2} — 10 *квт/см*^{2} при использовании преобразователей из титаната бария; обычно на практике используется значительно меньшая мощность, 10—20 *вт/см*^{2}. При таких больших интенсивностях ультразвуковая волна влияет на свойства вещества и ход технологических процессов.

Так, мощные ультразвуковые волны вызывают раздробление вещества (диспергирование), что применяется для получения очень тонких порошков, снятия ржавчины и жировых пленок с поверхности металлов, очистки тканей от устойчивых пятен и загрязнений. С помощью ультразвуковых паяльников оказалось возможным лужение и пайка алюминия и некоторых иных металлов — ультразвук разрушает пленку окиси на поверхности алюминия и припой надежно соединяется с металлом. Помещая ультразвуковой преобразователь в сосуд, в котором находятся две несмешивающиеся жидкости (например, вода и масло), получим через некоторое время однородную эмульсию с размерами частиц от долей микрона до нескольких микрон. Этот эффект может быть использован для получения новых типов лекарств путем создания водной эмульсии нерастворимых лекарственных веществ.

3. С помощью ультразвука можно производить механическую обработку материала — резание, шлифование, свер-

ление и т. п. Процесс резания заключается в том, что частицы абразива колеблются вместе с колебаниями режущего инструмента и отрывают частицы материала обрабатываемой детали. В зависимости от формы режущего инструмента в деталях получаются разные отверстия.

4. Обычно размеры преобразователя в несколько раз превосходят длину волны в той среде, куда излучается ультразвуковая волна. В результате этого волна излучается более или менее узким конусом, раствор которого определяется формулой $\sin\theta \approx \frac{\lambda}{D}$ (21.31).

На этом основано применение ультразвука в эхолотах и гидролокаторах. В дно судна крепится ультразвуковой преобразователь, который посылает короткие ультразвуковые импульсы, длительностью порядка 0,1 сек. Волна доходит до дна, отражается и принимается либо тем же преобразователем в промежутках времени между излучением, либо специальным приемником. Отраженные импульсы записываются на ленту, и по заранее установленному масштабу глубина отсчитывается в метрах.

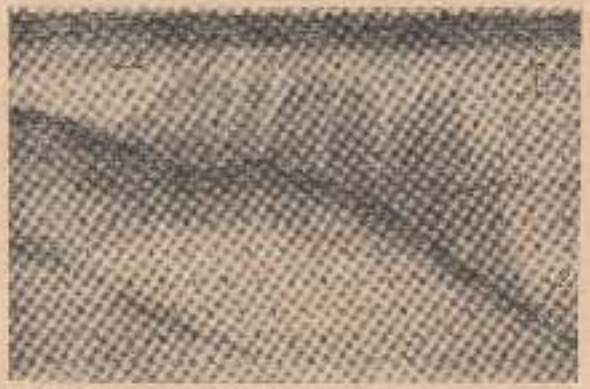


Рис. 22.8.

Плавательные пузыри рыб заполнены воздухом, который хорошо рассеивает ультразвуковые волны. Это позволяет с помощью эхолота обнаруживать косяки рыб. На рис. 22.8 изображена эхограмма косяка ставриды *3*; темная полоса *1* — поверхность воды, наклонная полоса *2* — дно моря.

6. Широкое применение на практике нашли ультразвуковые дефектоскопы, работающие в импульсном режиме. Одна из конструкций такого дефектоскопа, предложенного С. Я. Соколовым, изображена на рис. 22.9. Генератор

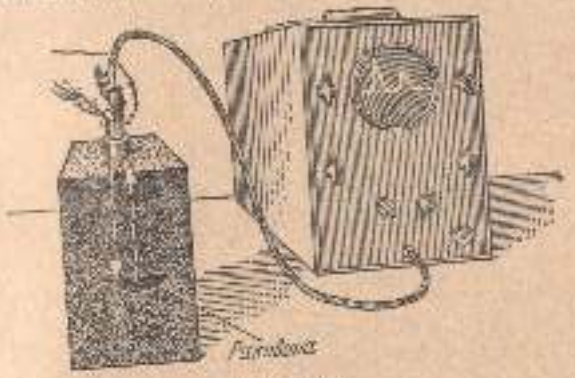


Рис. 22.9.

излучает короткие импульсы с частотой несколько мегагерц. Сигнал подается на преобразователь из титаната бария (или кварца) и излучается в исследуемую деталь. Одновременно на экране осциллографа наблюдается импульс — зубец. Волна, дойдя до нижней грани детали, отражается; ее принимает преобразователь. На экране осциллографа появится второй зубец. Если на пути ультразвукового пучка окажется дефект, например, раковина, то волна от нее отразится, и зубец, соответствующий отраженному лучу, сместится. Так с помощью ультразвуковых дефектоскопов проверяется качество отливок, сварных швов и т. п.

6. Ультразвук используют также некоторые животные. Летучие мыши ориентируются в полете и ловят добычу, используя метод ультразвуковой локации (сонар). Их голосовой аппарат излучает короткие ультразвуковые импульсы частотой от 20 до 60 *кгц*; отраженные от преград импульсы воспринимаются большими ушами, что позволяет животным определять, в каком направлении и на каком расстоянии находится преграда.

Ультразвуковой локацией пользуются также дельфины, киты, а, возможно, и другие морские животные. Дело в том, что даже в прозрачной морской воде свет очень сильно поглощается, и радиус видимости ограничен буквально

несколькими метрами. Ультразвук поглощается значительно слабее — для частоты 50 *кгц* толщина слоя половинного поглощения равна примерно 2,5 *км*, а для 100 *кгц* — порядка 100 *м*. Поэтому дельфины могут с помощью ультразвуковых импульсов хорошо ориентироваться даже в мутной воде, обнаруживать косяки рыб, обходить возможные препятствия, а также «переговариваться» друг с другом.

ГЛАВА 23

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

§ 23.1. Скорость электромагнитных волн

1. В период с 1864 по 1873 гг. Максвелл занимался разработкой теории электромагнетизма. Ему удалось написать уравнения электромагнитного поля — систему дифференциальных уравнений, выражающих связь между векторами поля и его источниками: зарядами и токами. На основе этих уравнений он пришел к выводу, что в вакууме и диэлектриках произвольные возмущения электромагнитного поля распространяются в виде электромагнитной волны.

В 1887—89 гг. Генрих Герц поставил ряд опытов, с помощью которых было доказано существование электромагнитных волн, а также показано, что их свойства таковы, как это следует из теории Максвелла.

2. Максвелл показал, что скорость электромагнитных волн в диэлектриках выражается через диэлектрическую ε и магнитную μ проницаемости вещества:

$$u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \cdot \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \qquad (23.1)$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ — скорость света в вакууме (§ 4.4). На этом основании он пришел к выводу, что свет — это тоже электромагнитная волна.

Для всех веществ, за исключением ферромагнетиков, магнитная проницаемость мало отличается от единицы (§§ 6.4, 6.5). Полагая поэтому в (23.1), что $\mu = 1$, получим выражение для скорости распространения электромагнитных волн в диэлектрике:

$$u = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}. \qquad (23.2)$$

§ 23.2. Плоская синусоидальная волна

1. Вдали от источника, совершающего синусоидальные колебания с круговой частотой ω, волну можно рассматривать как плоскую. Пусть волна распространяется вдоль оси абсцисс. Тогда уравнение волны запишется так:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= 0, & H_x &= 0,\\ E_y &= 0, & H_y &= H_0\cos(\omega t - kx),\\ E_z &= E_0\cos(\omega t - kx); & H_z &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (23.3)$$

График этой волны показан на рис. 23.1. Здесь волновое число $k = \omega/u$ (20.6), где u — скорость волны (23.2).

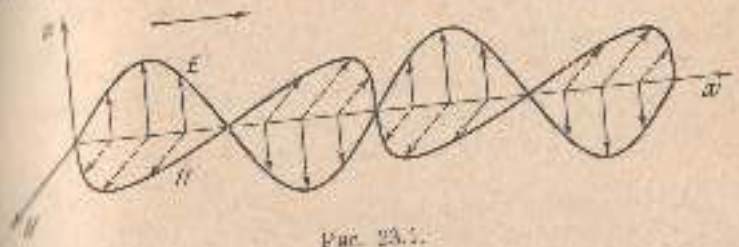


Рис. 23.1.

2. Как видно, вдоль оси абсцисс, по которой волна распространяется, не происходит колебаний векторов поля ($E_x = H_x = 0$). Это означает, что электромагнитная волна является *поперечной*. Этим она принципиально отличается от упругих волн, у которых практически всегда имеется продольная составляющая.

Еще до работ Максвелла было известно, что свет — чисто поперечная волна (§ 28.4). Это вызывало огромные трудности в волновой теории света Гюйгенса — Юнга — Френеля, где свет рассматривался как процесс в упругой среде,— нельзя было понять причину отсутствия у света продольных составляющих. Электромагнитная теория света эту трудность устранила.

3. Из уравнений Максвелла следует, что модули векторов полей E и H у электромагнитной волны связаны соотношением

$$\mu\mu_0 H^2 = \varepsilon\varepsilon_0 E^2. \qquad (23.4)$$

Следовательно, объемные плотности энергии каждой из составляющих электромагнитной волны совпадают: $w_e = w_m$ (§ 7.11).

Если две величины равны друг другу ($a_1=a_2$), то каждая из них равна корню квадратному из их произведения: $a_1=a_2=\sqrt{a_1a_2}$. Итак,

$$w_e=w_m=\sqrt{w_e\cdot w_m}=\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0E^2}{2}\cdot\frac{\mu\mu_0H^2}{2}}=\frac{EH}{2}\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}. \quad (23.5)$$

Учитывая выражение (23.1) для скорости волны, получим

$$w_e=w_m=\frac{EH}{2v}. \quad (23.6)$$

4. Плотность энергии волны:

$$w=w_e+w_m=\frac{EH}{v}. \quad (23.7)$$

Согласно определению (§ 19.3), интенсивность волны $I=P/S=wv$, где $\overline{w}$ — среднее значение плотности энергии. Учитывая (23.7), получим

$$I=\overline{EH}. \quad (23.8)$$

Итак, интенсивность энергии электромагнитной волны равна среднему значению произведения модулей векторов поля.

Электромагнитная волна, как и упругая волна, является носителем энергии, причем перенос энергии совершается направленно, в сторону распространения волны. Отсюда неизбежно следует, что электромагнитная волна должна также обладать импульсом, а поэтому оказывает давление на тела. Этот вывод и был сделан Максвеллом в его «Трактате по электричеству и магнетизму» (1873 г.).

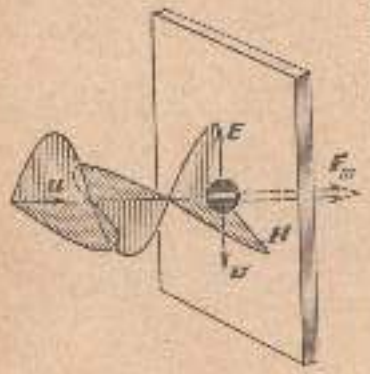


Рис. 23.2.

§ 23.3. Световое давление

1. Происхождение светового давления можно пояснить на примере воздействия электромагнитной волны на лист металла (рис. 23.2). Под действием электрической составляющей поля электрон движется в направлении, противоположном направлению вектора напряженности электрического поля E, со скоростью $v=-\frac{1}{e\alpha}E$ (3.25), где γ — электропроводность металла, n — концентрация электронов проводимости. Магнитная составляющая поля действует на движущийся электрон с силой Лоренца (5.1): $F_m=evB=\mu_0 evH$. Как видно, электромагнитное поле действует на каждый электрон с силой $F_m=\frac{\mu_0\gamma^2}{n}EH$, которая согласно (23.7) пропорциональна плотности энергии поля. Давление на пластинку равно произведению средней силы $\overline{F}_m$ на число электронов n_1, находящихся на единице площади: $p=\overline{F}_m n_1$, где $n_1=(\sqrt[3]{n})^2$. Итак, давление волны

$$p=\frac{\mu_0\gamma^2}{n}ev(\sqrt[3]{n})^2=\frac{\mu_0\gamma^2}{\sqrt[3]{n}}\overline{w}=K\overline{w}, \quad (23.9)$$

где K — характерная для данного вещества постоянная.

2. Максвелл показал, что давление электромагнитной волны

$$p=(1+R)\overline{w}, \quad (23.10)$$

где R — коэффициент отражения. Для зеркальной поверхности $R_{зерк}=1$ и $p_{зерк}=2\overline{w}$; для черной поверхности, которая полностью поглощает излучение, $R_{черн}=0$ и $p_{черн}=\overline{w}$. Вывод формулы (23.10) будет приведен в § 32.5.

Итак, хотя выражение (23.9) и было получено с помощью элементарных рассуждений, оно правильно передает зависимость светового давления от объемной плотности энергии волны.

3. Вывод Максвелла о наличии светового давления был встречен недоверием со стороны ряда крупных ученых, тем более, что этот результат был им получен с помощью весьма шатких рассуждений. Возникла необходимость в экспериментальной проверке данного результата. Решающий эксперимент поставил в 1900 г. П. Н. Лебедев, сумевший обнаружить и измерить давление света на твердые тела. В 1907—10 гг. он обнаружил также наличие светового давления на газы.

Прибор Лебедева представлял собой очень чувствительные крутильные весы, подвижной частью которых являлась легкая рамка с укрепленными на ней «крылышками» — светлыми и черными дисками толщиной от 0,1 до 0,01 мм

(рис. 23.3). Так как давление на черный диск почти вдвое (точнее — в полтора раза) меньше давления на светлый, то на подвижную систему будет действовать вращающий момент, который можно измерить по углу закручивания нити. Плотность энергии Лебедев измерял с помощью специально сконструированного миниатюрного калориметра, направляя на него пучок света на определенное время и регистрируя повышение температуры. На основе ряда наблюдений он пришел к выводу, что в пределах погрешности эксперимента величина светового давления согласуется с формулой (23.10), полученной Максвеллом.

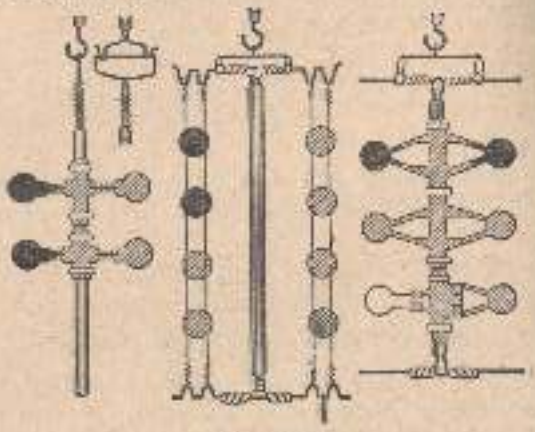


Рис. 23.3.

Опыты Лебедева сыграли историческую роль в утверждении идей Максвелла, в частности, его вывода, что свет есть электромагнитная волна. Самому Лебедеву его опыты завоевали мировую известность и вошли в историю физики как классический пример исключительно тонкого физического эксперимента.

§ 23.4. Излучение электромагнитных волн ускоренно движущимся зарядом

1. Если заряды покоятся или движутся равномерно и прямолинейно относительно некоторой инерциальной системы отсчета, то они не излучают электромагнитных волн. Неключение составляет лишь черенковское излучение (§ 23.7).

В самом деле, если заряд покоится относительно системы отсчета, то вокруг него возникает кулоновское поле (т. 1, § 11.3), не меняющееся со временем. Если заряд движется равномерно, то кроме электрической составляющей возникает еще магнитная составляющая поля (§§ 4.3, 4.4). Однако и здесь векторы электромагнитного поля E и H не меняются во времени, что и подтверждает положение о том, что равномерное движение заряда не сопровождается излучением электромагнитных волн.

Источником электромагнитных волн являются ускоренно движущиеся заряды. Для простоты расчетов положим, что заряды находятся в вакууме.

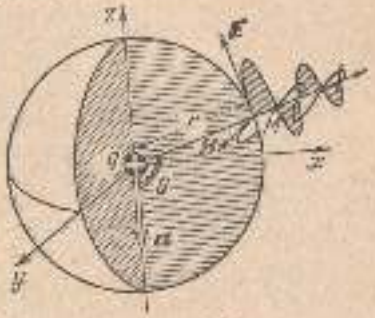


Рис. 23.4.

Пусть заряд q в некоторый момент времени находится в начале координат и движется с ускорением a, направленным в сторону отрицательного направления оси аппликат (рис. 23.4). Тогда из начала координат, как из точечного источника, распространяется сферическая волна, в которой векторы поля являются функциями времени и расстояния до источника волны.

Из уравнений Максвелла следует, что напряженность электрического поля в точке M состоит из двух слагаемых. Одно из них представляет собой обычную напряженность кулоновского поля $E_{кул} = q/4\pi\varepsilon_0 r^2$. Второе слагаемое появляется в результате ускоренного движения заряда; только это слагаемое $E_{изл} = \mu_0 qa \sin\theta/4\pi r$ и описывает волновой процесс. Вектор напряженности кулоновской составляющей поля $E_{кул}$ направлен в сторону радиуса-вектора ($q>0$), а вектор $E_{изл}$ направлен перпендикулярно ему; он лежит в плоскости, проходящей через радиус-вектор и вектор ускорения (см. рис. 23.4).

Так как $E_{изл}$ убывает с расстоянием значительно медленнее $E_{кул}$, то найдется такое расстояние r_0, при котором $E_{изл} \gg E_{кул}$, или $\frac{\mu_0 qa}{4\pi r_0} \gg \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2}$. Отсюда следует:

$$r_0 \gg \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0 a} = \frac{c^2}{a}, \qquad (23.11)$$

Область пространства, отстоящая от источника поля на расстояние $r \gtrsim r_в$, называется *волновой зоной*. В волновой зоне можно кулоновским полем заряда пренебречь и записать векторы поля излучающего заряда в следующей форме:

$$E = \frac{\mu_0 q a \sin\theta}{4\pi r},$$
$$H = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E = \frac{qa \sin\theta}{4\pi c r}. \qquad (23.12)$$

§ 23.5. Излучение колеблющегося заряда и диполя

1. Пусть заряд q совершает в начале координат гармонические колебания $x = A\cos\omega t$; ускорение $a = -A\omega^2 \cos\omega t$ (§ 13.1). Точка M расположена на расстоянии r от начала координат, причем $r \gtrsim r_в$ (см. рис. 23.4). Чтобы написать уравнение колебаний поля в точке M в момент времени t, нужно в формуле (23.12) взять ускорение в момент времени $\tau = t - \frac{r}{c}$; тогда $\omega\tau = \omega\left(t - \frac{r}{c}\right) = \omega t - kr$; выражения для поля примут вид

$$E = \frac{\mu_0 q A \omega^2 \sin\theta}{4\pi r} \cos(\omega t - kr + \pi),$$
$$H = \frac{qA\omega^2 \sin\theta}{4\pi c r} \cos(\omega t - kr + \pi). \qquad (23.13)$$

Уравнения (23.13) описывают поле E и H сферической волны (§ 20.3), частота которой совпадает с частотой осциллирующего заряда.

2. Условие (23.11) в данном случае примет вид $r_в \gg c^2/\omega^2 A$. Учитывая, что $c/\omega = \lambda/2\pi$, получим

$$r_в \gg \frac{\lambda^2}{4\pi^2 A}. \qquad (23.14)$$

3. Полная мощность, излучаемая колеблющимся зарядом, вычисляется следующим образом. Вначале по формуле (23.8) находим интенсивность волны в данном направлении; затем умножаем ее на элемент площади сферы и суммируем по всей поверхности. С точностью до числового множителя получим

$$P \sim \overline{EH}\, S \sim \frac{\mu_0 q A \omega^2}{4\pi r} \cdot \frac{qA\omega^2}{4\pi c r} \cdot 4\pi r^2 \sim \frac{\mu_0 q^2 A^2 \omega^4}{4\pi c}. \qquad (23.15)$$

Точный расчет дает

$$P = \frac{\mu_0 q^2 A^2 \omega^4}{12\pi c}. \qquad (23.16)$$

Как видно, мощность излучения пропорциональна четвертой степени частоты. Поэтому при низких частотах излучение энергии ничтожно мало, но с ростом частоты колебаний мощность излучения очень быстро нарастает.

4. Выражения (23.13) пригодны и в том случае, когда электромагнитные волны излучаются диполем, электрический момент которого $p_e = ql$ (т. 1, формула (10.5)) совершает гармонические колебания: $p_e = p_0 \cos\omega t$. Заменив в (23.13) и (23.16) $qA = p_0$, получим уравнения для полей волны и выражение для полной мощности, которую излучает колеблющийся диполь.

Примером такого диполя является *вибратор Герца* (рис. 23.5). Катушка Румкорфа, представляющая собой высокочастотный трансформатор, заряжает стержни диполя до тех пор, пока в промежутке между ними не проскочит искра — высокочастотный разряд. В это время вибратор излучает волну, длина которой $\lambda = 2l$, а круговая частота $\omega = 2\pi c/\lambda = \pi c/l$ (§ 21.3). Для приема волн служит такой же диполь-резонатор. С помощью этого прибора Герц и доказал наличие электромагнитных волн и изучил их свойства.

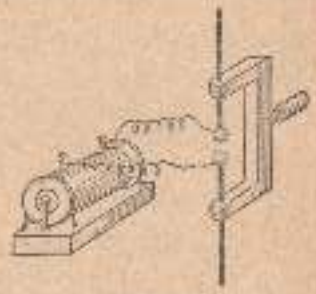


Рис. 23.5.

Вибратор Герца имел длину от 2,5 *м* до 1 *м*, что соответствует волнам длиной от 5 *м* до 2 *м*. Весьма интересные опыты поставил П. Н. Лебедев в 1895 г. Ему удалось создать вибратор длиной около 2,7 *мм* и с его помощью получить волны длиной около 6 *мм*. В 1922 г. А. А. Глаголева-Аркадьева с помощью особого генератора (массового излучателя) получила электромагнитные волны длиной от 1 *см* до 0,35 *мм*, сомкнув тем самым диапазон радиоволн и инфракрасных лучей.

§ 23.6. Излучение циркулирующего заряда

1. Если электрический заряд движется по окружности радиуса R с постоянной скоростью v, то имеется центростремительное (нормальное) ускорение $a_n = \omega^2 R$, где

$\omega = v/R$ — угловая скорость (т. 1, § 4.8). А так как всякое ускоренное движение заряда сопровождается излучением электромагнитных волн, то и циркулирующий заряд должен излучать.

Такой эффект действительно наблюдается при движении частиц в циклических ускорителях при больших энергиях. Так как впервые излучение циркулирующих зарядов наблюдалось при движении электронов в синхротроне, то оно называется *синхротронным излучением*. При энергии электрона около 100 *Мэв* излучаются волны в диапазоне видимого спектра, т. е. наблюдается так называемый *светящийся электрон*.

2. Мощность, излучаемая одним электроном в единицу времени, найдем по формуле (23.16), заменив в ней амплитуду радиусом орбиты:

$$P = \frac{\mu_0 e^2 R^2 \omega^4}{12\pi c} = \frac{\mu_0 e^2 v^4}{12\pi c R^2}. \qquad (23.17)$$

Выразив радиус орбиты через индукцию магнитного поля (5.5), получим

$$P = \frac{\mu_0 e^4 v^2 B^2}{12\pi m^2}. \qquad (23.18)$$

Потери мощности на синхротронное излучение компенсируются за счет подвода энергии в ускоряющем промежутке (§ 5.5).

3. Попытаемся применить эти же рассуждения к электрону, циркулирующему в атоме. Этот электрон тоже должен излучать электромагнитные волны, вследствие чего должна уменьшаться его энергия. Время, в течение которого циркулирующий заряд потеряет свою энергию на излучение, примерно равно частному от деления кинетической энергии на мощность излучения:

$$\tau \approx \frac{K}{P} = \frac{mv^2 \cdot 12\pi c R^2}{2 \cdot \mu_0 e^2 v^4} = \frac{6\pi\varepsilon_0 m c^3 R^2}{e^2 v^2}. \qquad (23.19)$$

Учитывая, что при движении электрона вокруг ядра кулоновская сила притяжения служит центростремительной силой, и положив заряд ядра равным по модулю заряду электрона, получим

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{e^2}{2\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

Отсюда получим выражение для скорости:

$$v^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m R}.$$

Подставив в (23.19), имеем для искомого времени следующее значение:

$$\tau \approx \frac{24\pi^2 \varepsilon_0^2 m^3 R^3}{e^4}. \qquad (23.20)$$

Все величины в этой формуле известны: $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9}$ *ф/м*, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *гн/м*, $c = 3 \cdot 10^8$ *м/сек*, $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг*, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*, $R \approx 10^{-10}$ *м*. Расчет дает:

$$\tau = \frac{24 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 83 \cdot 10^{-62} \cdot 10^{-30}}{36\pi \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-38}} \approx 2 \cdot 10^{-23}\ \text{сек}.$$

4. Мы получили фактически абсурдный результат: электрон в течение примерно 10^{-10} секунды должен растерять всю свою энергию на излучение и остановиться. Тогда за счет кулоновской силы он упадет на ядро, и атом разрушится. Но это противоречит эксперименту, который убеждает нас в огромной устойчивости атомов.

Итак, на основе классической теории мы принципиально не можем получить правильное описание явлений, происходящих в атоме. Правильную теорию атома удалось построить лишь на базе квантовых представлений.

§ 23.7. Излучение Вавилова — Черенкова

1. Изучая свечение различных жидкостей под действием радиоактивных излучений, П. А. Черенков в 1934 г. обнаружил, что β-лучи (релятивистские электроны) вызывают весьма слабое голубоватое свечение чистых жидкостей. Свечение оказалось весьма специфичным, и акад. С. И. Вавилов, руководивший в то время работой Черенкова, высказал оказавшееся впоследствии правильным предположение, что оно вызвано движением свободных электронов в веществе. Теорию этого излучения предложили в 1937 г. академики И. Е. Тамм и И. М. Франк. В 1958 г. за открытие и теоретическое объяснение данного явления Черенков, Тамм и Франк удостоены Нобелевской премии.

2. Оказалось, что свечение Вавилова — Черенкова возникает при равномерном движении заряда в веществе, если скорость движения заряда больше скорости электромагнитной волны: $v > c_n$. Это явление аналогично возникновению ударной волны (конуса Маха) при движении тела со скоростью, превосходящей скорость звука (т. 1, §§ 30.7, 30.8). Действительно, черенковское свечение распростра-

кается также в виде конуса (рис. 23.6), угол раствора которого определяется условием (т. 1, формула (30.21))

$$\cos\theta = \sin\alpha = \frac{u}{v} = \frac{c}{v\sqrt{\varepsilon}}. \qquad (23.21)$$

Измерив опытным путем этот угол, можно определить скорость движения ультрарелятивистских частиц.

3. Свечение Вавилова — Черенкова — это единственный случай, когда заряд, движущийся равномерно, излучает электромагнитные волны (§ 23.4). На первый взгляд кажется, что это явление якобы противоречит теории относительности, согласно которой скорость тела не может быть больше скорости света (т. 1, § 12.6). Однако написанная выше формулировка не точна. В § 12.6 первого тома четко указано, что скорость тела не может быть больше скорости света *в вакууме* (т. е. всегда $v<c$), но нигде не говорилось что она не может превзойти скорость света в веществе $u=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}<c$. Свечение Вавилова — Черенкова возникает при условии $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}<v<c$, что никоим образом теории относительности не противоречит.

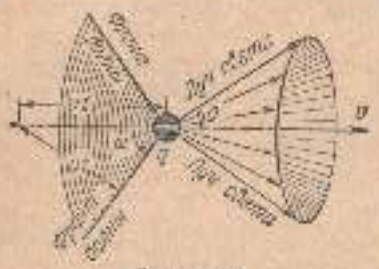


Рис. 23.6.

§ 23.8. Эффект Допплера в оптике

1. Так же как и в акустике (§ 20.4), в оптике при движении наблюдателя или источника воспринимаемая частота электромагнитной волны ω отличается от излучаемой источником частоты ω_0. Однако фактически явления в упругой среде и электромагнитном поле принципиально отличаются. Упругая среда может служить системой отсчета, вследствие чего случаи движения источника или приемника относительно среды различаются и описываются разными формулами (20.15) и (20.18). Электромагнитное поле системой отсчета служить не может, и в случае электромагнитных волн мы говорим лишь об относительном движении источника и приемника друг относительно друга.

В т. 1 (§ 14.1) было показано, что продольный эффект Допплера является следствием релятивистского преобразования времени при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой. Рассмотрим здесь более общий случай.

2. Пусть в системе отсчета $x_0y_0z_0$ находится источник, излучающий электромагнитные волны, частота которых равна ω_0. Найдем частоту ω, которую регистрирует наблюдатель, находящийся в системе отсчета xyz, относительно которой источник движется вдоль оси абсцисс со скоростью v (рис. 23.7). Обозначим через θ угол между лучом и направлением движения источника в системе отсчета, связанной с наблюдателем.

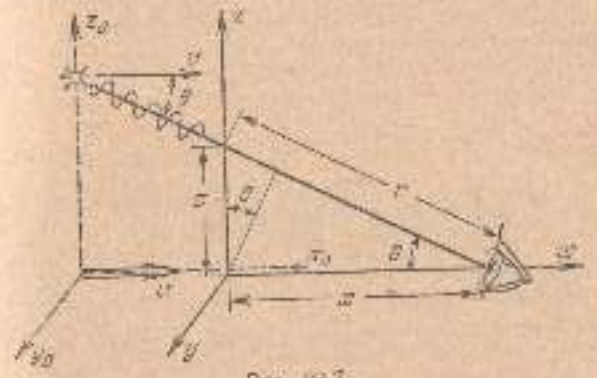


Рис. 23.7.

В уравнении волны (20.10) фаза является инвариантом, следовательно, $\omega t - kr = \omega_0 t_0 - k_0 r_0$. Из рис. 23.7 видно, что $r = x\cos\theta - z\sin\theta$, а из определения волнового числа (20.6) известно, что $k = \omega/c$. Подставив в выражение для фазы, получим

$$\omega\left(t - \frac{x}{v}\cos\theta - \frac{z}{c}\sin\theta\right) = \omega_0\left(t_0 - \frac{x_0}{c}\cos\theta_0 - \frac{z_0}{c}\sin\theta_0\right). \qquad (23.22)$$

Согласно преобразованиям Лоренца (т. 1, формулы (12.18))

$$x = \frac{x_0 + vt_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad z = z_0, \quad t = \frac{t_0 + vx_0/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Подставим эти значения в равенство (23.22) и учтем, что x, z и t — независимые переменные, следовательно, равенство (23.22) будет справедливым, если равны коэффициенты

при переменных. После несложных, но длинных преобразований получим

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{v \cos \theta}{c}}. \qquad (23.23)$$

Это и есть выражение для эффекта Допплера в оптике.

3. Из данной формулы следует выражение для продольного эффекта Допплера: при $\theta = 0$ — формула (14.4) первого тома для случая, когда источник и наблюдатель приближаются друг к другу, а при $\theta = \pi$ — формула (14.3) для случая их взаимного удаления. При условии $v \ll c$ они практически совпадают с (20.15) и (20.18).

Однако из теории относительности следует существование *поперечного* эффекта Допплера для случая, когда источник движется перпендикулярно лучу, т. е. $\theta = \pi/2$:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \qquad (23.24)$$

Для упругих волн поперечный эффект Допплера отсутствует.

4. В 1938—41 гг. Г. Айвс и Г. Стилуэлл поставили ряд опытов по наблюдению поперечного эффекта Допплера и получили отличное совпадение между результатами эксперимента и теорией. Фактически эти опыты явились экспериментальной проверкой релятивистского закона преобразования времени, выражаемого преобразованиями Лоренца.

ГЛАВА 24

ЭЛЕМЕНТЫ РАДИОТЕХНИКИ

§ 24.1. Радиосвязь

1. В 1895 г. А. С. Попов доложил Русскому Физико-химическому обществу об открытии им грозоотметчика — прибора, позволяющего регистрировать электромагнитные волны, возникающие при грозовых разрядах. По сути дела это был первый радиоприемник. Через год Попов на заседании того же общества продемонстрировал сеанс радиосвязи: из одного здания в другое, находившееся на расстоянии 250 м, была передана радиограмма «Генрих Герц». В то же время проблемами радиосвязи занимался Г. Маркони, много сделавший для внедрения радио в практику. В настоящее время, когда радио и телевизионная связь осуществ-

ляется между Землей и космическими кораблями, находящимися на Луне и вблизи Венеры или Марса, сообщение о передаче на расстояние в 250 м или даже нескольких километров может показаться мелочью. Но не надо забывать, что это были первые шаги человечества в новой неизведанной области науки и техники.

2. Для того чтобы антенна (например, вибратор Герца) длиной l излучала заметную мощность, в ней должны происходить высокочастотные колебания. В самом деле, согласно (23.16) излучаемая мощность

$$P = \frac{\mu_0 l^2 m^2}{12\pi c} I_m^2, \qquad (24.1)$$

где $I_m = q\omega$ — амплитуда колебаний тока. Пусть длина антенны $l \approx 10$ м, $I_m \approx 10$ а; оценим частоту, необходимую для получения мощности $P \approx 100$ вт. Подставив в формулу, получим $\omega \approx 10^7$ сек$^{-1}$; этой частоте соответствует длина волны $\lambda = 2\pi c/\omega \approx 200$ м.

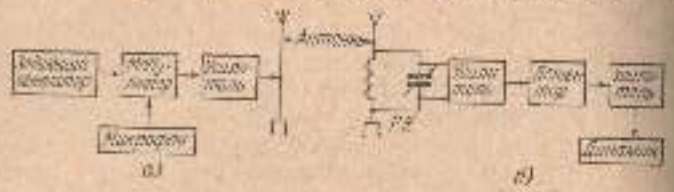
На заре радиотехники для получения высокочастотных колебаний использовали высокочастотный искровой разряд. Но этот метод обладал рядом недостатков. Прежде всего, практически вся энергия расходовалась на тепло, а не на излучение, так что к. п. д. генератора был ничтожно мал и дальность передачи составляла всего лишь несколько десятков километров. С другой стороны, с помощью искрового разряда получали не синусоидальные волны, а серии затухающих импульсов. Это позволяло осуществлять только радиотелеграфную связь, передача звука исключалась, так как затухающие импульсы нельзя модулировать.

3. Полный переворот в радиотехнике совершила электронная лампа — триод (§ 11.3) и ее модификации — современные многосеточные электронные лампы. С их помощью удалось создать схемы для генерации незатухающих электромагнитных колебаний (§ 16.3), для их усиления (§ 24.4), модуляции и детектирования (§ 24.5). В этой книге мы не можем подробно осветить этот вопрос, и ниже остановимся лишь на некоторых принципиальных понятиях.

Начиная с пятидесятых годов, радиолампы во многих схемах заменяются полупроводниковыми приборами — транзисторами (§ 42.5), которые обладают рядом важных достоинств. Однако замена ламп транзистором не меняет сути явлений, и мы дальше будем рисовать схемы с лампами; при этом читатель должен иметь в виду возможность их замены транзисторами.

§ 24.2. Радиовещание

1. Основой современного радиопередатчика (рис. 24.1, *а*) является генератор незатухающих колебаний, собранный



а) *в)*

Рис. 24.1.

на лампах или на транзисторах. Генератор вырабатывает колебания высокой частоты (несущая частота ω), которые изображены на рис. 24.2, *а*.

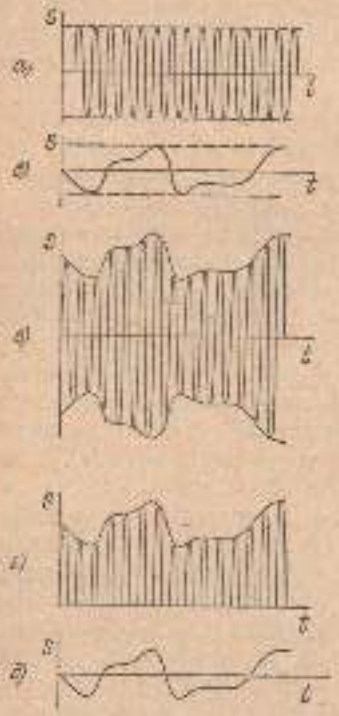


Рис. 24.2.

Звуковые колебания (рис. 24.2, *б*) поступают в микрофон и здесь преобразовываются в электрические колебания. В модуляторе происходит процесс преобразования незатухающих синусоидальных колебаний в модулированные колебания (рис. 24.2, *в*). После усиления модулированные колебания поступают в антенну, которая служит для излучения электромагнитных волн.

2. Эти волны поступают в антенну приемника и вызывают колебания в резонирующем контуре $РК$ (рис. 24.1, *б*). Слабые колебания высокой частоты поступают в усилитель, затем — в детектор (§ 24.5). Из детектированных колебаний (рис. 24.2, *г*) выделяется низкочастотная (звуковая) составляющая (рис. 24.2, *д*), которая вновь усиливается и передается на динамик.

3. Резонирующий контур приемника состоит из катушки и конденсатора переменной емкости, что позволяет настраивать контур на частоту волны, которую излучает та или иная радиостанция.

Если бы принимались синусоидальные волны, то рационально было бы иметь резонирующий контур с очень большой добротностью, что позволило бы повысить его избирательность — способность различать сигналы двух радиостанций, имеющих близкие несущие частоты (§ 17.4). Однако резонирующий контур должен принимать модулированные колебания, имеющие не одну частоту, а полосу частот (§ 14.4), заполняющих какой-то интервал спектра. Для того чтобы сигнал не искажался, необходимо воспроизвести без искажения всю полосу частот, а для этого резонансная кривая должна быть весьма пологой, что возможно лишь в случае малой добротности контура.

Итак, требования высокой избирательности и хорошей воспроизводимости противоречат друг другу, и на практике приходится идти на разумный компромисс.

Заметим также, что чем выше несущая частота, тем более широкий интервал частот может быть воспроизведен без искажений. Это одна из причин, почему сейчас все более широко используется диапазон коротких и ультракоротких волн.

§ 24.3. Телевидение

1. Заметим, что схема телевидения в основных чертах совпадает со схемой радиовещания. Передатчик различается тем, что здесь колебания несущей частоты модулируются не только звуковым сигналом, но и сигналом изображения, поступающим от особых передающих трубок (иконоскопов или суперортикопов). Наконец, в объем модуляции входят еще сигналы для синхронизации развертки электронного пучка в электронно-лучевой трубке — иконоскопе, на экране которого возникает изображение (§ 11.4).

В телевизионном приемнике высокочастотный сигнал снова разделяется на три: сигнал изображения (видеосигнал), звуковое сопровождение и сигналы управления. После усиления эти сигналы идут в свои тракты и там используются по назначению.

2. Сигналы управления осуществляют развертку электронного пучка по горизонтали — вдоль строк — и перебрасывают его с одной строки на другую. Всего за 1/30 секунды пучок записывает 625 строк, что дает один кадр. Если

при этом видеосигнала нет, то экран оказывается равномерно освещенным.

Усиленный видеосигнал подается на управляющий электрод электронной пушки, вследствие чего меняется интенсивность электронного пучка и в связи с этим — яркость данной точки экрана. За счет этого и возникает изображение.

3. Благодаря большому объему информации, которая должен нести телевизионный сигнал, он занимает полосу частот порядка 4—5 *Мгц* (в вещательном приемнике — около 10 *кгц*). А это значит, что и несущая частота электромагнитных волн должна быть очень высокой — используются частоты от 50 *Мгц* до 900 *Мгц* (длина волны от 6 м до 30 *см*). Радиовещание осуществляется на значительно более длинных волнах — от 1,5 *км* до десятков метров.

§ 24.4. Ламповый усилитель

1. Так как радиоприемник удален от передатчика часто на весьма значительные расстояния, то в его антенну поступает ничтожная доля энергии, излучаемой передатчиком. Возникает проблема усиления мощности слабых колебаний.

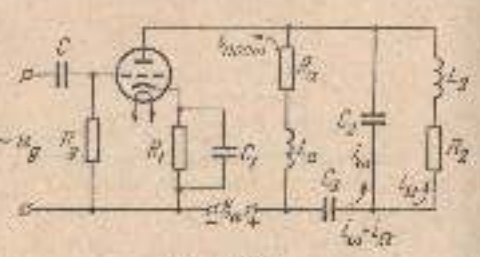


Рис. 24.3.

Она решается с помощью усилителей, собранных на электронных лампах или транзисторах. Схема простейшего усилителя на триоде изображена на рис. 24.3. Рассмотрим назначение и принцип действия основных узлов этой схемы.

2. На электроды сетки подается слабое переменное напряжение $u_г$, которое нужно усилить. Резистор $R_г$ соединяет сетку с минусом батареи анода. В результате потенциал сетки колеблется незначительно относительно этого отрицательного потенциала.

Резистор R_1 и конденсатор C_1 в цепи катода образуют так называемое «катодное смещение», за счет которого потенциал $\varphi_г$ сетки оказывается *ниже* потенциала $\varphi_к$ катода. В самом деле, внутри триода ток течет от анода к катоду и далее через сопротивление R_1 на минус батареи анода. Судя по направлению тока, мы убеждаемся, что $\varphi_к > \varphi_г$. В зависимости от анодного напряжения и сопротивления резистора R_1 изменяется разность потенциалов между катодом и сеткой, что позволяет выбрать «рабочую точку» усилителя O либо на линейном участке характеристики (рис. 24.4, *а*), либо на ее сгибе (рис. 24.4, *б*).

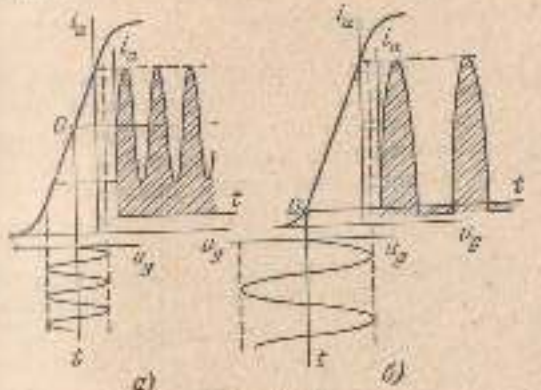


Рис. 24.4.

Конденсатор C_1 емкостью несколько десятков микрофарад накапливает электрический заряд и тем самым сглаживает пульсации потенциала катода.

3. Если усилитель работает на линейном участке характеристики (рис. 24.4, *а*), то, как видно из графика, колебания потенциала сетки вызывают точно такой же формы колебания тока в цепи анода. Амплитуда колебаний напряжения $u_а$ на нагрузочном резисторе $R_а$ при большой крутизне характеристики может оказаться значительно больше, чем на сетке.

Правда, повысить напряжение можно и с помощью трансформатора, но между ним и усилителем есть принципиальная разница. У трансформатора повышение напряжения сопровождается соответствующим уменьшением тока; мощность сигнала трансформатор увеличить не может, ибо в нем нет дополнительного источника энергии. В усилителе же

именно мощность колебаний в цепи анода значительно превосходит их мощность в цепи сетки — приток энергии обеспечивает батарея анода $\mathcal{E}_a$ (см. рис. 24.3). Итак, ламповый усилитель работает в режиме усиления мощности сигнала, а не только его напряжения.

4. В настоящее время в ламповых усилителях вместо триода применяются тетроды (с двумя сетками) и пентоды (с тремя сетками). Эти лампы обеспечивают больший коэффициент усиления, чем триод, но принцип работы усилителя на этих лампах ничем от усилителя на триоде не отличается.

§ 24.5. Детектирование (демодуляция)

1. Мы уже говорили, что в радиоприемник поступают высокочастотные модулированные колебания (рис. 24.2, *б*). Для того чтобы услышать звук, необходимо выделить из модулированного сигнала низкочастотную (звуковую) составляющую. Процесс выделения низкочастотной составляющей называется *демодуляцией*. Демодуляция осуществляется с помощью *детектора* — проводника с односторонней проводимостью. Им может служить, например, двухэлектродная электронная лампа (§ 11.2), кристаллический диод (§ 42.5) и вообще любой нелинейный проводник, т. е. проводник, для которого несправедлив закон Ома.

Чтобы выяснить принципиальную роль нелинейности, обратимся к схеме рис. 24.3 при условии, что рабочая точка выбрана на сгибе характеристики (рис. 24.4, *б*). Здесь на сетку подается синусоидальный сигнал, а в цепи анода возникают пульсации тока.

В первом приближении можно считать, что на рабочем участке характеристика имеет форму параболы и ток в анодной цепи является не линейной, а квадратичной функцией напряжения на сетке:

$$i_a = i_0 + \alpha u_g + \beta u_g^2, \qquad (24.2)$$

где α и β — некоторые постоянные.

2. Пусть на сетку подается модулированное напряжение $u_g = A(1 + k\cos\Omega t)\cos\omega t$, где $k<1$ — глубина модуляции, Ω — частота модуляции и $\omega \gg \Omega$ — несущая частота (§ 14.2, рис. 14.2).

Ток в анодной цепи выразится так:

$$i_a = i_0 + \alpha A(1 + k\cos\Omega t)\cos\omega t + \beta A^2(1 + 2k\cos\Omega t + k^2\cos^2\Omega t)\cos^2\omega t. \qquad (24.3)$$

Воспользовавшись тем, что $2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$, можно показать, что анодный ток (24.3) представляет собой сумму трех слагаемых: постоянного тока $i_{0ст}$, высокочастотной составляющей i_a с частотами ω и 2ω и низкочастотной составляющей i_Ω с частотами Ω и 2Ω:

$$i_\Omega = \frac{\beta A^2}{2}\left(1 + 2k\cos\Omega t + \frac{k^2}{2}\cos 2\Omega t\right). \qquad (24.4)$$

Как видно, низкочастотное слагаемое тока практически правильно передает закон изменения амплитуды модулированного колебания, т. е. звуковой сигнал. Правда, при детектировании появилось слагаемое с удвоенной частотой модуляции $\frac{k^2}{2}\cos 2\Omega t$, но при $k \ll 1$ им можно пренебречь.

3. Выясним, каким образом удается отделить интересующий нас низкочастотный сигнал i_Ω от двух других слагаемых. Обратимся вновь к рис. 24.3. Здесь звуковая катушка динамика изображена в виде полного сопротивления $Z = \sqrt{R_2^2 + L_2^2\Omega^2}$. Параллельно этой катушке подключается конденсатор C_2.

Постоянное слагаемое детектированного колебания не может пройти через разделительный конденсатор C_3 и протекает через дроссель L_0, резистор R_a и лампу. Переменные составляющие i_a и i_Ω, наоборот, практически свободно проходят через разделительный конденсатор C_3 (емкостное сопротивление $X_{C_3} = \frac{1}{C_3\omega}$ мало) и не проходят через дроссель L_0, индуктивное сопротивление которого $X_{L_0} = L_0\omega$ велико (§§ 18.5, 18.6).

Высокочастотный сигнал i_a с частотами ω и 2ω проходит далее через конденсатор C_2, так как при высокой частоте емкостное сопротивление $X_{C_2} = \frac{1}{C_2\omega}$ много меньше индуктивного $X_{L_2} = L_2\omega$. Для низкочастотного звукового сигнала с частотой $\Omega \ll \omega$, очевидно, справедливо обратное соотношение, вследствие чего он протекает через звуковую катушку.

4. На практике используется не квадратичная, а иные формы демодуляции. Модулирующий сигнал также является несинусоидальным. Тем не менее рассмотренный выше пример правильно передает картину явления демодуляции высокочастотного сигнала с помощью детектора.

ГЛАВА 25

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

§ 25.1. Шкала электромагнитных волн

1. Для измерения длины волны у световых волн близкого к оптическому диапазона — инфракрасных, ультрафиолетовых, рентгеновских,— применяются следующие единицы измерения:

1 *мкм* (микрометр) $=10^{-6}$ *м*;
1 *нм* (нанометр) $=10^{-9}$ *м*;
1 Å (ангстрем) $=10^{-10}$ *м*.

До введения системы СИ микрометр называли микроном (μ), нанометр — миллимикроном (*мμ*). Ангстрем — внесистемная единица.

2. *Видимый свет* — это электромагнитные волны, лежащие в диапазоне длин волн от $\lambda_к = 7800$ Å $= 780$ *нм* (красный свет) и до $\lambda_ф = 4000$ Å $= 400$ *нм* (фиолетовый свет).

Однако видимый свет по своей физической природе ничем не отличается от других электромагнитных волн — радиоволн, инфракрасных, ультрафиолетовых, рентгеновских и гамма-лучей. Поэтому часто, говоря о свете, этот термин применяют в широком смысле, как электромагнитную волну вообще. Это аналогично применению термина «звуковая волна» для обозначения любых упругих волн малой интенсивности, а не только для слышимого звука. В частности,

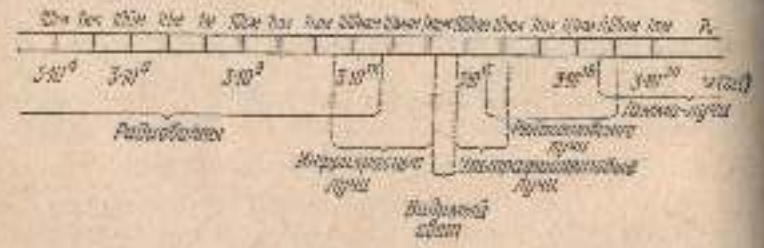


Рис. 25.1.

в первом томе данной книги (§ 12.1 и далее), говоря о скорости света в вакууме c, мы под светом понимали не только видимый свет, а фактически любые электромагнитные волны.

3. На рис. 25.1 изображена шкала электромагнитных волн. Они охватывают огромный диапазон частот — от нескольких колебаний в секунду до 10^{23} *гц* (длины волн соответственно от сотен тысяч километров до 10^{-4} Å).

4. *Радиоволны* охватывают диапазон от 10^5 *м* до 1 *мм*; здесь выделяют область длинных волн — более 1 *км*, средних — от 1 *км* до 100 *м*, коротких — от 100 *м* до 10 *м* и ультракоротких — от 10 *м* до 1 *мм*.

Область ультракоротких радиоволн смыкается с участком *инфракрасных лучей*. Граница между ними часто условная и определяется способом их получения: ультракороткие радиоволны получают с помощью особых генераторов (радиотехнические методы), а инфракрасные лучи излучаются нагретыми телами.

За видимым участком спектра лежат *ультрафиолетовые лучи*; их длина волны от 4000 Å до 10 Å. Ультрафиолетовые лучи получают с помощью тлеющего разряда (§ 12.6), обычно в парах ртути.

С коротковолновой границей ультрафиолетовой области смыкается участок, соответствующий *рентгеновским лучам* (§ 37.3). Они охватывают диапазон длин волн от 10 Å до 0,1 Å. За ними идет область гамма-лучей (§ 45.10) с длинами волн менее 1 Å. Области рентгеновских и гамма-лучей частично перекрываются, и различить эти волны можно не по свойствам, а по методу получения: рентгеновские лучи возникают в специальных трубках (§ 37.3), а гамма-лучи испускаются радиоактивными ядрами некоторых элементов.

§ 25.2. Волновой цуг. Световой вектор

1. Механизм излучения видимого света, инфракрасных, ультрафиолетовых и рентгеновских лучей будет подробно рассмотрен в гл. 31—38. Оказывается, что возбужденный атом, имеющий избыток энергии, переходит в состояние

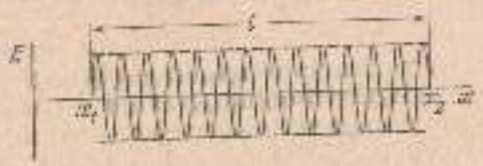


Рис. 25.2.

с меньшей энергией и при этом излучает электромагнитную волну. Процесс перехода длится около $\tau \approx 10^{-8}$ *сек*, столько же времени длится излучение. Таким образом, атом излучает *обрывок синусоиды*, который называется *волновым цугом* (рис. 25.2). Длина волнового цуга в вакууме $l = x_2 - x_1 =$

$-ct\approx 3$ м, длина световой волны около 10^{-6} м, следовательно, на волновом цуге укладывается несколько миллионов длин волн.

2. На рис. 25.2 мы показали только колебания вектора напряженности электрической составляющей электромагнитной волны, магнитная составляющая не изображена. Мы и в дальнейшем будем изображать только одну составляющую электромагнитной волны, подразумевая наличие колебаний второй составляющей в перпендикулярной плоскости (см. рис. 23.1). Причина, вследствие которой в качестве *светового вектора* выбран вектор E, а не H, заключается в том, что электрическая составляющая электромагнитной волны действует на свободные электроны и электроны проводимости значительно сильнее, нежели магнитная.

В самом деле, из (23.4) следует, что в вакууме векторы E и H волны связаны соотношением $H=E\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$, откуда для вектора индукции имеем $B=\mu_0 H=E\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}=E/c$. Электрическая сила $F_e=eE$, магнитная сила $F_m=evB=\frac{v}{c}eE=F_e\frac{v}{c}$. Но скорость электронов меньше скорости света, поэтому и магнитная сила много меньше электрической.

3. Опыты подтверждают этот расчет. Оказывается, что фотоэффект (§ 32.1), фотохимические реакции (§ 32.4), действие света на глаз, фотолюминесценция (§ 43.2) и т. п. определяются действием вектора E. Вместе с тем не следует забывать, что оба вектора поля (E и H) неразрывно связаны в электромагнитной волне и ни при каких условиях нельзя получить волну, в которой была бы только одна составляющая поля.

§ 25.3. Соотношение неопределенностей для координаты и волнового числа

1. Волновой цуг — это несинусоидальная волна. В этом отношении цуг похож на синусоидальный импульс (§ 17.7) и приближенно может быть представлен биениями (§ 14.1). Для этой цели попытаемся представить волновой цуг длиной l в виде суммы двух синусоидальных волн с близкими круговыми частотами ($\omega_1=\omega-\Delta\omega$, $\omega_2=\omega+\Delta\omega$) и соответственно с близкими волновыми числами ($k_1=k+\Delta k$, $k_2=k-\Delta k$):

$$E_1=E_0\cos(\omega_1 t-k_1 x+\varphi),\quad E_2=E_0\cos(\omega_2 t-k_2 x+\varphi). \tag{25.1}$$

Результирующая волна (см. § 14.1) будет иметь вид «почти синусоидальной волны»:

$$E=B\cos(\omega t-kx+\varphi), \tag{25.2}$$

где переменная амплитуда

$$B=2E_0\cos(\Delta\omega\cdot t-\Delta k\cdot x). \tag{25.3}$$

2. Выбрав какой-либо определенный момент времени, получим амплитуду, которая зависит только от координаты:

$$B=2E_0\cos(\Delta k\cdot x)=B_0\cos(\Delta k\cdot x). \tag{25.4}$$

Данная волна представляет собой «пространственные биения», форма которых для некоторого момента времени изображена на рис. 25.3, а.

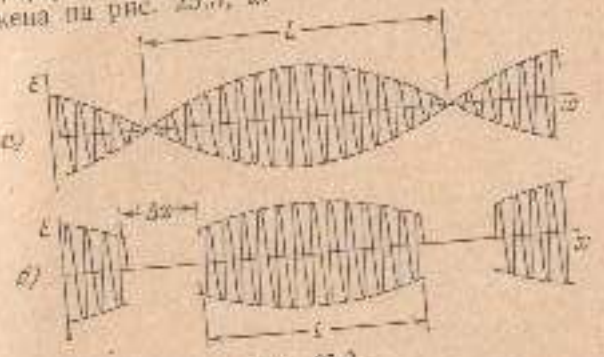


Рис. 25.3.

Координаты «узлов» мы получим, полагая в (25.4) $\cos(\Delta k\cdot x)=0$, откуда следует $\Delta k\cdot x_m=(2m+1)\pi/2$. Итак:

$$x_m=(2m+1)\frac{\pi}{2\Delta k}. \tag{25.5}$$

Длина одного «биения», т. е. расстояние между ближайшими узлами:

$$L=x_{m+1}-x_m=\pi/\Delta k. \tag{25.6}$$

Это выражение аналогично «периоду биения» (§ 14.1).

3. Пространственное биение — это не волновой цуг, однако различие между ними меньше, чем это может показаться. Дело в том, что любой измерительный прибор имеет определенный предел чувствительности, и если «амплитуда биения» окажется ниже предела чувствительности прибора,

то последний перестанет воспринимать волну. Итак, регистрирующий прибор будет воспринимать «куски биений» (рис. 25.3, б), которые практически уже ничем не отличаются от волнового цуга.

Не следует также думать, что волновой цуг можно отличить от «куска биений» тем, что у цуга амплитуда — постоянная величина, а у «биений» она меняется. В § 17.7, анализируя прием синусоидальных импульсов, мы уже видели, что в результате процесса установления колебаний при включении и выключении резонатора форма импульса существенно меняется.

4. Оценим неопределенность координаты Δx у волнового цуга. Будем считать, что «кусок биения» удовлетворительно отражает свойства волнового цуга, если амплитуда в конце этого куска меньше максимальной амплитуды не более чем в два раза: $B/B_0 \approx 0{,}5$. Заметим, что при этом интенсивность уменьшится не более чем в четыре раза ($I/I_0 = B^2/B_0^2 = 0{,}25$). Воспользовавшись (25.4), имеем

$$\frac{B}{B_0} = \cos(\Delta k \cdot \Delta x) \approx \frac{1}{2}.$$

Отсюда следует, что $\Delta k \cdot \Delta x \approx \pi/3 \approx 1$. Итак,

$$\Delta k \cdot \Delta x \approx 1. \qquad (25.7)$$

Это и есть соотношение неопределенностей для координаты и волнового числа.

5. Данное соотношение имеет следующий смысл. Поскольку волновой цуг — не бесконечная синусоида, а обрывок синусоиды, ему соответствует не одно определенное волновое число, а интервал волновых чисел шириной Δk. С другой стороны, длина волнового цуга также имеет неопределенность Δx. А это значит, что положение волнового цуга в пространстве не может быть найдено точнее, чем с неопределенностью Δx.

Неопределенности координаты и волнового числа согласно (25.7) обратно пропорциональны друг другу. Следовательно, чем точнее будут произведены измерения волнового числа (или длины волны), тем более неопределенным окажется положение волнового цуга на оси координат. И наоборот, чем точнее будет локализован волновой цуг, тем более неопределенным окажется волновое число (и длина волны $\lambda = 2\pi/k$).

Соотношение (25.7) играет исключительно важную роль в квантовой механике (см. § 34.2 и далее).

§ 25.4. Монохроматичность

1. Свет, излучаемый обычными источниками, — это негармоническая волна. В гл. 14 было показано, что любая негармоническая волна может быть разложена в спектр (§ 14.4), т. е. представлена в виде суммы синусоидальных гармоник. Ниже будут рассмотрены физические методы, с помощью которых можно осуществить спектральное разложение световой волны (§§ 25.8, 25.9, 26.2, 30.11).

Свет, которому соответствует одна определенная частота (соответственно — одна определенная длина волны), называется *монохроматическим* (от греческого mónos — один и chróma — цвет). В любом спектральном приборе его спектр имеет вид узкой линии.

2. На самом деле процесс излучения длится конечное время $\tau \approx 10^{-8}$ *сек*, в результате чего данной *спектральной линии соответствует диапазон длин волн* шириной $\Delta\lambda$ (соответственно — диапазон частот шириной $\Delta\nu$).

Естественной шириной спектральной линии называется диапазон длин волн (или частот), ширина которого определяется конечным временем излучения. Естественная ширина определяется из соотношения неопределенностей для времени и частоты $\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 1$ (17.22). Так как неопределенность времени Δt примерно равна времени излучения τ, то из (17.22) вытекает:

$$\Delta\omega \approx 1/\tau \approx 10^8 \text{ сек}^{-1}. \qquad (25.8)$$

3. Более удобной характеристикой степени уширения спектральной линии служит ее *относительная ширина*. Она равна отношению ширины линии к той длине волны (или, соответственно, частоте), которая соответствует максимальной интенсивности спектральной линии. Покажем, что $\Delta\omega/\omega = \Delta\nu/\nu = \Delta\lambda/\lambda$.

В самом деле, если частоте ν соответствует длина волны $\lambda = c/\nu$, то частоте $\nu_1 = \nu - \Delta\nu$ соответствует длина волны $\lambda_1 = \lambda + \Delta\lambda = c/(\nu - \Delta\nu)$, а частоте $\nu_2 = \nu + \Delta\nu$ — длина волны $\lambda_2 = \lambda - \Delta\lambda = c/(\nu + \Delta\nu)$. Равенство $\lambda_1\nu_1 = \lambda_2\nu_2$ — запишем так:

$$(\lambda + \Delta\lambda)(\nu - \Delta\nu) = (\lambda - \Delta\lambda)(\nu + \Delta\nu).$$

Раскрыв скобки и приведя подобные члены, получим искомое равенство для относительной ширины, рассчитанной по длине волны или частоте. Подставив значение $\Delta\omega \approx \approx 1/\tau \approx 10^8$ *сек*$^{-1}$ и $\omega \approx 10^{15}$ *сек*$^{-1}$, получим

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 10^{-7}. \qquad (25.9)$$

4. Уширение спектральных линий вызывается и другими факторами, среди которых отметим тепловое движение атомов (допплеровское уширение) и столкновения между атомами («ударное» уширение). Последнее вызвано тем, что в газах при значительном давлении (20—30 *атм*) и температуре 500—600 °К происходят интенсивные соударения между атомами. За счет этих соударений сокращается время τ, в течение которого атом излучает, и соответственно уширяется спектральная линия.

5. Как было показано в § 23.8, движение источника света сопровождается изменением частоты световой волны. Волну с максимальной частотой $\nu_1=\nu+\Delta\nu$ излучают атомы, движущиеся в сторону наблюдателя; волну с минимальной частотой $\nu_2=\nu-\Delta\nu$ — атомы, движущиеся в противоположном направлении.

Среднюю скорость теплового движения атомов определим из формулы $\bar{\varepsilon}=m\bar{v}^2/2=^3/_2 kT$ (т. 1, § 26.5):

$$v=\sqrt{3kT/m}=\sqrt{3R^*T/m^*}.$$

Здесь m^* — молекулярный вес газа, $R^*=8{,}31\cdot10^3$ *дж/кмоль·град* — универсальная газовая постоянная (т. 1, § 26.9). Наибольшую тепловую скорость будут иметь атомы водорода, молекулярный вес которого $m^*=1$ *кг/кмоль*. При $T=6000$ °К, что соответствует температуре поверхности Солнца, $\bar{v}=\sqrt{3\cdot8{,}3\cdot10^3\cdot6\cdot10^3/1}=1{,}2\cdot10^4$ *м/сек*. Эта скорость много меньше скорости света ($v/c\approx10^{-4}$), что позволяет пользоваться для расчета изменения частоты приближенной формулой: $\nu'=\nu(1\pm v/c)$. Отсюда следует

$$\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{\nu'-\nu}{\nu}=\pm\frac{v}{c}. \qquad (25.10)$$

Для атомов водорода на поверхности Солнца допплеровское относительное уширение спектральной линии

$$\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{v}{c}=\frac{1{,}2\cdot10^4}{3\cdot10^8}\approx10^{-4}.$$

Это в тысячу раз больше естественной ширины.

6. Как видно, строго монохроматический свет получить невозможно, *свет - это принципиально немонохроматическая* (несинусоидальная) *волна*.

Долгое время полагали, что естественная ширина спектральной линии не может быть уменьшена. Однако с помощью

оптических квантовых генераторов (лазеров) удалось получить высокой степени монохроматический свет, у которого ширина спектральной линии меньше естественной ширины (§ 43.3).

§ 25.5. Интерференция света

1. В § 21.5 был рассмотрен случай интерференции *сферических* волн. Было показано, что если два источника излучают синусоидальные волны одинаковой частоты, то в месте встречи возникает интерференционная картина. Однако если попытаться поставить такой же опыт с помощью двух независимых источников света, излучающих одинаковый свет, то никакой интерференционной картины не возникнет — в месте встречи обеих волн мы будем наблюдать просто суммирование интенсивностей света.

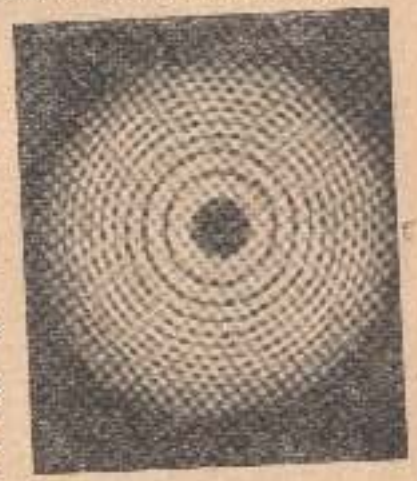


Рис. 25.4.

2. Однако отсюда вовсе не следует, что интерференцию света нельзя получить! Еще в 1675 г. Ньютон наблюдал интерференцию в специально созданной им установке (так называемые «кольца Ньютона», рис. 25.4), но он не смог объяснить происхождение максимумов и минимумов света.

В 1801 г. Томас Юнг наблюдал интерференцию света с помощью установки, изображенной на рис. 25.5. Здесь яркий источник света C освещает узкую щель S. Световая волна огибает края этой щели (дифракция) и освещает две узкие щели S_1 и S_2. Благодаря дифракции из обеих щелей выходят две волны, перекрывающие частично друг друга. В этой области возникает интерференция, и на экране М видна система интерференционных максимумов и минимумов, имеющих вид светлых и темных полос. Юнг правильно объяснил происхождение этих полос как явление интерференции волн и вычислил длину волны, получив значение $\lambda\approx5\cdot10^{-7}$ *м*.

Кроме установки Юнга, существует ряд других устройств, в которых возникает интерференция света. Некоторые из них будут рассмотрены ниже.

3. Если в установке Юнга убрать экран со щелью S_1, то источник света станет непосредственно освещать щели S_1

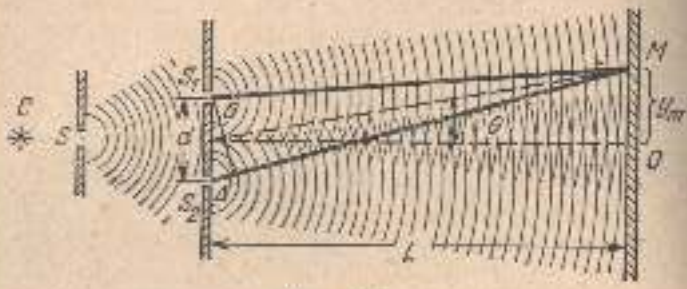


Рис. 25.5.

и S_2. При этом интерференционная картина исчезнет. Но убрав щель S, мы не изменили частотную характеристику света, и обе щели — S_1 и S_2 — пропускают световые волны с одинаковой частотой.

Итак, мы видим, что если условие равенства частот было достаточным для возникновения интерференции от сложения *синусоидальных* волн, то для *световых волн этого условия недостаточно*. Причина заключается в несинусоидальности световых волн, что в случае интерференции имеет принципиальное значение.

§ 25.6. Когерентность

1. Мы уже говорили, что световая волна состоит из отдельных цугов. А так как разные атомы излучают независимо друг от друга, то фазы у разных цугов различны. Это значит, что свет — это почти синусоидальная волна, фаза которой меняется беспорядочно. Иными словами, в выражении $s=A\cos(\omega t-kx+\varphi)$ начальная фаза φ не является постоянной величиной (как у синусоидальной волны), а случайным образом меняется со временем.

2. В § 21.5 было получено выражение (21.13) для амплитуды результирующего колебания, возникающего при сложении двух волн с одинаковыми частотами. Учитывая, что интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды, и обозначив интенсивность слагаемых волн $I_1=I_2=$

$=I_0=kA^2$, а интенсивность результирующего колебания $I=kB^2$, где k — коэффициент пропорциональности, получим

$$I=4I_0\cos^2\left[\frac{k(r_2-r_1)}{2}-\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]=4I_0\cos^2\left(\frac{k\Delta}{2}+\frac{\delta}{2}\right), \quad (25.11)$$

где $\Delta=r_2-r_1$ — разность хода, $\delta=\varphi_1-\varphi_2$ — разность фаз.

У синусоидальных волн начальные фазы φ_1 и φ_2 — постоянные величины, $\delta=\varphi_1-\varphi_2$ — тоже постоянная величина, и интенсивность результирующего колебания определяется лишь разностью хода $\Delta=r_2-r_1$ (см. § 21.5).

3. В случае сложения световых волн дело значительно усложняется тем, что φ_1 и φ_2 случайным образом меняются со временем. Возможны два принципиально разных случая:

а) Обе фазы меняются по одному и тому же закону, тогда разность фаз $\delta=\varphi_1-\varphi_2=0$. Мы вернулись к случаю, рассмотренному уже в § 21.5.

Волны одинаковой частоты, у которых разность фаз $\delta=\text{const}$ (чаще всего $\delta=0$), называются *когерентными*. Когерентные световые волны дают интерференционную картину.

б) Фазы обеих волн меняются случайным образом и независимо друг от друга, вследствие чего случайным образом меняется и разность фаз $\delta=\varphi_1-\varphi_2$. Такие волны называются *некогерентными*. Покажем, что при встрече некогерентных волн интерференция не возникает.

Длительность излучения цуга $\tau\approx10^{-8}$ сек, следовательно, фаза волны за одну секунду меняется случайным образом более ста миллионов раз. Приборы, воспринимающие свет (глаз, фотоэлемент, фотопленка и т. п.), обладают известной инерционностью, вследствие чего они регистрируют лишь среднее за промежуток времени $\Delta t\gg\tau$ значение интенсивности света:

$$\overline{I}=4I_0\overline{\cos^2\left(\frac{k\Delta}{2}+\frac{\delta}{2}\right)}.$$

Из тригонометрии известно, что $2\cos^2\alpha=1+\cos2\alpha$. А так как аргумент косинуса $(\alpha=k\Delta-\delta)$ меняется случайным образом, то среднее значение косинуса за большой промежуток времени равен нулю: $\overline{\cos(k\Delta+\delta)}=0$. Отсюда следует, что среднее значение квадрата косинуса равно половине:

$$\overline{\cos^2\left(\frac{k\Delta}{2}+\frac{\delta}{2}\right)}=\frac{1}{2}\left[1+\overline{\cos(k\Delta+\delta)}\right]=\frac{1}{2},$$

Следовательно, средняя интенсивность результирующего колебания $\overline{I} = 4I_0 \overline{\cos^2\left(\frac{k\Delta}{2} + \frac{\delta}{2}\right)} = 2I_0 = I_1 + I_2$.

4. Итак, при сложении некогерентных волн нет интерференции; средняя интенсивность волны в любой точке равна просто сумме интенсивностей слагаемых волн. Интерференционная картина возникает только при сложении когерентных световых волн.

Это позволяет понять, зачем в опыте Юнга нужна щель S (рис. 25.5). В этой установке обе щели S_1 и S_2 лежат на одном фронте волны и возбуждаются они одним общим пучком, исходящим из щели S. Поэтому из обеих щелей исходят световые волны с одинаковой фазой, т. е. когерентные волны, дающие на экране интерференционную картину. Если же щель S убрать, то щели S_1 и S_2 будут возбуждаться разными пучками, исходящими из различных участков источника света. Волны, исходящие из обеих щелей, окажутся некогерентными, и интерференционная картина исчезнет.

§ 25.7. Расстояние между интерференционными максимумами

1. В предыдущем параграфе было показано, что при сложении когерентных волн можно для расчета интерференционной картины воспользоваться результатами, справедливыми для синусоидальных волн: формулой (21.18) $I = I_1 \cos^2(\pi\Delta/\lambda)$ для интенсивности и выражением (21.20) для определения условия максимума $\left(\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}\right)$ и минимума $\left(\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}\right)$ интенсивности.

Однако следует учесть, что если разность хода двух синусоидальных волн может быть сколь угодно большой, то постоянство разности фаз у световых волн может быть обеспечено лишь в том случае, если разность хода лежит в пределах одного цуга.

2. Под разностью хода в § 21.5 мы понимали разность расстояний от источников до точки, где исследуется интерференционная картина: $\Delta = r_2 - r_1$. Однако такой подход имеет смысл лишь в том случае, если волна движется в вакууме со скоростью c. Если же волна распространяется не в вакууме, а в веществе, то нужно изменить понятие разности хода, так как может случиться, что по r_1 и r_2 волны движутся с разными скоростями.

Скорость света в веществе $u = c/\sqrt{\varepsilon}$ (§ 23.1). Обозначим $n = \sqrt{\varepsilon}$ и назовем его *показателем преломления* (§ 27.1); имеем $u = c/n$. Волновые числа в каждой среде: $k_1 = \omega/u_1 = \omega n_1/c$; $k_2 = \omega n_2/c$. Выражение для амплитуды суммарного колебания (21.16) примет вид

$$B = 2A\cos\frac{k_2 r_2 - k_1 r_1}{2} = 2A\cos\frac{\omega}{2c}(n_2 r_2 - n_1 r_1).$$

Сравнив с (21.17), получим выражение для оптической разности хода:

$$\Delta = n_2 r_2 - n_1 r_1. \qquad (25.12)$$

3. Для расчета расстояния между интерференционными максимумами (или минимумами) обратимся к рис. 25.5 (стр. 294). Здесь L — расстояние от источников до экрана, d — расстояние между источниками, y_m — расстояние от центра интерференционной картины до максимума с номером m, θ — угол наблюдения.

Очевидно, что в точке O наблюдается так называемый *нулевой максимум*, так как в эту точку волны от обоих источников приходят в одинаковой фазе. В других точках экрана максимум возникает при условии (21.20): $\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}$, где m — номер максимума. При $L \gg d$ и малых углах наблюдения имеем: $\Delta = d\sin\theta$ и $y_m = L\operatorname{tg}\theta \approx L\sin\theta$, следовательно, $\Delta/y_m \approx d/L$. Подставив значение разности хода, получим:

$$y_m = m\lambda L/d. \qquad (25.13)$$

Формула (25.13) выражает расстояние от нулевого (главного) максимума до максимума номер m. Расстояние между двумя соседними максимумами

$$b = y_{m+1} - y_m = \lambda L/d. \qquad (25.14)$$

Все величины, входящие в (25.14), кроме длины волны, поддаются непосредственному измерению. Это позволяет с помощью установки Юнга измерить длину световой волны. Так, в одном из экспериментов было получено: $L = 3$ м, $d = 1$ мм и $b = 2{,}1$ мм. Установка освещалась красным светом. Длина волны

$$\lambda = bd/L = \frac{1}{3}\cdot 2{,}1\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-3} = 7\cdot 10^{-7}\ \text{м} = 700\ \text{нм}.$$

4. Из (25.13) следует, что положение интерференционного максимума зависит от длины волны. Это означает, что

при интерференции происходит спектральное разложение немонохроматической (несинусоидальной) световой волны на синусоидальные составляющие (гл. 14). В самом деле, если в установке Юнга источник испускает белый свет, то только нулевой (главный) максимум окажется белым, все остальные максимумы окрашены. Так как оранжево-красному участку спектра соответствуют более длинные волны ($\lambda_к \approx 780$—600 *нм*), а сине-фиолетовому — более короткие ($\lambda_ф \approx 480$—420 *нм*), то согласно (25.13) эти волны отклоняются на различные углы.

Наконец отметим, что угловое распределение максимумов и минимумов в интерференционной картине не зависит от интенсивности света и тем самым — от освещенности экрана. Если мы одну и ту же установку осветим ярким пучком света и получим фотографию интерференционной картины при малой экспозиции, а затем уменьшим интенсивность света и во столько же раз увеличим экспозицию, то оба фотоснимка будут совершенно одинаковыми. С этим свойством интерференции мы еще встретимся в § 32.7 при обсуждении квантовых свойств света.

§ 25.8. Интерферометр Майкельсона

1. Схема устройства интерферометра Майкельсона изображена на рис. 25.6. Здесь S — источник света с высокой монохроматичностью; P_1 и P_2 — две стеклянные пластинки одинаковой толщины с высококачественно отшлифованными поверхностями; на пластинку P_1 напылен тонкий слой серебра с таким расчетом, что он половину света пропустит, а половину отразит (полупосеребренная пластинка); M_1 и M_2 — два металлических зеркала, которые могут перемещаться с помощью микрометрических винтов $В_1$ и $В_2$; T — зрительная труба. Свет от источника S падает на пластинку P_1 и здесь разделяется. Половина энергии отражается к зеркалу M_1, затем отра-

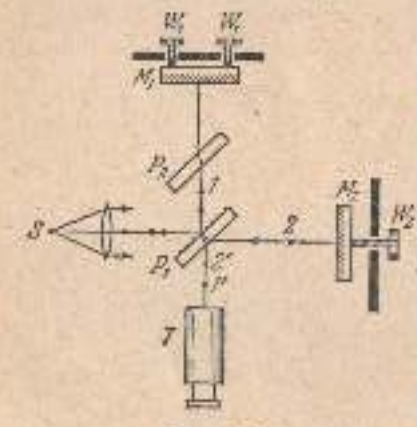


Рис. 25.6.

жается от него, проходит вновь пластинку P_2 и P_1 и попадает в зрительную трубу. Другая половина энергии светового пучка, пройдя через полупрозрачный слой серебра, доходит до зеркала M_2, отражается от него, проходит вновь пластинку P_1 и, отразившись от полупрозрачного слоя серебра, попадает в зрительную трубу.

На полупрозрачном слое световой луч делится пополам, и обе волны, попадающие в зрительную трубу, когерентны. Глаз наблюдателя увидит в трубе интерференционную картину, имеющую вид четких интерференционных полос.

2. Разность хода равна удвоенной разности расстояний от центра зеркала P_1 до зеркал M_1 и M_2: итак, $\Delta = 2(l_1 - l_2)$. Как видно, интерферометр Майкельсона работает на большой разности хода, что требует высокой монохроматичности света.

Если переместить зеркало M_1 на расстояние, равное одной четверти длины волны, то разность хода изменится на полуволну, и в интерференционной картине максимум сдвинется на место минимума и наоборот. Такой сдвиг полос наблюдатель отчетливо увидит. Фактически в хорошем интерферометре можно зарегистрировать сдвиг интерференционного максимума на 0,1 расстояния между полосами, что соответствует перемещению зеркала M_1 на расстояние $l = \lambda/20 \approx 500$ *нм*/20 ≈ 25 *нм*.

Итак, с помощью интерферометра Майкельсона можно осуществлять прецизионные измерения длины с точностью, не меньшей 20—30 *нм*. В частности, эталон длины — метр — определяется в настоящее время с помощью интерференционных методов с точностью *девять* значащих цифр. Согласно принятому в системе СИ определению, 1 метр — это длина, равная 1 650 763,73 длин волн в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ (оранжевый свет) у атома изотопа криптона с атомным весом 86.

3. В 1881 г. А. А. Майкельсон, а в 1887 г. Майкельсон совместно с Э. В. Морли поставили эксперимент, с помощью которого они пытались найти разницу в скорости распространения света вдоль и поперек направления орбитального движения Земли.

Идея эксперимента заключалась в том, что одно плечо интерферометра ориентировалось вдоль, а другое — поперек направления движения Земли, и перемещением подвижного зеркала M_1 интерференционная картина

устанавливалась на нуль. Затем интерферометр поворачивали на 90°, меняя тем самым ориентацию его плеч. Как и все физики в то время, Майкельсон был убежден, что к свету применим классический закон сложения скоростей (т. 1, § 2.5) и что скорости распространения света вдоль обоих плеч интерферометра различны. В этих условиях установка интерференционной картины на нуль возможна только при разных длинах плеч интерферометра, поэтому поворот прибора на 90° должен сопровождаться сдвигом интерференционных полос.

Несмотря на все ожидания, никакого сдвига интерференционных полос опыт не дал. Дальнейшее усовершенствование эксперимента (Р. Дж. Кеннеди и Э. М. Торндайк, 1932 г.) привело к тому, что если бы для света был справедлив классический закон сложения скоростей, то сдвиг интерференционных полос наблюдался бы при скорости $v \sim 2$ км/сек (орбитальная скорость Земли равна 30 км/сек). Но сдвига полос не было. Отрицательный результат опыта Майкельсона и всех последующих явился экспериментальной основой для признания того факта, что скорость света во всех инерциальных системах одна и та же. Как уже говорилось в т. 1 (гл. 12), это положение вместе с принципом относительности были положены Эйнштейном в основу теории относительности.

§ 25.9. Применение интерференции

1. Кроме прецизионных измерений длины, о чем говорилось в предыдущем параграфе, интерференционные методы нашли широкое применение в ряде других областей науки и техники.



Рис. 25.7.

Прежде всего, с помощью интерферометров можно исследовать качество шлифовки поверхностей. Микроинтерферометр В. П. Линника представляет собой миниатюрный интерферометр, смонтированный вместе с микроскопом. Его конструкция принципиально не отличается от интерферометра Майкельсона, только вместо одного из зеркал используется контролируемая поверхность. Если на поверхности имеется царапина или вмятина, то это приводит к искривлению интерференционных полос (рис. 25.7). По характеру искривления полос можно судить о глубине царапины.

2. С помощью интерферометров можно измерить коэффициенты линейного расширения твердых тел, а также изменение размеров ферромагнетиков в магнитном или сегнетоэлектриков в электрическом поле (магнитострикционный и электрострикционный эффекты). В самом деле, изменения размеров во всех этих эффектах весьма малы, и только с помощью интерференционных методов их можно надежно измерить.

3. С помощью интерференционных методов проверяется качество шлифовки линз и зеркал, что очень важно при изготовлении оптических приборов; измеряются коэффициенты преломления веществ, в частности, газов; измеряются весьма малые концентрации примесей в газах и жидкостях. В астрономии интерференционные методы позволяют оценить угловой диаметр звезд.

К сожалению, объем книги не позволяет рассмотреть как названные выше, так и другие важные применения явления интерференции света.

ГЛАВА 26

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

§ 26.1. Дифракция на одном отверстии

1. Поскольку свет является волной, то должно наблюдаться явление дифракции света, т. е. загибание световых волн за края непрозрачных преград (§§ 21.8, 21.9). Однако наблюдение дифракции света затруднено исключительно малой длиной световой волны по сравнению с предметами, на краях которых происходит дифракция.

Для оценки расстояния l, на котором наблюдатель должен находиться при размерах предмета D и длине волны λ, воспользуемся выражением (21.28): $l \approx D^2/4\lambda$. Так, четкую дифракционную картину на отверстии диаметром $D \approx 2$ мм в зеленом свете $\lambda = 500$ нм $= 5 \cdot 10^{-7}$ м мы увидим на расстояниях порядка $l \approx \frac{4 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 2$ м. Конечно, дифракция происходит и на предметах значительно больших размеров, но наблюдать ее можно только на очень больших расстояниях от этих предметов.

2. Дифракцию можно наблюдать невооруженным глазом, прорезав в черной плотной бумаге тонкое отверстие бритвой или проколов ее иглой. Бумагу следует расположить на расстоянии 1,5—2 *м* от яркой лампы (100—200 *вт*), глаз — на расстоянии порядка 0,5—1 *м* от бумаги. Дифракционная картина от круглого отверстия имеет вид, изображенный на рис. 26.1.



Рис. 26.1.

Положение дифракционных минимумов (темных колец) может быть определено по формуле (21.42) $\sin\theta = m\lambda/D$, где θ — угол наблюдения и D — диаметр отверстия. Правда, формула (21.42) была выведена для прямоугольной щели, но с небольшой погрешностью она годится и для круглого отверстия.

§ 26.2. Дифракционная решетка

1. Дифракционной решеткой называется система из N параллельных штрихов, нанесенных на стеклянную пластинку. На рис. 26.2 показан вид сбоку на кусок решетки при большом увеличении. Иногда пользуются отражательными решетками, которые получают, нанося на отполированную поверхность металла параллельные штрихи тонким алмазным резцом. Отпечатки с таких гравированных пластинок на желатине или пластмассах называются репликами и используются как дешевые второсортные решетки. Хорошие отражательные решетки, полная длина которых $l \approx 150$ *мм* и общее число штрихов $N \approx 10^5$ (густота штриховки $n = 600$ штрихов/*мм*), изготавливаются в Государственном оптическом институте (ГОИ).

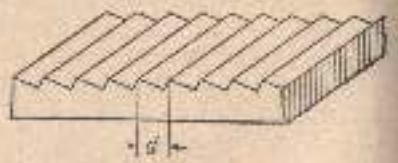


Рис. 26.2.

Основными характеристиками решетки являются: общее число штрихов N, густота штриховки n (число штрихов

на одном миллиметре) и период решетки $d = 1/n$ (иначе — постоянная решетки).

2. Так как решетка освещается одним фронтом волны, то ее N прозрачных полосок можно рассматривать как N когерентных источников. Применим к ним теорию интерференции от многих одинаковых источников, которую мы рассмотрели в §§ 21.6, 21.7.

Интенсивность света выражается согласно (21.25) так:

$$I = I_0 \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}, \quad \text{где} \quad \beta = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}. \qquad (26.1)$$

Здесь I_0 — интенсивность света, прошедшего через одну щель.

Главные максимумы возникают при условии (21.31):

$$\sin\theta_m = m\lambda/d \qquad (m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \qquad (26.2)$$

Интенсивность света в главных максимумах:

$$I_m = N^2 I_0. \qquad (26.3)$$

3. Из (26.2) видна целесообразность изготовления решеток с малым периодом. Это позволяет получить большие углы рассеяния лучей и как следствие — широкую дифракционную картину.

Так, при $d = 1/600$ *мм* и длине волны $\lambda = 600$ *нм* $= 6 \cdot 10^{-4}$ *мм* первый интерференционный максимум получится при условии $\sin\theta_1 = \lambda/d = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 600 = 0{,}36$, т. е. под углом $\theta_1 \approx 21°$; второй максимум — при $\sin\theta_2 = 2\lambda/d = 0{,}72$, т. е. при $\theta_2 = 46°$. Максимумы более высокого порядка не возникнут, ибо при $m \geqslant 3$ число $m\lambda/d > 1$.

4. Из (26.2) также следует, что дифракционная решетка осуществляет спектральное разложение, так как свет с разной длиной волны отклоняется на разные углы в любом максимуме, кроме нулевого. Если осветить решетку белым светом, то только нулевой максимум имеет белый цвет, остальные максимумы окрашены во все цвета спектра. Например, в условиях предыдущей задачи в первом максимуме красные лучи ($\lambda_к = 760$ *нм*) отклонятся на угол $\theta_к = 27°$, а фиолетовые ($\lambda_ф = 400$ *нм*) — на угол $\theta_ф = 14°$.

Мы видим, что с помощью дифракционной решетки можно измерить длину волны того или иного света. Для этой цели нужно знать период решетки и измерить угол, на который отклоняется луч, соответствующий этому свету. Тогда по формуле (26.2) можно вычислить длину волны.

§ 26.3. Угловая ширина главного максимума

1. При значительном числе штрихов N интенсивность света в главных максимумах очень сильно возрастает, так как она согласно (26.3) пропорциональна N^2. Но рост энергии в главных максимумах неизбежно должен сопровождаться убылью энергии в остальных областях спектра, так чтобы суммарная энергия сохранилась. Это возможно лишь в том случае, когда с ростом N главные максимумы станут более узкими (см. рис. 21.7, стр. 249).

Угловой шириной главного максимума γ назовем пространственный угол между двумя ближайшими к нему минимумами. Для простоты расчета обратимся к нулевому главному максимуму ($\alpha=0$). Положив в (21.32) $n=1$, получим значение для вспомогательного угла, определяющего положение минимума: $\beta_1=\pi/N$. Этому вспомогательному углу соответствует пространственный угол $\theta=\gamma/2$. Подставив в (21.23), получим $\frac{\pi}{N}=\frac{\pi d\sin(\gamma/2)}{\lambda}$, откуда

$$\sin\frac{\gamma}{2}=\frac{\lambda}{Nd}.$$

2. Как видно, с ростом N угловая ширина главного максимума уменьшается. При $Nd\gg\lambda$, что всегда справедливо для света, $\sin\frac{\gamma}{2}=\frac{\gamma}{2}$. Итак,

$$\gamma=\frac{2\lambda}{Nd}. \qquad (26.4)$$

В решетке, о которой говорилось выше, для зеленого света ($\lambda=500$ *нм*) получим:

$$\gamma=\frac{2\cdot5\cdot10^{-4}\cdot600}{10^6}=6\cdot10^{-6}\ рад=\frac{6\cdot10^{-6}\cdot180\cdot3600}{\pi}\approx1{,}2'.$$

§ 26.4. Разрешающая способность решетки

1. Сужение интерференционных максимумов повышает *разрешающую способность* решетки, т. е. ее способность представлять раздельно две спектральные линии с длинами волн λ_1 и λ_2.

В спектроскопии говорят, что прибор *разрешает* две линии спектра, если их изображения видны раздельно; если же они сольются в одно, то говорят, что прибор их не разрешил.

2. На рис. 26.3 показано распределение интенсивностей при наложении двух близких спектральных линий с длинами волн λ_1 и λ_2 при дифракции света на решетке с малым общим числом штрихов. Ширина главного максимума много больше углового расстояния между интерференционными максимумами обеих линий. А это значит, что увидеть отдельно обе линии не удастся, они сливаются в одну широкую полоску. Если тот же свет пройдет через решетку с большим общим числом штрихов, то возникнет картина, показанная на рис. 26.4. Здесь максимумы сузились и стали ярче, между ними имеется значительный провал, что позволяет зафиксировать каждую спектральную линию отдельно.

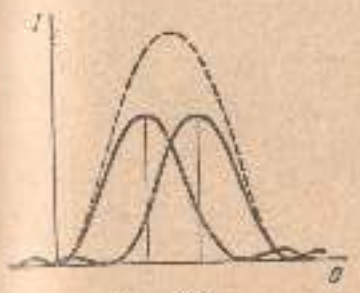


Рис. 26.3.

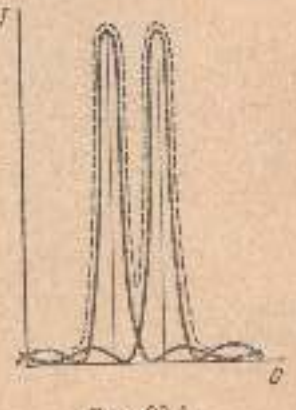


Рис. 26.4.

Две линии будут разрешены, если угловое расстояние между ними окажется не меньше полуширины линии: $\theta_2-\theta_1\geqslant\gamma/2$. Иначе это условие формулируется так: главный максимум одной из линий должен лежать не ближе первого минимума другой (критерий Рэлея).

Из (26.2) следует

$$\sin\theta_2=m\lambda_2/d,\quad \sin\theta_1=m\lambda_1/d.$$

Вычитая, получим

$$2\sin\frac{\theta_2-\theta_1}{2}\cos\frac{\theta_2+\theta_1}{2}=\frac{m(\lambda_2-\lambda_1)}{d}.$$

По условию $\theta_2-\theta_1\approx\gamma/2$; синус малого угла практически равен углу: $\sin\frac{\theta_2-\theta_1}{2}=\frac{\theta_2-\theta_1}{2}=\frac{\gamma}{4}$. Полагая также, что

$\cos\frac{\theta_k+\theta_i}{2}\approx 1$, получим

$$\frac{\gamma}{2}\approx\frac{m\Delta\lambda}{d}. \qquad (26.5)$$

Но согласно (26.4) $\gamma=2\lambda/Nd$, где $\lambda=\lambda_1\approx\lambda_2$. Подставив в (26.5), получим выражение

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=mN. \qquad (26.6)$$

3. Величина $A=\lambda/\Delta\lambda$ называется *разрешающей способностью* спектрального прибора. Чем больше разрешающая способность прибора, тем более близкие спектральные линии он сможет разрешить.

Так, в спектре пара натрия имеется яркая желтая линия с длиной волны $\lambda=589$ *нм*. После того как были созданы спектральные приборы с большой разрешающей способностью ($A\geqslant 1000$), удалось обнаружить, что это — двойная линия (дублет) с длинами волн $\lambda_1=5890$ Å и $\lambda_2=5896$ Å.

Решетка, о которой мы говорили в § 26.2, имеет очень высокую разрешающую способность. В самом деле, у нее $N=10^4$, и в ней можно наблюдать спектры первого и второго порядка ($m\leqslant 2$). Следовательно, ее максимальная разрешающая способность $A=mN=2\cdot 10^4$. Это значит, что в зеленом участке спектра ($\lambda=5000$ Å) решетка способна разрешить две линии с разностью длин волн $\Delta\lambda=\lambda/A\approx 0{,}025$ Å.

§ 26.5. Дифракция рентгеновских лучей

1. В главах 32 и 33 первого тома мы подробно рассмотрели строение кристаллов. Там было указано (§ 32.3), что данные о структуре кристаллической решетки получают с помощью рентгеноструктурного анализа. Рассмотрим подробно механизм возникновения дифракции рентгеновских лучей в кристаллах.

В 1895 г. Рентген обнаружил новый вид лучей, которые он назвал *X*-лучами. Их природа долго оставалась неясной. В 1897 г. Стоке выдвинул идею, что рентгеновские лучи — это короткие электромагнитные волны, возникающие при резком торможении электронов в веществе, что соответствует теории Максвелла (§ 23.4). Однако попытки Рентгена обнаружить интерференцию и дифракцию *X*-лучей оказались безуспешными, и возникло представление, что эти лучи представляют собой поток каких-то нейтральных частиц.

2. В 1912 г. Максу Лауэ и его ученикам удалось поставить опыт по дифракции рентгеновских лучей, пропустив узкий пучок лучей через монокристалл. Интерференционные максимумы, возникшие в результате дифракции на узлах кристаллической решетки, можно было наблюдать на люминесцирующем экране или фотографировать (рис. 26.5).

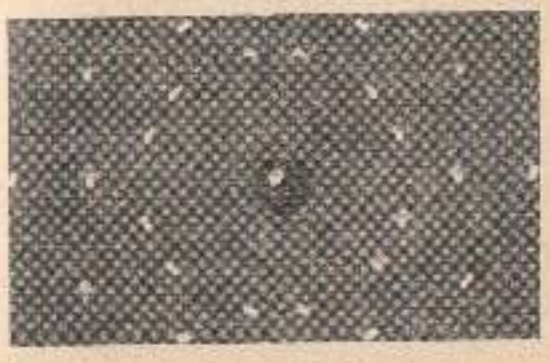


Рис. 26.5.

Зная, что период кристаллической решетки равен примерно 1 Å, а углы отклонения составляют около 10—20°, можно по формуле (26.2) оценить длину волны рентгеновских лучей — она также оказалась равной примерно 1 Å. Это позволило понять причину неудачи в опытах Рентгена: он пользовался слишком грубой дифракционной решеткой.

§ 26.6. Дифракция в трехмерной решетке

1. Явления в трехмерной решетке, которую образуют узлы кристалла, несколько отличаются от явлений в одномерной решетке, которая была рассмотрена в § 26.2. В одномерной решетке интерференционные максимумы возникают при любой длине волны, причем зависимость между длиной волны λ и углом рассеяния θ выражается формулой (26.2): $\sin\theta=n\lambda/d$. В трехмерной решетке максимумы будут наблюдаться лишь от некоторых длин волн, связанных определенным соотношением с периодом решетки.

Для простоты рассуждений рассмотрим явление дифракции в кристалле с простой кубической решеткой (рис. 26.6).

Волна, попадая в кристалл, рассеивается атомами или другими частицами, находящимися в узлах кристаллической решетки (т. 1, § 33.1). Вторичные волны, возникающие в результате рассеяния, когерентны и поэтому интерферируют.

2. Представим себе, что волна падает на кристалл перпендикулярно грани yz. Рассмотрим вторичные волны, рассеянные в направлении, указанном на рис. 26.6. Здесь

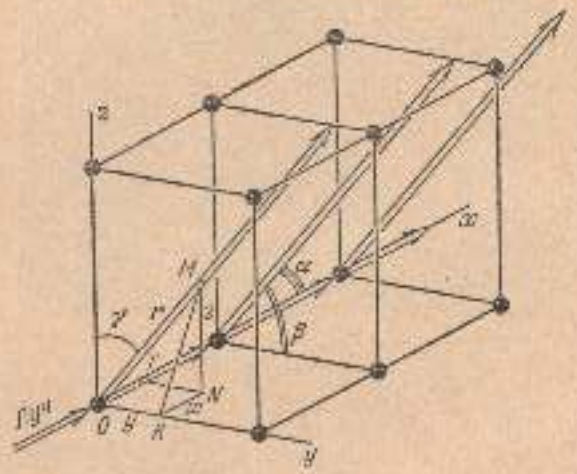


Рис. 26.6.

лучи образуют с осью абсцисс угол α, с осью ординат угол β и с осью апликат угол γ. Найдем условие, при котором волны, рассеянные в данном направлении, дадут интерференционный максимум.

Система узлов, расположенная вдоль оси ординат, образует линейную решетку с периодом d. Максимумы возникают при условии (26.2), которое мы несколько преобразуем, заменив угол θ между лучом и нормалью к решетке углом β между лучом и осью ординат. Но $\beta=(\pi/2)-\theta$, следовательно, $\sin\theta=\cos\beta$, и условие (26.2) запишется так:

$$d\cos\beta=m_1\lambda \qquad (m_1=0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \tag{26.7}$$

Аналогичный результат дает система узлов, расположенных вдоль оси апликат:

$$d\cos\gamma=m_2\lambda \qquad (m_2=0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \tag{26.8}$$

Система узлов, расположенных вдоль оси абсцисс, представляет собой систему точечных источников, рассмотренных в § 21.6. Как видно из рис. 26.6, здесь разность хода $\Delta=d-d\cos\alpha=d(1-\cos\alpha)$. Условие максимума примет вид

$$\Delta=d(1-\cos\alpha)=m_3\lambda \qquad (m_3=0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \tag{26.9}$$

3. Система трех записанных выше уравнений не всегда совместна, так как на них накладывается еще одно условие. Согласно рис. 26.6, проекции радиуса-вектора r на оси координат выражаются так:

$$OT=x=r\cos\alpha, \qquad OK=y=r\cos\beta, \qquad MN=z=r\cos\gamma. \tag{26.10}$$

Пользуясь теоремой Пифагора, нетрудно убедиться, что $x^2+y^2+z^2=r^2$ (см. т. 1, § 3.2). Учитывая (26.10), получим:

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1. \tag{26.11}$$

4. Подставив значения $\cos\beta=m_2\lambda/d$, $\cos\gamma=m_3\lambda/d$ и $\cos\alpha=1-(m_3\lambda/d)$ в формулу (26.11), получим после несложных преобразований:

$$\lambda=\frac{2m_3d}{m_1^2+m_2^2+m_3^2}. \tag{26.12}$$

Итак, только волны, длина которых удовлетворяет условию (26.12), дадут интерференционные максимумы; остальные просто рассеиваются во все стороны. И только в центральном (нулевом) максимуме, удовлетворяющем условию $m_1=m_2=m_3=0$, мы встретим все волны, независимо от их длины.

5. На этом принципе и основан метод Лауэ. На кристалл посылают пучок, обладающий набором всевозможных длин волн, и лишь те из них, длина которых удовлетворяют условию (26.12), дают интерференционную картину. Зная период решетки, можно измерить длину волны.

Этот же метод можно применить для того, чтобы смонохроматизировать пучок рентгеновских лучей, т. е. выделить из широкого спектра пучок, соответствующий узкому диапазону длин волн.

§ 26.7. Рентгеноструктурный анализ

1. В настоящее время метод Лауэ представляет лишь исторический интерес. Для практических целей используется либо порошковый метод, либо метод качающегося кристалла.

Порошковый метод, который предложили в 1926 г. П. Дебай и П. Шерер (метод Дебая — Шерера), позволяет исследовать структуру кристаллической решетки у вещества, находящегося в поликристаллическом состоянии (т. I, § 32.2). Это очень ценно, ибо выращивание монокристаллов значительных размеров представляет довольно сложную задачу, и часто вырастить нужный монокристалл вообще не удается.

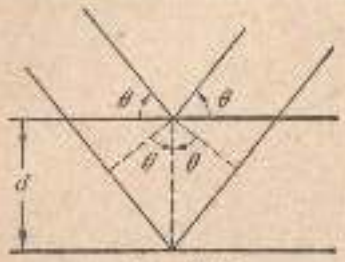


Рис. 26.7.

Методом качающегося кристалла могут быть изучены только монокристаллы, что является недостатком этого метода. Однако он позволяет изучить структуру решетки значительно более детально, чем метод Дебая — Шерера.

2. Пусть монохроматический пучок рентгеновских лучей с длиной волны λ падает на кристалл так, что луч составляет с плоскостью кристалла угол θ (рис. 26.7). Если длина волны удовлетворяет условию (26.12), то в некоторых направлениях возникнут интерференционные максимумы. Как видно из рис. 26.7, разность хода интерферирующих отраженных лучей выражается так:

$$\Delta = 2d \sin \theta.$$

Условие максимума:

$$\Delta = 2d \sin \theta = n\lambda. \qquad (26.13)$$

Это условие установили в 1913 г. У. Л. Брэгг и профессор Московского университета Г. В. Вульф (условие Вульфа — Брэгга).

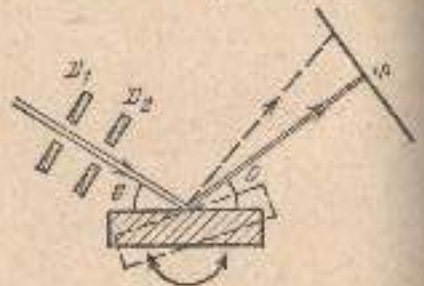
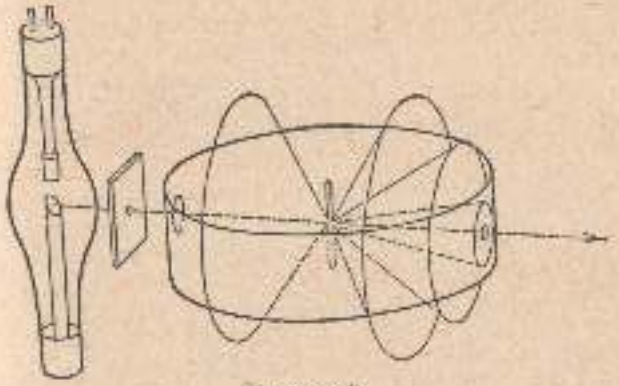


Рис. 26.8.

3. Схема установки с качающимся кристаллом изображена на рис. 26.8. Монокристалл исследуемого вещества помещается на столик, который с помощью часового механизма медленно колеблется. Такой монохроматический пучок рентгеновских лучей проходит через диафрагмы D_1 и D_2, падает на кристалл и дифрагирует. Интерференционные максимумы регистрируются на фотопластинке Ф.

При повороте кристалла нарушается условие максимума, и интенсивность рассеянного пучка уменьшается. Но волна с меньшей интенсивностью будет зарегистрирована уже в другом месте фотопластинки, что на рис. 26.8 изображено пунктиром. Тем самым метод качающегося кристалла позволяет не только определить межплоскостные расстояния (период решетки), но и по характеру распределения интенсивности судить о размерах частиц, расположенных в узлах кристаллической решетки.

4. Для получения дебаеграмм узкий пучок монохроматических рентгеновских лучей направляют на столбик, спрессованный из растертого в порошок исследуемого вещества (рис. 26.9). Так как в порошковом столбике имеется


Рис. 26.9.

масса миниатюрных кристалликов, ориентированных совершенно беспорядочно, то всегда найдутся кристаллики, ориентированные так, что для них будет справедливо условие Вульфа — Брэгга; благодаря им и возникнут интерференционные максимумы. Первый максимум отклонится от нулевого на угол 2θ, второй — на 4θ и т. д. А так как в порошковом столбике нет выделенных направлений, то условие $2d \sin \theta = n\lambda$ выполняется для всех лучей, лежащих на конических поверхностях с углами раствора 4θ, 8θ и т. д. При пересечении этих поверхностей с фотопленкой возникает система концентрических окружностей с центром в нулевом максимуме (рис. 26.9). Анализ дебаеграмм позволяет

судить о структуре не только поликристаллов, но и высокомолекулярных соединений — волокон, гигантских молекул (типа белков), а также о характере изменения структуры вещества при фазовых переходах (т. 1, гл. 36).

§ 26.8. Рассеяние света

1. В формуле (26.12) период кристаллической решетки должен быть больше длины волны: $d \geqslant \lambda$. Если период решетки меньше длины волны, то может возникнуть интерференционный максимум только нулевого порядка. В самом деле, равенство (26.12) при $d < \lambda$ может выполняться только в том случае, когда $m_1 = m_2 = m_3 = 0$. Обратившись к выражениям (26.7) — (26.9), мы видим, что из $m_1 = m_2 = m_3 = 0$ следует $\beta = \gamma = \pi/2$, $1 - \cos\alpha = 0$, т. е. $\alpha = 0$. Это значит, что волна, падая на кристалл перпендикулярно грани yz, распространяется вдоль оси абсцисс, не рассеиваясь в стороны.

В данном случае кристалл ведет себя по отношению к волне как однородная среда, не имеющая рассеивающих центров. Итак, неравенство $d < \lambda$ есть *условие оптической однородности кристалла* с периодом d по отношению к волне с длиной λ.

Еще раз заметим, что один и тот же кристалл по отношению к одним длинам волн оптически однороден, по отношению к другим — нет. Так, межплоскостные расстояния в кристаллах составляют несколько ангстрем. Поэтому для видимого света, у которого длина волны около 4000—7000 Å, кристалл представляет собой оптически однородную среду. А для рентгеновских лучей с длиной волны около 1 Å — 0,1 Å тот же кристалл является пространственной кристаллической решеткой с резко выраженными периодическими неоднородностями.

2. Итак, для видимого света идеальный кристалл оптически совершенно однороден, и свет в нем не должен рассеиваться. Но реальный кристалл имеет ряд дефектов (т. 1, § 32.4), которые нарушают его однородность. Волны, рассеянные этими дефектами, некогерентны, вследствие чего рассеянные волны наблюдаются во всевозможных направлениях. Теорию рассеяния света на оптических неоднородностях среды разработал в 1907 г. акад. Л. И. Мандельштам.

Неоднородности возникают в веществе также за счет флуктуаций плотности (т. 1, §§ 26.10, 26.11), причем не только в кристаллах, но и в жидкостях и газах. Это рассеяние света называется *молекулярным рассеянием*. Теорию явления разработали в 1908—1910 гг. Смолуховский и Эйнштейн.

Рассеяние может происходить и на мелких посторонних включениях в среду, причем неоднородности могут иметь размеры вплоть до $0{,}1\lambda$, если только расстояния между ними $d \gg \lambda$. Это могут быть частицы дыма, небольшие капельки жира в воде (молоко), капельки влаги в воздухе (туман) и т. д. Среда, содержащая такие неоднородности, называется *мутной*.

3. Опыт показывает, что сильнее рассеивается коротковолновое излучение (фиолетовые и синие лучи), слабее — длинноволновое (оранжевый и красный свет). Данное явление объяснил в 1899 г. Рэлей. Он исходил из того, что в рассеивающих центрах под действием электромагнитной волны возникают вынужденные колебания с частотой волны. Тогда рассеивающий центр можно рассматривать как миниатюрный колеблющийся диполь, излучающий вторичные волны, интенсивность которых согласно (23.16) пропорциональна четвертой степени частоты, т. е. обратно пропорциональна четвертой степени длины волны (*закон Рэлея* для рассеянного света):

$$I_{\text{расс}} \sim \nu^4 \sim 1/\lambda^4. \qquad (26.14)$$

Этим объясняется голубой цвет неба и алый цвет зари. Если Солнце находится высоко над горизонтом, то, глядя в сторону от него, мы воспринимаем не прямой свет, а свет, рассеянный на флуктуациях плотности воздуха, в котором согласно закону Рэлея преобладает коротковолновый участок спектра (голубой — синий — фиолетовый). Наоборот, наблюдая закат или восход Солнца, мы воспринимаем прямой свет. А так как его коротковолновая составляющая рассеялась, то в проходящем свете больше содержится длинных волн — оранжевый и красный свет. Кстати, на Луне, где нет атмосферы, небо абсолютно черное, а закат и восход Солнца не сопровождаются зарей.

ГЛАВА 27
ДИСПЕРСИЯ И ПОГЛОЩЕНИЕ

§ 27.1. Показатель преломления света

1. При выводе закона отражения и преломления волн (§ 20.5) мы основывались на общем уравнении волны (20.8), справедливом и для электромагнитных волн. Поэтому полученные законы отражения и преломления волн (20.25) и

(20.26) применимы и для света. Опыт также подтверждает справедливость этого рассуждения.

Пусть световая волна падает из вакуума на некоторый диэлектрик, как это показано на рис. 27.1. Скорость волны в вакууме равна c, а диэлектрике $u<c$; согласно (20.26) имеем

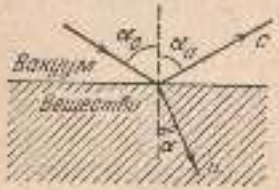


Рис. 27.1.

$$\frac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha}=\frac{c}{u}. \qquad (27.1)$$

Отношение синуса угла падения α_0 к синусу угла преломления α при переходе света из вакуума в вещество называется *абсолютным показателем преломления* данного вещества (§ 25.7). Иногда просто говорят о показателе (коэффициенте) преломления вещества, но следует помнить, что в этом случае речь идет именно об абсолютном показателе. Итак:

$$\frac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha}=n. \qquad (27.2)$$

Выражение (27.2) называют законом Снеллиуса, хотя Снеллиус формулировал его не через синусы, а через косекансы. Закон преломления в форме (27.2) сформулировал в 1630 г. Декарт, по-видимому, независимо от Снеллиуса, работа которого в то время не была опубликована.

2. Сопоставив выражение (27.1) и (27.2), получим

$$n=c/u. \qquad (27.3)$$

Итак, показатель преломления вещества равен отношению скорости света в вакууме к скорости света в этом веществе.

Учитывая, что согласно (23.2) скорость света в веществе равна $u=c/\sqrt{\varepsilon}$, получим

$$n=\sqrt{\varepsilon}. \qquad (27.4)$$

Тем самым мы выразили показатель преломления вещества через его диэлектрическую проницаемость (формула Максвелла).

3. Уменьшение скорости света в оптически однородном веществе по сравнению с вакуумом объясняется следующим образом. Электромагнитная волна, попадая в вещество, возбуждает вынужденные колебания электронов, которые благодаря этому излучают вторичные волны. Поскольку в оптически однородной среде расстояние между частицами меньше длины световой волны, то первичная и вторичные

волны когерентны. Интерференция между ними имеет своим следствием изменение скорости волны, зависящее от частоты первичной волны.

Однако расчет интерференционной картины для этого случая очень сложен, и мы в § 27.5 рассмотрим более простую, хотя и несколько формальную теорию дисперсии.

§ 27.2. Коэффициенты отражения и прозрачности

1. Выясним, как перераспределяется энергия между отраженной и преломившейся волнами. Для простоты расчета ограничимся случаем нормального падения волны на границу раздела двух сред с показателями преломления n_1 и n_2. Пусть обе среды — диэлектрики.

Так как векторы поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ параллельны границе раздела обеих сред (рис. 27.2), то на самой границе они не испы-

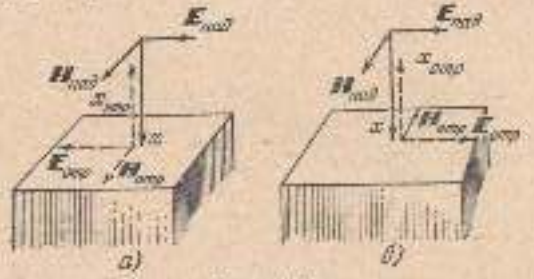


Рис. 27.2.

тывают скачка. Условие непрерывности запишется так:

$$E_{пад}+E_{отр}=E_{прел}, \qquad H_{пад}\mp H_{отр}=H_{прел}. \qquad (27.5)$$

Иными словами, алгебраическая сумма векторов напряженности падающей ($E_{пад}$) и отраженной ($E_{отр}$) волн равна напряженности поля в преломленной (проходящей) волне ($E_{прел}$). То же справедливо и для магнитной составляющей.

2. В отраженной волне один из векторов поля меняет знак — это значит, что у этой составляющей отраженной волны фаза меняется на противоположную. Причина заключается в том, что векторы поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ образуют с направлением распространения волны (на рис. 23.1 это ось абсцисс) правовинтовую систему, а так как при отражении направление распространения волны меняет знак, то должен изменить знак и один из векторов поля: либо $\boldsymbol{E}$ (рис. 27.2, *а*), либо $\boldsymbol{H}$ (рис. 27.2, *б*). Учитывая условие (23.4), из которого следует

$H=\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0/\mu\mu_0}\,E$, перепишем уравнения (27.5) так:

$$E_{\text{пад}}+E_{\text{отр}}=E_{\text{прел}},$$

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_0}{\mu_1\mu_0}}(E_{\text{пад}}-E_{\text{отр}})=\sqrt{\frac{\varepsilon_2\varepsilon_0}{\mu_2\mu_0}}E_{\text{прел}}. \qquad (27.6)$$

3. Для диэлектриков $\mu_1=\mu_2=1$, $n_1=\sqrt{\varepsilon_1}$ и $n_2=\sqrt{\varepsilon_2}$. Решая систему уравнений (27.6) при этом условии, получим

$$E_{\text{отр}}=E_{\text{пад}}\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1},\quad H_{\text{отр}}=-H_{\text{пад}}\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}. \qquad (27.7)$$

Согласно (23.6) выразим интенсивность отраженной волны $I_{\text{отр}}=\overline{E_{\text{отр}}H_{\text{отр}}}$ через интенсивность падающей волны $I_{\text{пад}}=\overline{E_{\text{пад}}H_{\text{пад}}}$:

$$I_{\text{отр}}=I_{\text{пад}}\left(\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}\right)^2. \qquad (27.8)$$

Интенсивность проходящей (преломленной) волны при нормальном падении света

$$I_{\text{прел}}=I_{\text{пад}}-I_{\text{отр}}=I_{\text{пад}}\frac{4n_2n_1}{(n_2+n_1)^2}. \qquad (27.9)$$

4. Аналогично тому, как это было сделано в § 20.6, введем понятие о коэффициентах отражения и прозрачности

$$R=\frac{I_{\text{отр}}}{I_{\text{пад}}}=\left(\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}\right)^2;\quad T=\frac{I_{\text{прел}}}{I_{\text{пад}}}=1-R=\frac{4n_2n_1}{(n_2+n_1)^2}. \qquad (27.10)$$

Полученные величины совершенно аналогичны тем, которые в § 20.6 были введены для упругих волн.

§ 27.3. Дисперсия

1. Получив соотношение (27.4), Максвелл не смог его проверить, ибо в то время диэлектрические проницаемости большинства веществ были либо совсем неизвестны, либо измерены с большими погрешностями. Между тем, проверка этого соотношения была одним из методов проверки справедливости теории Максвелла наряду с опытами по измерению светового давления (см. § 23.3). Первые систематические измерения диэлектрической проницаемости провел Л. Больцман в 1872—74 гг. Ряд интересных результатов получили ученики А. Г. Столетова — Н. Н. Шиллер в 1874 г. и П. А. Зилов в 1875 г.

2. В таблице 27.1 приведены для сравнения диэлектрические проницаемости и показатели преломления некоторых

Таблица 27.1

Вещество	n	n^2	ε	ν
Воздух	1,000292	1,000584	1,0005?6	—
Бензол	1,50	2,25	2,2838	—
Четыреххлористый углерод	1,48	2,13	2,24	—
Парафин (жидкий)	1,48	2,19	2,2	—
Алмаз	2,4195	5,855	5,68	—
Плавленый кварц	1,4587	2,129	3,8	—
Каменная соль	1,5442	2,374	6,0	—
Стекло (бороскликатный крон)	1,5097	2,280	6,3	—
Стекло (экстраплотный флинт)	1,7004	2,890	6,9	—
Лед (—5° С)	1,31	1,716	79	0
			25	10 *кгц*
			5	50 *кгц*
			3	1 *Мгц*
Вода (20° С)	1,333	1,773	80	До 1 *Ггц*
			64	10 *Ггц*
			44	19 *Ггц*
			35	24 *Ггц*
Пары воды	1,000252	1,0005	1,0060	20 *Ггц*

веществ. Для воды и льда указаны частоты, при которых измерялась диэлектрическая проницаемость. Все показатели преломления даны для желтого участка спектра (линия натрия $\lambda_D=5896$ Å или линия гелия $\lambda_d=5876$ Å, частота $\nu=5{,}1\cdot10^{14}$ *гц*). В тех случаях, когда частота не указана, приведенные данные справедливы практически для всех частот.

3. Мы видим, что для воздуха (который здесь приведен как пример одного из многих газов) соотношение $n^2=\varepsilon$ выполняется очень хорошо. Хорошо выполняется это соотношение и для жидкостей и твердых тел с ковалентными связями между атомами (бензол, четыреххлористый углерод, парафин, алмаз и др.).

Для веществ с ионной кристаллической решеткой соотношение $n^2=\varepsilon$ выполняется уже плохо (кварц, соль, стек-

ло). Совершенно отличны значения n^2 и ε для веществ с полярными молекулами (вода, лед). Однако это еще не следует рассматривать как опровержение теории Максвелла. Дело в том, что для этих веществ значения n^2 и ε измерены при разных частотах, и в связи с этим они могут и не совпадать, о чем, кстати, писал Максвелл.

4. Опыт показывает, что как диэлектрическая проницаемость вещества, так и показатель преломления зависят от частоты колебаний световой волны и тем самым — от длины волны. Но если показатель преломления зависит от частоты, то и скорость распространения света в веществе согласно (27.3) также зависит от частоты. *Зависимость скорости распространения волны от ее частоты называется дисперсией.* С таким же основанием можно дисперсией называть зависимость скорости волны от длины волны.

§ 27.4. Дисперсия и спектральное разложение

1. Дисперсия сопровождается спектральным разложением немонохроматического (например, белого) света на синусоидальные составляющие. Причина заключается в том, что разным частотам соответствуют разные показатели преломления, вследствие чего соответствующие этим частотам лучи отклоняются на разные углы от первоначального направления.

Пусть, например, на поверхность воды падает из воздуха луч белого света; угол падения $\alpha = 80°$. Найдем угол преломления для красного света ($\lambda = 6708$ Å, $n_{кр} = 1{,}33$) и для фиолетового ($\lambda = 4047$ Å, $n_ф = 1{,}34$). Пользуясь законом преломления (27.2), получим значения углов преломления:

$$\sin \alpha_{кр} = \frac{\sin 80°}{1{,}33} = 0{,}7405, \qquad \alpha_{кр} = 47°46';$$

$$\sin \alpha_ф = \frac{\sin 80°}{1{,}34} = 0{,}7350, \qquad \alpha_ф = 47°19'.$$

Мы видим, что фиолетовые лучи отклоняются от первоначального направления сильнее, нежели красные, вследствие чего белый свет разлагается на составляющие гармоники.

2. Возникновение спектра при преломлении белого света в стекле наблюдали, по-видимому, в глубокой древности. Однако до Ньютона никто всерьез этим вопросом не занялся. В 1666 г. Ньютон «достал треугольную стеклянную призму, чтобы с ней произвести опыты над знаменитым явлением цветов», как он писал в своем мемуаре «Новая теория света и цветов». Разложив с помощью призмы белый свет в спектр, Ньютон показал, что «однородные» цвета (как мы сейчас говорим — монохроматические волны) уже далее на составные цвета не разлагаются.

Различную «преломляемость» света разного цвета Ньютон объяснял тем, что красный свет состоит из больших частиц (корпускул), а фиолетовый — из маленьких. Притягиваясь веществом, менее массивные фиолетовые частицы отклоняются сильнее более массивных красных. И хотя с современных позиций явление дисперсии объясняется совершенно иначе, не следует умалять заслуг Ньютона в области оптики как ученого, который открыл и исследовал ряд новых оптических явлений и попытался создать для их объяснения стройную теорию.

§ 27.5. Электронная теория дисперсии

1. В вакууме все электромагнитные волны распространяются с одной и той же скоростью c независимо от их частоты; дисперсия возникает только в веществе. Следовательно, дисперсия, как и другие свойства вещества, должна найти объяснение на основе структуры вещества.

Теорию дисперсии на основе классической электронной теории разработал выдающийся ученый Г. А. Лоренц в конце XIX — начале XX в. В основу ее положены следующие соображения.

2. Большая разница между ε и n^2 наблюдается лишь у веществ с полярными молекулами в том случае, если ε измерено на частотах, сильно отличающихся от частоты световых волн. Если же измерить показатель преломления вещества в оптическом диапазоне (видимый свет и прилегающие к нему области инфракрасного и ультрафиолетового участков спектра), то он будет примерно одним и тем же у веществ как с полярными, так и с неполярными молекулами (см. табл. 27.1). Отсюда мы заключаем, что ориентационная поляризуемость, характерная для веществ с полярными молекулами (§ 2.6), имеет место лишь в статическом поле и в переменных полях с относительно малой частотой. В полях высокой частоты молекулярный диполь уже не успевает поворачиваться, степень ориентации этих диполей уменьшается, и соответственно уменьшается диэлектрическая проницаемость: у льда, например, она уменьшается в 25 раз при изменении частоты от нуля до 1 *Мгц*.

Итак, в оптическом диапазоне частот наличие или отсутствие у молекул дипольного момента, а также наличие ионной или ковалентной связи между частицами кристалла или жидкости перестает играть роль, и поляризация вещества возникает только за счет деформации электронного облака (§ 2.5).

3. Чтобы объяснить зависимость показателя преломления вещества от частоты (т. е. дисперсию), проанализируем механизм поляризации атома или молекулы в электромагнитном поле световой волны. Пусть световой вектор (§ 25.2) совершает колебания:

$$E = E_0 \cos \omega t. \qquad (27.11)$$

Под действием электрической силы $F = eE = eE_0 \cos \omega t$ электроны в атомах станут совершать вынужденные колебания (§ 17.1). Действием магнитной составляющей, как это показано в § 25.2, можно пренебречь. Вынужденные колебания электронного облака происходят по закону (§ 17.1):

$$l = A \cos \omega t = \frac{F_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t. \qquad (27.12)$$

Здесь ω_0 — собственная круговая частота колебаний электронного облака, ω — круговая частота колебаний волны. Изменение начальной фазы с $\varphi = 0$ при $\omega < \omega_0$ к фазе $\varphi = \pi$ при $\omega > \omega_0$ учтем, введя знак у амплитуды.

4. Наведенный полем дипольный момент молекулы совершает колебания по такому же закону:

$$p_e = el = \frac{e^2 E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t = \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} E. \qquad (27.13)$$

Сопоставив это выражение с формулой (2.18), получим значение поляризуемости молекулы:

$$\alpha = \frac{p_e}{\varepsilon_0 E} = \frac{e^2}{m\varepsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2)}. \qquad (27.14)$$

Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = n^2$ согласно (2.20) будет равна:

$$n^2 = \varepsilon = 1 + n_0 \alpha = 1 + \frac{e^2 n_0}{m\varepsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2)}. \qquad (27.15)$$

Это и есть *закон дисперсии*. Здесь концентрация молекул обозначена n_0, чтобы отличить ее от показателя преломления n.

§ 27.6. Нормальная и аномальная дисперсия

1. Выражение (27.15) позволяет объяснить явление дисперсии. Как видно, показатель преломления зависит от круговой частоты колебаний электромагнитного поля в световой волне.

При выводе закона дисперсии мы учитывали только воздействие внешнего электромагнитного поля на электронное облако молекулы и не учитывали межмолекулярного взаимодействия. Следовательно, полученный выше закон дисперсии фактически справедлив только для газов. Однако качественно, для выяснения механизма процесса (но не для расчетов), мы будем пользоваться формулой (27.15) и для жидкостей и твердых тел.

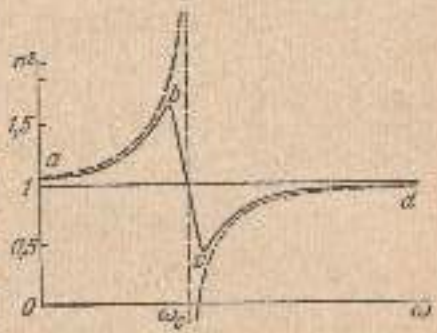


Рис. 27.3.

2. График закона дисперсии (27.15) показан на рис. 27.3 пунктиром. Мы видим, что когда частота волны меньше собственной частоты колебаний электронного облака ($\omega < \omega_0$), показатель преломления больше единицы. При $\omega \to \omega_0$ показатель преломления возрастает неограниченно. Если же частота волны больше собственной частоты ($\omega > \omega_0$), то показатель преломления меньше единицы, и при $\omega \to \omega_0$ показатель преломления станет отрицательной величиной, что бессмысленно.

Мы приходим к выводу, что выражение (27.15) имеет смысл лишь при условии, что частота волны существенно отличается от собственной частоты колебаний электронного облака. В случае, когда $\omega \approx \omega_0$, мы получаем абсурдный результат. Это полностью соответствует анализу, проведенному в § 17.2, согласно которому при резонансе выражением (27.12) и его следствием (27.15) пользоваться нельзя. Здесь следует учесть наличие затухания, величина которого, выражаемая добротностью, и определяет амплитуду колебаний при резонансе.

3. Более точная теория дисперсии, которую мы здесь излагать не будем, учитывает наличие затухания и прино-

дит к правильной зависимости показателя преломления от частоты во всем диапазоне частот. График этой функции показан на рис. 27.3 сплошной линией. Он называется *дисперсионной кривой*.

Как видно, в областях *ab* и *cd*, где частота волны существенно отличается от резонансной, показатель преломления растет при возрастании частоты волны. Эти участки называются областями *нормальной* дисперсии. Участок *bc* вблизи резонансной частоты характерен тем, что с ростом частоты показатель преломления уменьшается. Этот участок называется областью *аномальной* дисперсии.

Заметим, что с точки зрения электронной теории здесь ничего ненормального нет, участок *bc* появляется столь же закономерно, как и участки *ab* и *cd*. Просто до середины XIX в. такие участки дисперсионной кривой не наблюдались, и физики со времен Ньютона привыкли считать, что с ростом частоты (уменьшением длины волны) показатель преломления возрастает. Поэтому, когда в 1862 г. Ф. П. Леру обнаружил в парах йода, что с ростом частоты показатель преломления убывает, то это необычное явление он назвал аномальной дисперсией.

§ 27.7. Поглощение света

1. В § 19.4 мы рассмотрели явление затухания волн и получили закон затухания для плоской волны — закон Бугера $I=I_0 e^{-\mu x}$ (см. (19.16) и (19.17)). При выводе этого закона мы нигде не учитывали механизм распространения волны, поэтому закон Бугера оказывается справедливым не только для упругих, но и для электромагнитных волн.

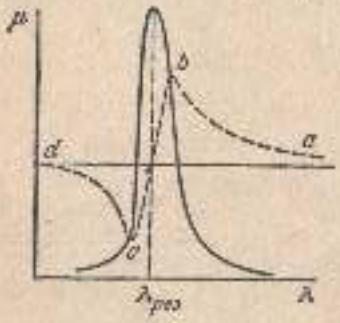


Рис. 27.4.

2. Опыт показывает, что коэффициент поглощения зависит от частоты волны—иными словами, наряду с дисперсией коэффициента преломления имеется дисперсия коэффициента поглощения. На рис. 27.4 показана зависимость коэффициента поглощения от длины волны $\lambda=2\pi c/\omega$. Рядом для сравнения пунктиром нарисована дисперсионная кривая для показателя преломления на шкале длин волн. Области нормальной и аномальной дисперсии обозначены теми же буквами, что и на рис. 27.3.

Мы видим, что максимально поглощаются световые волны в области аномальной дисперсии *bc*. Данное явление есть следствие общего свойства вынужденных колебаний: система поглощает наибольшую мощность при резонансе (§ 18.8). Подробно механизм поглощения света атомами и молекулами будет рассмотрен в квантовой механике (гл. 35 и 36).

3. У атомов и молекул имеется не одна собственная частота, а набор собственных частот (§ 38.4). Вблизи каждой из этих частот коэффициент поглощения резко возрастает. Измерение коэффициента поглощения является единственным методом определения собственных частот атомов, молекул, кристаллов и т. д.

В твердых телах или растворах благодаря сильному взаимодействию между атомами или молекулами области аномальной дисперсии уширяются и превращаются в полосы поглощения, между которыми лежит область частот, которые поглощаются слабо. На этом основано действие *светофильтров*. Это пластины из стекла с присадками тех или иных солей, пленки из пластмасс, содержащие некоторые органические красители, или растворы красителей в воде, спирте и других растворителях. В зависимости от химического состава светофильтр пропускает только определенную область частот, поглощая остальные.

§ 27.8. Фазовая и групповая скорость

1. Мы уже говорили, что свет — это не синусоидальная волна, а набор волновых пугов, и показали, что волновой пуг в первом приближении можно представить как «кусок биений» (§ 25.3). Но «куску» биений — следовательно, и волновому пугу — соответствует набор частот (и набор волновых чисел); возникает вопрос о том, что следует понимать под скоростью волнового пуга в веществе.

В самом деле, пока мы рассматривали распространение волнового пуга в вакууме, все было ясно — независимо от частоты все световые волны в вакууме распространяются со скоростью c, такова же и скорость пуга. Однако в веществе благодаря дисперсии скорости обоих синусоидальных слагаемых пуга окажутся различными, и следует определить, что мы понимаем под скоростью пуга.

2. Скорость распространения синусоидальной волны u будем далее называть *фазовой скоростью*. Из (20.6) следует

$$u = \frac{\omega}{k}. \tag{27.16}$$

Групповой скоростью U волнового цуга (иначе — волнового пакета или группы волн) будем называть скорость переноса энергии с помощью волнового цуга.

3. Для определения групповой скорости обратимся к уравнениям (25.2) и (25.3), которые описывают закон распространения «куска биений» и тем самым — волнового цуга. Из (25.3) следует, что амплитуда биений распространяется в виде волны, которая называется *волной амплитуды*:

$$R = 2E_0 \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta k \cdot x). \tag{27.17}$$

Скорость распространения волны амплитуд — это и есть групповая скорость. По аналогии с (27.16) получим для групповой скорости выражение:

$$U = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}. \tag{27.18}$$

Поскольку энергия пропорциональна квадрату амплитуды, то скорость распространения энергии равна скорости распространения волны амплитуд, т. е. групповой скорости.

§ 27.9. Измерение скорости света

1. Для определения скорости света следует определить время τ, в течение которого свет проходит некоторое расстояние l, и разделить это расстояние на время. Но ввиду огромной величины скорости света здесь необходимо измерить либо астрономические расстояния (при большом τ), либо очень малые промежутки времени (при базе l порядка земных масштабов).

2. Первое измерение скорости света астрономическим методом принадлежит Олафу Рёмеру (1676 г.). Он заметил, что промежутки времени между последующими затмениями одного из спутников Юпитера, то возрастают, когда Земля удаляется от Юпитера, и убывают при сближении Юпитера и Земли. Он пришел к правильному заключению, что запаздывание равно дополнительному времени, которое свет затрачивает на то, чтобы пройти расстояние, пройденное удаляющейся Землей за время затмения.

Обозначим сумму всех запаздываний за полгода, когда Земля удаляется от Юпитера, через t_1. Если за это время проведено N наблюдений и T — период обращения спутника, то $t_1 = NT - (D/c)$, где D — диаметр земной орбиты. Сумма всех наблюдаемых опережений затмения при приближении Земли к Юпитеру будет равна $t_2 = NT + (D/c)$. Вычитая, получим:

$$\tau = (t_1 - t_2)/2 = D/c. \tag{27.19}$$

Рёмер нашел, что $\tau = 1320$ *сек*. При известном диаметре земной орбиты $D = 298{,}9 \cdot 10^6$ *км* получим для скорости света:

$$c = \frac{D}{\tau} = \frac{298{,}9 \cdot 10^6}{1320} = 227 \cdot 10^3 \text{ км/сек}.$$

По более точным измерениям запаздывания, выполненным Семисоном (1909 г.), промежуток времени $\tau = 997{,}6$ *сек*, откуда следует:

$$c = \frac{D}{\tau} = \frac{298{,}9 \cdot 10^6}{997{,}6} \approx 300 \cdot 10^3 \text{ км/сек}.$$

3. Были разработаны лабораторные методы определения скорости света: метод прерываний и метод вращающегося

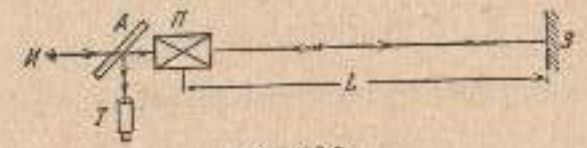


Рис. 27.5.

зеркала. По методу прерываний (рис. 27.5) свет от источника $И$ пропускается импульсом через прерыватель $П$, проходит некоторое расстояние L и, отразившись от зеркала $З$, возвращается к прерывателю. Если прерыватель работает периодически с периодом T, то отраженный свет пройдет через него при условии, что время движения сигнала $\tau = 2L/c$ равно периоду, т. е. $T = \tau = 2L/c$. В этом случае свет проходит через прерыватель, отражается от полупрозрачного зеркала $А$ и попадает в зрительную трубу $Т$. Скорость света

$$c = 2L/\tau = 2L/T = 2L\nu, \tag{27.20}$$

где $\nu = 1/T$ — частота прерываний.

И. Л. Физо в 1849 г. использовал в качестве прерывателя вращающееся зубчатое колесо. Полученный результат $c=315\cdot10^3$ *км/сек* был для того времени неплохим. В настоящее время в качестве прерывателей применяются оптические затворы, управляемые сложными радиоэлектронными приборами. Это позволило резко повысить точность измерений. В 1950 г. Бергштранд, используя базу $L=7$ *км*, получил для скорости света значение (в вакууме)

$$c=299793{,}1\pm0{,}25\ км/сек.$$

4. Метод вращающегося зеркала впервые был использован в установке Л. Ж. Б. Фуко в 1862 г. Ему удалось уменьшить базу L до 4 *м*, сообщив зеркалу 800 оборотов в секунду. Пропустив свет через трубу, заполненную водой, он показал, что скорость света в воде меньше, чем в воздухе, в полном соответствии с выводами волновой теории света (см. (27.3)).

Майкельсон усовершенствовал метод вращающегося зеркала. Схема его установки показана на рис. 27.6. Пучок

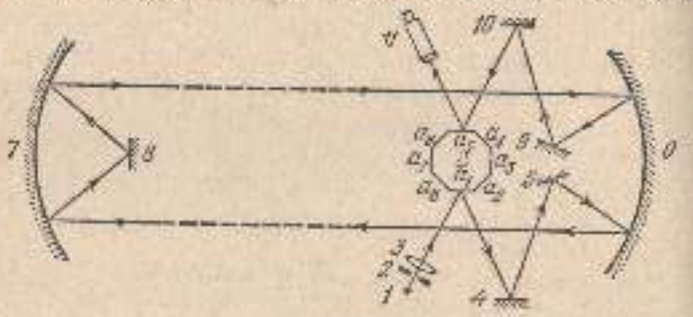


Рис. 27.6.

света от источника *1* проходит через диафрагму *2* и фокусирующую систему *3* и падает на грань a_1 вращающегося восьмигранного зеркала. Отразившись от грани a_1, пучок попадает на зеркало *4* и далее, как видно на чертеже, движется через систему зеркал: *4→5→6→7→8→7→6→9→10* до грани a_6 восьмигранного зеркала. Отразившийся от этой грани свет попадает в зрительную трубу *11*.

Вогнутые зеркала *6* и *7* расположились на двух горах, расстояние между которыми $L=35\,373{,}21$ *м*. Восьмигранное зеркало совершало $\nu=528$ *об/сек*. За время τ, в течение которого свет пробегал удвоенное расстояние между гора-

ми, зеркало поворачивалось на 1/8 оборота, так что на месте грани a_1 оказывалась грань a_2, и в зрительной трубе *11* был виден свет. Длительность одной восьмой оборота составляет $\tau=\frac{1}{8\nu}=\frac{1}{8\cdot528}$ *сек*; расстояние, пройденное светом, $l=2L=2\cdot35\,373{,}21$ *м*. Скорость света $c=l/\tau=16L\nu$. С учетом погрешности эксперимента Майкельсон в 1926 г. получил для скорости света значение:

$$c=299796\pm4\ км/сек.$$

5. Во всех опытах по измерению скорости света световой сигнал разбивается на импульсы. В методе Рёмера прерывания происходят за счет затмений, в методе Майкельсона — за счет вращения зеркала и т. п. Следовательно, в опыте мы измеряем скорость волнового пакета, т. е. *групповую скорость*. Фазовую скорость света в этом же веществе можно вычислить, измерив предварительно показатель преломления n и дисперсию $\Delta n/\Delta\omega$ с помощью какого-либо интерферометра (§§ 25.8, 25.9). По фазовой скорости и показателю преломления вычисляется затем скорость света в вакууме.

ГЛАВА 28

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

§ 28.1. Поляризованный и естественный свет

1. В отличие от продольной упругой волны, у которой колебания частиц происходят вдоль луча, частицы в поперечной волне колеблются в направлениях, перпендикулярных лучу (§ 19.1). Если представить себе, что луч направлен, например, вдоль оси абсцисс, то для продольной волны все направления на плоскости yz равноправны, а у поперечной волны существует выделенное направление, физические свойства которого отличаются от других тем, что вдоль этого направления происходят колебания светового вектора, т. е. вектора напряженности электрического поля (§ 25.2).

Принято плоскость, в которой колеблется электрический вектор $\boldsymbol{E}$, называть *плоскостью колебаний*. По историческим причинам плоскость, в которой происходят колебания магнитного вектора $\boldsymbol{H}$, принято называть *плоскостью поляризации*. Плоскость колебаний волны, которую излучает

колеблющийся заряд или диполь (рис. 28.4), проходит через луч и вектор ускорения. Задав луч и плоскость колебаний, мы тем самым автоматически задаем и плоскость поляризации.

2. Электромагнитная волна, у которой направления колебаний векторов E и H строго фиксированы, называется *линейно поляризованной волной*. Иногда вместо этого термина применяется термин *плоско поляризованная волна*. Если речь идет о световых волнах, то говорят о *линейно поляризованном свете*.

3. Атомы излучают свет отдельными цугами (§ 25.2). Поэтому свет, излучаемый телом, состоящим из множества атомов, представляет собой набор большой совокупности цугов. Но в веществе нет какого-либо механизма, который согласовывал бы излучение отдельных атомов; наоборот, атомы излучают независимо друг от друга, и весь процесс излучения носит случайный, статистический характер.

В § 25.6 мы показали, что статистический механизм излучения света приводит к беспорядочному изменению фазы волны, вследствие чего свет обычно некогерентен. Статистический характер излучения света приводит также к тому, что у каждого волнового цуга своя плоскость колебаний, а у световой волны, как совокупности цугов, плоскость колебаний меняется беспорядочно.

Мы видим, что волна, излучаемая обычными источниками света, не является поляризованной: у нее векторы поля колеблются не в фиксированном направлении, а беспорядочно во всех направлениях, перпендикулярных лучу. Световая волна, у которой направления колебаний электрического (и соответственно магнитного) вектора хаотически меняются, так что для него равновероятны все направления колебаний в плоскости, перпендикулярной лучу, называется *естественным* (неполяризованным) *светом*.

§ 28.2. Анализатор. Закон Малюса

1. Представим себе резиновый шнур, по которому бежит поперечная волна. Если бы даже шнур был невидимым, то мы все равно могли бы определить положение плоскости колебаний с помощью установки, изображенной на рис. 28.1. Когда плоскость колебаний совпадает с плоскостью щели, образованной параллельными досками, волна пройдет через установку; если же повернуть доски на 90°, то колебания подавляются, и волна сквозь щель не пройдет.

Аналогично можно с помощью антенны типа диполя, настроенной в резонанс с волной, определить положение плоскости колебаний в линейно поляризованной электромагнитной волне. Если расположить диполь так, чтобы он

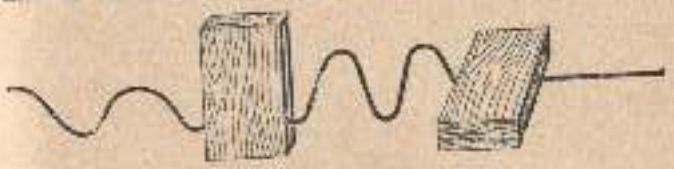


Рис. 28.1.

лежал в плоскости колебаний (рис. 28.2, *а*), то лампочка ярко загорится. В этом случае колебания электрического вектора, направленного вдоль проводника, вызовут в проводнике вынужденные колебания — токи высокой частоты. Ток, протекая по нити накала лампочки, раскаляет ее, и лампочка светится. Если повернуть диполь на 90°, то вектор напряженности электрического поля окажется перпендикулярным проводнику (рис. 28.2, *б*). При этом ток в проводнике возникнуть не может, и лампочка погаснет.

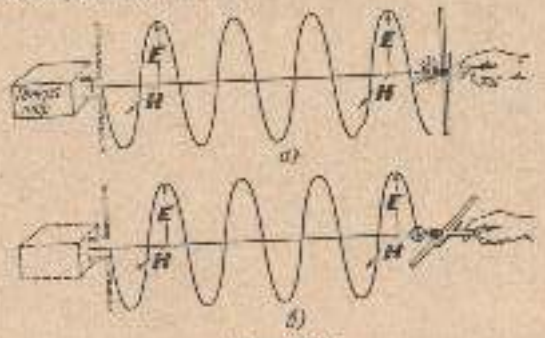


Рис. 28.2.

Такой же эксперимент можно поставить и с поляризованным светом, что будет рассмотрено в § 28.6.

2. Прибор, с помощью которого можно обнаружить положение плоскости колебаний поляризованной волны, называется *анализатором*. В описанном выше опыте с упругой волной на шнуре анализатором служила система из двух досок со щелью. В опыте с электромагнитной волной анализатором служила антенна в виде диполя. Принцип

действия и конструкция анализатора в оптическом диапазоне будут рассмотрены в § 28.6.

3. Если антенну-анализатор в опыте, изображенном на рис. 28.2, медленно поворачивать из положения *а* в положение *б*, то яркость горения лампочки станет плавно уменьшаться от максимума в положении *а* до нуля в положении *б*. При дальнейшем повороте диполя интенсивность свечения станет вновь нарастать и достигнет максимума, когда диполь повернется на 180°. Данное явление объясняется следующим образом.

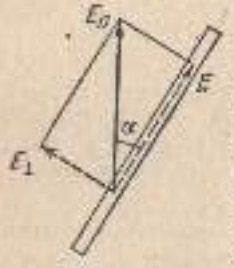


Рис. 28.3.

Пусть колебания электрического вектора происходят в вертикальном направлении с амплитудой E_0 и пусть направление диполя-анализатора составляет угол α с плоскостью колебания (рис. 28.3). Разложим вектор E_0 на две составляющие: вдоль антенны E и перпендикулярно ей $E_\perp$. Как видно из рисунка,

$$E = E_0 \cos\alpha, \quad E_\perp = E_0 \sin\alpha. \quad (28.1)$$

Колебания тока в антенне вызовет лишь одна составляющая поля, а именно — вектор E, направленный вдоль антенны. Под действием вектора $E_\perp$ никакие колебания в антенне не возникнут.

4. Вспомним, что интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды (§ 19.3). Обозначив интенсивность волны $I_0 = kE_0^2$ и интенсивность колебаний в антенне $I = kE^2$, имеем

$$I/I_0 = E^2/E_0^2. \quad (28.2)$$

Сопоставив полученную пропорцию с первым равенством системы (28.1), получим

$$I = I_0 \cos^2\alpha. \quad (28.3)$$

Итак, интенсивность волны, прошедшей анализатор, пропорциональна квадрату косинуса угла между плоскостью колебаний волны и осью анализатора (закон Малюса).

§ 28.3. Двойное лучепреломление

1. Существует ряд кристаллов, в которых луч света, преломляясь, расщепляется на два луча с разными свойствами. К числу двоякопреломляющих кристаллов относится кальцит $CaCO_3$ (иначе он называется исландский шпат), кварц и т. п.

Кальцит представляет собой кристалл с гексагональной решеткой (т. 1, § 33.2); ось симметрии шестиугольной призмы, образующей его ячейку (т. 1, рис. 33.4 и 32.3), называется *оптической осью*.

2. Вырежем из кристалла кальцита пластинку так, чтобы ее грани были перпендикулярны оптической оси

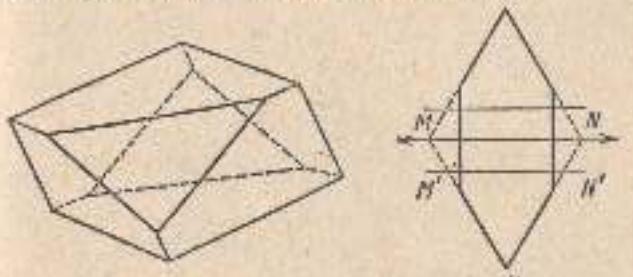


Рис. 28.4.

(рис. 28.4). Вид сбоку на эту пластинку и направление оптической оси показаны на рис. 28.4, *б*. Заметим, что оптическая ось — это не линия, а направление в кристалле. Любая прямая $M'N'$, параллельная направлению MN, также является оптической осью.

Главной плоскостью кристалла назовем плоскость, которая проходит через световой луч и оптическую ось кристалла.

3. Если направить луч света вдоль оптической оси, то никакие изменения в нем не произойдут благодаря полной симметрии структуры вещества относительно этого направления. Если же направить луч под углом к оптической оси, то он разобьется на два луча (рис. 28.5), из которых один называется *обыкновенным*, второй — *необыкновенным*. Причина такого их наименования следующая.

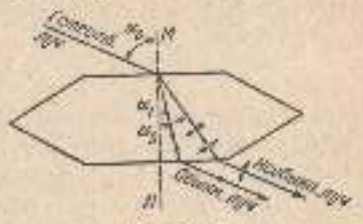


Рис. 28.5.

Закон преломления $\sin\alpha_1 = n\sin\alpha$ (27.2) выполняется по-разному для обоих лучей. У обыкновенного луча показатель преломления от угла падения не зависит: $n_{об} = 1{,}658$ для любых углов падения. Следовательно, и скорость

распространения обыкновенного луча $v_{об}=c/n_{об}$ во всех направлениях одна и та же.

Что касается необыкновенного луча, то у него показатель преломления $n_{необ}$ зависит от направления распространения света. Именно, вдоль оптической оси показатели преломления необыкновенного и обыкновенного лучей совпадают ($n_{необ}=n_{об}=1{,}658$), а в перпендикулярном оптической оси направлении $n_{необ}=1{,}486$.

Отсюда следует, что вдоль оптической оси скорость световой волны одна и та же для обыкновенного и необыкновенного луча, а в других направлениях скорость необыкновенной волны у кальцита больше, чем обыкновенной. Наибольшая разница между скоростями обеих волн возникает в направлении, перпендикулярном оптической оси. Здесь скорость необыкновенной волны на 11,5% больше, чем обыкновенной.

4. Заметим, что все данные мы привели выше для желтого света с длиной волны $\lambda=5893$ Å. Значения показателя преломления для других длин волн приведены в табл. 28.1.

Таблица 28.1

Свет	λ, Å	Кальцит		Кварц	
		$n_{об}$	$n_{необ}$	$n_{об}$	$n_{необ}$
Красный	6708	1,6537	1,4843	1,5415	1,5505
Желтый	5893	1,6584	1,4864	1,5443	1,5534
Зеленый	5086	1,6653	1,4895	1,5482	1,5575
Синий	4800	1,6686	1,4911	1,5501	1,5594
Фиолетовый	4047	1,6813	1,4969	1,5572	1,5867

§ 28.4. Причина двойного лучепреломления

1. Определим с помощью анализатора направление колебаний светового вектора (т. е. электрического вектора E) в необыкновенной и обыкновенной волнах. Оказывается, в обыкновенной волне колебания вектора E происходят перпендикулярно главной плоскости, что на рис. 28.5 показано точками на луче. В необыкновенной волне электрический вектор колеблется в главной плоскости кристалла, что показано на рис. 28.5 стрелками. Различие в скоростях обеих волн и, как следствие, в их показателях преломления можно на этой основе объяснить следующим образом.

В анизотропных телах (за исключением кристаллов с кубической решеткой) сила взаимодействия между электронным облаком и решеткой в разных кристаллографических направлениях различна. В результате и собственная частота колебаний электронного облака будет зависеть от того, в каком направлении станут колебаться электроны под действием световой волны. А это согласно формуле (27.15) в свою очередь приведет к разным значениям показателя преломления и скорости волны в разных направлениях.

2. Пусть колебания электронного облака в кристалле возбуждаются волной, колебания которой перпендикулярны главной плоскости; на рис. 28.5 это обыкновенная волна. Допустим, что в этом случае собственная частота колебаний электронного облака не зависит от направления распространения волны. Тогда согласно (27.15) и показатель преломления не зависит от направления волны. Мы видим, что в этом случае скорость распространения света во всех направлениях будет одинаковой. А именно такими свойствами обладает обыкновенный луч.

3. Пусть теперь колебания электронного облака возбуждаются волной, колебания которой происходят в главной плоскости; на рис. 28.5 это необыкновенная волна. Опыт показывает, что в этом случае показатель преломления зависит от направления луча; это можно объяснить, предполагая, что собственная частота колебаний электронного облака зависит от того, в каком направлении колеблется вектор E, возбуждающий эти колебания.

Из неравенства собственных частот следует согласно (27.15) неравенство показателей преломления: если $\omega_0^{необ}\neq\omega_0^{об}$, то и $n_{необ}\neq n_{об}$; то же относится и к скоростям распространения этих волн. Мы видим, что на основе электронных представлений можно по крайней мере качественно объяснить причину двойного лучепреломления в кристаллах.

4. Явление двойного лучепреломления в кальците открыл Бартолин в 1669 г. Гюйгенс в 1690 г. дал формальную теорию явления, выдвинув предположение, что оба луча имеют разную скорость; однако причину этого он объяснить не мог. Мысль о том, что различие в скорости распространения обоих лучей вызвано какими-то внутренними особенностями самих лучей, принадлежит Ньютону и была им выдвинута в его знаменитой «Оптике» (1704 г.). В 1806 г.

Малюс возродил представления Ньютона, объяснив особенности лучей, возникающих при двойном лучепреломлении, их «полярными» свойствами — аналогично полюсам магнита. В связи с этим он и ввел понятие о поляризации света.

Юнг и Френель, обосновавшие с помощью явлений интерференции и дифракции волновую природу света, пытались объяснить явление поляризации света на основе волновых представлений. Они понимали, что для этого надо считать световые волны поперечными; Френель обосновал это свойство световых волн с помощью ряда экспериментов и рассуждений. Однако создать теорию упругого эфира, в котором возникают поперечные волны, не имеющие продольной составляющей, не удавалось — приходилось наделять эфир противоречивыми свойствами. Таким образом, явление поляризации света никак не укладывалось в теорию упругого светоносного эфира. Устранить эти противоречия удалось только на основе максвелловской электромагнитной теории света, сделавшей ненужным само понятие эфира. Однако это стало ясно лишь после создания теории относительности.

§ 28.5. Дихроизм

1. Существуют кристаллы, которые по-разному поглощают обыкновенный и необыкновенный лучи. Так, если на кристалл турмалина направить пучок естественного света перпендикулярно направлению оптической оси, то при толщине пластинки всего лишь в несколько миллиметров обыкновенный луч полностью поглотится, а из кристалла выйдет только необыкновенный луч (рис. 28.6).

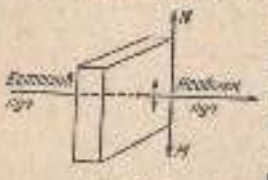


Рис. 28.6.

Различный характер поглощения обыкновенного и необыкновенного лучей называется *анизотропией поглощения* или *дихроизмом*.

2. Для объяснения этого явления вспомним, что сильное поглощение электромагнитных волн наблюдается в области аномальной дисперсии, т. е. когда частота колебаний волны близка к собственной частоте колебаний электронного облака (§ 27.7). Но в предыдущем параграфе мы показали, что в анизотропных веществах $\omega_i^{об} \neq \omega_i^{необ}$. А отсюда следует, что если, например, частота волны близка к собственной частоте колебаний электронного облака в направлении, перпендикулярном главной плоскости (т. е. $\omega \approx \omega_i^{об}$), то обыкновенная составляющая волны сильно поглощается. Необыкновенная волна, для которой $\omega \neq \omega_i^{необ}$, поглощается значительно слабее.

Как видно, на основе электронных представлений мы качественно объяснили не только анизотропию преломления (двойное лучепреломление), но и следствие из него — анизотропию поглощения (дихроизм). Ясно, что дихроизм в той или иной степени должны обладать все двоякопреломляющие кристаллы, но у разных веществ анизотропия поглощения проявляется по-разному.

§ 28.6. Поляроид — поляризатор и анализатор

1. Поляризационные приборы (иначе — *поляризаторы*) превращают естественный свет в линейно поляризованный. Все они работают по принципу отделения обыкновенного луча от необыкновенного. Примером поляризатора может служить пластинка турмалина (§ 28.5).

В настоящее время широкое применение получили *поляроиды*. Для изготовления поляроида между двумя пластинами стекла или оргстекла заключается пленка из дихроичного вещества, практически полностью поглощающая обыкновенный луч; вся эта система закрепляется в оправе. Дешевизна поляроидов и возможность изготовления пластин с большой площадью обеспечили их широкое применение на практике. Вместе с тем у них есть недостатки — они дают окрашенный свет; кроме того, они хорошо работают только в относительно узком спектральном диапазоне.

2. С помощью поляроида можно проанализировать характер поляризации света; если окажется, что свет линейно поляризован, то можно определить направление колебаний электрического вектора (плоскость колебаний).

Пусть линейно поляризованная волна падает на поляроид так, что направление колебаний электрического вектора совпадает с направлением оптической оси поляроида (рис. 28.7, *а*); иными словами — плоскость колебаний совпадает с главной плоскостью кристалла. А это означает, что в кристалле распространяется необыкновенная волна (§ 28.4), которую он слабо поглощает. Свет пройдет через поляроид и будет воспринят глазом. Повернем поляроид на 90° (рис. 28.7, *б*). Тогда эта же волна оказывается обыкно-

венной, так как плоскость колебаний перпендикулярна главной плоскости кристалла. Но поляроид сильно поглощает обыкновенную волну, и свет сквозь поляроид не пройдет.

3. Рекомендуем читателю самостоятельно рассмотреть случай, когда плоскость колебаний линейно поляризованной волны составляет угол α с главной плоскостью поляроида. Разложив колебания волны на обыкновенную и необыкновенную составляющие, можно вывести закон Малюса для световых волн (§ 28.2). Таким образом, поляроид может служить не только поляризатором, но и анализатором. Существует ряд поляризационных призм (Николя, Волластона и др.), но мы их рассматривать не будем.

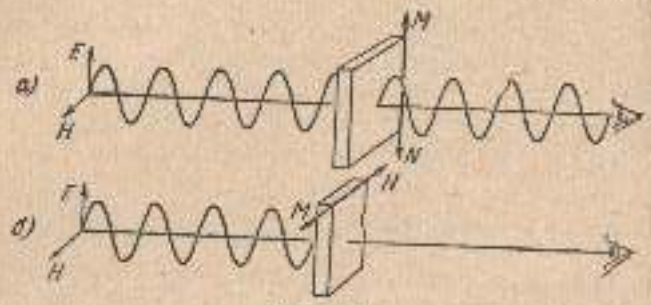


Рис. 28.7.

§ 28.7. Вращение плоскости поляризации

1. Поставим на пути светового пучка два поляроида так, чтобы их оптические оси были перпендикулярны друг другу («скрещенные» поляроиды). Свет через эту систему поляроидов не пройдет: первый поляроид превратит естественный

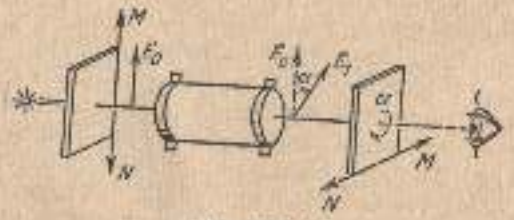


Рис. 28.8.

свет в линейно поляризованный, который поглотится во втором поляроиде (рис. 28.8). Поместим теперь на пути

светового пучка кювету с раствором сахара. Мы увидим, что поле зрения просветлилось. Повернув поляроид вправо на некоторый угол α, мы опять добьемся полного затемнения поля зрения.

Таким образом, мы приходим к выводу, что при прохождении пучка линейно поляризованного света через раствор сахара свет остался линейно поляризованным, но плоскость колебаний и, соответственно, плоскость поляризации (§ 28.1) повернулись на некоторый угол.

2. Вещества, вызывающие поворот плоскости поляризации, называются *оптически активными*. К оптически активным кристаллам относится, например, кварц. Если луч света распространяется вдоль его оптической оси, то поворот плоскости поляризации для разных длин волн происходит на следующие углы:

Свет	λ, Å	Удельное вращение $[\alpha]$, 1/мм
Красный	6563	17,32°
Желтый	5893	21,72°
Синий	4861	32,76°
Фиолетовый	4340	41,92°

Полный поворот плоскости поляризации пропорционален толщине пластины d:

$$\alpha = [\alpha] d. \qquad (28.4)$$

3. Оптическую активность проявляют не только кристаллы, но и жидкости (скипидар, никотин), а также растворы ряда веществ в воде, например, сахарозы ($C_{12}H_{22}O_{11}$), глюкозы ($C_6H_{12}O_6$), винно-каменной, яблочной и миндальной кислот; растворы камфары, бруцина, стрихнина в спирте и т. п. Угол вращения плоскости поляризации определяется по формуле:

$$\alpha = [\alpha] cd, \qquad (28.5)$$

где c — концентрация, равная числу граммов оптически активного вещества на 100 *мл* раствора.

Поскольку угол поворота плоскости поляризации пропорционален концентрации оптически активного вещества в растворе, то с помощью специальных приборов — поляриметров или сахариметров — удается очень быстро и точно по углу поворота определять эту концентрацию.

4. Оптически активными являются вещества, молекулы которых не имеют центра или плоскости симметрии; к их числу относятся молекулы большинства органических соединений, которые все в той или иной степени проявляют оптическую активность. В этом случае оптически активными являются как кристаллы данного вещества, так и их расплавы и растворы.

Но оптически активные кристаллы могут возникнуть и в результате спиральной структуры кристаллической решетки, а не из-за свойств молекул. В этом случае расплавы и растворы не будут оптически активными. Так, оптическая активность кварца проявляется только в пластинках, вырезанных из монокристаллов; плавленый кварц (аморфное состояние) оптически неактивен.

§ 28.8. Оптическая активность в живой природе

1. Оптически активные кристаллы всегда встречаются в виде двух структур, одна из которых является зеркальным отображением другой. Казалось бы, что и органические оптически активные вещества должны существовать в двух подобных состояниях. Между тем опыт показывает, что раствор сахара всегда вращает плоскость поляризации вправо, т. е. по часовой стрелке, если смотреть навстречу лучу. Таким свойством обладает не только сахар, но и все другие продукты органического происхождения: белки, аминокислоты, нуклеиновые кислоты и т. п.

2. Если изготовить синтетическим путем аналогичное вещество (например, сахар), то оно не будет оптически активным. Синтетически получается смесь, содержащая равное количество право- и левовращающих молекул. Вообще в неживой природе все вещества с несимметричными молекулами существуют в виде таких смесей.

Если с такой смесью станет взаимодействовать живое существо, то оно усвоит лишь одну из структур, соответствующую характеру оптической активности элементов живого вещества. Например, если в раствор синтетического сахара поместить бактерии, питающиеся сахаром, то они будут усваивать только правовращающий сахар. Через некоторое время левовращающего сахара в растворе окажется гораздо больше, чем правовращающего, что можно будет обнаружить по повороту плоскости поляризации. Спустя некоторое время бактерии усвоят из смеси весь правовращающий сахар и начнут голодать; хотя в растворе

останется еще масса левовращающего сахара, организм живых существ его не усваивает.

3. Асимметрия оптической активности характерна только для живых существ и продуктов органического происхождения. Так, например, тот факт, что у нефти обнаружена оптическая активность, служит веским доводом в пользу теории об органическом происхождении нефти.

Энтропия оптически активной среды меньше энтропии смеси. В самом деле, равномерному распределению числа лево- и правовращающих молекул соответствует максимальная термодинамическая вероятность и тем самым — максимальная энтропия (т. 1, гл. 28). В характере оптической активности биологических веществ сказывается общий закон упорядоченности живой материи, находящейся всегда в неравновесном состоянии, энтропия которого далека от максимума.

Причины асимметрии оптической активности у живых существ не вполне ясны. Возможно, что эта асимметрия возникла случайно и затем была закреплена механизмом наследственности.

ГЛАВА 29

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ (ЛУЧЕВАЯ) ОПТИКА

§ 29.1. Основные законы геометрической оптики. Пучок и луч

1. Все задачи оптики можно решить на основе волновых представлений, как это было показано в гл. 25—28. Однако это требует применения весьма громоздкого математического аппарата. Между тем еще задолго до того, как была выяснена волновая природа света, ученые пользовались геометрическими методами решения задач на построение изображений в зеркалах и линзах и при расчете оптических приборов. Эти методы составляют содержание *геометрической оптики*, которую иначе еще называют *лучевой оптикой*.

2. Геометрическая оптика базируется на трех законах: законе прямолинейного распространения света (в однородной среде), законе отражения и законе преломления света. Последние два являются следствиями волновой природы света (§§ 20.5 и 27.1) и потому могут применяться без всяких ограничений. Что касается прямолинейности распрост-

ранения света в однородной среде, то это положение может применяться лишь с известными ограничениями.

Дело в том, что в оптических приборах свет всегда проходит через некоторые отверстия — *диафрагмы*, которые вырезают из фронта волны некоторый участок. А это, как известно, сопровождается дифракционными явлениями (§§ 21.8, 21.9 и 26.1). Таким образом, явление дифракции кладет предел применимости закона прямолинейного распространения света и тем самым — предел применимости геометрической оптики.

3. Основными понятиями геометрической оптики являются *пучок* и *луч*. Смысл этих понятий ясен из следующего эксперимента.

Закроем окно куском картона и задымим слегка воздух в комнате. Мы увидим, что через отверстия в картоне прорывается солнечный свет в виде узких цилиндрических каналов. Конические каналы возникают, если поместить маленькую лампочку в непрозрачный ящик с отверстиями. Цилиндрические или конические каналы, внутри которых распространяется свет, называются *световыми пучками*. Линии, указывающие направление распространения света (в том числе образующие и оси световых пучков), называются *световыми лучами*.

4. Благодаря дифракции световая волна несколько загибает за края экрана и прямолинейность распространения света нарушается. Вместо ожидаемого по законам геометрической оптики пучка с резко очерченными образующими мы получаем расширяющийся пучок, у которого нет четкой границы. Заметное сечение наблюдается в конусе (рис. 29.1), угол раствора которого определяется формулой $\sin(\gamma/2)\approx\lambda/D$ (см. § 26.3), где D — диаметр диафрагмы (отверстия в непрозрачном экране).



Рис. 29.1.

Итак, при наличии диафрагмы (а она всегда имеется в любом оптическом приборе) закон прямолинейности распространения света нарушается. Однако в ряде случаев уширение пучка $x=(D_1-D)/2$ (рис. 29.1) мало по сравнению с диаметром диафрагмы, и тогда можно в первом приближении дифракцией пренебречь.

Из рис. 29.1 видно, что $x=L\operatorname{tg}(\gamma/2)$, а при малых углах можно положить $\operatorname{tg}(\gamma/2)\approx\sin(\gamma/2)\approx\lambda/D$. Итак, $x\approx L\lambda/D$. Условие $x\ll D$ примет вид $L\lambda/D\ll D$, откуда следует:

$$D\gg\sqrt{L\lambda}. \qquad (29.1)$$

Это и есть критерий применимости геометрической оптики.

5. Иногда говорят, что геометрическая оптика справедлива, если размеры диафрагмы много больше длины световой волны. Мы видим, что это недостаточный критерий, ибо здесь не учтено расстояние L от экрана (места наблюдения) до диафрагмы. При значительных L условия (29.1) и (29.2) нарушаются и наблюдаемая в эксперименте картина резко отличается от той, которая рассчитывается с помощью геометрической оптики, хотя бы отверстие и было достаточно большим. Пусть, например, диаметр диафрагмы $D=1$ *мм*, что в 2000 раз больше длины волны зеленого света ($\lambda=5000$ Å$=5\cdot10^{-5}$ *м*). Мы видим, что $D\gg\sqrt{\lambda}$. Однако согласно (29.1) законы геометрической оптики будут справедливы при $L\ll10^{-3}/5\cdot10^{-5}$ *м*, т. е. при $L\ll2$ *м*. Уже на расстоянии 1 *м* от диафрагмы мы увидим дифракционную картину, и геометрическая оптика окажется неприменимой.

Отсюда также ясно, что световой луч нельзя рассматривать как узкий пучок, получаемый путем сужения диафрагмы. Не существует бесконечно узких световых пучков, пучок света всегда имеет конечную ширину. Луч — это как бы ось пучка, а не сам пучок. Световой луч — это чисто геометрическое понятие, характеризующее направление распространения энергии.

§ 29.2. Преломление света. Полное внутреннее отражение

1. В § 27.1 мы рассмотрели преломление света при его переходе из вакуума в некоторое вещество. Обобщим этот закон для случая, когда свет переходит из одного вещества в другое. Воспользуемся выражением (20.26), в которое подставим значение скорости света в веществе из (27.5); получим

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{c/n_1}{c/n_2}=\frac{n_2}{n_1}=n_{21}. \qquad (29.2)$$

Величина

$$n_{21}=n_2/n_1 \qquad (29.3)$$

называется *относительным показателем преломления* второй среды относительно первой.

2. Уравнение (29.2) можно записать так:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2. \qquad (29.4)$$

В таком виде закон преломления очень удобно использовать при решении задач. Выражение (27.2) есть частный случай более общей записи закона (29.4), если для вакуума положить $n_0 = 1$.

Из двух сред, в которых свет распространяется с разными скоростями, будем называть оптически более плотной ту среду, в которой скорость света меньше, а показатель преломления, соответственно, больше. Так, например, стекло ($n = 1{,}5 - 1{,}7$) — оптически более плотная среда, чем вода ($n = 1{,}33$).

3. На границе раздела двух сред световой пучок разделяется на два — отражённый и преломлённый (§§ 20.6 и 27.2). Интенсивности обоих пучков дают в сумме интенсивность падающего пучка. Что же касается интенсивности каждого из них, то она довольно сложным образом зависит от угла падения и относительного показателя преломления, и мы не будем выводить соответствующие формулы. Остановимся лишь на одном интересном частном случае, когда

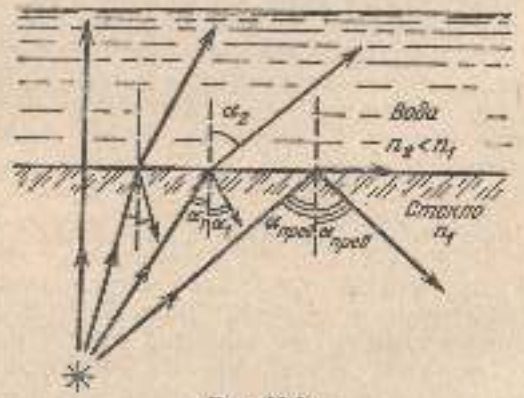


Рис. 29.2.

свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную.

При малом угле падения (рис. 29.2) интенсивности отражённого и преломлённого пучков можно приближённо рассчитать по формулам (27.10). Поскольку отношение показателей преломления обычно меньше двойки, то интенсивность отражённого пучка значительно меньше 12%, а часто, при $n_1 \approx n_2$, интенсивность отражённого пучка близка к нулю. Если увеличить угол падения, то угол преломления возрастет значительно быстрее. При этом интенсивность отражённого пучка возрастает, а преломленного — убывает.

4. Когда угол падения α_1 начинает приближаться к некоторому углу $\alpha_{прел}$, угол преломления приближается к прямому ($\alpha_2 \to \pi/2$), а интенсивность преломленного пучка очень быстро стремится к нулю. При всех углах падения, превосходящих угол $\alpha_{прел}$, который называется *предельным углом*, преломленного пучка не будет, и свет полностью отражается от границы раздела как от идеального зеркала. Данное явление называется *полным внутренним отражением* или просто *полным отражением*.

5. Для вычисления предельного угла положим в выражении (29.4) $\alpha_1 = \alpha_{прел}$ и $\alpha_2 = \pi/2$; получим:

$$\sin \alpha_{прел} = n_2/n_1. \qquad (29.5)$$

В случае, если свет переходит из вещества с показателем преломления $n_1 = n$ в воздух, где $n_2 = 1{,}000292 \approx 1$, выражение (29.5) примет вид

$$\sin \alpha_{прел} = 1/n. \qquad (29.6)$$

Заметим, что если угол падения больше предельного, то закон преломления терлет смысл. В самом деле, из $\alpha_1 > \alpha_{прел}$ следует, что $\sin \alpha_1 > \sin \alpha_{прел} = n_2/n_1$. Но тогда из (29.2) или (29.4) следует, что $\sin \alpha_2 = \frac{n_1 \sin \alpha_1}{n_2} > 1$, что невозможно. Физически это означает, что преломленного пучка нет, свет полностью отразился.

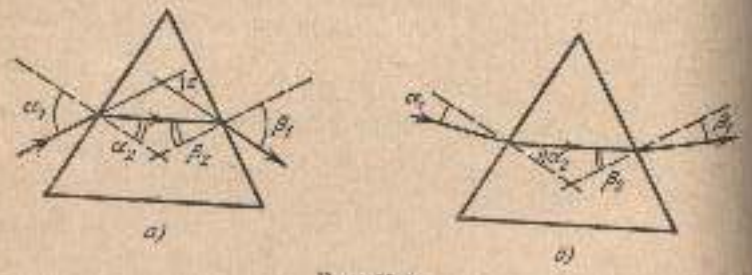
6. Строгое решение этой задачи на основе волновых представлений дает несколько иной результат. Оказывается, что световая волна может проникать в оптически менее плотную среду и в том случае, когда угол падения больше предельного. Но при этом преломленная волна очень быстро затухает, и на расстоянии от границы раздела, составляющем несколько длин волн, ее интенсивность практически становится равной нулю. Этот результат подтверждается экспериментально. Если положить призму из стекла ($n_1 = 1{,}7$) на раствор флуоресцеина ($n_2 = 1{,}34$) и направить световой пучок под углом, бо́льшим предельного, то можно заметить слабое свечение флуоресцеина в тонком слое под

стеклом, хотя согласно законам геометрической оптики свет сюда заходить не должен.

С аналогичным явлением просачивания частиц в область, куда им запрещено попадать по законам классической физики, мы встретимся в § 34.6.

§ 29.3. Призма

1. Представим себе, что на грань призмы падает параллельный пучок света. Пусть призма изготовлена из оптически более плотного вещества, чем окружающая среда,— например, стеклянная призма в воздухе. Тогда пучок, дважды преломившись в призме, отклонится от первоначального направления на некоторый угол в в сторону основания призмы. Ход лучей для этого случая изображен на рис. 29.3, *а*.



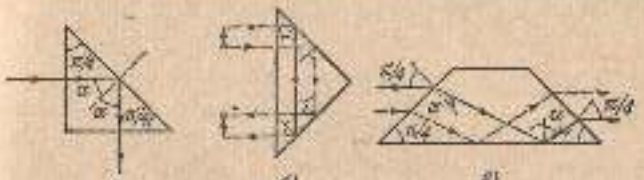
а) *б)*

Рис. 29.3.

Если призма изготовлена из вещества, оптическая плотность которого меньше, чем у окружающей среды, то пучок отклонится в сторону вершины, как это показано на рис. 29.3, *б*. Рекомендуем читателю проверить это с помощью расчета.

2. В предыдущем изложении мы полагали, что луч падает на вторую грань призмы под углом β_2, который меньше предельного. Если же окажется, что $\beta_2 \geqslant \alpha_{пред}$, то свет от второй грани полностью отразится. Призмы с полным отражением широко применяются в оптических приборах вместо зеркал. Рассмотрим для примера ход луча в стеклянной призме, изображенной на рис. 29.4, *а*. На первую грань луч падает нормально, и потому он не преломляется. Угол падения на вторую грань $\alpha = 45°$, что больше предельного: для границы раздела стекло — воздух предельный угол согласно (29.8) $\alpha_{пред} = \arcsin(1/1{,}5) = 42°$. Следовательно, на второй грани свет претерпевает полное отражение и далее идет так, как это показано на рисунке.

Явление полного отражения применяется в оборотных призмах, ход лучей в которых изображен на рис. 29.4, *б* и *в*. Рекомендуем читателю обосновать данное построение.



а) *б)* *в)*

Рис. 29.4.

3. Нетрудно убедиться, что угол ε, на который луч света отклоняется призмой (рис. 29.3), зависит от показателя преломления. Вместе с тем нам известно, что показатель преломления зависит от частоты (дисперсия, см. гл. 27). Следовательно, если на призму падает немонохроматический свет (например, белый), то лучи, соответствующие волнам с разной частотой (различные цвета), отклоняются на разные углы. Это явление открыл Ньютон в 1666 г. Он обнаружил, что лучок белого света, прошедший через отверстие и затем через стеклянную призму, раскладывается в спектр: слабее отклоняются красные лучи, сильнее всего — синие и фиолетовые.

§ 29.4. Линза

1. Линза обычно — это стеклянное тело, ограниченное с двух сторон сферическими поверхностями. Изредка применяют линзы, ограниченные цилиндрическими, параболическими или иными поверхностями, но мы такие линзы рассматривать не будем.

По характеру расположения ограничивающих линзу поверхностей различают шесть видов (рис. 29.5): двояковыпуклые (*а*), плосковыпуклые (*б*), вогнуто-выпуклые (*в*), двояковогнутые (*г*), плосковогнутые (*д*) и выпукло-вогнутые (*е*) линзы. Прямая, на которой лежат центры обеих поверхностей, ограничивающих линзу, называется *главной оптической осью* линзы.

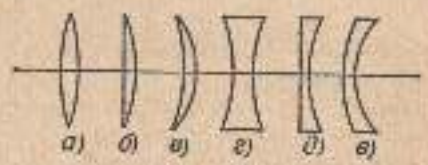


Рис. 29.5.

2. Бросим на линзу пучок, параллельный главной оптической оси. Пусть ширина пучка много меньше радиусов

кривизны линзы — такой пучок называется *параксиальным*. После преломления в линзе пучок соберется в некоторой точке на оптической оси, которая называется *главным фокусом* линзы. Определим положение главного фокуса.

Для этой цели обратимся к рис. 29.6. Луч SK преломляется сначала в точке K, затем в точке L и проходит через

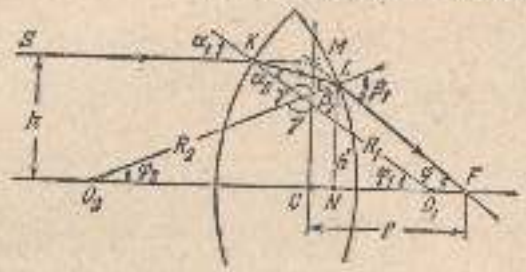


Рис. 29.6.

фокус F. Продолжим лучи SK и LF до их пересечения в точке M и проведем через эту точку плоскость MC, перпендикулярную главной оптической оси. Плоскость MC называется *главной плоскостью* линзы. У каждой линзы имеются две главные плоскости. Однако если линза достаточно тонкая, то обе главные плоскости практически совпадают. В дальнейшем мы будем рассматривать только тонкие линзы и строить у них одну главную плоскость.

3. Точка C пересечения главной плоскости тонкой линзы с главной оптической осью называется *центром* линзы. Расстояние от центра до фокуса называется *фокусным расстоянием*: $CF=f$. Величина, обратная фокусному расстоянию, называется *оптической силой* линзы:

$$\Phi=\frac{1}{f}. \qquad (29.7)$$

Единицей измерения оптической силы служит *диоптрия* — это оптическая сила линзы, фокусное расстояние которой равно 1 *м*. Чтобы в (29.7) получить оптическую силу в диоптриях, следует выразить фокусное расстояние в метрах.

4. Вернемся к рассмотрению рис. 29.6. Если пучок достаточно узкий ($h\ll R_1\approx R_2$), то углы падения и преломления очень малы, а их синусы и тангенсы практически не отличаются от их радианной меры. Тогда закон преломления (29.3) запишется так:

$$\alpha_1=n_{21}\alpha_2, \qquad \beta_1=n_{21}\beta_2, \qquad (29.8)$$

На рисунка видно, что $\alpha_1=\varphi_1$ как соответственные углы при параллельных прямых; $\alpha_2+\beta_2-\gamma=\varphi_2+\varphi_2+\gamma=180^\circ$, откуда следует, что $\alpha_2+\beta_2=\varphi_1+\varphi_2$; наконец, $\beta_1=\varphi_2+\varphi$ как внешний угол треугольника. Подставив в (29.8) и сложив оба равенства, получим

$$\alpha_1+\beta_1=n_{21}(\alpha_2+\beta_2) \text{ или } \varphi_1+\varphi_2+\varphi=n_{21}(\varphi_1+\varphi_2), \qquad (29.9)$$

откуда следует:

$$\varphi=(n_{21}-1)(\varphi_1+\varphi_2). \qquad (29.10)$$

Заменяя для малых углов их величины значениями синуса или тангенса, имеем:

$$\operatorname{tg}\varphi=\varphi=\frac{h}{f}, \qquad \sin\varphi_1=\varphi_1=\frac{h}{R_1}, \qquad \sin\varphi_2=\varphi_2=\frac{h}{R_2}=\frac{h}{R_2}.$$

Подставив в (29.10) и сократив на h, получим окончательно выражение для оптической силы тонкой линзы:

$$\Phi=\frac{1}{f}=(n_{21}-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right). \qquad (29.11)$$

5. В выражение (29.11) следует подставлять значение радиуса с учетом знака. Именно, у выпуклой поверхности радиус кривизны — положительное число, у вогнутой — отрицательное; плоскость следует рассматривать как поверхность с бесконечно большим радиусом кривизны. Учитывая это правило знаков, читатель легко покажет, что выпуклые линзы имеют положительную оптическую силу, а вогнутые линзы — отрицательную. Поэтому говорят, что вогнутая линза имеет *мнимый фокус*. Фокусировка параксиального пучка в выпуклой и вогнутой линзах, показатель преломления которых больше, чем у окружающей среды, изображена на рис. 29.7.

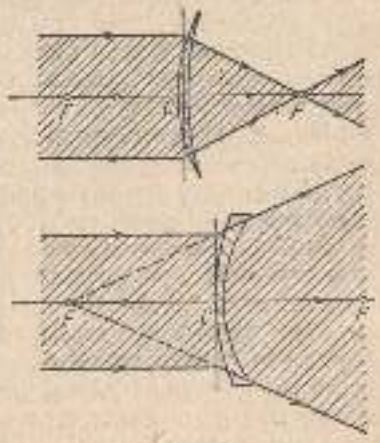


Рис. 29.7.

Рекомендуем читателю самостоятельно убедиться в том, что если оптическая плотность линзы меньше, чем у окружающей среды, то выпуклая линза будет иметь отрицательную оптическую силу, вогнутая — положительную.

§ 29.5. Построение изображений в тонкой линзе

1. Пусть точка A находится на расстоянии $d>2f$ от тонкой выпуклой линзы (рис. 29.8). Из этой точки выходит световой пучок; часть его, заштрихованная на рисунке, вырезается линзой. Этот пучок собирается в точке A', которая и служит изображением точки A. Чтобы найти положение точки A', выберем два луча, ход которых нам известен: это, во-первых, луч AM, параллельный главной оптической оси,— после преломления в линзе он пройдет через ее задний фокус F'. Во-вторых, это луч AN, проходящий

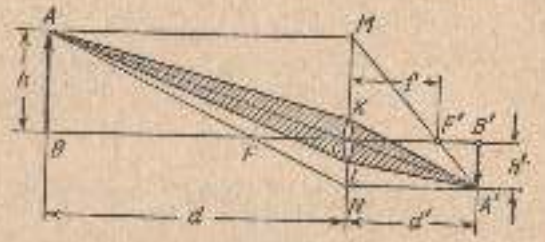


Рис. 29.8.

через передний фокус линзы F, после преломления в ней он окажется параллельным ее главной оптической оси. На пересечении этих лучей и находится точка A'.

Рекомендуем читателю показать, что луч AC, проходящий через центр линзы, также проходит через изображение A'. Для этого достаточно показать, что прямые AC и $A'C$ образуют один и тот же угол с оптической осью.

2. Итак, мы имеем *три характерных луча*, ход которых нам известен: луч, параллельный главной оптической оси линзы, после преломления в ней идет через ее фокус; луч, идущий через фокус линзы, после преломления в ней идет параллельно ее главной оптической оси; луч, проходящий через центр тонкой линзы (*побочная оптическая ось*), идет далее, не преломляясь. С помощью любых двух лучей из трех характерных можно построить изображение любой точки и тем самым — предмета, как совокупности точек.

Как видно, для построения изображения точки в линзе не нужно знать положение ее преломляющих поверхностей и детальный ход лучей в ней. Достаточно лишь знать положение главной плоскости линзы и ее фокусов. Конечно, энергия из точки A в точку A' переносится пучком, заштрихованным на рисунке, но без дополнительного построения нам было бы неясно, каково направление лучей AK и AL после их преломления в линзе.

3. Построим ход луча, не являющегося характерным, т. е. луча, падающего на линзу произвольным образом (рис. 29.9). Проведем побочную оптическую ось KC, параллельную лучу MN, и фокальную плоскость ab, проходящую через главный фокус параллельно оптической оси.

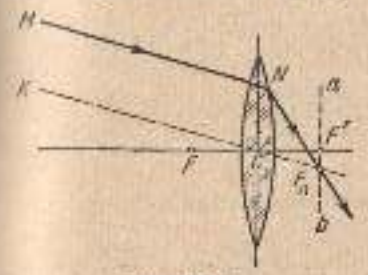


Рис. 29.9.

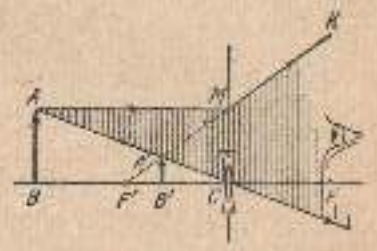


Рис. 29.10.

Аналогично тому, как параксиальный пучок, параллельный главной оптической оси, собирается в главном фокусе F', пучок, параллельный побочной оптической оси KC, собирается в побочном фокусе F_n, лежащем на фокальной плоскости. Следовательно, луч MN после преломления пойдет через точку F_n.

Рекомендуем читателю воспользоваться этим методом построения изображения точки, лежащей на главной оптической оси линзы. В качестве упражнения рекомендуем также построить ход луча, падающего произвольным образом на вогнутую линзу.

4. Построим изображение точки в вогнутой линзе (рис. 29.10). Луч AM, параллельный главной оптической оси, после преломления пойдет в направлении MK так, что его продолжение идет через фокус. Второй луч AC (побочная оптическая ось) идет через линзу, не преломляясь. Мы видим, что из линзы выходит расходящийся пучок, заштрихованный на рисунке. Расходящийся пучок изображения не дает, следовательно, с помощью вогнутой линзы мы изображения не получим. Однако если за линзой поместить глаз, как это показано на рисунке, то нам будет казаться, что расходящийся пучок, воспринимаемый глазом, исходит как будто из точки A', лежащей на продолжении лучей. Эта точка называется *мнимым изображением* предмета,

в отличие от *действительного изображения*, показанного на рис. 29.8.

Принципиальное отличие обоих видов изображений заключается в следующем. В точке, где возникает действительное изображение, происходит концентрация энергии световой волны, и это может быть обнаружено объективно, например, с помощью термоэлемента, фотоэлемента, светочувствительной бумаги и т. п. Мнимое изображение имеет лишь субъективный смысл — нам кажется, будто бы световые лучи выходят из некоторой точки, в которой объективно ничего обнаружить нельзя.

Рекомендуем читателю построить изображение точки, лежащей между выпуклой тонкой линзой и ее фокусом.

§ 29.6. Формула тонкой линзы

1. Опыт показывает, что при изменении расстояния d от предмета до линзы меняется и расстояние d' от линзы до изображения. Для нахождения соответствующей зависимости обратимся вновь к рис. 29.8. Из подобия треугольников ABC и $A'B'C$ имеем

$$h'/h = d'/d,$$

а из подобия треугольников MCF' и $A'B'F'$

$$h'/h = (d' - f)/f.$$

Поскольку левые части обоих равенств совпадают, то

$$d'/d = (d' - f)/f. \qquad (29.12)$$

Отсюда следует $d'f = d'd - fd$, или $fd + fd' = dd'$. Разделив это равенство на произведение fdd', получим после сокращений:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}. \qquad (29.13)$$

Это выражение и есть *формула тонкой линзы*.

2. Обратим внимание на знаки величин, входящих в (29.13). Расстояние d будем считать всегда положительной величиной, фокусное расстояние — положительным у собирающей линзы и отрицательным у рассеивающей. Если расстояние d' получится положительным, то это значит, что изображение является действительным и находится

по другую сторону линзы; если d' — отрицательное число, то изображение мнимое и находится по ту же сторону от линзы, что и предмет. Рекомендуем читателю проверить это положение на примерах.

§ 29.7. Недостатки линз

1. До сих пор мы рассматривали построение изображений в идеальной линзе. При этом мы полагали, что изображением точки, независимо от того, где она находится, является точка. Однако опыт показывает, что это далеко не так, что изображением точки является всегда некоторое размытое пятно. Выясним причины возникновения некоторых погрешностей оптических приборов — *аберраций*. Это позволит также найти пути для их устранения или уменьшения.

2. *Сферическая аберрация*. При выводе формулы для оптической силы линзы (29.13) мы считали, что на линзу падает параксиальный пучок, ширина которого h много меньше радиуса кривизны линзы: $h \ll R$. Только параксиальный пучок собирается в одной точке — фокусе. Если же на линзу падает широкий пучок, то фокусировка нарушится (рис. 29.11), и вместо точки мы получим на экране пятно —

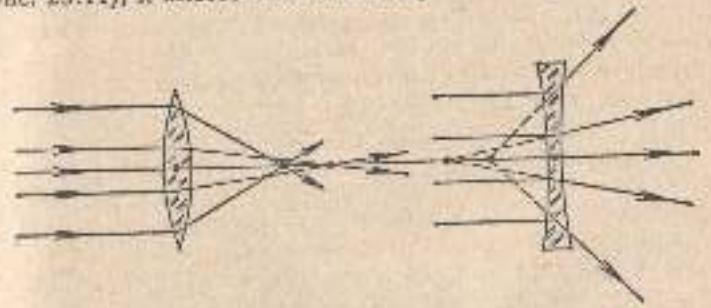


Рис. 29.11.

изображение оказывается *астигматическим*, т. е. нточечным (от греческого «stigmata» — точка, «а» — отрицательная приставка «не»). Аберрация, возникающая вследствие конечной ширины световых пучков, называется *сферической аберрацией*.

Один из способов устранения сферической аберрации — это ограничение ширины пучка, т. е. диафрагмирование линзы. Однако при этом уменьшается и энергия светового пучка, что не всегда желательно. Второй способ устранения

сферической аберрации основан на том, что собирающие и рассеивающие линзы имеют противоположную сферическую аберрацию (см. рис. 29.11). Можно подобрать пару таких линз, что их суммарная оптическая сила нуло не равна, но сферическая аберрация устранена в значительной мере.

3. *Хроматическая аберрация.* Этот недостаток линз является следствием дисперсии (гл. 27). Благодаря дисперсии фокус красных лучей расположен от линзы дальше, чем фокус фиолетовых. Вследствие хроматической аберрации изображение белой точки имеет вид либо красной точки с сине-фиолетовым ореолом, либо фиолетовой точки с желто-красным ореолом (в зависимости от того, где расположен экран).

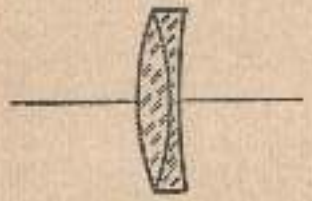


Рис. 29.12.

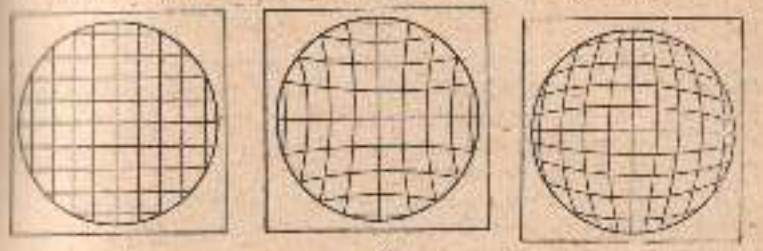
Хроматическая аберрация у вогнутой и выпуклой линзы имеет противоположный характер. Следовательно, в системе из двух склеенных линз (рис. 29.12), изготовленных из разных сортов стекла, при определенном подборе показателей преломления и радиусов кривизны поверхностей, оказываются в значительной мере устраненными обе аберрации — сферическая и хроматическая. Линзы такого типа называются *ахроматическими*. Они используются в качестве объективов телескопов, биноклей и других оптических приборов.

4. *Астигматизм.* Пусть точка находится на большом расстоянии от оптической оси. Тогда для построения ее изображения используется пучок, составляющий значительный угол с главной оптической осью. Оказывается, что в этом случае ни при каком положении экрана на нем не возникает резкого точечного изображения объекта. Однако имеются два положения экрана, при которых изображения получаются в виде прямых черточек. Итак, даже в линзах, исправленных на сферическую и хроматическую аберрации, изображение точки, удаленной от оптической оси, представляет собой не точку, а две взаимно перпендикулярные линии, лежащие в разных плоскостях,— это и есть аберрация астигматизма.

Для ее исправления строится оптическая система, состоящая из нескольких линз, подобранных так, что они компенсируют астигматизм, вызванный каждой из них. Такие оптические системы называются *анастигматами*.

Например, анастигматами являются объективы хороших фотоаппаратов.

5. Аберрация дисторсии заключается в том, что нарушается подобие между изображением и предметом. Например, квадратная сетка (рис. 29.13, *а*) может в линзе изображаться так, как это видно на рис. 29.13, *б* (подушкообразная



а) *б)* *в)*

Рис. 29.13.

дисторсия) или на рис. 29.13, *в* (бочкообразная дисторсия). Подбором системы из нескольких линз с противоположным характером дисторсии можно исправить и эту аберрацию. Объективы, исправленные на дисторсию, используются, например, для аэрофотосъемки.

§ 29.8. Сферическое зеркало

1. Бросим на вогнутую зеркальную поверхность параксиальный пучок, параллельный диаметру сферической поверхности, проходящему через вершину зеркала C (рис. 29.14). Опыт показывает, что этот пучок соберется в точке F как в фокусе. Найдем фокусное расстояние $CF=f$.

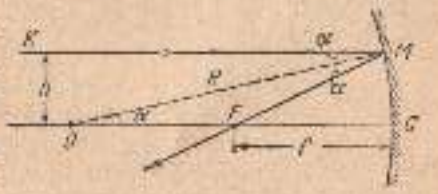


Рис. 29.14.

Нормалью в точке падения луча KM является радиус $OM=R$. Углы падения и отражения равны: $\angle KMO = \angle OMF = \alpha$. Кроме того, $\angle FOM = \angle KMO = \alpha$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых. Следовательно, треугольник OFM является равнобедренным, и отрезок $OF = \frac{OM}{2\cos\alpha} = \frac{R}{2\cos\alpha}$. Отсюда следует, что фокусное

расстояние

$$f = CF - OC - OF = R - \frac{R}{2\cos\alpha} = \frac{R}{2}\left(2 - \frac{1}{\cos\alpha}\right).$$

Учитывая, что $\sin\alpha = h/R$, получим окончательно:

$$f = \frac{R}{2}\left(2 - \frac{1}{\cos\alpha}\right) = \frac{R}{2}\left(2 - \frac{1}{\sqrt{1 - h^2/R^2}}\right). \quad (29.14)$$

2. Мы видим, что в сферическом зеркале также имеет место сферическая аберрация: фокусное расстояние оказывается различным для лучей, находящихся на разных расстояниях от оптической оси. Имеют место и все другие виды аберраций, кроме хроматической.

Однако для параксиального пучка ($h \ll R$) условие фокусировки выполняется, и фокусное расстояние вогнутого зеркала окажется равным

$$f = \frac{R}{2}, \quad (29.15)$$

а его оптическая сила

$$\Phi = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}. \quad (29.16)$$

Рекомендуем читателю проверить, что при $h \leqslant 0{,}1\,R$ выражения (29.15) и (29.16) справедливы с точностью, не меньшей 0,5%.

3. Сравнив выражения (29.16) и (29.11), мы видим, что вогнутое зеркало можно рассматривать как линзу, у которой показатель преломления $n_{21} = -1$, радиус одной поверхности бесконечно большой ($R_2 = \infty$), а радиус вогнутой поверхности, по принятому правилу знаков (§ 29.4), $R_1 = -R$. Получим:

$$\Phi = (n_{21} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = (-1 - 1)\left(-\frac{1}{R} + 0\right) = \frac{2}{R}.$$

Отсюда следует, что все правила построения изображений, изложенные в § 29.5, пригодны и для сферических зеркал, если вместо преломленных лучей рассматривать *отраженные* лучи.

Характерными здесь будут следующие лучи (сравним с § 29.5):

Луч, параллельный главной оптической оси (диаметру OC на рис. 29.14), после отражения проходит через фокус;

Луч, идущий через фокус, после отражения идет параллельно оптической оси;

Луч, идущий через центр кривизны сферической поверхности (побочная оптическая ось), отражается и идет обратно по той же прямой.

4. Рекомендуем читателю построить изображения предметов в вогнутом и выпуклом зеркалах. Оказывается, что вогнутое зеркало работает аналогично выпуклой линзе из оптически более плотного вещества, а выпуклое зеркало — аналогично вогнутой линзе.

Используя те же рассуждения, что и в § 29.6, читатель легко получит формулу зеркала в виде

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}. \quad (29.17)$$

При этом отрицательные значения d' будут соответствовать мнимому изображению, положительные — действительному.

§ 29.9. Фокусировка электронных пучков

1. Один из методов фокусировки электронных пучков был рассмотрен в § 5.7. Там мы убедились, что электроны, вылетающие из небольшого по размерам катода и движущиеся в однородном магнитном поле, фокусируются на некотором расстоянии от катода (рис. 5.6, стр. 69). Таким образом, однородное магнитное поле здесь выполняет роль «магнитной линзы».

Следует отметить, что эта «линза» обладает такими же недостатками, что и линза для фокусировки света. В самом деле, условие фокусировки выполняется только для электронов, летящих под малым углом α к силовым линиям, т. е. для *параксиального пучка*, для которого справедливо условие $\cos\alpha \approx 1$. Широкий пучок фокусируется плохо. Следовательно, мы здесь имеем полную аналогию с условиями фокусировки в тонкой линзе (§ 29.4) и сферическом зеркале (§ 29.8). Этот недостаток магнитной линзы по аналогии называется сферической аберрацией.

Нарушение фокусировки возникает также и вследствие того, что не все электроны вылетают из катода с одинаковыми скоростями. Пучок, содержащий электроны с несколько разными скоростями, называется по аналогии со светом *немонохроматическим*, а нарушение фокусировки, вызванное разбросом скоростей, — хроматической аберрацией.

2. Фокусировку электронного пучка можно осуществить также с помощью «электростатической линзы». Для того

чтобы понять принцип ее действия, рассмотрим поведение электрона, пролетающего область между двумя сетками, в которой создано однородное электрическое поле с напряженностью E (рис. 29.15).

Электрон движется слева со скоростью v_1 и падает на сетку под углом α_1. Из поля он выходит под углом α_2 со скоростью v_2. При этом составляющая скорости вдоль оси ординат не меняется, ибо в этом направлении никакие силы на электрон не действуют: $v_{1y}=v_{2y}$. Вдоль оси абсцисс на электрон действует сила $F=eE$. По закону сохранения энергии имеем для нерелятивистских электронов:

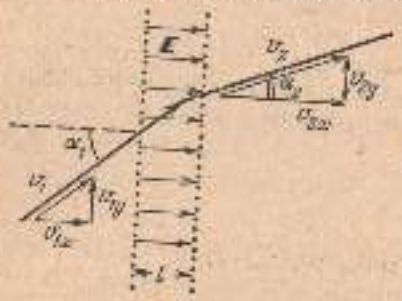


Рис. 29.15.

$$\frac{mv_1^2}{2}+eEl=\frac{mv_2^2}{2},$$

или так:

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{1+\frac{2eEl}{mv_1^2}}.$$

Но работа сил поля $eEl=eu$, где u — разность потенциалов между электродами. Обозначив также начальную кинетическую энергию электрона $K=mv_1^2/2$, получим окончательно:

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{1+\frac{eu}{K}}. \qquad (29.18)$$

3. Для синусов углов падения и преломления, как видно из рис. 29.15, имеем:

$$\sin\alpha_1=v_{1y}/v_1, \qquad \sin\alpha_2=v_{2y}/v_2.$$

Но так как $v_{2y}=v_{1y}$, то с учетом (29.18) закон преломления для электронного пучка примет вид:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}=\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{1+\frac{eu}{K}}. \qquad (29.19)$$

Это совершенно аналогично закону преломления света (29.2). Здесь также наблюдается дисперсия: показатель преломления

$$n_{21}=\sqrt{1+\frac{eu}{K}} \qquad (29.20)$$

зависит от кинетической энергии электронов в пучке. Следовательно, медленные электроны будут преломляться сильнее, нежели быстрые.

Данная простейшая схема не применяется для фокусировки электронных пучков, тем более, что реализовать ее в эксперименте очень трудно. Мы ее привели только для того, чтобы на простейшем примере рассмотреть явление преломления электронного пучка в электрическом поле.

4. На практике применяются магнитные и электростатические линзы с резко неоднородным полем. Рассмотрение их конструкции и принципа действия выходит за рамки этой книги.

Электростатические и магнитные линзы применяются для фокусировки электронных пучков в осциллографах, телевизорах, электронных микроскопах и т. п.

ГЛАВА 30

ОПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

§ 30.1. Фотометрия

1. Наш глаз воспринимает из всего диапазона электромагнитных волн лишь узкий участок, называемый видимым светом (§ 25.1). Чувствительность нашего глаза к свету с разными длинами волн не одинакова. Она имеет максимум при $\lambda=555$ *нм* и быстро падает к нулю при удалении от этого максимума, соответствующего зеленому свету. На рис. 30.1 вычерчен график относительной спектральной чувствительности глаза K_λ, равной отношению чувствительности при данной длине волны к чувствительности при $\lambda=555$ *нм*.

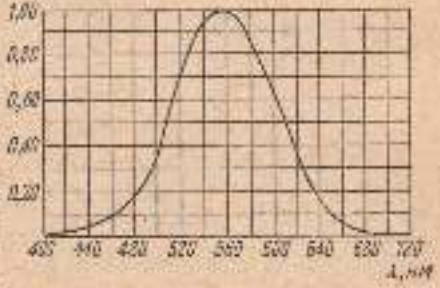


Рис. 30.1.

В связи с этими особенностями глаза мы вынуждены оценивать количественные характеристики световых пучков не по энергии, которую они переносят, а по зрительному ощущению.

Рассмотрим соответствующие величины и единицы их измерений.

2. Для дальнейшего изложения нам понадобится одно геометрическое понятие — *телесный угол*, который является мерой раствора некоторой конической поверхности. Вспомним, что мерой плоского угла α является отношение дуги окружности l к радиусу этой поверхности r, т. е. $\alpha = l/r$ (рис. 30.2, *а*). Аналогично этому определим телесный

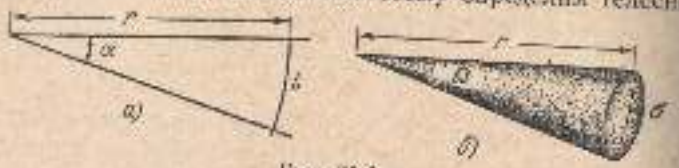


Рис. 30.2.

угол Ω (рис. 30.2, *б*) как отношение поверхности шарового сегмента σ к квадрату радиуса сферы:

$$\Omega = \frac{\sigma}{r^2}. \qquad (30.1)$$

Единицей измерения телесного угла служит стерадиан (*стер*) — это телесный угол, вершина которого расположена в центре сферы и который вырезает на поверхности сферы площадь, равную квадрату радиуса: $\Omega = 1$ *стер*, если $\sigma = r^2$. Нетрудно убедиться, что полный телесный угол вокруг точки равен 4π *стер* — для этого нужно поверхность сферы разделить на квадрат ее радиуса.

Пусть малый телесный угол $\Delta\Omega$ опирается на некую малую площадку ΔS, нормаль к которой составляет угол φ

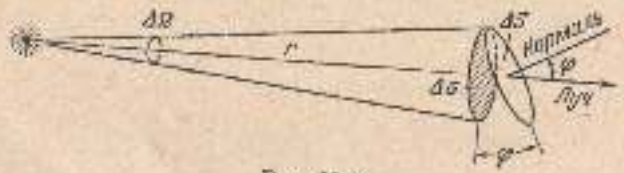


Рис. 30.3.

с лучом (рис. 30.3). Тогда элемент сферической поверхности $\Delta\sigma = \Delta S \cdot \cos\varphi$, и телесный угол

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta\sigma}{r^2} = \frac{\Delta S \cdot \cos\varphi}{r^2}. \qquad (30.2)$$

3. *Световой поток*. Представим себе, что в вершине телесного угла расположен точечный источник света, т. е.

источник, размеры которого значительно меньше расстояния от него до точки наблюдения (рис. 30.3). Этот источник излучает электромагнитные волны во всевозможных направлениях. Световым потоком Φ называется мощность видимой части излучения, распространяющегося внутри данного телесного угла, оцениваемая по действию этого излучения на нормальный глаз. Единицей измерения светового потока является *люмен* (*лм*). Для монохроматического света, соответствующего максимуму видности ($\lambda = 5550$ Å), световой поток равен 683 *лм*, если мощность излучения равна 1 *вт*. Для других длин волн мощность можно рассчитать с помощью графика рис. 30.1.

4. *Сила света* I точечного источника в данном направлении равна отношению светового потока $\Delta\Phi$ к величине телесного угла $\Delta\Omega$:

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}. \qquad (30.3)$$

Если точечный источник излучает равномерно по всем направлениям, то

$$I = \frac{\Phi_{\text{полн}}}{4\pi}, \qquad (30.4)$$

где $\Phi_{\text{полн}}$ — полный световой поток, излучаемый источником.

Единицей измерения силы света служит *свеча* (*св*), определяемая с помощью специального эталонного источника. В системе СИ свеча является основной единицей. Тогда согласно (30.3) имеем:

$$1\ лм = 1\ св \cdot 1\ стер.$$

5. *Освещенность* E некоторой поверхности равна отношению светового потока $\Delta\Phi$ к величине этой поверхности ΔS:

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S}. \qquad (30.5)$$

Единицей измерения служит *люкс* (*лк*). Это освещенность поверхности в 1 $м^2$, по которой равномерно распределен световой поток в 1 люмен:

$$1\ лк = \frac{1\ лм}{1\ м^2}.$$

Применяется также единица *фот*: $1\ фот = \frac{1\ лм}{1\ см^2} = 10^4\ лк$.

Пусть поверхность освещается точечным источником, тогда освещенность в каждой точке поверхности может быть

различной. Для ее вычисления подставим значение телесного угла (30.2) в (30.3), получим $I = \frac{\Delta\Phi \cdot r^2}{\Delta S \cdot \cos\psi} = \frac{E r^2}{\cos\psi}$, откуда следует *закон освещенности* от точечного источника:

$$E = \frac{I \cos\psi}{r^2}. \qquad (30.6)$$

Когда поверхность освещается пучком, близким к параллельному, то ее освещенность

$$E = E_n \cos\psi, \qquad (30.7)$$

где E_n — освещенность, которая возникла бы при нормальном падении световых лучей на площадку, а ψ — угол падения лучей (угол между лучом и нормалью к площадке).

6. *Светимость и яркость.* Если источник света нельзя считать точечным, то для его характеристики вводятся величины светимость и яркость, характеризующие излучение единицы площади светящейся поверхности (рис. 30.4).

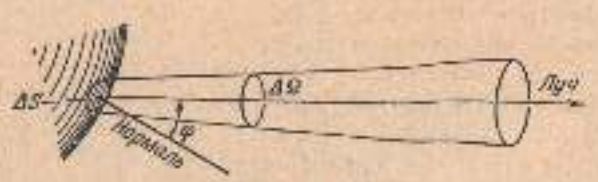


Рис. 30.4.

Светимость R равна отношению полного светового потока $\Delta\Phi$, излучаемого площадкой ΔS во всевозможных направлениях (т. е. внутрь телесного угла 2π *рад*), к величине этой площадки:

$$R = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S}. \qquad (30.8)$$

Единицами измерения светимости, как и освещенности, служат люкс или фот.

Яркость B в данном направлении равна отношению силы света ΔI внутри элементарного телесного угла, опирающегося на площадку ΔS, к площади $\Delta\sigma$ проекции этой площадки на плоскость, перпендикулярную направлению луча:

$$B = \frac{\Delta I}{\Delta\sigma} = \frac{\Delta I}{\Delta S \cos\psi}. \qquad (30.9)$$

У большинства источников яркость в разных направлениях различна. Лишь у абсолютно черного тела (§ 31.2), а также у идеальных рассеивателей типа матовых стекол яркость во всех направлениях одна и та же. Про такие источники говорят, что они подчиняются закону Ламберта:

$$B = \frac{R}{\pi}. \qquad (30.10)$$

Единицей измерения яркости служит *нит* (*нт*) — это яркость поверхности, излучающей с каждого квадратного метра одну свечу в направлении, перпендикулярном поверхности:

$$1\ нт = \frac{1\ св}{1\ м^2}.$$

Применяется также единица *стильб*: $1\ сб = \frac{1\ св}{1\ см^2} = 10^4\ нт$.

§ 30.2. Глаз

1. Органом зрения является глаз. Его устройство схематически изображено на рис. 30.5.

Наружную оболочку глазного яблока образует склера *1*; она защищает внутреннее содержание глаза и сохраняет

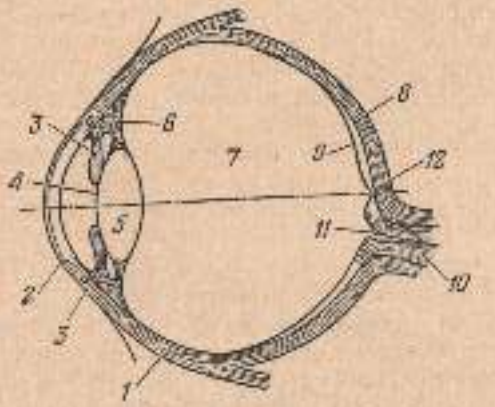


Рис. 30.5.

его жесткость. На передней поверхности склера переходит в тонкую прозрачную роговицу *2*, через которую в глаз проникает свет. За роговицей расположена радужная оболочка *3* с отверстием — зрачком *4*. Радужная оболочка

представляет собой мышечное кольцо, окрашенное пигментом. Это кольцо, сжимаясь или растягиваясь, меняет размеры зрачка и тем самым — величину светового потока, попадающего в глаз.

За радужной оболочкой находится хрусталик *5* — эластичное линзоподобное тело. С помощью цилиарной связки *6*, которая может натягиваться и расслабляться, меняются радиусы кривизны поверхности хрусталика и тем самым — его оптическая сила (29.11). Полость между роговицей и хрусталиком заполнена водянистой влагой; за хрусталиком находится стекловидное тело *7*. Роговица, водянистая влага, хрусталик и стекловидное тело образуют оптическую систему, аналогичную линзе с оптической силой около 58,5 диоптрий ($f = 17{,}2$ *мм*). Оптический центр этой системы расположен на расстоянии около 5 *мм* от роговицы; оптическая ось изображена на рис. 30.5 штрих-пунктиром.

Сетчатка *9* представляет собой полусферу, состоящую из рецепторных клеток, имеющих форму колбочек и палочек. Всего в глазу 125 млн. палочек и 6,5 млн. колбочек. Эти светочувствительные клетки находятся на задней поверхности сетчатки, которая лежит на сосудистой оболочке *8*. В некоторой области сбоку от оптической оси первые клетки сетчатки объединяются и образуют зрительный нерв *10*, выходящий из глаза. В этом месте нет ни палочек, ни колбочек, и потому оно образует нечувствительное к свету слепое пятно *11*. В центре сетчатки, на оптической оси, находится центральная ямка *12* — область наибольшей остроты зрения. Здесь сосредоточены светочувствительные колбочки, с помощью которых глаз ощущает цвета. В остальных участках сетчатки расположены в основном палочки.

2. Под действием света в палочках происходит перестройка особого вещества — зрительного пурпура (родопсина). Родопсин — это соединение одной из форм витамина А (ретинена) с белком сетчатки (опсином). Под действием света ретинен переходит из одной формы в другую (из цис- в транс-форму). Это вызывает генерацию в клетке нервного импульса, который через зрительный нерв передается в мозг. Генерация импульса происходит за счет энергии, запасенной в рецепторной клетке, свет играет лишь роль «пускового механизма» для реакции. Этим объясняется высокая чувствительность палочек — каждая палочка способна реагировать на один квант света (§ 32.3).

Палочки осуществляют так называемое сумеречное зрение, с помощью которого обнаруживаются размеры и форма предметов, но не их цвета.

3. Цветовое зрение осуществляется с помощью колбочек, что возможно, если изображение предмета попадает на центральную ямку.

Теория цветного зрения еще недостаточно разработана. Однако имеется ряд веских оснований полагать, что есть три типа колбочек, которые различно реагируют на разные участки спектра. Одни из них лучше реагируют на зеленый свет, другие — на красный и третьи — на синий. Промежуточные цвета воспринимаются при одновременном раздражении двух или трех типов колбочек. В зависимости от степени раздражения каждого из этих типов колбочек мозг получает различные серии нервных импульсов и интерпретирует это как разные цвета.

§ 30.3. Аккомодация. Бинокулярное зрение

1. Глаз должен одинаково хорошо видеть предметы, расположенные на разных расстояниях от него. Как бы ни менялось расстояние d от предмета до глаза, на сетчатке должно получиться четкое изображение. Согласно формуле линзы (29.13) это возможно лишь в том случае, если одновременно меняется фокусное расстояние f оптической системы. Как уже говорилось в предыдущем параграфе, изменение оптической силы глаза Φ и его фокусного расстояния $f = 1/\Phi$ происходит за счет изменения радиусов кривизны поверхности хрусталика. Это явление называется *аккомодацией*.

Аккомодация происходит непроизвольно. Как только глаз переводится с одного предмета на другой, нарушается резкость изображения, о чем в мозг приходит сигнал. Обратный сигнал из мозга к цилиарной мышце вызывает ее сокращение или растяжение до тех пор, пока не получится резкое изображение. Точка, которую глаз видит при расслабленной цилиарной мышце, называется *дальней точкой*, видимая при максимальном напряжении — *ближней точкой*. Для нормального глаза дальняя точка лежит бесконечно далеко, ближняя точка — на расстоянии около 15—20 *см*.

2. При близорукости дальняя точка лежит на конечном расстоянии, иногда при сильной близорукости — очень близко от глаза. Соответственно приближается и ближняя

точка, поэтому близорукие люди для лучшей видимости приближают предметы к глазу. Близорукость вызывается либо вытянутостью глазного яблока, либо спазмом цилиарной мышцы. Коррекция близорукости производится с помощью очков с вогнутыми линзами (рис. 30.6, *а* и *б*).

Дальнозоркость вызвана либо укороченностью глазного яблока, либо слабой аккомодацией. Это приводит к удалению ближней точки от глаза.

Дальнозоркость обычно возникает в старческом возрасте, когда хрусталик теряет упругость, но встречается и врожденная дальнозоркость. Для коррекции этого недостатка глаза применяются очки с выпуклыми линзами (рис. 30.6, *в* и *г*).

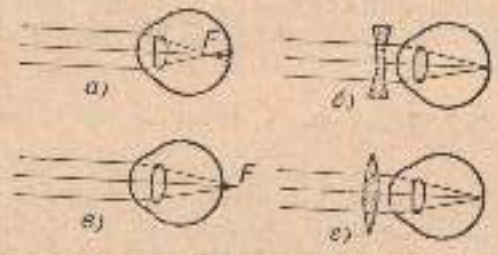


Рис. 30.6.

3. Рассматривая предмет двумя глазами, мы получаем на сетчатке каждого из них несколько различные изображения. В то же время мы воспринимаем один предмет, по видим его стереоскопически, т. е. объемно. Представление о глубине пространства возникает благодаря тому, что, направляя оба глаза на один объект, мы усилием глазных мышц поворачиваем их так, чтобы их оптические оси пересекались на предмете. Угол α между осями называется *углом конвергенции*. Расстояние между глазами (база) равна $b \approx 5$ *см*, а расстояние до предмета $d \gg 25$ *см*. Следовательно, угол конвергенции $\alpha \approx b/d$ меняется от нуля (дальняя точка) до 10° (ближняя точка).

Одновременное и непроизвольное усилие аккомодации и конвергенции позволяет оценить глубину пространства и расстояние до предметов значительно лучше, чем при зрении одним глазом. Увеличивая искусственно базу с помощью бинокля или стереотруб, можно оценить расстояние до удаленных предметов точнее, чем невооруженными глазами.

§ 30.4. Угол зрения. Разрешающая способность глаза

1. Величина изображения предмета на сетчатке определяется исключительно углом зрения $\varphi = h/f$ с вершиной в оптическом центре глаза и с лучами, направленными на крайние точки предмета (рис. 30.7). Можно увеличить угол зрения, приблизив предмет к глазу. Однако при этом усиливается напряжение цилиарной мышцы, и глаз устает. Особенно трудно аккомодировать глаз, если предмет расположен около ближней точки.

Расстоянием наилучшего зрения называется такое расстояние от предмета до глаза, при котором угол зрения оказывается максимальным, а напряжение аккомодации не чрезмерно велико, и глаз не устает. У нормального глаза расстояние наилучшего зрения около 25 *см*. Близоруким людям легче приблизить предмет к глазу; это позволяет им различать довольно малые предметы. Наоборот, дальнозоркие затрудняются в различении мелких предметов, например, букв при чтении.

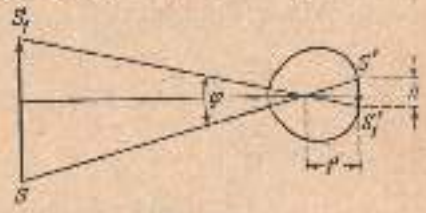


Рис. 30.7.

2. Две точки изображения будут восприниматься раздельно, если они попадут на две разные светочувствительные клетки сетчатки. В противном случае они будут возбуждать лишь одну клетку. Принято говорить, что глаз *не разрешает* две разные точки предмета, если их изображения получаются на одном светочувствительном элементе сетчатки. *Разрешающая способность глаза* оценивается по минимальному углу зрения φ_0, под которым при хорошем освещении две точки еще видны отдельно.

3. Опыт дает для минимального угла зрения значение около одной угловой минуты ($\varphi_0 \approx 1'$), если освещенность предмета около 5 *лк*. Это соответствует тому опытному факту, что расстояние между двумя соседними палочками или колбочками равно примерно пяти микронам ($h_0 \approx 5 \cdot 10^{-3}$ *мм*). В самом деле, как видно из рис. 30.7, наименьший угол зрения $\varphi_0 = h_0/f$, где $f = 17{,}2$ *мм* — фокусное расстояние оптической системы глаза. Имеем:

$$\varphi_0 \approx \frac{h_0}{f} \approx \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 180 \cdot 60}{17{,}2 \cdot \pi} = 1'.$$

С уменьшением освещенности разрешающая способность глаза ухудшается; как говорят, падает *острота зрения*. Под остротой зрения понимают величину, обратную наименьшему разрешаемому при данной освещенности углу, выраженному в минутах: $B=1/\varphi_0$. Она меняется от 0,3 при освещенности менее 0,1 *лк* до 1,3 при освещенности более 100 *лк*.

§ 30.5. Лупа

1. Простейшим прибором, позволяющим увеличить угол зрения, является *лупа* — короткофокусная линза, которую помещают между предметом и глазом так, как это показано на рис. 30.8. С помощью невооруженного глаза мы рассматриваем небольшой предмет $AB=h$, помещенный на расстоянии наилучшего зрения $D\sim25$ *см*, под углом зрения φ_0, тангенс которого $\operatorname{tg}\varphi_0=h/D$. Если этот же предмет поместить вблизи фокуса лупы, то глаз будет его воспринимать под углом зрения φ, который определяется из условия $\operatorname{tg}\varphi\sim h/f$, где f — фокусное расстояние линзы. В результате изображение ab предмета на сетчатке глаза, вооруженного линзой, окажется больше изображения, которое возникает на сетчатке невооруженного глаза. Нам будет казаться, что мы видим не маленький предмет AB, а большой предмет A_1B_1.

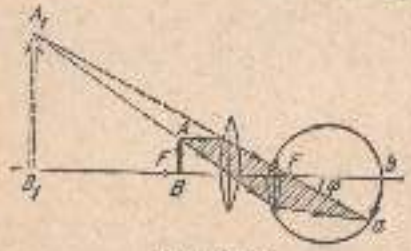


Рис. 30.8.

2. *Угловым увеличением* γ лупы называется отношение тангенса угла φ, под которым предмет виден в лупе, к тангенсу угла φ_0, под которым предмет виден невооруженным глазом на расстоянии наилучшего зрения. Но $\operatorname{tg}\varphi\sim h/f$, а $\operatorname{tg}\varphi_0=h/D$, следовательно,

$$\gamma=\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi_0}=\frac{D}{f}. \qquad (30.11)$$

На практике применяются лупы с фокусными расстояниями от 10 *см* до 1 *см*. Это позволяет получить увеличения γ от 2,5 до 25. Заметим, что короткофокусные лупы вносят большие искажения из-за сферической аберрации, астигматизма и дисторсии (§ 29.7). Поэтому обычно пользуются пяти-десятикратными увеличениями.

§ 30.6. Микроскоп

1. Для получения больших угловых увеличений (порядка нескольких сот) применяют *микроскоп*. Он представляет собой комбинацию двух короткофокусных систем — объектива и окуляра (рис. 30.9).

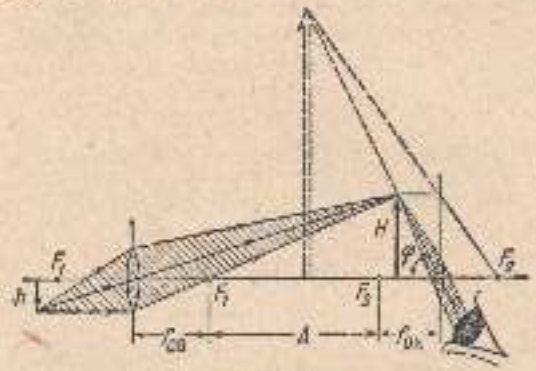


Рис. 30.9.

Предмет h располагается вблизи фокуса объектива F_1; действительное изображение H получается за объективом вблизи фокуса окуляра F_2. Отсюда следует, что расстояние от первого изображения до фокуса объектива примерно совпадает с расстоянием между фокусами объектива и окуляра. Это позволяет определить линейный размер первого изображения. Как видно из рис. 30.9,

$$\frac{H}{h}\approx\frac{\Delta}{f_{об}}. \qquad (30.12)$$

2. Найдем угловое увеличение микроскопа по тому же методу, как мы искали угловое увеличение лупы. Имеем:

$$\gamma=\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi_0}=\frac{H}{f_{ок}}:\frac{h}{D}=\frac{h\Delta}{f_{ок}f_{об}}:\frac{h}{D}=\frac{D\Delta}{f_{ок}f_{об}}. \qquad (30.13)$$

У хороших современных микроскопов $f_{об}\approx2{,}5$ *мм*, $f_{ок}\approx$ ≈15 *мм* и $\Delta\approx160$ *мм*. Учитывая, что $D\approx250$ *мм*, получим

$$\gamma\approx\frac{160\cdot250}{2{,}5\cdot15}\approx1000.$$

Как будет показано в § 30.8, строить микроскопы с увеличением более 1000 нецелесообразно, и обычно работают на меньших увеличениях, порядка 500—600.

§ 30.7. Телескоп

1. Телескоп служит для увеличения угла зрения при рассмотрении деталей удаленных предметов. Существуют различные конструкции телескопов, мы ограничимся рассмотрением хода лучей в трубе Кеплера (рис. 30.10).

Пусть предмет AB расположен далеко от объектива с фокусным расстоянием $f_{об}$, причем точка B расположена на оптической оси системы, точка A — над осью. Предмет

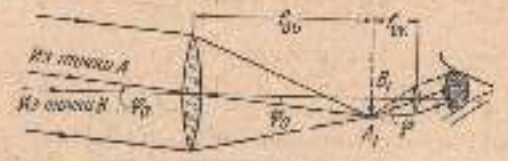


Рис. 30.10.

виден невооруженным глазом под углом зрения φ_0. Изображение предмета $A_1B_1=h$ получится практически в фокальной плоскости объектива.

Расположим теперь окуляр с фокусным расстоянием $f_{ок}$ таким образом, чтобы передний фокус окуляра совпал с задним фокусом объектива. Тогда окуляр будет работать как лупа, и в глаз попадет параллельный пучок света под углом зрения $\varphi \geqslant \varphi_0$.

Угловое увеличение телескопа

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi_0} = \frac{h}{f_{ок}} : \frac{h}{f_{об}} = \frac{f_{об}}{f_{ок}}. \qquad (30.14)$$

Для получения значительных увеличений в телескопах используются длиннофокусные объективы и короткофокусные окуляры.

2. Весь световой поток, выходящий из окуляра, должен попасть на сетчатку. Следовательно, нужно подобрать такие диаметры объектива и окуляра, чтобы выходящий из трубы пучок света перекрыл либо весь зрачок глаза, либо его часть. Если пучок окажется шире зрачка, то часть энергии будет бесполезно рассеиваться радужной оболочкой глаза, и фактически изображение будет давать не весь объектив, а лишь его часть. Приближенно можно диаметр окуляра $D_{ок}$ положить равным диаметру зрачка. Это дает при ночных наблюдениях $D_{ок} \approx 6$—8 *мм*, при дневных 2—3 *мм*.

Отсюда находим диаметр объектива. Как видно из рис. 30.10,

$$\gamma = \frac{f_{об}}{f_{ок}} = \frac{D_{об}}{D_{ок}}. \qquad (30.15)$$

Например, при двадцатикратном увеличении труба для ночных наблюдений должна иметь объектив диаметром $D = 20 \cdot 8$ *мм* $= 160$ *мм*. Поскольку фокусное расстояние окуляра $f_{ок} \approx 20$ *мм*, то из (30.15) следует, что $f_{об} = \gamma f_{ок} = 20 \cdot 20$ *мм* $= 400$ *мм*. Итак, общая длина трубы окажется 420 *мм*.

3. Телескопы, объективом которых служат линзы, называются *рефракторами* (от латинского refractus — преломленный). Рефракторы имеют объективы с максимальным диаметром 1 *м*. Изготовление линз с большими диаметрами наталкивается на огромные технические трудности.

Гораздо легче изготовить стеклянную отливку большого диаметра для изготовления зеркала. Здесь не требуется оптическая однородность стекла, и шлифовать необходимо только одну поверхность. В зеркалах с большим диаметром отражающей поверхности придают не сферическую, а параболическую форму, что позволяет уменьшить сферическую аберрацию. Затем отражающая поверхность покрывается в вакууме тонким слоем алюминия.

Телескопы с зеркальным объективом называются *рефлекторами* (от латинского reflectere — отражать). Первый зеркальный телескоп построил Ньютон в 1671—72 гг. Схема телескопа Ньютона показана на рис. 30.11. Параллельный



Рис. 30.11.

пучок света от далекого источника попадает на зеркало $З$; отразившись от него, а затем от вспомогательного зеркала C, которое поворачивает лучи на 90°, пучок фокусируется в точке F, где возникает действительное изображение. Окуляр O работает так же, как и в рефракторе.

Рефлектор с диаметром зеркала около 5 *м* и длиной 16,5 *м* установлен в обсерватории Маунт-Паломар в США.

В настоящее время в СССР шлифуется зеркало для крупнейшего телескопа диаметром 6 *м*.

4. Обычно справедливо говорят, что телескоп нужен «для увеличения». Попытаемся уточнить, что он увеличивает в разных случаях. Оказывается, что если рассматривается удаленный земной предмет или планета, то действие телескопа сводится к увеличению угла зрения, а это, в свою очередь, приводит к увеличению разрешающей способности. Так, если невооруженным глазом мы видим на Луне несколько темных пятен, а Марс воспринимаем как красноватую точку, то с помощью телескопа с диаметром 5 *м* можно на Луне различить детали величиной около 1 *м*, а на Марсе — около 100 *м*. Что касается яркости рассматриваемых предметов, то она такая же, как и при рассмотрении предмета невооруженным глазом.

Совершенно иной результат получается при наблюдении звезд. Последние настолько далеки и угол зрения на них столь мал, что и после увеличения в телескопе он оказывается меньше минимального разрешаемого глазом угла $\varphi_0 \approx 1'$ (§ 30.4). В результате даже в самых сильных телескопах изображение звезды падает на одну нервную клетку, и мы воспринимаем ее как точку. Но освещенность этой точки окажется во столько раз больше той, которая воспринималась невооруженным глазом, во сколько раз площадь объектива больше площади зрачка. У пятиметрового объектива при дневном зрении это увеличение составляет примерно $(5000\ мм/3\ мм)^2 \approx 3 \cdot 10^6$, следовательно, и освещенность сетчатки возрастет в несколько миллионов раз. Это позволяет с помощью телескопа наблюдать очень слабые или удаленные звезды, которые невооруженным глазом не воспринимаются.

§ 30.8. Разрешающая способность оптического прибора

1. До сих пор мы молчаливо подразумевали, что изображением светящейся точки в оптическом приборе (например, в линзе) является также точка. Между тем, строго говоря, это неверно, даже если все аберрации устранены. В самом деле, линза вырезает из фронта волны определенный участок, и возникающее благодаря этому дифракционное изображение точки имеет сложный характер (§§ 21.8, 21.9): в центре наблюдается главный максимум, вокруг которого чередуются светлые и темные кольца. Первый минимум наблюдается под углом, который определяется из условия

(21.42), если в нем положить $n=1$; получим

$$\sin\theta = \lambda/D, \qquad (30.16)$$

где λ — длина световой волны, D — диаметр линзы.

Пусть на линзу падает свет от удаленных точечных источников. Если угловое расстояние между двумя источниками мало, то дифракционные изображения обоих источников частично перекроются, и может случиться, что мы не сможем различить картины, относящиеся к разным точкам (на рис. 30.12 сфотографированы три источника, и два из них дают на рис. 30.12, *а* сливающееся изображение). В этом случае говорят, что линза *не разрешает* (не позволяет различить) изображения двух точек. Заметим, что последующее увеличение этого изображения уже ничего не дает; если изображения двух или нескольких точек не разрешаются хотя бы в одной линзе, то и весь прибор их не разрешает. Однако если увеличить диаметр линзы, то разрешающая способность увеличится (рис. 30.12, *б* и *в*).

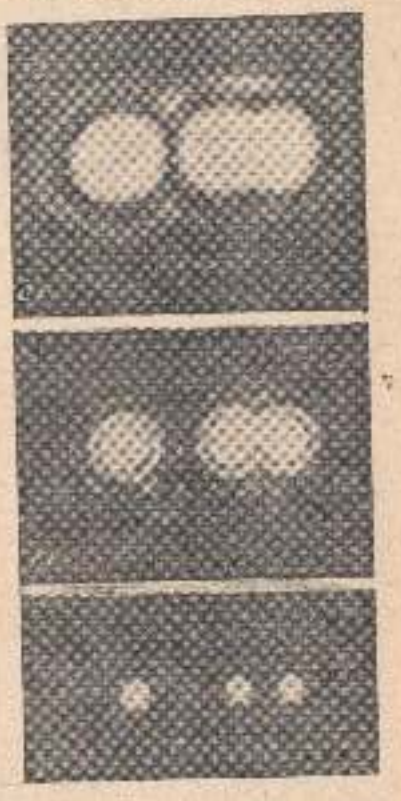


Рис. 30.12.

2. Для того чтобы количественно охарактеризовать разрешающую способность объектива оптического прибора, воспользуемся критерием Рэлея (§ 26.4): изображения двух точек будут видны раздельно, если главный максимум одного из них расположен не ближе первого минимума другого. Итак, угол φ между направлениями на оба точечных источника должен быть не меньше угла θ, определяемого условием (30.17); отсюда $\sin\varphi \geqslant \sin\theta = \lambda/D$. А так как диаметр линзы всегда много больше

длины световой волны, то углы φ и θ весьма малы, и можно смело заменить радианной мерой угла:

$$\varphi \geqslant \theta \approx \lambda/D. \qquad (30.17)$$

Как видно, телескопы с большими диаметрами имеют большую разрешающую способность $A=1/\varphi \approx D/\lambda$. Строящийся сейчас в СССР телескоп с диаметром 6 *м* будет обладать минимальным разрешаемым углом $\varphi_{мин} \approx 8 \cdot 10^{-8}$ *рад* $\approx$ $\approx 0{,}02$ угловой секунды. Под таким углом видна спичка на расстоянии 600 *км*! Но и этого недостаточно, чтобы разрешить детали даже на ближайшей к нам звезде.

3. Разрешающую способность микроскопа принято характеризовать не минимальным углом, а расстоянием ε между двумя ближайшими точками, которые еще видны раздельно. Строгая теория вопроса здесь не может быть рассмотрена, но приближенно можно рассуждать следующим образом.

Пусть две точки M и N, находящиеся на расстоянии ε, расположены вблизи фокальной плоскости объектива

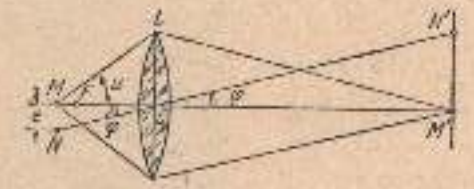


Рис. 30.13.

(рис. 30.13). Их изображения M' и N' будут видны раздельно, если выполнено условие (30.17). Обозначив расстояние от предмета до линзы $MC=d$, имеем

$$\varepsilon = d \operatorname{tg} \varphi \approx d \sin \varphi \geqslant \frac{\lambda d}{D}. \qquad (30.18)$$

Угол $LMC=u$, под которым в точке M виден радиус линзы, называется *апертурным углом*. Как видно из рисунка, $R/d=\operatorname{tg} u$, где R — радиус линзы. Подставив в (30.18), получим

$$\varepsilon \geqslant \frac{\lambda}{2 \operatorname{tg} u}. \qquad (30.19)$$

4. По строгой теории в знаменателе должен стоять не тангенс, а синус апертурного угла:

$$\varepsilon \geqslant \frac{\lambda}{2 \sin u}. \qquad (30.20)$$

У хороших современных микроскопов предмет располагается вблизи фокальной плоскости, т. е. $d \approx f = 2$ *мм*; радиус объектива $R \approx 2-3$ *мм*. В этом случае $\sin u \approx 0{,}9$, следовательно в микроскопе можно разрешить детали размером около полуволны.

Если пространство между объективом и линзой заполнить так называемой *иммерсионной жидкостью*, то в числителе выражения (30.20) стоит длина волны в жидкости $\lambda = \lambda_0/n$, где λ_0 — длина волны в вакууме и n — показатель преломления жидкости. Мы получим:

$$\varepsilon \geqslant \frac{\lambda_0}{2n \sin u}. \qquad (30.21)$$

При $n=1{,}5$ (кедровое масло) и $\sin u=0{,}9$ получим $\varepsilon \geqslant 0{,}37\lambda_0$. Глаз наиболее чувствителен к свету с $\lambda=555$ *нм* (§ 30.1), следовательно, $\varepsilon \approx 200$ *нм*. Так как живая клетка имеет размеры более 1000 *нм*, то ее можно изучать в микроскоп. Вирусы размерами от 275 *нм* до 10 *нм* в оптическом микроскопе уже не видны, их изучают с помощью электронного микроскопа.

§ 30.9. Электронный микроскоп

1. Чтобы увеличить разрешающую способность микроскопа, следует перейти к более коротким волнам. В некоторых случаях применяют микроскоп с кварцевой оптикой, работающей в ультрафиолетовом свете,— *ультрамикроскоп*. Здесь диапазон длин волн — около 250 *нм*, что вдвое короче длины волны видимого света, следовательно, вдвое больше и его разрешающая способность.

Значительно бо́льшую разрешающую способность можно было бы получать, воспользовавшись рентгеновскими лучами. Однако для этих лучей показатель преломления практически не отличается от единицы, и поэтому создать зеркала и линзы, работающие в диапазоне рентгеновских лучей, не удается.

2. Как будет показано в гл. 33, частицам вещества присущи волновые свойства. Соответствующая этим частицам волна (волна де-Бройля) очень мала. Она определяется по формуле $\lambda=h/mv$ (33.2), где h — постоянная Планка, m — масса и v — скорость частицы. Например электронам, разогнанным в электрическом поле с разностью потенциалов 1000 *в*, соответствует длина волны $\lambda=0{,}4$ Å, что короче длины волны рентгеновских лучей. Вместе с тем электрон-

ными пучками, в отличие от рентгеновских лучей, легко управлять, их можно фокусировать с помощью электрических или магнитных линз (§ 29.9). На этом принципе основано действие электронных микроскопов.

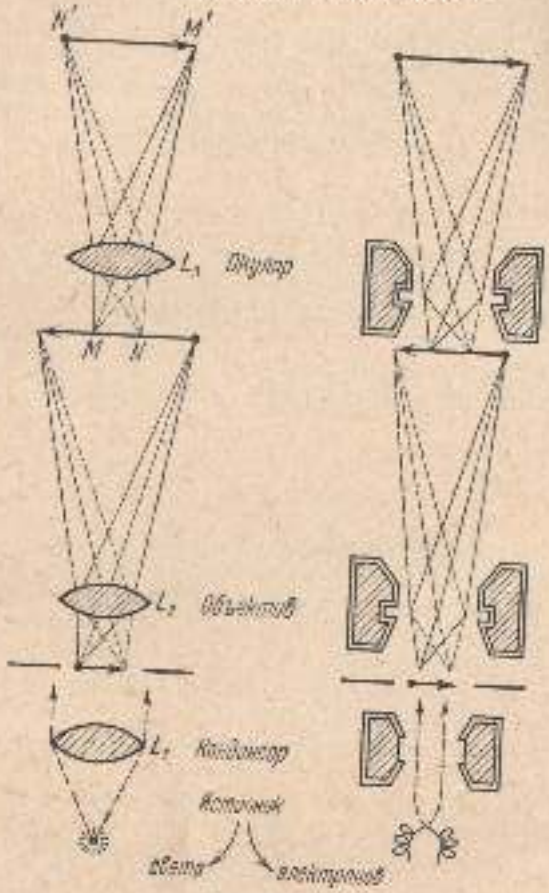


Рис. 30.14.

3. На рис. 30.14 изображена схема устройства электронного микроскопа с магнитной фокусировкой; для сравнения рядом изображена схема оптического микроскопа. Здесь окуляр дает действительное изображение предмета, которое фотографируется или наблюдается на люминесцирующем экране.

Апертурный угол у электронного микроскопа значительно меньше, чем у оптического. Если у последнего $\sin\alpha \approx 0{,}9$, то у электронного микроскопа $\sin\alpha \approx 0{,}01—0{,}02$. Следовательно, с его помощью можно различать детали размерами около 10—20 Å. Это не позволяет увидеть атомы или небольшие молекулы, однако можно наблюдать крупные белковые молекулы, например вирусы (т. 1, рис. 33.14).

§ 30.10. Проекционная аппаратура

1. С помощью линзы можно получить действительное изображение предмета на экране (рис. 29.8). Это используется в фотоаппаратах, проекционных фонарях, кипоаппаратах и т. п.

Фотоаппарат устроен аналогично глазу. С помощью объектива получаем уменьшенное действительное изображение предмета на светочувствительной пленке или пластинке. Величина проходящего светового потока регулируется с помощью диафрагмы. Фокусировка производится путем перемещения объектива (рис. 30.15).

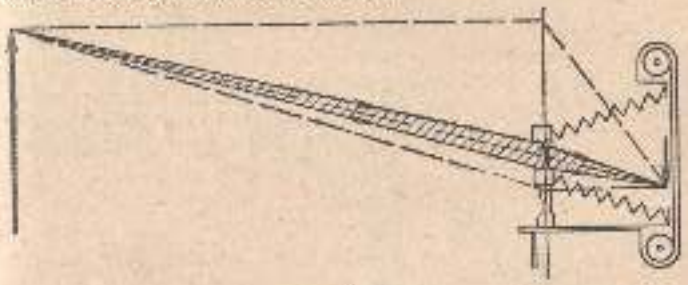


Рис. 30.15.

Под действием света происходят фотохимические реакции в светочувствительном слое фотопленки. После химической обработки на пленке появляется негативное изображение; получаемый с него позитив печатается на фотобумаге.

2. С помощью проекционного фонаря на экране получают действительное увеличенное изображение рисунков, чертежей, фотографий и т. п. Проектирование прозрачных объектов (диафильмов, диапозитивов) называется *диапроекцией*, непрозрачных объектов (рисунков, фотографий, мелких предметов) — *эпипроекцией*.

3. Сетчатка глаза обладает некоторой инерционностью, сохраняя примерно 0,1 *сек* возникшее зрительное ощущение. Зрительные раздражения, следующие друг за другом с промежутками менее 0,1 *сек*, сливаются в одно непрерывно меняющееся ощущение. На этом основано кино.

Ряд фотографий с движущегося предмета снимают на одну ленту; обычно производится 24 снимка за 1 *сек*. Однако, если нужно получить замедленную картину очень быстрого процесса или, наоборот, ускоренную картину медленного процесса, то съемку ведут с очень большой (до нескольких тысяч кадров за 1 *сек*) или очень малой (1 кадр в час) скоростью. Затем их проектируют с нормальной скоростью. С помощью этого метода, который образно называется лупой времени, удается наблюдать, например, за развитием цветка растения или за разрушением брони под действием снаряда.

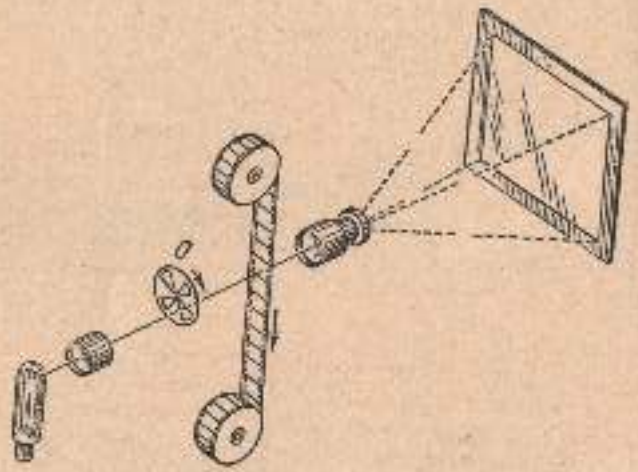


Рис. 30.16.

Кинопроектор отличается от диапроектора тем, что имеющийся у кинопроектора лентопротяжный механизм пролергивает кинопленку со скоростью 24 кадра за 1 *сек*. В момент перемещения кадра объектив перекрывается обтюратором *О* (рис. 30.16).

§ 30.11. Ионный проектор

1. Мы уже говорили, что разрешающая способность электронного микроскопа 10—20 Å. Более мелкие детали, размерами около одного атома (1,2—1,6 Å), удается наблюдать с помощью ионного проектора (автоионного микроскопа), который изобрел Э. Мюллер в 1950—51 гг.

Схема прибора изображена на рис. 30.17. В сосуд, где создано давление 10^{-9} *мм рт. ст.* и температура 20—40 °К, выпускается небольшое количество атомов гелия, водорода или неона. Атомы попадают в резко неоднородное электрическое поле, созданное между острием из исследуемого металла в виде полусферы с радиусом менее 1000 Å и расположенным на расстоянии 10 *см* экраном. Напряженность электрического поля вблизи острия достигает примерно $(2{,}2—4{,}5)\cdot 10^{10}$ *в/м*.

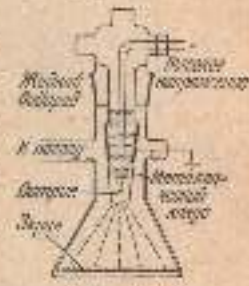


Рис. 30.17.

В поле атомы поляризуются: у них возникает индуцированный дипольный момент, благодаря чему они втягиваются в область сильного поля (§ 2.5). Достигнув острия, атом теряет электрон и превращается в положительный ион. На ион поле действует со значительной силой, отталкивая его к экрану. Набрав значительную кинетическую энергию, ион ударяется о люминесцирующий экран и вызывает на нем вспышку.

2. Поверхность металла острия не является абсолютно гладкой — в направлении кристаллографических осей кривизна поверхности несколько отличается от ее кривизны в других направлениях. Это есть следствие общего свойства анизотропии кристаллов (т. 1, § 32.1). Кроме того, оказывается, что степень ионизации атомов газа также различна в разных участках острия. Ясно, что число ионов, попадающих в разные области экрана, зависит от ориентации относительно кристаллографической оси, и яркость свечения экрана в разных местах оказывается различной.

На рис. 30.18 показана фотография структуры кристалла платины радиусом 2000 Å, полученная с помощью ионного проектора. Отчетливо видна кубическая структура кристаллической решетки, которая, как известно, является гранецентрированным кубом.

Сопоставление такого рода фотографий с данными рентгеноструктурных исследований (§ 26.7) позволяет получить ряд новых сведений о строении кристалла. В частности, благодаря высокой разрешающей способности ионного проектора (2,8 Å) с его помощью могут быть обнаружены

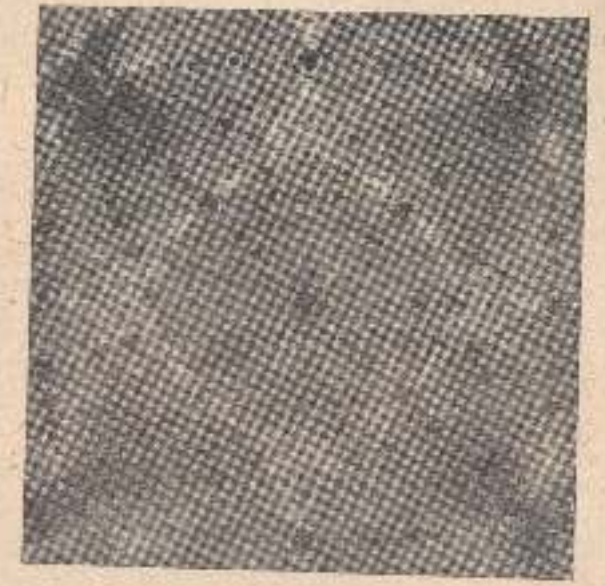


Рис. 30.18

разного рода дефекты структуры, в особенности одиночные дефекты — вакансии, внедрения, замещения (т. 1, § 32.4), которые иными методами невозможно наблюдать непосредственно.

§ 30.12. Спектральные приборы

1. *Спектроскопом* называется прибор, с помощью которого визуально исследуется спектральный состав света, испускаемого некоторым источником. Если регистрация спектра происходит на фотопластинке, то прибор называется *спектрографом*.

Спектральное разложение (§ 11.4) производится либо с помощью дифракционной решетки (§§ 26.2—26.4), либо с помощью призмы (§§ 27.4, 29.3). Для исследований в ви-

димой области спектра применяется стеклянная оптика, для ультрафиолетовой или инфракрасной области спектра — оптика из кварца, флюорита или каменной соли.

2. На рис. 30.19 изображена простейшая схема спектрографа. Слева расположена коллиматорная труба SL_1. Щель S помещена в фокальной плоскости объектива L_1, следовательно, на призму будет падать параллельный пучок света. Из призмы благодаря дисперсии выйдут также

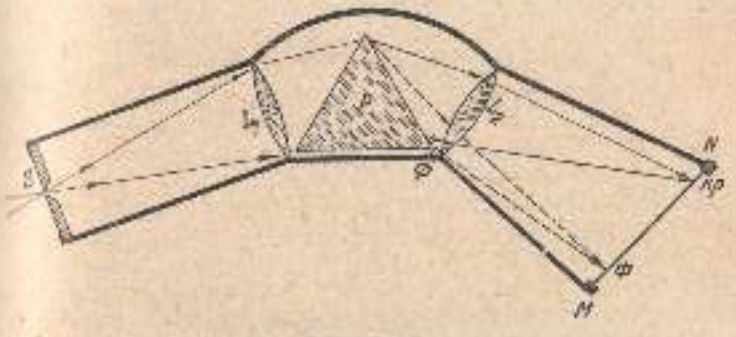


Рис. 30.19.

параллельные пучки света, отклоненные на разные углы в зависимости от длины волны. В фокальной плоскости линзы L_2 получается множество изображений щели S, причем каждое изображение соответствует определенной длине волны.

Если на щель падает свет, состоящий из смеси нескольких монохроматических волн, то на пластинке MN образуется *линейчатый спектр* — ряд узких линий, разделенных черными промежутками. Если же щель освещается белым светом, то мы получим *сплошной спектр* с плавными переходами от одного цвета к другому.

3. В спектроскопах линза L_2 делается короткофокусной, а действительное изображение спектра, возникающее в ее фокальной плоскости MN, рассматривается в окуляр. В этой же плоскости помещается указатель, связанный с микрометрическим винтом и маховичком с делениями. С помощью этой детали осуществляется градуировка спектроскопа по свету от некоторых стандартных источников,

ЧАСТЬ СЕДЬМАЯ

ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ, МОЛЕКУЛ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ

ГЛАВА 31
ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

§ 31.1. Тепловое излучение

1. Все тела, нагретые до высокой температуры, начинают светиться. Если, например, раскалить твердое тело, то оно будет испускать сначала красный свет. Большинство тел при очень сильном нагревании испаряется (или изменяет свой химический состав), но продолжает светиться. Лампы накаливания при нагревании вплоть до 3000 °С испускают желтый свет. Некоторые тела способны испускать при сильном нагревании белый свет.

Излучение, испускаемое нагретыми телами, называется *тепловым*. Всякое нагретое тело является источником теплового излучения. При этом не следует думать, что тепловое излучение возникает только при высоких температурах. Оно происходит и при комнатной температуре. Разница лишь в том, что по мере понижения температуры уменьшается интенсивность излучения и изменяется его спектральный состав. При более низкой температуре испускаются в основном красные лучи, длины волн которых составляют ≈ 860 *нм*. Главным же образом испускаются невидимые глазом инфракрасные лучи. На шкале электромагнитных волн (§ 25.1) инфракрасные лучи занимают обширный участок от 10^3 до 10^5 *нм*.

2. На опыте невидимые инфракрасные лучи обнаруживаются по их тепловому действию. Попадая на какое-либо тело, такие лучи вызывают его нагревание. Рассмотрим следующий опыт. В фокусе параболического зеркала помещена спираль, разогреваемая током до высокой температуры и испускающая инфракрасные лучи. Если поместить в фокус другого такого же зеркала кусочек сухой (лучше всего черной) ваты, то она вспыхнет под действием лучей, испускаемых спиралью. На тепловом действии инфракрасных лучей основано выжигание по дереву.

3. Каждое нагретое тело может не только испускать, но и поглощать тепловые лучи. Иначе в опыте, который был рассмотрен, кусочек ваты не мог бы вспыхнуть. Только сильное нагревание, вызванное поглощением теплового излучения, привело к возгоранию. Опыты показали, что чем больше тело испускает тепловых лучей при некоторой температуре, тем лучше оно поглощает такие же тепловые лучи при той же температуре. Иными словами, тела, которые лучше испускают свет, лучше его и поглощают.

4. Для количественной оценки способности каждого тела испускать свет определенной частоты ν *) при некоторой температуре T вводится особая физическая величина, называемая *лучеиспускательной способностью* $E_{\nu,T}$ данного тела. Лучеиспускательной способностью тела называется количество энергии электромагнитного излучения данной частоты ν, испускаемое за единицу времени с единицы площади поверхности тела. Полная лучеиспускательная способность тела E_T складывается из лучеиспускательных способностей всевозможных частот, испускаемых телом.

5. Характеристикой способности любого тела поглощать энергию падающего на него света является *поглощательная способность* $A_{\nu,T}$. Поглощательная способность показывает, какая доля энергии, доставляемой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающим на него светом частоты ν, поглощается телом. Особенно хорошо поглощают свет черные тела: сажа, бархат, черная бумага. Тело, которое при любой не разрушающей его температуре полностью поглощает всю энергию падающего на него света любой частоты, называется *абсолютно черным телом*. Для абсолютно черного тела $A_{\nu,T}^{\text{ч}}=1$.

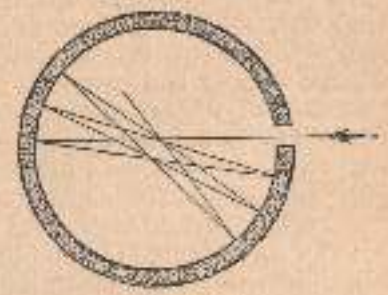


Рис. 31.1.

Хорошей моделью, близкой к абсолютно черному телу, является небольшое отверстие в ящике сферической формы (рис. 31.1). Луч света, попадающий через отверстие внутрь

*) Точнее — в интервале частот от ν до $\nu+\Delta\nu$.

ящика, многократно отражается от стенок, прежде чем сможет выйти наружу. При каждом отражении луч света, независимо от материала стенок, частично поглощается. В результате многократных отражений внутри ящика луч практически будет полностью поглощен и отверстие снаружи кажется совершенно черным.

Абсолютно черных тел не существует — это абстракция. Черный бархат, черная бумага близки по оптическим свойствам к абсолютно черному телу.

6. В 1859 г. Кирхгоф установил закон, носящий его имя. Закон Кирхгофа гласит: *отношение лучеиспускательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от материала тела и равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела для данной частоты при данной температуре.*

Если обозначить лучеиспускательную способность абсолютно черного тела через $\varepsilon_{\nu,T}$, то закон Кирхгофа можно выразить формулой

$$\frac{r_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = \varepsilon_{\nu,T}. \qquad (31.1)$$

Поглощательная способность $A_{\nu,T}$ тела не может быть больше единицы. Поэтому лучеиспускательная способность $r_{\nu,T}$ любого тела не может быть больше лучеиспускательной способности $\varepsilon_{\nu,T}$ абсолютно черного тела при той же температуре T. Абсолютно черное тело является наиболее интенсивным источником теплового излучения. При одной и той же температуре абсолютно черное тело испускает в единицу времени с единицы площади больше энергии электромагнитного излучения, чем любое другое тело. В этом можно убедиться на простом опыте с сосудом кубической формы, две боковые стороны которого зачернены, а две другие окрашены в белый цвет. Если залить такой куб горячей водой и поставить на одинаковых расстояниях от зачерненных и белых его сторон совершенно одинаковые приемники излучения, то можно убедиться, что при одинаковой температуре черная поверхность излучает больше энергии, чем белая.

§ 31.2. Законы излучения абсолютно черного тела

1. В 1884 г. Больцман теоретически доказал, что *полная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной*

температуры

$$\varepsilon_T = \sigma T^4, \qquad (31.2)$$

Этот закон называется *законом Стефана — Больцмана*. Экспериментально он был установлен Стефаном в 1879 г. Коэффициент пропорциональности σ называется *постоянной Стефана*. Для всех абсолютно черных тел

$$\sigma = 5{,}672 \cdot 10^{-8}\ вт/м^2 \cdot град^4.$$

Из закона Стефана — Больцмана следует, что излучение абсолютно черных тел определяется только их температурой. При увеличении температуры вдвое энергия, испускаемая абсолютно черным телом за единицу времени с единицы площади его поверхности, увеличивается в 16 раз.

2. Нагретое тело состоит из колоссального количества атомов, каждый из которых ведет себя подобно вибратору — источнику электромагнитного излучения (§ 23.5). Каждый атом — излучатель колеблется с различными частотами. Поэтому излучение нагретого тела содержит всевозможные частоты, а следовательно, и длины волн. Задача о распределении энергии излучения абсолютно черного тела между различными длинами волн, т. е. о спектральном составе излучения, сыграла выдающуюся роль в развитии основных идей современной физики. Ее решение привело к созданию

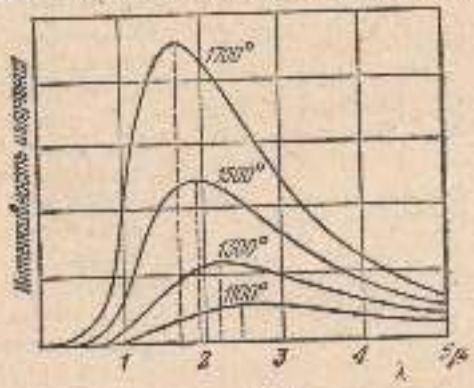


Рис. 31.2.

квантовой физики. Распределение энергии излучения абсолютно черного тела по длинам волн было тщательно изучено на опыте. На рис. 31.2 изображены кривые распределения интенсивности излучения абсолютно черного тела по длинам волн при различных температурах. Площадь, огра-

шенная каждой кривой и осью абсцисс, определяет полную энергию всевозможных длин волн, испускаемую с единицы площади поверхности абсолютно черного тела за единицу времени. Эта площадь быстро растет с увеличением температуры, так как она возрастает пропорционально T^4.

3. Обратим внимание на форму кривых распределения при различных температурах. Все кривые имеют максимум, причем с увеличением температуры бо́льшая часть энергии приходится на более короткие волны. Для каждой температуры существует такая длина волны $\lambda_{макс}$, на которую приходится наибольшая часть энергии, испускаемой абсолютно черным телом. При повышении температуры длина волны $\lambda_{макс}$ становится все более короткой. Именно поэтому раскаленное тело с повышением температуры становится сначала красным, затем оранжевым и, наконец, желто-белым. Экспериментальные кривые, изображенные на рис. 31.2, указывают на простую зависимость от абсолютной температуры:

$$\lambda_{макс} = \frac{b}{T}. \qquad (31.3)$$

Формула (31.3) математически выражает закон смещения Вина: *длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела, обратно пропорциональна абсолютной температуре.*

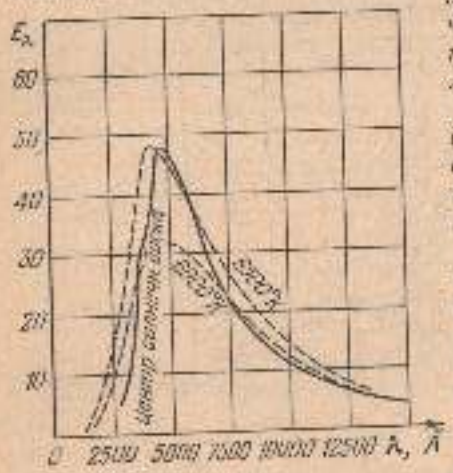


Рис. 31.3.

Значение постоянной b в формуле (31.3) *одинаково* для всех абсолютно черных тел: $b = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$ *м·град*.

Спектральный состав излучения Солнца очень близок по характеру к кривой излучения абсолютно черного тела. Это видно из рис. 31.3, на котором пунктиром даны спектры излучения абсолютно черного тела при температурах 6000 и 6500 °К. Максимум энергии излучения Солнца приходится примерно на 4700 Å. Если рассматривать Солнце как абсолютно черное тело и воспользоваться законом

смещения Вина, то можно рассчитать, что температура наружных слоев Солнца близка к 6200 °К.

4. Законы излучения абсолютно черного тела не позволили отыскать уравнения кривых распределения энергии, изображенных на рис. 31.2. Все попытки найти теоретическую зависимость $\varepsilon = \varepsilon_T(\lambda)$, т. е. распределение по длинам волн энергии, излучаемой абсолютно черным телом, оказались безуспешными. Более того, эти попытки привели к принципиальным трудностям, значение которых переросло всю проблему теплового излучения. В задачу данной книги не входит детальное рассмотрение этих трудностей. Укажем только, что последовательное применение идей классической физики к исследованию спектрального состава излучения абсолютно черного тела приводит к абсурдным результатам, противоречащим закону сохранения энергии.

§ 31.3. Идеи Планка. Формула Планка для теплового излучения

1. Выход из трудностей, возникших в проблеме теплового излучения абсолютно черного тела, нашел в 1900 г. выдающийся физик Макс Планк. В классической физике испускание света источником рассматривается как *непрерывный* процесс. Считается, что излучающее тело непрерывно посылает в пространство электромагнитные волны и энергия источника света непрерывно изменяется. Аналогично рассматривается и процесс поглощения света. Считается, что электромагнитные волны, падающие на некоторое тело, непрерывно им поглощаются. Планк пришел к выводу, что именно эти представления ведут к противоречиям в теории теплового излучения и должны быть пересмотрены.

2. Планк высказал гипотезу, согласно которой абсолютно черное тело испускает и поглощает свет не непрерывно, а определенными конечными порциями энергии — *квантами*. Слово «квант» в переводе с латинского quantum означает количество. Величина определенной порции энергии — кванта — оказалась по Планку прямо пропорциональной частоте света, т. е. его важнейшей волновой характеристике. Энергия ε_ν кванта, как теоретически показал Планк, должна быть равна

$$\varepsilon_\nu = h\nu, \qquad (31.4)$$

где ν — частота света. h называется *постоянной Планка* (т. 1, § 14.2). Она является универсальной постоянной

величиной, равной $h=6{,}62\cdot10^{-34}$ *дж·сек*. Согласно Планку, излучающее тело всегда испускает энергию $\mathscr{E}$, равную (для любой частоты) $\mathscr{E}=\varepsilon_0\cdot n$, где n — любое целое положительное число. Формула (31.4) и универсальность постоянной Планка оказались необходимыми для того, чтобы термодинамические соотношения, установленные для теплового излучения абсолютно черного тела, не были нарушены.

3. Для создания правильной теории теплового излучения, для теоретического вывода зависимости $\varepsilon=\varepsilon_T(\lambda)$, Планку оказалось достаточным исходить из того, что процесс испускания света происходит *прерывно*. При этом Планк пытался сохранить связь с электромагнитной теорией света, в которой предполагалось, что испускание, распространение и поглощение света происходят непрерывно и все явления, связанные с распространением и поглощением электромагнитных волн, должны подчиняться законам классической волновой оптики. Эти явления были рассмотрены в гл. 27. На основе своих идей Планк получил формулу для лучеиспускательной способности абсолютно черного тела:

$$\varepsilon_\lambda(T)=\frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{e^{hc/k\lambda T}-1},$$

где c — скорость света в вакууме, h — постоянная Планка, k — постоянная Больцмана (т. 1, § 26.9), T — абсолютная температура тела, λ — длина волны, $e=2{,}71828\ldots$ — основание натуральных логарифмов. Иногда формулу Планка записывают для распределения энергии, испускаемой абсолютно черным телом, по частотам ν:

$$\varepsilon_\nu(T)=\frac{2\pi\nu^2}{c^2}\cdot\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}.$$

Формула Планка прекрасно согласуется с результатами измерений распределения энергии в спектрах излучения абсолютно черного тела при различных температурах.

4. Идея Планка о прерывном характере процессов испускания и поглощения света оказала громадное влияние на все дальнейшее развитие физики. До Планка считалось, что энергия любого тела может изменяться *непрерывно*. Предполагалось, что тело может приобретать и терять энергию в любых произвольных количествах. Вообще в классической физике считалось незыблемым, что все физические процессы и явления должны быть *непрерывными*. Рассмотренные выше идеи Планка означали отказ от принятых ранее в классической физике представлений о непрерывном

протекании процессов и явлений в природе. В этом заключается огромное значение этих идей для всего дальнейшего развития физики.

5. Формула Планка позволила теоретически вывести законы излучения абсолютно черного тела, рассмотренные в § 31.2, и связать постоянную h с постоянной Стефана σ, постоянной закона Вина b и постоянной Больцмана k:

$$h=\pi k\sqrt[3]{\frac{2\pi^5 k}{15\sigma c^2}};\quad h=4{,}965\frac{bk}{c}.$$

В этих формулах c — скорость света в вакууме. По этим формулам можно независимым путем подсчитать постоянную Планка. По первой из них Планк впервые определил величину постоянной h. Значение h, полученное по второй формуле, совпало со значением, полученным по первой формуле. Оба эти значения согласуются с величинами h, полученными другими способами (§ 32.3).

ГЛАВА 32

ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ОПТИКИ

§ 32.1. Фотоэлектрический эффект

1. В 1887 г. Генрих Герц обнаружил, что если осветить отрицательный электрод искрового разрядника ультрафиолетовыми лучами, то электрический разряд происходит при меньшем напряжении между электродами, чем в отсутствие освещения. Герцу не удалось дать правильного объяснения этому явлению. Опыты Гальвакса и в особенности тщательные исследования профессора Московского университета А. Г. Столетова, проведенные в 1888—1889 гг., выяснили сущность явления, обнаруженного Герцем. Выяснилось, что оно обусловлено выбиванием отрицательных зарядов из металлического катода разрядника под действием света. На рис. 32.1 представлена схема опытов Столетова. В электрическую сеть включался конденсатор, положи-

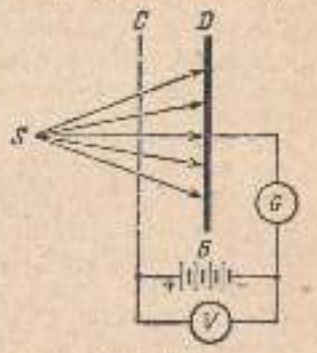


Рис. 32.1.

тельной обкладкой которого была медная сетка C, а отрицательной — цинковая пластина D. Когда от источника света S лучи направлялись на *отрицательно* заряженную пластину D, в цепи возникал электрический ток. Когда пластина D заряжалась *положительно*, а сетка C отрицательно, гальванометр G не обнаруживал электрического тока.

2. Опыты Столетова доказали, что под действием света металл теряет отрицательно заряженные частицы. В дальнейшем измерения удельного заряда этих частиц (§ 5.7) показали, что они представляют собой электроны.

Явление вырывания электронов из твердых и жидких тел под действием света называется внешним фотоэлектрическим эффектом (*внешним фотоэффектом* или просто *фотоэффектом*). Электрический ток, возникший в цепи на рис. 32.1 при освещении пластины D, называется *фототоком*.

Кроме внешнего фотоэффекта существует внутренний фотоэффект, о котором будет сказано в § 42.6.

3. Явление фотоэффекта можно объяснить с точки зрения электромагнитной теории света. Если считать, что электромагнитная волна падает на металл и «раскачивает» его электроны, то они в конце концов отрываются от металла. Однако в этом случае из теории вынужденных колебаний следует, что чем больше амплитуда световой волны, тем больше будет скорость вылетающего электрона. За счет этой энергии электрон сможет преодолеть силы, удерживающие его внутри металла, и покинуть металл. Тогда следует считать, что скорость электронов, покидающих металл, и их кинетическая энергия должны зависеть от амплитуды колебаний вектора напряженности электрического поля в электромагнитной волне, т. е. от интенсивности волны (§ 23.2). Опыты не подтвердили этого.

§ 32.2. Законы внешнего фотоэффекта

1. Величина фототока зависит от числа электронов, которые под действием света вылетают из металла за единицу времени. Они называются *фотоэлектронами*. Опыты показали, что фототок зависит от химической природы металла и состояния его поверхности. Малейшие загрязнения поверхности изменяют условия вылета электронов из металла и изменяют величину фототока.

2. Для изучения фотоэффекта используется трубка, изображенная на рис. 32.2. Катод K покрывается металлом,

фотоэффект с которого изучается. Через окошко, закрытое кварцевым стеклом D, ультрафиолетовые лучи падают на катод и вызывают фотоэффект на его поверхности. Электроны, вылетевшие из катода, ускоряются электрическим полем, действующим между катодом и анодом A. Напряжение u между катодом и анодом регулируется потенциометром R и измеряется вольтметром V. Две батареи E_1 и E_2 включены «навстречу друг другу» и позволяют с помощью потенциометра изменять не только абсолютную величину, но и знак напряжения u. При некотором достаточном ускоряющем напряжении u все фотоэлектроны, вылетевшие из катода, достигнут анода. При этом гальванометр G измерит наибольший ток, который возможен при данном освещении и данной температуре катода. Его величина определяется числом электронов, которые вылетели за единицу времени с поверхности катода. Такой фототок называется *фототоком насыщения* и является основной количественной характеристикой фотоэффекта.

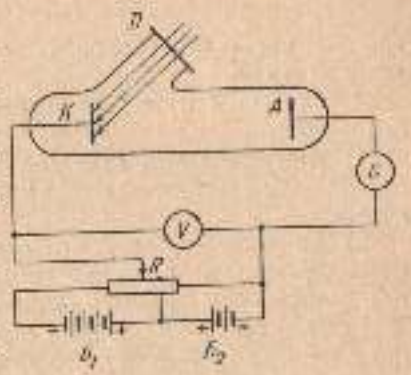


Рис. 32.2.

3. Электроны, которые вылетают из катода, имеют некоторую кинетическую энергию. Это позволяет им совершать работу против сил задерживающего электрического поля при отрицательном напряжении между катодом и анодом. Поэтому электроны могут и в этом случае достигнуть анода, и фототок будет наблюдаться. Если v_{max} — наибольшая начальная скорость электрона с массой m, то его кинетическая энергия будет $mv_{max}^2/2$. За счет этой энергии электрон может преодолеть тормозящее электрическое поле. Если $(-u_0)$ — наибольшее тормозящее напряжение в трубке, при котором еще наблюдается фотоэффект, то, очевидно,

$$\frac{1}{2} m v_{max}^2 = e u_0. \qquad (32.1)$$

При $u \geqslant |u_0|$ фототок будет отсутствовать. С увеличением напряжения фототок I постепенно возрастает, так как все

большее число электронов достигает анода. Наибольшее значение величины фототока будет фототоком насыщения $I_{нас}$. Он соответствует таким значениям u, при которых, как указано выше, все электроны, выбиваемые из катода, достигают анода:

$$I_{нас} = en, \tag{32.2}$$

где n — число электронов, вылетающих из катода за единицу времени.

4. Опытным путем установлены три закона внешнего фотоэффекта:

1) *Максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности.*

2) *Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т. е. такая наименьшая частота света ν_0, при которой еще возможен внешний фотоэффект.*

3) *Число фотоэлектронов, вырываемых из катода за единицу времени (фототок насыщения), прямо пропорционально интенсивности света.*

Кроме того, установлена *практическая безынерционность* фотоэффекта: он немедленно возникает при освещении поверхности тела, при условии, что частота света $\nu \geqslant \nu_0$ и эффект существует.

5. Заметим, что первый и второй законы фотоэффекта находятся в противоречии с тем объяснением явления фотоэффекта, которое вытекает из электромагнитной теории света и приведено в п. 3 § 32.1. Эти трудности в объяснении законов фотоэффекта на основе волновой теории света привели Эйнштейна в 1905 г. к созданию *квантовой теории света*. Другие соображения, которые привели Эйнштейна к этой теории, выходят за рамки этой книги.

§ 32.3. Понятие о квантовой природе света. Квантовое объяснение законов внешнего фотоэффекта

1. Эйнштейн в 1905 г. развил и углубил те идеи Планка, о которых шла речь в предыдущей главе о тепловом излучении. Согласно Планку, лишь процессы испускания и поглощения света происходят прерывно, отдельными порциями. Эйнштейн пришел к выводу, что свет должен не только излучаться и поглощаться, но также и распространяться в пространстве в виде отдельных порций энергии — *квантов* электромагнитного поля. Эти кванты иначе называются

фотонами. Необходимо подчеркнуть, что идеи Эйнштейна представляют собой отход от классической волновой оптики. Распространение света здесь рассматривается не как непрерывный волновой процесс, а как поток особых частиц — фотонов, движущихся со скоростью c (c — скорость света в вакууме). В монохроматическом свете с частотой ν все фотоны имеют одинаковую энергию, равную $h\nu$. Поглощение света состоит в том, что фотоны передают *всю свою энергию* атомам и молекулам вещества. Из этого следует, что поглощение света, как и его распространение, происходит *прерывно*, отдельными порциями.

2. Квантовая точка зрения на природу света позволяет иначе, чем в электромагнитной теории, подойти к объяснению внешнего фотоэффекта в металлах. Известно, что для выхода из металла электрон должен преодолеть потенциальный барьер на границе металл — вакуум. Для этого электрон должен совершить работу выхода A (§ 8.9). Рассмотрим поглощение фотона электроном металла. В результате поглощения фотона его энергия $h\nu$ *целиком* будет передана электрону. Если $h\nu \geqslant A$, то электрон сможет совершить работу выхода и вырваться из металла. Наибольшую кинетическую энергию, которую сможет приобрести фотоэлектрон, можно найти по закону сохранения энергии:

$$\frac{mv^2_{макс}}{2} = h\nu - A. \tag{32.3}$$

Уравнение (32.3) называется *уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта*. Его можно переписать иначе:

$$h\nu = A + \frac{mv^2_{макс}}{2}. \tag{32.3'}$$

Энергия поглощенного фотона расходуется на совершение электроном работы выхода и приобретение им максимальной кинетической энергии. Комбинируя формулы (32.1) и (32.3), можно также написать:

$$eu_0 = h\nu - A. \tag{32.4}$$

3. Уравнения Эйнштейна (32.3) или (32.3') правильно объясняют все законы внешнего фотоэффекта. Так, из формулы (32.3) следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона, а следовательно и его максимальная начальная скорость зависят от частоты света ν и работы выхода A, но не зависят от интенсивности света. Это есть первый закон внешнего фотоэффекта. Далее, из тех же урав-

ений (32.3) или (32.3′) следует, что внешний фотоэффект возможен лишь при условии, что $h\nu \geqslant A$. Энергии фотона должно по меньшей мере хватать на то, чтобы оторвать электрон от металла и не сообщить ему кинетической энергии ($v_{макс}=0$). Обозначив через ν_0 *наименьшую* частоту света, при которой возможен фотоэффект (красная граница фотоэффекта *)), имеем:

$$h\nu_0 = A \tag{32.5}$$

или

$$\nu_0 = A/h. \tag{32.5′}$$

Красная граница фотоэффекта зависит только от величины работы выхода электрона, т. е. от химической природы металла и состояния его поверхности. Таким образом объясняется второй закон фотоэффекта.

Наконец, общее число n фотоэлектронов, покидающих за единицу времени поверхность металла, должно быть пропорционально числу фотонов n', падающих за это же время на поверхность ($n \sim n'$). Если через E обозначить освещенность поверхности, пропорциональную интенсивности света, то число ежесекундно падающих на поверхность фотонов будет $n' \sim E/h\nu$. Таким образом локализуется третий закон внешнего фотоэффекта: число фотоэлектронов, ежесекундно вылетающих из металла, пропорционально интенсивности света.

Все сказанное выше о фотоэффекте относится к тому случаю, когда один фотон поглощается электроном металла. При очень больших интенсивностях света, например при лазерном облучении (§ 13.3), один электрон может поглотить два совершенно одинаковых фотона. В этом случае законы фотоэффекта нарушаются. В частности, не будет выполняться закон красной границы. В самом деле, два одинаковых фотона с энергией $2h\nu$ будут проявлять себя как один фотон с удвоенной частотой, ибо $2h\nu = h(2\nu)$. Это значит, что частота света как бы удвоится. При одновременном многофотонном поглощении частота света станет равной как бы $n\nu$ (где n — целое число) и условие красной границы фотоэффекта (формула (32.5)) не будет выполняться.

*) Красной эта граница названа потому, что при длинах волн λ, превосходящих $\lambda_0 = c/\nu_0$, т. е. «более красных», чем λ_0, фотоэффект не происходит.

Для освещения металла светом различных длин волн применяются фильтры, которые позволяют выделять излучение в узком интервале длин волн.

4. Формулы (32.4) и (32.5) можно объединить в форме, удобной для опытной проверки уравнения Эйнштейна:

$$eu_0 = h(\nu - \nu_0). \tag{32.6}$$

Подтверждением правильности формулы (32.6) является определение из нее постоянной Планка:

$$h = \frac{eu_0}{\nu - \nu_0}.$$

На опыте необходимо определить величину напряжения ($-u_0$), при котором исчезает фототок. Далее, необходимо построить графически зависимость eu_0 от ν. Эта зависимость выражается прямыми, представленными на рис. 32.3 для

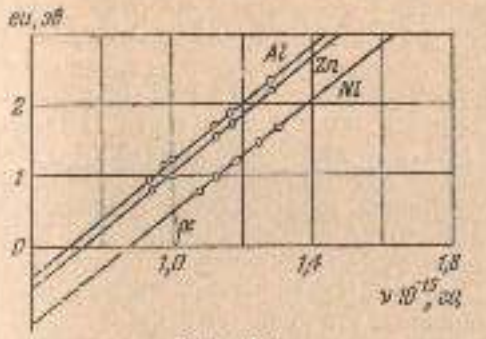


Рис. 32.3

трех металлов: алюминия, цинка и никеля. Точками изображены результаты измерений eu_0 при различных частотах. Видно, что все прямые параллельны друг другу, причем наклон прямых не зависит от природы металла. По углу между прямыми и осью абсцисс можно определить постоянную Планка: $\operatorname{tg}\alpha = h/K$, где K — соотношение размерных величин, принятых за единицы масштаба по осям eu_0 и ν.



Рис. 32.4.

В наиболее точных опытах, проведенных в 1928 г. П. И. Лукирским и С. С. Прилежаевым, вакуумная трубка, изображенная на рис. 32.4, представляла собой сферический конденсатор. Стеклянный шар, посеребренный изнутри, являлся внешней обкладкой конденсатора и играл роль анода A. Катод K имел вид шарика из исследуемого

металла. В этой установке на анод попадают все электроны с такой начальной скоростью v_1, что $mv_1^2/2 \geqslant e|U|$, где $U<0$ — задерживающее напряжение. Это повышает точность определения максимальной скорости фотоэлектронов v_0 и позволяет наиболее точно определить постоянную Планка.

Среднее значение h, полученное из наиболее точных опытов по внешнему фотоэффекту, оказалось равным $6{,}543 \cdot 10^{-34}$ *дж·сек*. Это согласуется с результатами других методов определения h. Тем самым подтверждается правильность уравнения Эйнштейна для фотоэффекта и идей Эйнштейна о квантовом характере взаимодействия света с электронами при фотоэффекте.

5. Квантовый характер взаимодействия света с веществом проявляется в безынерционности фотоэффекта. С волновой точки зрения свету необходимо определенное конечное время, чтобы электромагнитная волна, даже при большой ее интенсивности, сумела «раскачать» электрон в металле и вырвать его с поверхности (§ 17.6). Квантовые свойства света, сосредоточение энергии излучения в отдельных порциях — квантах, повышают ценность энергии света. Сравним, например, энергию фотона видимого света (с частотой $\nu \approx 10^{15}$ *гц*) со средней кинетической энергией теплового, беспорядочного движения молекулы газа. Согласно формуле (26.8) т. I средняя кинетическая энергия молекулы, приходящаяся на одну степень свободы, равна $kT/2$, где k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. Из условия $h\nu = kT/2$ можно найти, что молекула газа будет иметь такую же энергию, какую имеет квант видимого света, лишь при температуре порядка 10^5 градусов абсолютной шкалы. Квантовые свойства особенно отчетливо проявляются во всех явлениях, где происходит взаимодействие коротковолнового света с веществом.

§ 32.4. Фотохимические действия света

1. Свет, поглощенный веществами, может вызывать химические превращения этих веществ. Химические процессы, происходящие под действием света, называются *фотохимическими реакциями*. К числу таких реакций относится разложение молекул на их составные части. Например, при освещении паров брома молекула Br_2 диссоциирует на два атома Br. Молекула бромистого серебра AgBr разлагается под действием света на атомы серебра и брома. В зеленых частях растений происходит фотохимическое

расщепление CO_2. Как показал К. А. Тимирязев, хлорофилл растений, за счет которого зеленые части растений имеют присущую им окраску, интенсивно поглощает длинноволновые красные лучи солнечного света, и это является причиной разложения CO_2. Целый ряд фотохимических превращений, которые за этим следуют, приводят к образованию углеводов, необходимых растениям и животным для их существования. Таким образом, фотохимические превращения являются причиной круговорота углерода в природе.

2. Фотохимические превращения протекают в соответствии с законом Бунзена — Роско: *масса m фотохимически прореагировавшего вещества пропорциональна энергии $\mathscr{E}$ поглощенного света*,

$$m = C\mathscr{E}. \tag{32.7}$$

Коэффициент пропорциональности C зависит от характера фотохимической реакции и частоты света ν. Для каждой фотохимической реакции существует *красная граница* — некоторая минимальная частота ν_0, начиная с которой свет становится химически активным, способным вызвать фотохимическое превращение. Эйнштейн объяснил существование такой границы (как и красной границы фотоэффекта (§ 32.2)) квантовым характером поглощения света веществом. Для того чтобы произошло фотохимическое превращение одной молекулы вещества, необходима некоторая энергия $\mathscr{E}_a$, называемая *энергией активации* данного превращения. Квант света может вызвать превращение при условии, что его энергия $h\nu \geqslant \mathscr{E}_a$. Таким образом, минимальная частота ν_0 химически активного света (красная граница) определяется из равенства:

$$h\nu_0 = \mathscr{E}_a, \quad \text{или} \quad \nu_0 = \mathscr{E}_a/h. \tag{32.8}$$

3. В ряде случаев фотохимические действия света подчиняются *фотохимическому соотношению Эйнштейна: каждый фотон, поглощенный веществом, может вызвать фотохимическое превращение только одной поглотившей его молекулы*. Отсюда следует, что число молекул вещества, которые претерпевают фотохимические реакции при поглощении единицы энергии падающего света ($\mathscr{E}=1$), обратно пропорционально энергии $h\nu$ одного фотона (при условии, что $\nu \geqslant \nu_0$):

$$N \sim \frac{1}{h\nu} = \frac{\lambda}{hc}, \tag{32.9}$$

где $\lambda=c/\nu$ — длина волны света. Это позволяет подсчитать массу m прореагировавшего вещества и оценить коэффициент C в законе (32.7). Если μ^* — молекулярный вес вещества, N^* — число Авогадро, то

$$m=\frac{1}{N^*}N\mu^*.$$

С другой стороны, из (32.7) следует, что при $\mathscr{E}=1$ $m=C$. Таким образом,

$$C\sim\mu^*/h\nu.$$

Фотохимическое соотношение Эйнштейна часто нарушается и на один поглощенный квант приходится не одна, а несколько молекул, участвующих в фотохимических реакциях. Например, реакция образования HCl из H_2 и Cl_2 происходит на свету в форме цепной реакции и сопровождается взрывом. Свет служит в данном случае толчком к началу фотохимического процесса, который далее развивается самостоятельно.

§ 32.5. Масса и импульс фотона. Световое давление с квантовой точки зрения

1. До сих пор, развивая представления Эйнштейна о квантах света — фотонах, мы говорили только о наличии у фотона энергии $\varepsilon_f=h\nu$. Однако если углубить эти представления о квантовой природе света и считать, что свет представляет собой распространение в пространстве фотонов, ведущих себя как поток особых частиц, то следует считать, что фотон обладает массой и импульсом. Наличие у фотона массы m вытекает из общей взаимосвязи между энергией и массой в теории относительности (т. 1, § 16.1):

$$\mathscr{E}=mc^2, \quad \text{или} \quad m=\mathscr{E}/c^2.$$

Для фотона $\mathscr{E}=\varepsilon_f=h\nu$, следовательно,

$$m_f=h\nu/c^2. \tag{32.10}$$

Масса фотона существенно отличается от массы макроскопических тел и масс других элементарных частиц, о которых пойдет речь дальше, в гл. 47. Это отличие состоит в том, что фотон не имеет массы покоя m_0.

2. Рассмотрим вначале фотон, распространяющийся в вакууме, и применим к нему релятивистскую формулу зависимости массы от скорости (т. 1, формула (13.3)):

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Для фотона $v=c$, и если считать, что $m_0\neq 0$, то предыдущая формула дает бессмысленный результат: $m=m_0/0=\infty$, а следовательно, и энергия фотона равна бесконечности, в то время как она равна $h\nu$. Таким образом, для фотона $m_0=0$. Другими словами, покоящихся фотонов не существует. Этот вывод не должен вызывать удивления. Если распространяющийся световой луч остановить, то свет прекратит свое существование; это означает, что фотоны будут поглощены атомами и молекулами вещества. Энергия фотонов перейдет в другие виды энергии. Например, при поглощении света металлами энергия фотонов переходит, в частности, к фотоэлектронам, которые вырываются из поверхности металла при фотоэффекте.

3. Из предыдущих рассуждений вытекает еще один далеко не очевидный результат. Если для фотона $m_0=0$, то для него всегда должно выполняться условие $v=c$. Таким образом, *в любой среде* фотоны движутся со скоростью v, равной скорости света в вакууме: $v=c$. На первый взгляд это противоречит результату, который мы получили в § 27.1. Там было показано, что фазовая скорость света в веществе меньше, чем в вакууме, в n раз: $v=c/n$, где n — абсолютный показатель преломления вещества ($n\geqslant 1$). В действительности никакого противоречия нет. Дело в том, что процесс распространения света в веществе происходит так, что фотоны могут поглощаться атомами и молекулами вещества и вновь испускаться частицами среды; этот процесс можно назвать «переизлучением» света *). «Переизлучению» фотонам соответствуют те вторичные волны, о которых шла речь в § 27.1. Уменьшение фазовой скорости света в веществе в n раз по сравнению со скоростью в вакууме связано с тем, что «переизлучение» фотонов атомами и молекулами вещества происходит с определенным запаздыванием по фазе по отношению к поглощению света частицами среды.

4. Отсутствие у фотона массы покоя m_0 показывает, что созданные Эйнштейном квантовые представления о природе света отнюдь не являются возвращением к корпускулярной теории Ньютона. По Ньютону, световые частицы — корпус-

*) Возможны и другие процессы взаимодействия света с веществом.

кулы представляют собой обычные механические частицы. С современной точки зрения эти частицы должны были бы иметь массу покоя ($m_0 \neq 0$). В свое время Ломоносов, критикуя ньютоновские воззрения на природу света, справедливо заметил, что если бы корпускулярная теория была верна, то должны были бы происходить соударения световых корпускул и при пересечении световых лучей происходило бы «в лучах замешательство».

5. Массу световой частицы — фотона следует считать «полевой массой». Это означает, что свет обладает массой, связанной с электромагнитным полем световой волны. То, что свет обладает энергией, было выяснено в предыдущем изложении. Но ведь всякой энергии соответствует масса, так как, согласно теории относительности, $\mathcal{E} = mc^2$. Если понимать в этой формуле под $\mathcal{E}$ энергию электромагнитного поля световой волны, то под m следует понимать массу электромагнитного поля этой волны. Мы приходим, таким образом, к очень важному результату. Не только вещество обладает энергией и массой. Электромагнитное поле тоже имеет энергию и массу. Вещество является одной из форм материи, изучаемой физикой и другими естественными науками. Другой формой материи, которая изучается в физике, являются различные поля. Электромагнитное поле — один из видов таких полей. Существование у электромагнитного поля энергии и массы — этих важнейших свойств материи — является очень убедительным доказательством материальности электромагнитного поля.

6. Помимо энергии и массы фотон обладает импульсом p_f. Связь энергии фотона с его импульсом вытекает из общей формулы теории относительности (т. 1, § 16.3):

$$\mathcal{E}_f = c\sqrt{p_f^2 + m_0^2 c^2}.$$

Для фотона $m_0 = 0$ и

$$p_f = \frac{\mathcal{E}_f}{c} = \frac{h\nu}{c} = m_f c, \tag{32.11}$$

где m — масса фотона.

Формула (32.11) очень напоминает известный результат из классической механики о том, что если тело с массой m движется со скоростью v, то его импульс $p = mv$. Формула (32.11) показывает, что для фотона связь его импульса p_f со скоростью c имеет такой же вид. Однако из этого не следует, что определить импульс фотона можно сразу как произведение $p_f = m_f c$ и далее, используя формулу (32.10) для массы фотона, получить $p_f = \frac{h\nu}{c^2} \cdot c = \frac{h\nu}{c}$. Такое рассуждение некорректно, потому что фотон является частицей, движущейся со скоростью c, и для него справедливы формулы теории относительности, а не ньютоновской механики.

В ряде случаев импульс фотона выражают иначе. Вспомним, что под волновым числом k в оптике понимается число длин волн, укладывающихся на длине 2π м: $k = 2\pi/\lambda$ (§ 20.2). Формулу (32.11) можно переписать так:

$$p_f = h\frac{\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi}k = \hbar k, \tag{32.12}$$

где $\hbar = h/2\pi = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ *дж·сек* — постоянная Планка. Значение $\hbar$ определено с большой точностью:

$$\hbar = (1{,}05450 \pm 0{,}00005) \cdot 10^{-34} \text{ дж·сек}.$$

Как известно, импульс является векторной величиной. Для того чтобы определить направление вектора импульса фотона, поступим следующим образом. Введем понятие о *волновом векторе* $\boldsymbol{k}$, который численно равен $k = 2\pi/\lambda$, а по направлению совпадает с направлением распространения света. Тогда формулу (32.12) можно переписать в векторной форме:

$$\boldsymbol{p}_f = \hbar\boldsymbol{k}. \tag{32.12'}$$

7. Выяснено, что фотон, подобно любой движущейся частице или телу, обладает энергией, массой и импульсом. Запишем снова формулы для этих трех физических величин, которые можно назвать *корпускулярными характеристиками фотона*:

$$\mathcal{E}_f = h\nu; \qquad m_f = \frac{h\nu}{c^2}; \qquad p_f = \frac{h\nu}{c}. \tag{32.12''}$$

Такое название подчеркивает, что подобные характеристики имеют все тела и частицы (корпускулы). Обратим внимание на то, что все три корпускулярные характеристики фотона связаны с важнейшей *волновой* характеристикой света — его частотой ν. Эта связь не случайна. Она имеет очень глубокую причину, которую мы выясним в § 32.7.

8. Экспериментальным доказательством наличия у фотона импульса и массы является световое давление, которое было рассмотрено в § 23.3. Там рассмотрение проводилось с точки зрения волновой природы света. Световое давление может быть очень естественно и просто истолковано с квантовой точки зрения. В самом деле, давление света на по-

верхность тела является результатом того, что при столкновении с поверхностью какого-либо тела каждый фотон передает ей свой импульс. Подобно этому давление газа на стенки сосуда есть результат передачи импульса молекулами газа поверхности стенки (т. 1, § 17.5).

Пусть на поверхность какого-либо тела в одном направлении, например, перпендикулярно к поверхности, падает свет. Предположим, что в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает n фотонов. Часть из них поглотится стенкой, и каждый из них передаст ей свой импульс $p_f = h\nu/c$. Часть же фотонов отразится. Отраженный фотон полетит от зеркальной стенки в противоположном направлении с импульсом $-\boldsymbol{p}_f$. Поэтому полный импульс, переданный стенке отраженным фотоном, будет: $p_f - (-p_f) = 2p_f = 2h\nu/c$. Давление света на поверхность численно равно импульсу, который передают за 1 *сек* все n фотонов, падающих на единицу поверхности тела. Если обозначить через R коэффициент отражения света от произвольной поверхности, то число отраженных фотонов будет Rn, а число поглощенных фотонов $(1-R)n$. Таким образом, давление света будет равно:

$$p = Rn\frac{2h\nu}{c} + (1-R)n\frac{h\nu}{c} = \frac{nh\nu}{c}(1+R).$$

Произведение $nh\nu = \mathscr{E}$ представляет собой энергию всех фотонов, падающих на единицу поверхности за единицу времени. Как известно, это есть интенсивность света (§ 23.2). Отношение $\mathscr{E}/c = w$ является объемной плотностью энергии падающего света (§ 23.2). Таким образом, давление света выражается формулой:

$$p = w(1+R). \qquad (32.13)$$

Эта формула была впервые получена Максвеллом в его электромагнитной теории света и подтверждена опытами Лебедева (§ 23.3).

§ 32.6. Понятие об эффекте Комптона

1. В 1923 г. Комптон наблюдал рассеяние рентгеновских лучей определенной длины волны λ легкими веществами — графитом, парафином и др. Первоначальные сведения о рентгеновских лучах изложены в § 25.1. Рентгеновские лучи представляют собой электромагнитные волны с длинами волн меньшими, чем у коротковолновых ультрафиолетовых лучей. Схема опытов Комптона изображена на рис. 32.5. Монохроматические рентгеновские лучи, возникшие в рентгеновской трубке A, проходят через диафрагмы B и узким пучком направляются на легкое рассеивающее вещество C. Лучи, рассеянные на угол θ, регистрируются приемником рентгеновских лучей — рентгеновским спектрографом D, в котором измеряется длина волны рассеянных рентгеновских лучей. Опыты Комптона показали, что рассеянные рентгеновские лучи имеют длину волны λ' большую, чем длина волны λ падающих лучей. Выяснилось, что разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ зависит *только* от угла рассеяния θ и не зависит от свойств рассеивающего вещества и длины волны падающего света:

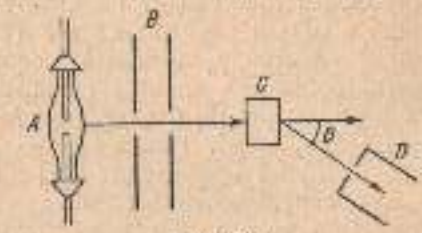


Рис. 32.5.

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}. \qquad (32.14)$$

Величина λ_c оказалась постоянной для всех веществ: $\lambda_c = 2{,}43\cdot10^{-12}$ *м*. Она называется *комптоновской длиной волны*, а все явление называется *эффектом Комптона*.

2. Эффект Комптона не получил удовлетворительного объяснения с волновой точки зрения на природу света. В самом деле, рассеяние света рассматривается в электромагнитной теории света следующим образом (§ 26.8). Под влиянием падающей электромагнитной световой волны в веществе возникают вторичные электромагнитные волны *с такой же* длиной волны. С квантовой точки зрения эффект Комптона, как и фотоэффект и фотохимическое действие света, является результатом взаимодействия фотонов падающего излучения с электронами атомов или молекул. Закон сохранения энергии позволяет высказать одно общее утверждение. Если рассеяние света веществом не приводит к генерации новых фотонов той же частоты *), то энергия $h\nu$ падающего фотона должна частично израсходоваться на какие-либо процессы кроме возникновения рассеянного фотона с энергией $h\nu'$. Здесь $\nu' = c/\lambda'$ — частота рассеянного света.

*) В § 43.3 будет рассмотрено возникновение света в так называемых квантовых генераторах, где происходит такое явление.

По закону сохранения энергии

$$h\nu = h\nu' + \mathscr{E}_1, \qquad (32.15)$$

где $\mathscr{E}_1 > 0$ — энергия, потерянная фотоном на несветовые процессы. В эффекте Комптона рассеяние рентгеновских лучей происходит на электронах атомов легких веществ с малым зарядом ядра Z (§ 35.2). Энергия $\mathscr{E}_1$ передается электрону, который можно считать практически почти свободным, слабо связанным с ядром своего атома. Из формулы (32.15) следует, что $h\nu > h\nu'$, т. е. $\nu > \nu'$ и, следовательно, $\lambda < \lambda'$. Таким образом, при рассеянии рентгеновских лучей происходит возрастание длины волны, что было обнаружено Комптоном.

3. Для того чтобы подсчитать комптоновскую длину волны λ_k, нужно применить к задаче о рассеянии фотона на электроне законы сохранения импульса и энергии. Для простоты расчета положим, что до столкновения электрон

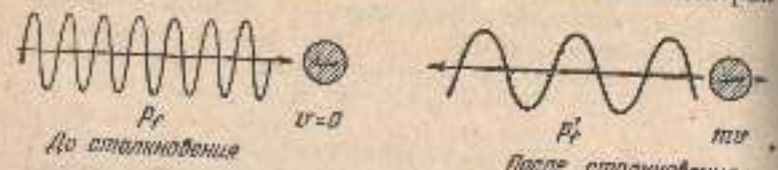


Рис. 32.6.

неподвижен в данной системе отсчета, а после столкновения электрон и фотон разлетаются в противоположные стороны (центральный удар, рис. 32.6). Уравнения импульса и энергии примут вид

$$p_f = -p'_f + p, \qquad \varepsilon_f + \mathscr{E}_0 = \varepsilon'_f + \mathscr{E}. \qquad (32.16)$$

Здесь p — импульс электрона, $\mathscr{E}_0$ и $\mathscr{E}$ — его энергия до и после соударения. Возведем оба равенства в квадрат и учтем, что энергия и импульс фотона связаны соотношением $\varepsilon_f = p_f c$, а энергия и импульс электрона — соотношением $\mathscr{E}^2 = \mathscr{E}_0^2 + p^2c^2$. После преобразований получим

$$4\varepsilon_f \varepsilon'_f = 2\mathscr{E}_0 (\varepsilon_f - \varepsilon'_f). \qquad (32.17)$$

Учитывая, что $\varepsilon_f = hc/\lambda$, а $\mathscr{E}_0 = m_0 c^2$, где m_0 — масса покоя электрона, приведем (32.17) к виду

$$\left(\frac{\lambda'}{hc} - \frac{\lambda}{hc}\right) m_0 c^2 = 2,$$

или окончательно

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_0 c} = \frac{h}{m_0 c} \cdot 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}. \qquad (32.18)$$

Сравнив с (32.14), получим следующее выражение для комптоновской длины волны:

$$\lambda_k = \frac{h}{m_0 c}. \qquad (32.19)$$

4. Покажем, что свободный электрон не может поглотить энергию фотона. В самом деле, пусть фотон падает на *неподвижный свободный* электрон вещества и поглощается им. При этом должны удовлетворяться два закона сохранения:

$$(m - m_0)c^2 = h\nu, \qquad mv = h\nu/c. \qquad (32.20)$$

Первое из уравнений (32.20) выражает закон сохранения энергии, второе — закон сохранения импульса. Здесь m — релятивистская масса электрона, m_0 — его масса покоя, v — его скорость после поглощения фотона. Нетрудно показать, что оба уравнения (32.20) не могут одновременно выполняться при произвольных конечных значениях ν. Предлагаем читателю убедиться в этом самостоятельно. Невозможность одновременного выполнения уравнений (32.20) имеет следующий физический смысл: свободные электроны не могут поглощать свет. Это противоречило бы законам сохранения энергии и импульса. Фотоэлектрическое поглощение света может происходить только на «связанных» электронах, которые находятся, например, в атомах газов, в твердых телах и других системах частиц. В этом случае законы сохранения энергии и импульса примут несколько иной вид, чем система уравнений (32.20):

$$(m - m_0)c^2 + W = h\nu, \qquad mv + p = h\nu/c. \qquad (32.21)$$

Отличие состоит в появлении двух величин: W — энергии связи электрона с той системой, в которой он находится, и p — импульса, который передается системе при фотоэффекте. Уравнения (32.21) могут быть однозначно решены при произвольных конечных значениях ν. Это и означает возможность поглощения квантов света — фотонов — «связанными» электронами.

5. Из формулы (32.14) и постоянства комптоновской длины волны λ_k следует, что возрастание длины волны при рассеянии фотонов на электронах будет наибольшим при $\theta = \pi$, т. е. при условии, когда фотон после рассеяния

летит назад, в сторону, противоположную первоначальному направлению его движения. В самом деле, при $\theta=\pi$

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_{max} = 2\lambda_C.$$

При этом электрон, на котором происходит рассеяние, так называемый электрон отдачи, приобретает наибольшую кинетическую энергию.

§ 32.7. Двойственная корпускулярно-волновая природа света

1. В этой главе мы рассмотрели ряд явлений, которые являются доказательствами квантовой природы света. Но в предыдущих главах (см. гл. 25–28) были изложены явления интерференции, дифракции и поляризации света, которые с полной убедительностью подтвердили, что свет имеет волновую, электромагнитную природу. Возникает вопрос, что же такое свет? «Неужели мы должны считать свет состоящим из корпускул в понедельник, вторник и среду, пока мы проделываем опыты с фотоэффектом и эффектом Комптона, и представлять себе его волнами в четверг, пятницу и субботу, когда мы работаем с явлениями дифракции и интерференции?» Эти слова принадлежат физику В. Брэггу. Вопрос, который он поставил в такой форме, можно сформулировать иначе: какова же подлинная природа света — представляет ли он собой электромагнитные волны, испускаемые источником света, или источник испускает поток фотонов, летящих в пространстве со скоростью с света в вакууме? На первый взгляд кажется, что две точки зрения на природу света – волновая (электромагнитная) и квантовая (корпускулярная) — взаимно исключают друг друга. Ряд признаков волн и частиц действительно противоположны. Например, движущиеся частицы (фотоны) находятся в определенных точках пространства, а распространяющуюся волну нужно рассматривать как «размазанную» в пространстве и нельзя говорить о местопребывании волны в некоторой определенной точке. Необходимость приписывать свету с одной стороны волновые свойства, а с другой стороны — квантовые, корпускулярные,— создает вначале впечатление непоследовательности наших представлений о природе света. Возникает даже мысль о том, что двойственность в природе света является искусственной и все разнообразные явления можно объяснить на основе одной, либо квантовой, либо волновой точки зрения на природу света.

2. Развитие оптики, вся совокупность оптических явлений показала, что свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны, не следует противопоставлять свойствам дискретности (прерывности), характерным для фотонов. Свет имеет сложную, двойственную корпускулярно-волновую природу: обладает *одновременно* и волновыми, и квантовыми свойствами. Для света характерны и волновые свойства непрерывных электромагнитных волн, и квантовые свойства дискретных фотонов. Двойственная природа света находит свое выражение в формулах (32.12*), определяющих основные характеристики фотонов. Как видно из этих формул, корпускулярные характеристики фотона — энергия ε_γ, импульс p_γ и масса m_γ,—связаны с волновой характеристикой света — его частотой ν.

В проявлении двойственных, противоречивых свойств света имеется важная закономерность. У длинноволнового излучения (например, у инфракрасного света) квантовые свойства проявляются в малой степени и основную роль играют волновые свойства. Большая группа оптических явлений — интерференция, дифракция, поляризация — полностью объясняются в волновой оптике. Однако если «перемещаться» по шкале электромагнитных волн (§ 25.1) слева направо, от длинных волн в сторону более коротких, то волновые свойства света будут проявляться все слабее, уступая место более отчетливо проявляющимся квантовым свойствам. Это видно, например, из закона красной границы фотоэффекта и существования такой границы для фотохимических реакций. Как было показано в § 26.5, обнаружение дифракции коротковолнового рентгеновского излучения оказалось возможным только при использовании в качестве дифракционной решетки кристаллической структуры твердых тел. Иначе волновую природу рентгеновских лучей обнаружить не удалось.

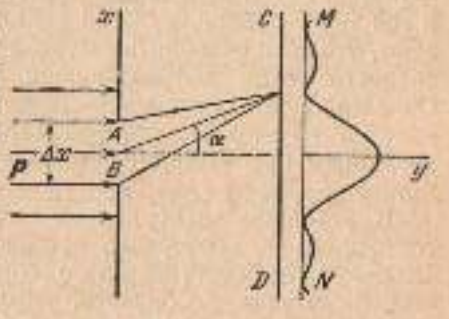


Рис. 32.7.

3. Волновые и квантовые свойства света связаны между собой. Рассмотрим эту связь на примере прохождения света через щель в непрозрачном экране (рис. 32.7). Предположим,

что параллельный пучок монохроматических световых лучей проходит через щель AB вдоль оси y. С точки зрения двойственной природы света это означает, что через щель проходит одновременно и поток частиц — фотонов, и электромагнитная световая волна. Как известно (§ 26.1), на экране CD, расположенном за щелью, возникает дифракционная картина. В каждой точке экрана наблюдается определенная освещенность E, пропорциональная интенсивности света в этой точке. На рис. 32.7 справа изображено распределение интенсивности света по экрану. Вспомним, что интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды A световой волны. Следовательно, освещенность E в каждой точке экрана пропорциональна квадрату амплитуды световой волны в этой точке, $E \sim A^2$. С квантовой точки зрения образование на экране дифракционной картины означает, что при прохождении света через щель происходит *перераспределение* фотонов в пространстве. В результате этого в разные точки экрана попадает *различное* число фотонов. Освещенность E экрана в данной точке будет тем больше, чем большей будет суммарная энергия фотонов, попадающих за единицу времени в данную точку. Эта энергия, в свою очередь, пропорциональна числу n_0 фотонов, доставивших эту энергию. Таким образом, $E \sim n_0$.

Предположим, что на щель (рис. 32.7) падает очень слабый световой поток, настолько слабый, что его можно было бы считать состоящим из очень небольшого числа фотонов. В пределе можно считать, что поток состоит из *поочередно* летящих фотонов. Каждый фотон должен проявить себя в той точке экрана, куда он попал. Однако опыты показывают, что если ослаблять световой поток, уменьшать интенсивность света, дифракционная картина не изменяется. Определенное соотношение между светлыми и темными местами на экране, которое характерно для дифракции на данном препятствии, останется и при слабом световом потоке.

В реальном эксперименте создание светового потока, состоящего из поочередно летящих фотонов, невозможно. Чтобы можно было говорить о сопоставлении с экспериментом, необходимо вообразить, что опыт с попаданием фотона в какую-то точку экрана *повторяется очень много раз*. При каждом таком опыте фотон с определенной вероятностью может попадать в ту или иную точку. Результат «стрельбы фотонами по препятствию», если наблюдать ее длительное время, окажется таким же, как если бы одновременно проходил световой поток, состоящий из большого числа фотонов. Дифракционная картина будет соответствовать тому реальному распределению светлых и темных мест на экране, которое характерно для дифракции на данном препятствии.

4. Сопоставим два выражения для освещенности, которые мы выше получили. Из них следует, что $A^2 \sim n_0$. *Квадрат амплитуды световой волны в какой-либо точке пространства пропорционален числу фотонов, попадающих в эту точку.* Иными словами, *квадрат амплитуды световой волны в данной точке пространства является мерой вероятности попадания фотонов в эту точку.* Таким образом, волновые и квантовые свойства света не исключают, а, наоборот, взаимно дополняют друг друга. Они выражают подлинные закономерности распространения света и его взаимодействия с веществом. Квантовые свойства света обусловлены тем, что энергия, импульс и масса излучения сосредоточены в частицах — фотонах. Вероятность нахождения фотонов в различных точках пространства определяется волновыми свойствами света — амплитудой световой волны.

Из всего предыдущего следует, что волновые свойства присущи не только совокупности большого числа одновременно летящих фотонов. *Каждый отдельный фотон обладает волновыми свойствами.* Волновые свойства фотона проявляются в том, что для него нельзя точно указать, *в какую именно* точку экрана он попадет после прохождения щели (рис. 32.7). Можно говорить лишь о вероятности попадания *каждого фотона* в ту или иную точку экрана.

Такое истолкование связи между волновыми и квантовыми свойствами света предложено Эйнштейном. Оно сыграло выдающуюся роль в развитии современной физики.

ГЛАВА 33

ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ЧАСТИЦ ВЕЩЕСТВА

§ 33.1. Двойственная корпускулярно-волновая природа частиц вещества

1. В 1924 г. Луи де-Бройль пришел к выводу, что двойственная природа света, рассмотренная в предыдущей главе, должна быть распространена не только на световые частицы — фотоны, но и на *частицы вещества* — электро-

ны. К идее де-Бройля можно подойти из следующих соображений *). Мы видели, что по мере возрастания частоты света ν его волновые свойства все труднее обнаруживаются. Если исследовать самые короткие электромагнитные волны — γ-лучи (§ 25.1), то почти невозможно представить себе, что существуют волновые свойства света. С этой точки зрения не было ничего невероятного в предположении, что в природе существуют еще более короткие волны, связанные с частицами вещества. Гипотеза де-Бройля заключалась в том, что электрон, корпускулярные свойства которого (заряд, масса) изучаются давно и стали привычными, имеет еще *и волновые свойства*, ведет себя в известных условиях *как волна*.

2. Де-Бройль воспользовался соотношением (32.12) для импульса фотона: $p_\gamma = h/\lambda$, из которого следует, что

$$\lambda = h/p_\gamma. \tag{33.1}$$

Идея де-Бройля состояла в том, что это соотношение (33.1) имеет *универсальный* характер, справедливый для любых волновых процессов. Любой частице, обладающей импульсом p, соответствует волна, длина которой вычисляется *по формуле де-Бройля*:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \tag{33.2}$$

где $p = mv$ есть импульс частицы, обладающей массой m и движущейся со скоростью v.

Сразу же укажем, что волны де-Бройля, или, как их иначе называют, электронные волны, *не являются электромагнитными волнами*. Об их особой природе речь пойдет дальше.

3. Гипотеза де-Бройля получила экспериментальное подтверждение в 1927 г. Еще до этого Эйнштейн указал на то, что если идеи де-Бройля справедливы, то для электронов должно наблюдаться явление дифракции. В 1927 г. Девиссон и Джермер изучали рассеяние электронов на монокристалле никеля. Методика опыта напоминала опыты Комптона по рассеянию рентгеновских лучей (§ 32.6). Схема опытов изображена на рис. 33.1.

В электронной пушке A создавался поток электронов, энергия и скорость которых определялась ускоряющим напряжением, созданным внутри пушки. Узкий пучок

*) Ход рассуждений де-Бройля был гораздо сложнее, и его рассмотрение выходит за рамки возможностей этой книги.

электронов с заданной скоростью направлялся на заземленный монокристалл никеля B и отражался от него. Никелевую мишень можно было вращать вокруг оси, перпендикулярной к плоскости рисунка. Подвижный приемник электронов C вращался вокруг той же оси и регистрировал

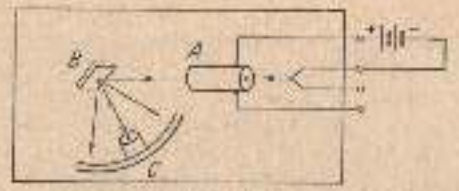


Рис. 33.1.

электроны, рассеянные мишенью по разным направлениям, лежащим в плоскости рисунка. Если бы электроны вели себя как классические частицы, они должны были бы отражаться от мишени в соответствии с законами геометрической оптики. Опыты показали, что интенсивность рассеянных электронов различна по разным направлениям — имеются максимумы и минимумы числа электронов, рассеянных под разными углами, т. е. наблюдается дифракция электронов.

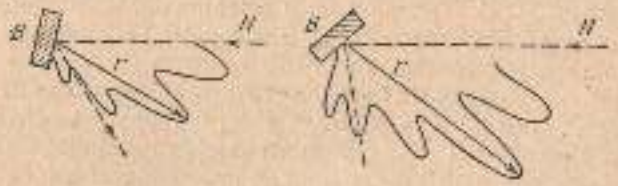


Рис. 33.2.

На рис. 33.2 изображены диаграммы распределения по направлениям числа электронов, рассеянных мишенью B при двух ее ориентациях относительно падающего пучка электронов N. Длина радиуса r, проведенного из центра мишени, пропорциональна числу электронов, рассеянных в данном направлении. Отчетливо видно, что существуют максимумы и минимумы числа электронов, рассеянных под разными углами. Применяя методы, которые используются для наблюдения дифракции рентгеновских лучей на монокристаллах (§ 26.7), Девиссон и Джермер смогли экспериментально определить длину волны рассеянных

электронов. С другой стороны, если электрон с зарядом e приобретает в ускоряющем его электрическом поле (с разностью потенциалов $\Delta\varphi$) кинетическую энергию W, то можно написать:

$$W = mv^2/2 = e \cdot \Delta\varphi,$$

откуда скорость электрона $v = \sqrt{2e \cdot \Delta\varphi/m}$. Подставляя ее в формулу де-Бройля (33.2), получим:

$$\lambda = \frac{\lambda}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2em \cdot \Delta\varphi}}. \qquad (33.3)$$

В формулу (33.3) можно подставить численные значения h, e и m. Тогда получим окончательную формулу, по которой вычисляется длина де-бройлевской волны электрона, движущегося в электрическом поле с разностью потенциалов $\Delta\varphi$:

$$\lambda = \frac{12{,}25}{\sqrt{\Delta\varphi}}\ \text{Å}. \qquad (33.4)$$

В этой формуле $\Delta\varphi$ следует брать в вольтах, а длина волны получается в ангстремах. Экспериментальные значения λ в опытах Девиссона и Джермера находились в полном согласии с вычислениями длины волны по формуле (33.4).

4. Вскоре после опытов Девиссона и Джермера, в 1928 г., волновые свойства электронов были обнаружены экспериментально П. С. Тартаковским (Ленинградский университет) и независимо от него Г. Томсоном. Они обнаружили дифракцию электронов, пропуская пучки электронов через тонкие слои различных металлов (толщиной порядка 10^{-6} *м*), имеющих поликристаллическую структуру. Опыты эти были аналогичны наблюдениям дифракционных картин рентгеновских лучей на порошках поликристаллов (§ 26.7). На рис. 33.3 изображены фотографии дифракционной картины при прохождении рентгеновских лучей (слева) и пучка электронов (справа) сквозь тонкие пленки одного и того же вещества. Используя этот метод, Томсон определял по формуле (33.4) длину волны де-Бройля и далее, по известным соотношениям для дифракции на трехмерных структурах, находил периоды кристаллических решеток металлов, сквозь которые пропускались электроны. Результаты совпали с данными о периодах решеток, известными из рентгеноструктурного анализа.

5. В 1949 г. советские физики Л. М. Биберман, Н. Г. Сушкин и В. А. Фабрикант провели опыты по дифракции одиночных, *поочередно летящих* электронов. Интенсивность

электронного пучка в этих опытах была настолько малой, что на тонкую пленку металла одновременно попадал один электрон. Этот опыт в принципе аналогичен мысленному эксперименту по «обстрелу» щели последовательно летящими фотонами, который рассмотрен в § 32.7. Мы видели,

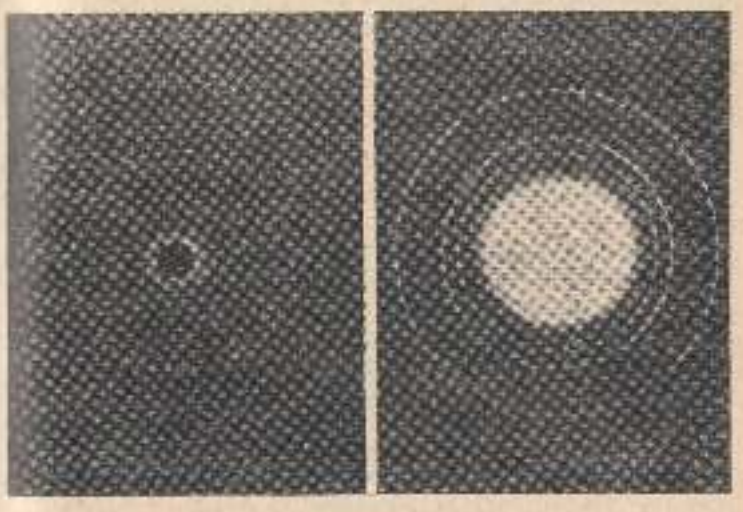


Рис. 33.3.

что после многократного «обстрела» оптическая дифракционная картина на щели должна получиться такой же, какая получается на данном препятствии при облучении его световым потоком, содержащим множество фотонов. Такой же результат получился при многократном «обстреле» пленки вещества поочередно летящими электронами. Когда отдельные электроны проходят поодиночке сквозь вещество и ведут себя независимо друг от друга, в конечном счете, при многократно повторяющемся опыте, возникает такая же дифракционная картина, которую дают потоки электронов, интенсивность которых в десятки раз больше, чем в указанном опыте. Это значит, что образование дифракционной картины происходит и *при индивидуальном прохождении* электронов через вещество. Вероятность попадания электронов, прошедших сквозь вещество, в ту или иную точку экрана определяется волновыми свойствами движущихся электронов — наличием у них де-бройлевской волны.

6. Волновые свойства электронов, проявляющиеся в явлении дифракции электронов, наблюдаются лишь при условии, что длина де-бройлевской волны имеет такой же порядок величины, как межатомные расстояния в кристаллах, где наблюдается дифракция. На этом основан метод исследования структуры вещества с помощью наблюдения дифракции электронов, называемый *электронографией*. По существу он сходен с рентгеноструктурным анализом (§ 26.7). Электроны имеют меньшую проникающую способность по сравнению с рентгеновскими лучами. Поэтому электронографический метод изучения строения вещества оказывается особенно полезным для исследования структуры поверхностей твердых тел. Например, на поверхности металлов в результате взаимодействия с внешней средой (окисление и другие процессы) происходит коррозия — самопроизвольное разрушение твердого тела. Для изучения различных типов коррозии с успехом применяется электронография. Специальные приборы для наблюдения дифракции электронов называются электронографами.

7. Формула (33.2) де-Бройля связывает между собой две характеристики частицы — ее импульс p и длину де-бройлевской волны λ. Первая из них, импульс, является корпускулярной характеристикой. Он присущ корпускулам — частицам, сосредоточенным в весьма ограниченной области пространства. Вторая характеристика, длина волны, является волновой. Формулу де-Бройля следует рассматривать как выражение двойственной корпускулярно-волновой природы частиц вещества. Однако в современной физике представления о такой сложной природе частиц вещества углубляются тем, что на эти частицы переносится связь между полной энергией частицы $\mathscr{E}$ и частотой волны де-Бройля:

$$\mathscr{E} = h\nu = \hbar\omega, \qquad (33.2')$$

где $\hbar = h/2\pi$ и $\omega = 2\pi\nu$ — круговая частота. Формула (33.2') заимствуется из оптики, где в такой форме связывается энергия фотона с его частотой (формула (31.4)). Таким образом, соотношение между частотой и энергией в формуле (33.2') приобретает характер универсального соотношения, справедливого как для фотонов, так и для частиц, обладающих массой покоя.

Однако если для фотонов формула (31.4) получила непосредственное экспериментальное доказательство в ряде явлений, рассмотренных в гл. 32, то для волн де-Бройля, связанных с частицами, связь энергии частицы $\mathscr{E}$ с частотой волны ν в форме (33.2') не являлась объектом экспериментальной проверки *). Справедливость соотношения (33.2') для любых частиц вытекает из согласия с опытом тех результатов, которые с помощью (33.2') установлены в современной атомной и ядерной физике. С некоторыми из этих результатов мы в дальнейшем познакомимся. Но для этого надо несколько подробнее рассмотреть вопрос о волновых свойствах частиц вещества и о тех важных выводах, к которым приводит сложная, двойственная корпускулярно-волновая природа этих частиц.

§ 33.2. Волновые свойства нейтронов, атомов и молекул

1. Волновыми свойствами обладают не только электроны. Любые частицы вещества, имеющие некоторую массу m и скорость v, должны характеризоваться определенной длиной волны де-Бройля. Это видно из формулы (33.2), в которой нет ничего специфического для электрона как особой частицы. Опытным путем обнаружено явление дифракции нейтронов — частиц, входящих в состав атомного ядра (§ 44.3). Мощными источниками нейтронов являются в настоящее время ядерные реакторы, устройство которых рассмотрено в § 46.10.

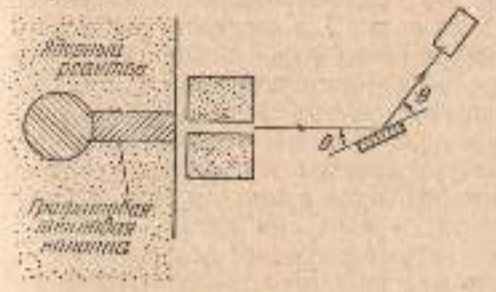


Рис. 33.4.

На рис. 33.4 изображена схема прибора для наблюдения дифракции нейтронов. Нейтроны, образовавшиеся в ядерном реакторе, замедляются, проходя через толстый

*) По существу такая проверка могла быть проведена, например, в опытах Дэвиссона и Джермера, поскольку энергия $\mathscr{E}$ электронов была известна по ускоряющему напряжению, а длина волны де-Бройля, измеренная в опытах, позволяла подсчитать частоту ν этой волны.

слой графита — графитовую «тепловую колонну». В результате многократных столкновений с ядрами углерода нейтроны уменьшают свою скорость и становятся так называемыми тепловыми нейтронами. Подробнее о таких нейтронах речь пойдет в § 46.5. Сейчас существенно, что после прохождения графитовой колонны нейтроны имеют скорости и энергии, соответствующие максвелловскому распределению скоростей при температуре T графита (т. 1, § 25.2). Это позволяет вычислить скорости в пучке тепловых нейтронов. Нейтроны, пройдя через узкую щель, претерпевают дифракцию на кристалле и попадают в приемник. Кристалл и приемник поворачиваются так, чтобы сохранялось равенство углов θ падения и отражения нейтронов. По известной скорости v нейтронов и их массе можно, применяя формулу (33.2), вычислить длину де-бройлевской волны, связанной с движущимися нейтронами. С другой стороны, при отражении нейтронов под заданным углом θ должно выполняться условие Вульфа — Брэгга (§ 26.7). Отражение нейтронов происходит только в случае, если λ и θ связаны соотношением

$$2d \sin \theta = n\lambda, \qquad (33.5)$$

где d — период решетки кристалла, n — целое число. При известном расстоянии d между атомными плоскостями кристалла это условие позволяет экспериментально определить длину волны λ. Совпадение значений λ, вычисленного и полученного из опыта по отражению нейтронов, является убедительным доказательством наличия у нейтронов волновых свойств *).

2. Дифракция нейтронов используется для исследования структуры твердых тел, особенно кристаллов, содержащих водород. Дело в том, что нейтроны весьма сильно взаимодействуют с ядрами атомов, в особенности атомов водорода. Поэтому рассеяние нейтронов на водородосодержащих атомах кристаллов позволяет обнаружить наличие атомов водорода и исследовать положение атомов водорода в кристаллической решетке.

Дифракция рентгеновских лучей и электронов непригодна для изучения строения таких веществ. Рентгеновские

*) Изменяя угол θ в эксперименте, можно определить долю нейтронов, отраженных под углом θ и имеющих определенную длину волны де-Бройля. Вычислялось, что распределение нейтронов по длинам волн совпадает с тем, которое выпекает из формулы де-Бройля и максвелловского распределения нейтронов по скоростям при данной температуре T.

лучи взаимодействуют с электронами атомов, а их всего один в атоме водорода. Электроны, проходя через вещество, испытывают электромагнитное взаимодействие с электронами атомов и протонами их ядер. Для водородосодержащих кристаллов эти взаимодействия невелики. В итоге рассеяние рентгеновских лучей и электронов в водороде незначительно и не может применяться для рентгеноструктурного или электронографического изучения водородосодержащих кристаллов. Метод *нейтронографии* оказывается в этих случаях весьма эффективным.

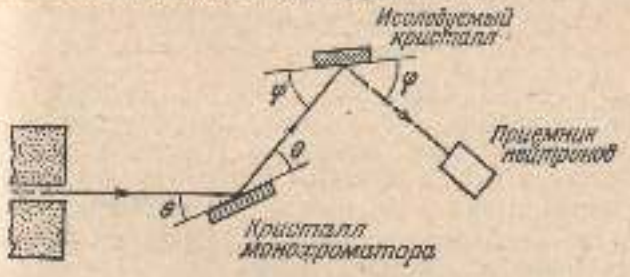


Рис. 33.5.

3. На рис. 33.5 представлена схема *нейтронографа* — прибора для применения дифракции нейтронов к исследованию строения кристаллов. В основе прибора лежит то же устройство, что и для наблюдения дифракции нейтронов (рис. 33.4). Узкий пучок тепловых нейтронов падает на кристалл, находящийся в фиксированном положении по отношению к пучку. Нейтроны падают на него под определенным углом θ. От этого кристалла отражаются лишь те нейтроны, которые имеют определенную длину волны де-Бройля, удовлетворяющую соотношению Вульфа — Брэгга. Пучок нейтронов, отраженных этим кристаллом, является «монохроматическим», в том смысле, что все нейтроны имеют одинаковую длину волны λ де-Бройля. Поэтому указанный кристалл и называется кристаллом монохроматора. Монохроматический пучок нейтронов, отраженных этим кристаллом, падает далее под углом φ на исследуемый кристалл. Этот кристалл и приемник нейтронов синхронно вращаются так, чтобы соблюдалось равенство углов φ падения и отражения нейтронов. Нейтроны попадают в приемник лишь в том случае, когда угол φ и длина волны связаны между собой соотношением (33.5)

Вульфа — Брэгга. Это позволяет по известным значениям λ и φ определить для кристалла величину расстояния между атомными плоскостями d, как и в случае дифракции рентгеновских лучей.

4. Вскоре после обнаружения волновых свойств у электронов, в 1929 г., О. Штерн и его сотрудники обнаружили волновые свойства в пучке нейтральных атомов и молекул. Если молекулы или атомы летят в пучке со скоростями, соответствующими температуре T, то можно найти величину скорости молекул v*). Масса молекулы (или атома) m находится по молекулярному весу μ, а именно

$$m=\mu^*/N^*,$$

где N^* — число Авогадро. Тогда по формуле (33.2) можно подсчитать длину волны, соответствующую движущимся атомам или молекулам. Например, при 300° К для водорода ($\mu^*=2$ *кг/кмоль*) и гелия ($\mu^*=4$ *кг/кмоль*) получаются длины волн, равные соответственно 1,3 Å и 0,9 Å. Эти длины волн де-Бройля соизмеримы с периодами кристаллических решеток твердых тел. Поэтому, если нейтральные молекулы и атомы водорода и гелия обладают волновыми свойствами, то при отражении пучков атомов от поверхности кристаллов должны происходить дифракционные явления. Помимо зеркального отражения атомов (или молекул) пучка под углом отражения, равным углу падения, в некоторых направлениях должны наблюдаться дополнительные дифракционные максимумы числа отраженных частиц.

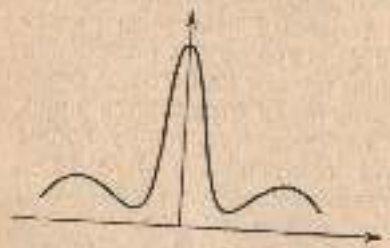


Рис. 33.6.

Опыты Штерна полностью подтвердили эти выводы. На рис. 33.6 схематически изображены результаты измерений числа атомов (или молекул), отраженных от поверхности по различным направлениям. Из рисунка видно, что помимо основного максимума числа отраженных частиц, соответствующего зеркальному отражению, наблюдаются дополнительные дифракционные максимумы числа отраженных атомов (и молекул). Эти дополнительные максимумы обусловлены волновыми свойствами нейтральных частиц и получили свое полное объяснение на основе формулы де-Бройля и соотношений для двумерной дифракционной решетки, которой является поверхность кристалла.

*) Точнее — наиболее вероятную скорость при максвелловском распределении скоростей (т. I, § 25.2).

§ 33.3. Физический смысл волн де-Бройля

1. Из содержания двух последних параграфов видно, что идея де-Бройля о наличии у частиц вещества волновых свойств получила экспериментальное подтверждение как для заряженных частиц (электронов), так и для нейтральных — нейтронов, атомов и молекул. В связи с этим возникают два вопроса, на которые необходимо ответить:

а) обнаруживаются ли волновые свойства у макроскопических тел, с которыми мы повседневно встречаемся?

б) каков физический смысл волн, связанных с движущимися частицами вещества?

2. Ответ на первый вопрос связан с величиной массы m частицы и ее скорости v на длину волны де-Бройля. Как известно, постоянная Планка h имеет весьма малую величину: $h=6{,}62\cdot10^{-34}$ *дж·сек* $=6{,}62\cdot10^{-27}$ *эрг·сек*. Если рассмотреть движение тела с массой $m=1$ *г* и скоростью $v=1$ *см/сек*, то длина волны де-Бройля, соответствующей такому телу, окажется равной $\lambda=6{,}62\cdot10^{-27}$ *см*. Такая длина волны лежит очень далеко за пределами возможности ее обнаружения в любом дифракционном опыте, так как периодических структур с периодом d порядка 10^{-27} *см* не существует. С увеличением массы m тела обнаружение волновых свойств у макроскопических тел становится еще менее возможным.

Совершенно иное получается при движении частиц с очень малой массой m, имеющей порядок величины, сравнимый с величиной h *). Например, численное значение массы электрона имеет тот же порядок величины, что и постоянная Планка, поэтому малость h не будет сказываться на величине длины волны де-Бройля. Это же относится к другим частицам вещества — нейтронам, протонам, а также к тем атомам и молекулам, массы которых в 10^3—10^5 раз превышают массу электрона.

*) Сопоставление физических величин, имеющих разную размерность, имеет здесь лишь условный смысл сравнения их численных значений.

3. Для ответа на второй вопрос вспомним рассмотренное в § 32.7 взаимоотношение между корпускулярными и волновыми свойствами света. Там было выяснено, что квадрат амплитуды световой волны в какой-либо точке пространства пропорционален числу фотонов, попадающих в эту точку. До сих пор речь шла о длине волны, соответствующей частице, движущейся с определенной скоростью. Можно, очевидно, говорить и об амплитуде этих волн. Вопрос о природе волн, связанных с движущимися частицами вещества, можно сформулировать как вопрос о физическом смысле амплитуды или интенсивности этих волн.

Как известно, интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды. Эксперименты по отражению электронов и других частиц от поверхности, рассмотренные в §§ 33.1, 33.2, показывают, что по некоторым направлениям обнаруживаются максимумы числа отраженных частиц. Это означает, что в указанных направлениях отражается большее число частиц, чем в других направлениях. С волновой точки зрения наличие максимумов в некоторых направлениях означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн, связанных с отражающимися частицами. Интенсивность де-бройлевской волны оказывается большей там, где имеется большее число частиц. Другими словами, *интенсивность волны де-Бройля в данной точке пространства определяет число частиц, попавших в эту точку*. В этом заключается статистическое, вероятностное толкование волн, связанных с движущимися частицами. *Квадрат амплитуды де-бройлевской волны в данной точке пространства является мерой вероятности того, что частица находится в этой точке.*

Подчеркнем еще раз, что волны, связанные с движущимися частицами, не имеют никакого отношения к распространению какого-либо электромагнитного поля, к электромагнитным волнам. Среди известных в классической физике электромагнитных, акустических и других волн нет аналога «волнам вероятности», связанным с движущимися частицами вещества. Вероятностная трактовка волн де-Бройля принадлежит Максу Борну.

4. Открытие волновых свойств движущихся частиц вещества явилось важнейшим достижением современной физики. Вместе с твердо установленным экспериментально квантовым характером законов, описывающих внутриатомные процессы, обнаружение волновых свойств частиц вещества послужило фундаментом для создания *квантовой*

механики. Так называется раздел современной теоретической физики, изучающий законы движения частиц в области микромира — в масштабах длины 10^{-10}—10^{-13} *м*. Объектами изучения квантовой механики являются атомы, молекулы, кристаллы, атомные ядра и элементарные частицы (электроны, протоны, нейтроны, мезоны и др.).

ГЛАВА 34

ПОНЯТИЕ О КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

§ 34.1. Понятие о волновой функции

1. Волновые свойства частиц вещества и вероятностный, статистический смысл волн де-Бройля приводят к тому, что описание движения микрочастиц в квантовой механике носит своеобразный, неклассический характер. В классической механике Ньютона движение тела или частицы под действием силы описывается вторым законом Ньютона. В § 1.1 (гл. 8) подробно рассмотрен вопрос о том, что если заданы начальное положение (т. е. начальные координаты) и начальная скорость тела, то по второму закону Ньютона можно определить положение и скорость тела (или частицы) в любой следующий момент времени. В классической механике задание координат и скорости тела в некоторый момент времени, принятый за начальный ($t=0$), является полным описанием состояния тела (или частицы). При этом предполагается, что начальные координаты и скорости тел (или частиц) могут быть заданы с любой степенью точности, зависящей лишь от качества тех приборов, с помощью которых производится измерение координат и скоростей.

2. Из опытов, которые привели к обнаружению волновых свойств частиц вещества, и из смысла волн де-Бройля следует, что в квантовой механике задание состояния частицы должно быть иным, чем в классической механике. Из предыдущих параграфов следует, что в квантовой механике имеет смысл говорить лишь о вероятности нахождения частицы в данный момент времени в данной точке пространства, а точнее, в некотором бесконечно малом объеме ΔV. Отличие квантового описания состояния частицы от классического состоит в том, что максимально полным описанием состояния является задание вероятности того, что частица находится в момент времени t в бесконечно малом

объеме ΔV. Согласно § 33.3 эта вероятность определяется квадратом амплитуды волн де-Бройля. В соответствии с этим в квантовой механике вводится некоторая функция $\psi(x, y, z, t)$ четырех переменных — трех координат x, y, z и времени t, называемая *волновой функцией* (или пси-функцией). Она вводится следующим образом: вероятность Δw того, что частица находится в бесконечно малом объеме ΔV, пропорциональна $|\psi|^2$ и элементу объема ΔV:

$$\Delta w = |\psi|^2 \Delta V. \qquad (34.1)$$

В этой формуле символ $|\psi|^2$ читается так: квадрат модуля пси-функции. Из формулы (34.1) видно, что физический смысл имеет не сама пси-функция ψ, а квадрат ее модуля $|\psi|^2$:

$$|\psi|^2 = \frac{\Delta w}{\Delta V}.$$

Величина $|\psi|^2$ определяет вероятность пребывания частицы в данной точке пространства *). Другими словами, величиной $|\psi|^2$ определяется интенсивность волн де-Бройля. Таким образом, ψ-функция, заданием которой определяется положение частицы в пространстве, имеет статистический смысл.

3. Волновая функция ψ является основной характеристикой состояния микрообъектов, изучаемых в квантовой механике. Она удовлетворяет уравнению, которое называется уравнением Шредингера и является основным законом в квантовой механике **). По своему значению в квантовой механике уравнение Шредингера аналогично основному закону — второму закону Ньютона — в классической механике. Подобно тому, как в классической механике с помощью второго закона Ньютона решаются задачи, связанные с движением макроскопических тел, в квантовой механике с помощью уравнения Шредингера решаются задачи, связанные с движением микрообъектов.

Особое значение имеет уравнение Шредингера для описания движения электронов в атомах, молекулах и кристаллах твердых тел. С помощью этого уравнения можно доказать один из наиболее фундаментальных выводов современной физики о том, что энергии электронов в атомах, молекулах и кристаллах не могут иметь произвольных значений. Оказывается, что энергии электронов в таких случаях могут принимать лишь определенные дискретные значения. На языке квантовой механики это означает, что электроны находятся в определенных энергетических состояниях.

*) Величину $|\psi|^2$ называют *плотностью вероятности*.

**) Эрвин Шредингер предложил это уравнение в 1926 г. Уравнение Шредингера не выводится.

Уровень этой книги исключает возможность изучения уравнения Шредингера и выводов из него. Однако к важнейшему в квантовой механике вопросу о том, что некоторые физические величины, например, энергия и момент импульса (момент количества движения), характеризующие движущиеся микрообъекты, могут принимать в определенных случаях лишь дискретные значения, мы еще вернемся в дальнейшем изложении.

§ 34.2. Соотношения неопределенностей Гейзенберга

1. Волновые свойства частиц и возможность задать для частицы лишь вероятность ее пребывания в данной точке пространства приводят к тому, что сами понятия координаты частицы и ее скорости (или импульса) могут применяться в квантовой механике в ограниченной мере. В этом, вообще говоря, нет ничего удивительного. В классической физике понятие координаты в ряде случаев тоже непригодно для определения положения объекта в пространстве. Например, не имеет смысла говорить о том, что электромагнитная волна находится в данной точке пространства или что положение фронта волновой поверхности на воде характеризуется координатами x, y, z. Двойственная, корпускулярно-волновая природа частиц, изучаемых в квантовой механике, приводит к тому, что в ряде случаев оказывается невозможным, в классическом смысле, одновременно характеризовать частицу ее положением в пространстве (координатами) и скоростью (или импульсом).

2. В § 25.3 показано, что если имеется ограниченный в пространстве цуг волн, имеющий длину Δx вдоль оси x, то этот цуг не может быть монохроматическим. У такого цуга волн неизбежна определенная немонохроматичность — наличие определенного интервала $\Delta\omega$ частот монохроматических волн, составляющих этот цуг. Вместо интервала частот $\Delta\omega$ можно рассматривать интервал Δk волновых чисел. Напомним, что волновое число $k = 2\pi/\lambda$. Согласно формуле (25.7) между Δx и Δk существует связь:

$$\Delta x \cdot \Delta k \geqslant 1. \qquad (34.2)$$

Это соотношение справедливо для *любых* волновых процессов. Применим его для де-бройлевской волны частицы,

которая движется вдоль оси x и имеет импульс $p_x = p$ *). Из формулы (34.2) имеем $p = h/\lambda$, или, если ввести величину $\hbar = h/2\pi$, получим

$$p = \frac{2\pi}{\lambda}\hbar = k\hbar. \tag{34.3}$$

Такая же связь должна существовать между Δp и Δk — изменениями величин p и k:

$$\Delta p = \Delta k \cdot \hbar,$$

следовательно,

$$\Delta k = \Delta p/\hbar = \Delta p_x/\hbar.$$

Подставив эти выражения в (34.2), получим соотношение

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant \hbar. \tag{34.4}$$

Если бы частица двигалась вдоль осей y или z, так, что проекции импульсов ее по осям были бы p_y и p_z, то мы получили бы аналогичные соотношения:

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geqslant \hbar, \tag{34.5}$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geqslant \hbar. \tag{34.6}$$

Формулы (34.4) — (34.6) называются *соотношениями неопределенностей Гейзенберга* по имени Вернера Гейзенберга, установившего эти соотношения в 1927 г. В этих формулах Δx, Δy и Δz обозначают области координат вдоль осей x, y, z, в которых может быть обнаружена частица, которой соответствует некоторая волна де-Бройля. При этом проекции импульса частицы по осям заключены, соответственно, в пределах Δp_x, Δp_y и Δp_z. Соотношения неопределенностей показывают, что координаты частицы x, y, z и проекции ее импульса p_x, p_y, p_z на соответствующие оси координат не могут *одновременно* иметь значения, *в точности* равные x и p_x, y и p_y, z и p_z. Величины Δx и Δp_x, Δy и Δp_y, Δz и Δp_z, которые связаны соотношением неопределенностей, не могут быть равны нулю *одновременно*. Другими словами, координаты частицы и проекции ее импульса могут иметь значения, известные лишь с некоторой степенью неопределенности, вытекающей из формул (34.4) – (34.6).

*) Если частица движется в произвольном направлении, то ее импульс p имеет три проекции p_x, p_y, p_z. При движении вдоль оси x $p_y = p_z = 0$ и поэтому $p_x = p$.

3. Соотношение неопределенностей Гейзенберга можно иллюстрировать на примере прохождения потока электронов через узкую щель. Предположим, что на непрозрачный экран со щелью, параллельной оси x и имеющей ширину AB, падает в направлении оси y поток электронов со скоростями v (см. рис. 32.7, стр. 405). Слева от экрана каждый из электронов имеет определенный импульс $p = p_y = mv$ и, следовательно, $\Delta p_y = 0$. Проекции импульса по осям x и z равны нулю, $p_x = p_z = 0$. Координаты каждого электрона по оси y могут быть любыми: значение y может изменяться от $-\infty$ до 0. Из формулы (34.5) следует, что $\Delta y \geqslant \hbar/\Delta p_y$, и при $\Delta p_y = 0$ $\Delta y = \infty$. Это соответствует совершенно неопределенному положению электрона на оси y. В момент прохождения электрона через щель он находится между ее краями и координата x электрона заключена в пределах ширины щели AB *). Уменьшая ширину щели, можно уменьшить неопределенность Δx координаты x в любых требуемых пределах и, следовательно, можно сколь угодно точно фиксировать значение координаты электрона по оси x.

Однако, как известно из предыдущего, при малых размерах щели, сравнимых с длиной де-бройлевской волны электрона, должна наблюдаться дифракционная картина в распределении электронов за экраном. На флуоресцирующем экране CD за щелью распределение электронов будет характеризоваться главным максимумом, расположенным симметрично относительно оси y, и побочными максимумами по обе стороны от главного (кривая MN на рис. 32.7). Существенно, что если до щели все электроны двигались вдоль оси y и поэтому не имели проекций импульса по оси x ($p_x = 0$), то после щели электроны отклоняются от первоначального направления движения и приобретают некоторый импульс Δp_x вдоль оси x. Из рис. 32.7 видно, что

$$\Delta p_x = p \sin\alpha = \frac{h}{\lambda}\sin\alpha, \tag{34.7}$$

если использовать формулу (33.2) для импульса p. Предположим, для простоты, что мы учитываем только те электроны, которые попадают на экран CD в пределах главного дифракционного максимума, т. е. в пределах углов α между осью y и направлением к первому дифракционному минимуму **). Положение этого минимума на экране опре-

*) Неопределенность координаты x электрона, величина Δx, представляет собой ширину щели: $\Delta x = AB$.

**) Легко доказать, что учет побочных дифракционных максимумов не изменяет хода рассуждений и выводов.

деляется тем, что разность хода волн де-Бройля, дифрагированных от верхнего и нижнего краев щели, должна равняться длине волны:

$$\Delta x \cdot \sin\alpha = \lambda. \qquad (34.8)$$

Перемножив почленно левые и правые части формул (34.7) и (34.8), получим

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = h,$$

т. е. одно из соотношений неопределенности Гейзенберга.

4. Соотношение неопределенности, строго говоря, справедливо для любых масс, в том числе и для макроскопических тел. Однако ограничения для возможности применения понятий координаты и импульса в их классическом смысле, связанные с соотношениями неопределенности, проявляются лишь в тех случаях, когда существенную роль играет двойственная, корпускулярно-волновая природа изучаемых объектов. В тех случаях, когда длина волны де-Бройля становится пренебрежимо малой (§ 33.3), несущественны и те ограничения, которые вносятся соотношениями неопределенности в возможности описания движения частиц с помощью классических понятий координаты и скорости (или импульса).

В связи с этим особое значение имеет сопоставление основного закона движения в классической механике с ролью соотношений неопределенности. Этот вопрос подробно обсуждался в § 14.3 первого тома, где, однако, не могло быть раскрыто подлинное содержание соотношений неопределенности. Мы рекомендуем читателю вновь вернуться к этому параграфу и особенно внимательно проанализировать те выводы, которые были сделаны там в п. 5.

5. Помимо соотношений неопределенности (34.4) — (34.6) между координатами и импульсами, существует еще одно важное соотношение такого же типа. Можно доказать, что если частица некоторое время t находится в определенном энергетическом состоянии с полной энергией $\mathscr{E}$, то обе величины $\mathscr{E}$ и t могут быть заданы одновременно с ограниченной степенью точности. Если обозначить через $\Delta\mathscr{E}$ и Δt неопределенности в задании $\mathscr{E}$ и t, то между ними существует связь, аналогичная (34.4) — (34.6),

$$\Delta\mathscr{E} \cdot \Delta t \gtrsim \hbar, \qquad (34.9)$$

называемая также соотношением неопределенности для энергии и времени. Соотношение (34.9) можно получить, если исходить из условия принципиальной немонохроматичности ограниченного (оборванного) цуга волн в форме (17.22):

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \gtrsim 1, \qquad (34.10)$$

где Δt — длительность цуга волн, а $\Delta\omega$ — интервал частот монохроматических волн, составляющих этот цуг. Достаточно вспомнить формулу (33.2') $\mathscr{E}=\hbar\omega$ и записать ее для приращений $\Delta\mathscr{E}$ и $\Delta\omega$:

$$\Delta\mathscr{E} = \hbar \cdot \Delta\omega.$$

Определив отсюда $\Delta\omega = \Delta\mathscr{E}/\hbar$ и подставив в формулу (34.10), получим соотношение неопределенности в форме (34.9). Оно играет большую роль в атомной и ядерной физике, в чем мы сможем убедиться в дальнейшем.

6. Соотношения неопределенностей Гейзенберга иногда неверно связывают с современным уровнем развития квантовой теории. Нередко встречаются утверждения, что эти соотношения не представляют собой ограничений в возможности применения к частицам микромира классических понятий о координатах и импульсах, а только ограничивают ту степень точности, с которой на данном уровне физического эксперимента и теории могут быть одновременно измерены координаты и импульсы. Это означает, что при дальнейшем развитии квантовой физики может якобы возникнуть возможность более точного одновременного определения координат и импульсов.

Подобные высказывания ошибочны. Соотношения неопределенностей являются следствием объективно существующей двойственности частиц микромира — наличия у них корпускулярных и волновых свойств. Эти соотношения свидетельствуют об *объективно* существующих ограничениях в возможности описания поведения микрообъектов с помощью классических понятий координат и импульсов. В ряде случаев описывать движение микрообъекта так, как это делается в классической механике,— с помощью задания в каждый момент времени его координат и импульса,— не имеет смысла, ибо сами эти понятия одновременно не могут быть применены к микрообъекту.

7. В связи с соотношениями неопределенностей возникает также вопрос о том, почему нужно описывать поведение микрообъектов с помощью классических понятий, таких, как координата, импульс и др., если далеко не всегда они могут быть применены? Дело в том, что всякий эксперимент, дающий некоторую информацию о поведении и

свойствах микрообъектов, является макроскопическим (отклонение стрелки приборов, положение пятна на экране осциллографа, фотография трека частицы и т. д.). Действия любых приборов, с помощью которых изучается поведение микрочастиц в пространстве и времени, подчиняются классической механике и электродинамике, и даваемая ими информация носит макроскопический характер, т. е. она должна истолковываться в понятиях классической физики. При этом мы неизбежно должны применять к микрообъектам, хотя бы частично, классическое описание с помощью классических понятий. Поскольку эти понятия применимы к объектам, подчиняющимся квантовой механике, лишь в ограниченной степени, существуют пределы применимости классических понятий, устанавливаемые соотношениями неопределенностей Гейзенберга.

Процесс взаимодействия прибора с изучаемым объектом называется *измерением*. Этот процесс протекает в пространстве и во времени и является объективным процессом. Существует, однако, важное различие между взаимодействием прибора с макро- и микрообъектами. Взаимодействие прибора с макрообъектом есть взаимодействие двух макрообъектов, описываемое с достаточной степенью точности законами классической физики. При этом можно считать, что прибор не оказывает на измеряемый объект такого влияния, которое не могло бы быть точно учтено в терминах (понятиях) классической механики или электродинамики либо сделано как угодно малым.

При взаимодействии прибора с микрообъектами возникает иная ситуация. Вследствие объективно существующей двойственной природы микрообъектов процесс измерения, например фиксация определенного положения микрочастицы, вносит в ее импульс изменение, которое не может быть сделано равным нулю и может быть определено лишь в рамках соотношения неопределенностей $\Delta p_x \geq \hbar/\Delta x$. Поэтому воздействие прибора на микрочастицу нельзя считать малым и несущественным, прибор изменяет состояние микрообъекта. Изменение это таково, что в результате измерения определенные классические характеристики частицы, например ее импульс, оказываются заданными лишь в рамках, ограниченных соотношениями неопределенностей.

8. Результаты процесса измерения воспринимаются наблюдателем. Эта ситуация дала повод к тому, что некоторые физики (в том числе, и в первую очередь, сам Гейзенберг) стали приписывать наблюдателю особую роль в квантовой механике. В философском смысле эта концепция является выражением субъективного идеализма. Гейзенберг писал: «В то время как предмет классической физики составляли объективные события в пространстве и во времени, для существования которых их наблюдения не имеют значения, квантовая теория рассматривает такие процессы, которые, так сказать, вспыхивают в момент наблюдения и о которых бессмысленны наглядные физические высказывания для интервала между наблюдениями». Для таких и подобных этих идеалистических выводов, отрицающих объективное протекание процессов в микромире, соотношения неопределенностей не дают никаких оснований. На свойства и состояние микрообъекта, изучаемые в процессе измерения, происходящего в пространстве и во времени, наблюдатель не оказывает никакого влияния.

9. Одним из идеалистических выводов из соотношений неопределенностей является утверждение о том, что якобы из этих соотношений вытекает неприменимость принципа причинности к явлениям, протекающим в микромире. На первый, поверхностный, взгляд кажется, что это утверждение имеет основания. Действительно, принцип причинности означает возможность на основании известного в некоторый момент времени состояния системы точно предсказать ее состояние в любой следующий момент времени. Классическая механика Ньютона позволяет по известным в момент времени t_0 координатам x_0, y_0, z_0 и проекциям скорости v_{x0}, v_{y0}, v_{z0} любой материальной точки определить с помощью решения уравнений ее движения координаты и скорость точки в момент времени t. Это положение называется *механическим детерминизмом*. Поскольку координаты и скорости микрообъектов одновременно могут быть определены лишь в рамках соотношений неопределенностей, можно как будто сделать вывод о том, что и в начальный момент t_0 состояние системы не может быть точно определено, а поэтому и последующие состояния не могут быть предсказаны, т. е. нарушается принцип причинности.

В действительности дело обстоит иначе. В квантовой механике само понятие о состоянии системы приобретает иной смысл, чем в классической физике,— для определения этого состояния нужен иной подход. Максимально точным заданием состояния микрообъекта в квантовой механике является задание его ψ-функции, причем задание ψ-функции для момента времени t_0 определяет ее значение для момента $t > t_0$. Другими словами, в квантовой механике

в соответствии с требованием принципа причинности состояние микрообъекта, определенное в некоторый момент времени t_0, однозначно предопределяет его дальнейшие состояния. К микрообъектам нельзя применять принципы причинности в форме, заимствованной из классической механики и основанной на «обычном» применении понятий координат и импульсов, ибо особая природа микрообъектов этого не допускает.

§ 34.3. Движение свободной частицы

1. В этом и последующих параграфах мы рассмотрим несколько примеров движения микрочастиц в условиях, когда их волновые свойства определяют характер движения и энергию частиц. При этом очень существенно различать два случая: когда на частицу не действуют никакие силы (свободное движение) и движение частицы под действием различных сил (несвободное движение). Отличие этих двух случаев состоит в том, что важнейшая характеристика движущейся частицы — ее энергия $\mathscr{E}$ — при наличии сил, действующих на частицу, не может принимать любые значения. Если частица, помимо кинетической энергии K, обладает потенциальной энергией U, то ее полная энергия $\mathscr{E}$ оказывается величиной *квантованной*. Физическая величина называется квантованной, если она может принимать лишь ряд определенных дискретных значений.

2. Вначале рассмотрим случай, когда частица с массой m движется с постоянной скоростью v вдоль некоторого направления, выбранного за ось x, причем нет никаких сил, действующих на частицу, — ее движение свободно. Импульс частицы $p=mv$, а длина волны де-Бройля $\lambda=h/p$. Движению частицы вдоль оси x соответствует распространяющаяся в этом же направлении волна де-Бройля, характеризуемая волновым числом $k=2\pi/\lambda$. В гл. 20 показано, что уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси x и имеющей определенную частоту ω и волновое число k, имеет вид (20.8) *)

$$s=A\sin(\omega t-kx), \tag{34.11}$$

где A — амплитуда волны. Формулу (34.11) можно применить к волне де-Бройля, связанной с частицей, имеющей

*) Уравнение волны может иметь также вид $s=A\cos(\omega t-kx)$, но это не меняет физического смысла результатов рассмотрения свободного движения частицы, ибо изменяется лишь начальная фаза волны.

импульс p и энергию $\mathscr{E}$. Для этого достаточно в уравнении (34.11) выразить частоту ω и волновое число k через энергию и импульс частицы: $\omega=\mathscr{E}/\hbar$ и $k=p/\hbar$ (см. формулы (33.2′) и (34.3)). Получим

$$\psi=A\sin\left(\frac{\mathscr{E}}{\hbar}t-\frac{p}{\hbar}x\right). \tag{34.12}$$

Результат (34.12) означает, что свободной частице соответствует плоская волна де-Бройля с постоянной амплитудой A. Постоянство амплитуды, а следовательно, и ее квадрата, означает, что имеется постоянная, не зависящая от времени интенсивность волны де-Бройля. В соответствии с физическим смыслом волн де-Бройля (§ 33.3) это показывает, что имеется постоянная, одинаковая вероятность обнаружить частицу в любой точке на оси x. С точки зрения соотношения неопределенностей свободное движение частицы с точно заданным импульсом p означает, что положение частицы на оси x становится совершенно неопределенным. Об этом же говорит одинаковая вероятность обнаружить частицу во всех точках оси x. Частица может двигаться с любой скоростью v, которой соответствует энергия $\mathscr{E}=mv^2/2$, могущая вместе со скоростью v принимать любые возможные значения.

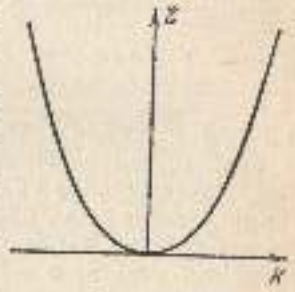


Рис. 34.1.

Выразим энергию частицы через длину волны де-Бройля λ. По формуле (33.2) $\lambda=h/mv$, откуда $v=h/m\lambda$. Подставив это в выражение энергии, получим

$$\mathscr{E}=\frac{mv^2}{2}=\frac{h^2}{2m\lambda^2}. \tag{34.13}$$

Наконец, учитывая, что $\lambda=2\pi/k$, можно выразить энергию $\mathscr{E}$ через волновое число k:

$$\mathscr{E}=\frac{h^2k^2}{8\pi^2m}=\frac{h^2\hbar^2}{2m}. \tag{34.14}$$

На рис. 34.1 изображена парабола, выражающая зависимость энергии $\mathscr{E}$ свободной частицы от волновых чисел k де-бройлевских волн частицы, т. е. при различных значениях скорости v.

§ 34.4. Частица в потенциальной яме прямоугольной формы

1. Рассмотрим теперь микроскопическую частицу, движение которой вдоль оси x ограничено следующим образом. От начала координат $x=0$ до точки $x=L$ частица движется свободно. Однако она не может выйти за пределы области $(0, L)$. Это значит, что на границах области $(0, L)$, в точках $x=0$ и $x=L$, потенциальная энергия U частицы становится равной бесконечности (рис. 34.2). Можно представить себе, например, что частица движется по дну плоского ящика с идеально отражающими бесконечно высокими стенками. В таком случае говорят, что частица находится внутри бесконечно глубокой потенциальной ямы и ее движение ограничено некоторым потенциальным барьером.

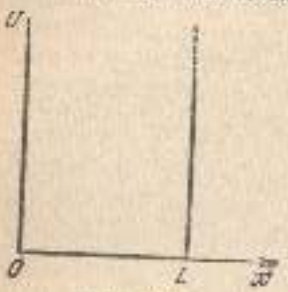


Рис. 34.2.

Разумеется, таких ям практически не существует. Однако при изучении электропроводности металлов мы пользуемся представлением о том, что свободные (валентные) электроны металла находятся внутри потенциального ящика с плоским дном, причем высота потенциального барьера равна работе выхода электрона из металла (§ 8.9). Таким образом, задача, о которой пойдет речь, является упрощенной моделью реальной и очень важной физической задачи.

2. В этой задаче мы встречаемся с ограничением движения частицы. Она находится внутри прямоугольной ловушки — заперта в ней. Форма ловушки зависит от потенциальной энергии частицы. В данном случае потенциальная энергия частицы весьма просто зависит от координаты x: если $x<0$ или $x>L$, то $U=\infty$; если $0\leqslant x\leqslant L$, то $U=0$.

Рассмотрим теперь поведение де-бройлевской волны, связанной с частицей, движущейся внутри прямоугольной ловушки. На стенках ящика происходит отражение волны, и в результате внутри потенциальной ямы при наложении падающей и отраженной волн должны образоваться стоячие де-бройлевские волны. Аналогичную картину мы имеем при рассмотрении стоячих волн в струне, закрепленной на обоих концах (§ 21.2). Вспомним, что при этом на длине струны должно укладываться целое число n полуволн

(формула (21.7)):

$$n\lambda_n/2=L \qquad (n=1, 2, 3, \ldots) \tag{34.15}$$

или

$$\lambda_n=2L/n. \tag{34.15'}$$

Таким образом, длина стоячей волны не может быть произвольной. Она зависит от целых чисел n, поэтому и обозначена через λ_n. Существует некоторый дискретный набор длин волн, которые могут установиться в закрепленной струне.

Очевидно, что эти рассуждения применимы и к де-бройлевской волне частицы, движущейся внутри прямоугольной ловушки. На длине потенциальной ямы (или, иначе, потенциального ящика) должно уложиться целое число полуволн де-Бройля. Формулу (34.13) теперь следует записать несколько иначе:

$$\mathscr{E}_n=\frac{mv_n^2}{2}=\frac{h^2}{2m\lambda_n^2}. \tag{34.13'}$$

Индекс n у скорости v и энергии $\mathscr{E}$ показывает, что скорость и энергия частицы в потенциальной прямоугольной ловушке не могут иметь произвольных значений. Вместе с длиной волны λ скорость и энергия будут квантованными величинами, принимающими лишь определенные, дискретные значения. Подставим в (34.13') значения λ_n из (34.15'). Получим

$$\mathscr{E}_n=\frac{n^2h^2}{8mL^2} \qquad (n=1, 2, \ldots). \tag{34.16}$$

Формула (34.16) показывает, что частица, запертая внутри потенциальной ловушки прямоугольной формы, может иметь квантованные значения энергии, прямо пропорциональные квадратам целых чисел n.

3. До сих пор речь шла о любой микроскопической частице, обладающей волновыми свойствами и запертой внутри ловушки. Предположим теперь, для определенности, что мы говорим об электроне, находящемся в потенциальной ловушке. Квантованные значения $\mathscr{E}_n$ называются *уровнями энергии*, а числа n, определяющие энергетические уровни электрона, называются *квантовыми числами*. Таким образом, электрон в потенциальной яме может находиться на определенном энергетическом уровне. Иногда говорят, что он находится в определенном стационарном квантовом состоянии n. Этим подчеркивается, что состояние электрона

с энергией $\mathscr{E}_n$ не зависит от времени и электрон может в отсутствие внешних воздействий находиться в этом состоянии как угодно долго.

4. Рассмотрим влияние линейных размеров ловушки на квантование энергии. Покажем, что квантование энергии становится существенным лишь в том случае, когда линейные размеры потенциального «ящика» соизмеримы с размерами атома $L \sim 10$ Å $= 10^{-9}$ *м*. Для этого вычислим разность $\Delta\mathscr{E}$ энергий электрона, находящегося на двух соседних энергетических уровнях $\mathscr{E}_{n+1}$ и $\mathscr{E}_n$. По формуле (34.16) имеем

$$\Delta\mathscr{E} = \mathscr{E}_{n+1} - \mathscr{E}_n = \frac{h^2}{8mL^2}[(n+1)^2 - n^2] = \frac{h^2}{8mL^2}(2n+1). \qquad (34.16')$$

Подставим в формулу (34.16') численные значения $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ *дж·сек* и $m = 9{,}8 \cdot 10^{-31}$ *кг* для электрона, находящегося в потенциальном «ящике» с линейными размерами $L = 10^{-9}$ *м*, соизмеримыми с размерами атома. Мы получим:

$$\Delta\mathscr{E} = (2n+1)\frac{(6{,}62 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}8 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-18}} = 5{,}4 \cdot 10^{-40}(2n+1)\ дж = (2n+1) \cdot 0{,}34\ эв.$$

«Расстояние» между соседними энергетическими уровнями с ростом n возрастает пропорционально ряду нечетных чисел $(2n-1)$. Очень важно, что электрон не может обладать энергией, не совпадающей с одним из энергетических уровней. Дозволенными являются только такие энергии электрона в потенциальном ящике прямоугольной формы, которые совпадают с энергетическими уровнями, определяемыми формулой (34.16). Важнейшая особенность энергии электрона и других микрочастиц, движущихся внутри потенциальной ямы, состоит в квантованности возможных значений энергии частицы.

Для ящика макроскопических размеров $L = 10^{-2}$ *м* аналогично получим следующие результаты:

$$\Delta\mathscr{E} = (2n+1)\frac{(6{,}62 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}8 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-4}} = (2n+1) \cdot 3{,}4 \cdot 10^{-34}\ дж = (2n+1) \cdot 3{,}37 \cdot 10^{-15}\ эв.$$

Энергетические уровни расположены в этом случае столь тесно, что можно считать эти уровни практически непрерывными. Они образуют густо расположенную последовательность *квазинепрерывных уровней* (см. далее рис. 34.3). Квантование энергии электрона в ловушке макроскопических размеров дает результаты, несущественно отличающиеся от результатов классической физики, где энергия электрона может принимать любые значения, т. е. может изменяться непрерывно. Заметим, что при $L \to \infty$ $\Delta\mathscr{E} \to 0$, т. е. последовательность уровней становится строго непрерывной.

5. Полезно вспомнить (т. 1, § 14.3), что при обсуждении роли соотношения неопределенностей при описании движений мы видели, что при макроскопическом движении частицы можно не принимать во внимание ограничений, которые вносят соотношения неопределенностей в возможность описывать движение с помощью понятия о траектории. Наоборот, при движении электрона в атоме, где он заперт в ловушке с линейными размерами порядка размеров атома, понятие о траектории частицы становится неправомерным.

Теперь мы видим, что в случае ловушки макроскопических размеров энергия электрона также ведет себя классическим образом: она может принимать произвольные, непрерывные значения. Совершенно иную картину мы имеем в случае, когда электрон заперт в ловушке атомных размеров. Здесь не только теряет смысл понятие о траектории электрона, важнейшая его характеристика — энергия — оказывается квантованной. Она может изменяться лишь «скачкообразно», так, чтобы электрон переходил с одного энергетического уровня на другой. Этот вывод является фундаментальным в квантовой механике и не зависит от конкретной формы потенциальной ямы (ловушки), в которой находится электрон или другая микрочастица.

6. Рассмотрим, как зависит квантование энергии от величины квантового числа n. Для этого воспользуемся формулой (34.16') для разности $\Delta\mathscr{E}$ и составим отношение $\Delta\mathscr{E}/\mathscr{E}_n$. Получим

$$\frac{\Delta\mathscr{E}}{\mathscr{E}_n} = \frac{2n+1}{n^2}. \qquad (34.17)$$

При больших значениях квантового числа n имеем $2n+1 \approx 2n$, и отношение (34.17) дает

$$\frac{\Delta\mathscr{E}}{\mathscr{E}_n} = \frac{2}{n}. \qquad (34.18)$$

Видно, что при $n \gg 1$ $\Delta\mathscr{E}/\mathscr{E}_n \ll 1$, или $\Delta\mathscr{E} \ll \mathscr{E}_n$. Это означает, что при росте квантового числа n разность ближайших

энергетических уровней растет медленнее, чем величина энергии каждого из уровней. Другими словами, с ростом n должно происходить относительное сближение энергетических уровней. При больших квантовых числах квантование энергии дает результаты, близкие к тем, которые получаются при классическом рассмотрении,— уровни становятся квазинепрерывными (рис. 34.3). В этом находит свое выражение *принцип соответствия*, установленный Н. Бором в 1922 г.: *при больших квантовых числах выводы и результаты квантовой механики должны соответствовать классическим результатам*, т. е. *квантовые результаты переходят в классические при больших квантовых числах* n.



Рис. 34.3.

В более общей формулировке принцип соответствия утверждает, что между любой физической теорией, которая является обобщением и развитием классической, и первоначальной классической теорией существует связь — в определенных предельных случаях новая теория должна переходить в старую. Так, например, в т. I мы видели, что формулы кинематики и динамики специальной теории относительности переходят в формулы классической механики Ньютона при скоростях $v \ll c$, таких, что $(v/c)^2 \to 0$. В гл. 29 показано, что выводы волновой оптики переходят в результаты геометрической оптики, если можно пренебречь длиной световой волны по сравнению с любыми расстояниями, встречающимися в данной задаче, и считать, что $\lambda \to 0$. Между квантовой механикой и классической предельный переход связан с возможностью пренебречь конечностью величины h и считать $h \approx 0$.

§ 34.5. Линейный гармонический осциллятор

1. Предположим, что частица с массой m движется вдоль оси x под действием квазиупругой силы $F = -kx$, пропорциональной отклонению частицы от положения равновесия. Здесь k — коэффициент упругости (§ 13.1). Такая частица называется *линейным гармоническим осциллятором*. Гармонический осциллятор является весьма плодотворной моделью в оптике и атомной физике. Так, при изучении явления дисперсии света (гл. 27) мы рассматривали

оптические (валентные) электроны атомов (и молекул) совершающими колебания под действием электрического поля световой волны. В сущности мы считали, что атомы ведут себя как гармонические осцилляторы. Модель атома как гармонического осциллятора — атомного осциллятора — оказывается плодотворной и в других проблемах. Излучение нагретого тела мы считали результатом того, что атомы-вибраторы являются источниками электромагнитных волн. Каждый атом-вибратор Планк рассматривал как гармонический атомный осциллятор, энергия которого может изменяться только отдельными порциями (§ 31.3). В квантовой механике идеи Планка получили свое обоснование и развитие.

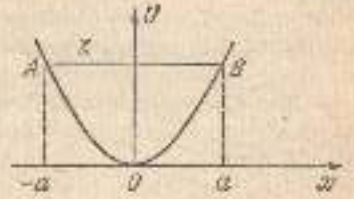


Рис. 34.4.

2. Посмотрим, прежде всего, как в классической физике следует рассматривать колебания гармонического осциллятора. На рис. 34.4 изображен график потенциальной энергии U осциллятора $U = kx^2/2$. На этом же графике показано значение полной энергии $\mathcal{E}$ частицы. Точкам A и B на графике $U(x)$ соответствуют наибольшие отклонения частицы от положения равновесия, когда скорость частицы обращается в нуль и ее полная энергия

$$\mathcal{E} = \frac{mv^2}{2} + U(x) \qquad (34.19)$$

становится равной потенциальной:

$$\text{при } v = 0 \quad \mathcal{E} = U(x) = ka^2/2. \qquad (34.20)$$

Амплитуда a колебаний осциллятора определяется запасом его полной энергии $\mathcal{E}$:

$$a = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{k}} = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m\omega^2}} = \frac{1}{2\pi\nu}\sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}}. \qquad (34.21)$$

Здесь использовано соотношение между коэффициентом упругости k и собственной частотой ω упругих колебаний: $k = m\omega^2$ (§ 13.1).

С классической точки зрения совершенно очевидно, что частица при своих колебаниях не может выйти за пределы области $(-a, a)$. Такой выход означал бы, что потенциаль-

ная энергия U становится большей, чем полная энергия $\mathscr{E}$ частицы: $U>\mathscr{E}$, что соответствует бессмысленному выводу об отрицательной кинетической энергии, т. е. о мнимой скорости. Если $mv^2/2<0$, то v есть мнимая величина!

3. Рассмотрим теперь квантовый гармонический осциллятор. Переход от классического к квантовому рассмотрению означает, что мы должны будем учесть волновые свойства частицы, запертой внутри потенциальной ловушки, имеющей форму параболы (рис. 34.5). Как и в случае прямоугольного потенциального ящика, это означает, что на эффективной длине l области, дозволенной для движения частицы, должно укладываться целое число полуволн де-Бройля (§ 34.4). На рис. 34.5 изображены несколько первых дозволенных стоячих волн де-Бройля, соответствующих частице, движущейся в потенциальной яме параболического типа. Наличие потенциальной ловушки и в этом случае приводит к тому, что существует дискретный набор энергий частицы, удовлетворяющий условию образования стоячих де-бройлевских волн на «эффективной длине» ловушки. Чтобы доказать это, введем некоторую «эффективную» длину волны де-Бройля, удовлетворяющую соотношению (34.13) для среднего значения кинетической энергии $mv^2/2$:

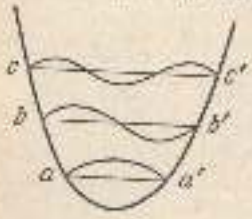


Рис. 34.5.

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{h^2}{2m\lambda^2_{\text{эфф}}}. \tag{34.22}$$

Для определения $\lambda_{\text{эфф}}$ имеем соотношение

$$\frac{h^2}{2m\lambda^2_{\text{эфф}}}=\mathscr{E}-\overline{U}, \tag{34.23}$$

Для $\lambda_{\text{эфф}}$ сохраним условие (34.15):

$$\frac{n\lambda_{\text{эфф},\,n}}{2}=2a_n, \tag{34.15''}$$

где под $2a_n$ понимается длина той области, на которой укладываются де-бройлевские волны. При этом, очевидно, считается, что на границах ловушки (точки a, a', b, b', c и c' на рис. 34.5) волны де-Бройля обрываются. При этом становится ясно, что форма ловушки — характер кривой потенциальной энергии $U(x)$ — влияет на квантование энергии,

потому что a_n будет зависеть от $\mathscr{E}$ по формуле (34.21):

$$a_n=\sqrt{\frac{2\mathscr{E}_n}{k}}=\frac{1}{2\pi\nu}\sqrt{\frac{2\mathscr{E}_n}{m}}. \tag{34.21'}$$

Чтобы найти $\mathscr{E}_n$, надо вычислить a_n по формуле (34.15''), а для этого подсчитать $\lambda_{\text{эфф}}$ из (34.23). Трудность состоит в том, что нам не известно среднее значение потенциальной энергии U.

4. Строгое вычисление $\overline{U}$ в квантовой механике затруднительно и требует предварительного решения уравнения Шредингера для гармонического осциллятора. Это выходит за рамки данной книги, и мы поступим иначе. Полная энергия есть сумма потенциальной и кинетической энергий: $U+K=\mathscr{E}$. Полагая, что средние значения кинетической и потенциальной энергии равны, получим $\overline{U}=\overline{K}=\mathscr{E}/2$. Тогда из (34.23) имеем

$$\frac{h^2}{2m\lambda^2_{\text{эфф},\,n}}=\mathscr{E}_n-\overline{U}=\frac{1}{2}\mathscr{E}_n.$$

Следовательно,

$$\lambda_{\text{эфф},\,n}=\frac{h}{\sqrt{m\mathscr{E}_n}}. \tag{34.24}$$

Подставим теперь значение $\lambda_{\text{эфф},\,n}$ в (34.15''), снабдив $\lambda_{\text{эфф}}$ и $\mathscr{E}$ индексами n, ибо значения $\lambda_{\text{эфф}}$ и $\mathscr{E}$ квантованы. С учетом (34.21') получим

$$\frac{n}{2}\sqrt{\frac{h}{m\mathscr{E}_n}}=\frac{1}{2\nu}\sqrt{\frac{2\mathscr{E}_n}{m}}.$$

Окончательно получаем следующее выражение для квантованных значений энергии осциллятора:

$$\mathscr{E}_n=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\cdot nh\nu \qquad (n=1,\,2,\,\ldots).$$

В квантовой механике при строгом подходе, основанном на уравнении Шредингера, получается следующее выражение для возможных энергий осциллятора:

$$\mathscr{E}_n=\left(n+\frac{1}{2}\right)h\nu, \qquad \text{где } n=1,\,2,\,3,\,\ldots \tag{34.25}$$

Из формулы (34.25) видно, что энергетические уровни гармонического осциллятора представляют собой систему

равноотстоящих друг от друга значений энергии (рис. 34.6). Грубый расчет, приведенный выше, привел к правильной зависимости энергии линейного гармонического осциллятора от его частоты ν и к правильному характеру зависимости $\mathcal{E}_n$ от n.

5. Полученный нами результат содержит два отличия от точной формулы (34.25). Первое, малосущественное отличие

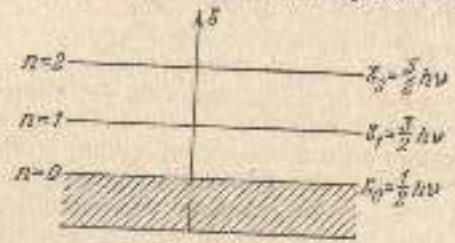


Рис. 34.6.

состоит в численном коэффициенте $\pi/2\sqrt{2}=1{,}115$ вместо единицы. Серьезное отличие заключается в появлении $(n+\frac{1}{2})$ вместо n. Строгое решение приводит к существованию так называемой *нулевой энергии* осциллятора — наименьшему значению энергии $\mathcal{E}_0$, соответствующему нулевому значению квантового числа:

$$\text{при} \quad n=0 \qquad \mathcal{E}_0=\frac{1}{2}h\nu.$$

Нулевая энергия осциллятора определяется только его собственной частотой ν. Ее невозможно отнять у частицы никаким охлаждением, она сохранилась бы и при температуре абсолютного нуля ($T=0$ °K). Нулевой энергии соответствуют некоторые «нулевые колебания» квантового осциллятора.

Существование нулевой энергии подтверждено экспериментально в явлении рассеяния света кристаллами при сверхнизких температурах. Рассеяние света в кристаллах происходит на тепловых колебаниях, которые совершают атомы, молекулы или ионы, расположенные в узлах кристаллической решетки (§ 26.8). С классической точки зрения интенсивность рассеянного света должна убывать до нуля с уменьшением температуры до нуля, ибо должны прекращаться тепловые колебания узлов решетки, на которых происходит рассеяние света. Опыты показали, что при уменьшении температуры интенсивность света, рассеянного кристаллами, стремится к некоторому предельному значению, которое не убывает при дальнейшем охлаждении кристалла. Результаты опытов показали, что при $T\to 0$ у частиц, расположенных в узлах решетки, сохраняются некоторые «нулевые колебания», на которых и происходит рассеяние света. «Нулевым колебаниям» соответствует нулевая энергия атомных осцилляторов.

Наличие нулевой энергии является характерным признаком любой системы частиц, рассматриваемой в квантовой механике. При температурах, близких к абсолютному нулю, любое вещество находится в конденсированном состоянии *) и его атомы (молекулы или ионы) ведут себя как некоторые колеблющиеся осцилляторы. Легко показать, что существование нулевой энергии есть прямое следствие соотношения неопределенностей Гейзенберга. В самом деле, при любой сколь угодно низкой температуре частица находится в некоторой конечной области Δx кристаллической решетки. Величине Δx соответствует отличная от нуля неопределенность импульса частицы Δp_x. Но это означает, что импульс p_x не равен нулю, а следовательно, частица обладает определенной энергией. Оказывается, что нулевая энергия есть минимальная энергия, которой должен обладать квантовый атомный осциллятор в наинизшем энергетическом состоянии (при $n=0$) для того, чтобы соблюдалось соотношение неопределенностей.

6. Строгое квантовомеханическое решение задачи о гармоническом осцилляторе приводит еще к одному существенному отличию от классического рассмотрения. Оказывается, что можно обнаружить частицу за пределами дозволенной области $|x|\leqslant a$, т. е. за точками A и B на рис. 34.4. В п. 2 выяснено, что это означает пребывание частицы там, где ее полная энергия $\mathcal{E}$ меньше потенциальной энергии. Однако благодаря волновым свойствам частиц и принципу неопределенностей обнаружение частицы за пределами классически дозволенной области оказывается возможным. Подробнее мы рассмотрим причину этого в следующем параграфе.

§ 34.6. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер

1. В предыдущих задачах о частице в прямоугольной потенциальной яме и о линейном гармоническом осцилляторе мы считали, что на границах «потенциальной ловушки»

*) Исключение составляет гелий, который является квантовой жидкостью вплоть до $T\to 0$, если давление не превышает 22 атм.

происходит обрыв волны де-Бройля, связанной с движущейся частицей. На самом деле происходит более сложное явление. На границах «потенциальной ловушки» волна де-Бройля должна вести себя аналогично электромагнитной волне на границе двух сред с различными показателями преломления (§ 27.1). Как известно, такая волна на границе частично отражается, а частично проходит через границу. Даже в случае полного внутреннего отражения наблюдается частичное проникновение света во вторую среду (§ 29.2). Волна де-Бройля на границе потенциальной ловушки также испытывает не только отражение. Частично она проходит в область за пределами потенциального барьера. Другими словами, имеется определенная вероятность обнаружить частицу в той области, которая является классически запрещенной.

2. Частица, подчиняющаяся законам классической физики, может выйти из потенциального ящика лишь при условии, что ее полная энергия превышает «глубину» потенциального «ящика» *). С классической точки зрения частица, находящаяся внутри потенциального «ящика», «заперта» в нем. Стенки потенциального «ящика» представляют для нее потенциальный барьер, который частица преодолеть не может. Для того чтобы частица могла выйти из потенциального «ящика» или проникнуть в него, согласно классической физике ей нужно сообщить энергию, равную или бо́льшую разности высоты барьера и ее собственной энергии.

3. Квантовая механика приводит к принципиально новому результату о возможности прохождения (*просачивания*) частиц сквозь потенциальные барьеры. Это явление называется *туннельным эффектом*.

Для описания туннельного эффекта вводится понятие о *прозрачности* D потенциального барьера. По аналогии с оптикой, коэффициент прозрачности потенциального барьера для де-бройлевских волн можно ввести следующим образом:

$$D=\frac{I_{\text{прош}}}{I_{\text{пад}}}, \qquad (34.26)$$

где $I_{\text{пад}}$ есть интенсивность волны де-Бройля, падающей на потенциальный барьер, $I_{\text{прош}}$ — интенсивность волны,

*) Предполагается, что прямоугольный потенциальный «ящик» имеет конечную высоту. Например, для модели электронного газа в металле эта высота равна работе выхода электрона из металла (§ 8.9).

прошедшей через барьер *). Величину D можно рассматривать как вероятность прохождения волны де-Бройля сквозь потенциальный барьер, или, что то же самое, как вероятность просачивания частицы сквозь потенциальный барьер. По аналогии с оптикой можно ввести также понятие о коэффициенте отражения R частицы от барьера: $R=1-D$. Расчеты, которые проводятся в квантовой механике, показывают, что прозрачность барьера зависит от его формы и высоты. В случае прямоугольного потенциального барьера с высотой U_0 и шириной L (рис. 34.7) прозрачность D выражается формулой

$$D=D_0 e^{-\frac{2L}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-\mathcal{E})}}, \qquad (34.27)$$

Здесь D_0 — постоянный коэффициент, близкий к единице, e — основание натуральных логарифмов, m — масса частицы, $\mathcal{E}$ — ее полная энергия.

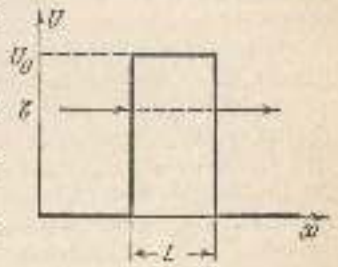


Рис. 34.7.

Туннельный эффект играет заметную роль в тех случаях, когда прозрачность барьера не слишком мала, или, что то же самое, когда коэффициент отражения от барьера меньше единицы. Для прямоугольного барьера это приводит к условию

$$a=\frac{2L}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-\mathcal{E})}\approx 1.$$

Это условие осуществляется только в тех случаях, когда линейные размеры потенциального барьера соизмеримы с атомными размерами. Например, при $U_0-\mathcal{E}\approx 10$ эв для электрона ($m\approx 10^{-30}$ кг) при $L=10^{-10}$ м величина $a\approx 1$ и $D=1/e$. При тех же условиях для $L=10^{-2}$ м, т. е. в макроскопической области, имеем $a\approx 10^{9}$ и $D=e^{-10^{9}}$. С увеличением массы частицы и разности $U_0-\mathcal{E}$ прозрачность барьера быстро уменьшается.

4. Туннельный эффект получил экспериментальное подтверждение в явлении *холодной эмиссии* электронов из металлов под действием электрических полей. Опыты показали, что в ряде случаев вырывание электронов из металлов электрического поля в сотни раз меньших, чем те, которые необходимы для того,

*) Понятие об интенсивности волн де-Бройля дано в § 33.3.

чтобы электрон, совершив работу выхода, покинул металл. Это объясняется в квантовой механике туннельным эффектом. Действие электрического поля с напряженностью E приводит к тому, что потенциальный барьер для электронов на границе металл — вакуум становится более узким, его ширина L уменьшается. Электрон, обладающий энергией $\mathscr{E}$, по абсолютному значению меньшей, чем высота барьера U_0, может выйти из металла сквозь барьер с помощью туннельного эффекта. Поэтому напряженность поля, необходимого для возникновения холодной эмиссии, уменьшается по сравнению с той, которая следует из расчетов без учета прохождения электронов сквозь потенциальный барьер.

Электрическое поле благодаря туннельному эффекту вырывает электроны из отдельных атомов или молекул. Это явление *автоионизации* также происходит при меньших напряженностях поля, чем это следует из классической физики. Правильные оценки напряженности поля, соответствующие экспериментальным данным, получаются в квантовой механике с учетом прохождения электронов сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект играет основную роль в явлении радиоактивного α-распада (§ 45.9).

5. Туннельный эффект, прохождение частицы сквозь потенциальный барьер, приводит к возможности обнаружить частицу в классически недозволенной области, где ее полная энергия $\mathscr{E}$ меньше, чем потенциальная: $\mathscr{E}<U$ (так называемый парадокс туннельного эффекта). В действительности здесь нет парадокса и рассуждения в п. 2 § 34.5 о малой скорости частицы неверны. Дело в том, что туннельный эффект есть чисто квантовое явление. Если попытаться в духе принципа соответствия (см. § § 34.4) перейти к классическому описанию, положив, что $\hbar\to 0$, то получим, что $D\to 0$, т. е. прозрачности барьера бессмысленно говорить. Квантовомеханическое описание туннельного эффекта приводит к неожиданной, с точки зрения классической физики, трудности, связанной с возможностью представлять полную энергию $\mathscr{E}$ частицы в виде суммы ее кинетической $mv^2/2$ и потенциальной $U(x)$ энергий:

$$\mathscr{E}=\frac{mv^2}{2}+U(x)=\frac{p^2}{2m}+U(x)$$

(мы заменили скорость v частицы ее импульсом, $v=p/m$). В классической физике такое представление не вызывает

возражения и предполагает, что *одновременно* известны с любой степенью точности и кинетическая энергия $p^2/2m$, и потенциальная энергия $U(x)$ частицы. Другими словами, считается, что частице с любой степенью точности одновременно приписываются определенные значения координаты x и импульса $p=p_x$*). Но, как известно из § 34.2, соотношения неопределенностей Гейзенберга исключают такую возможность в квантовой механике. Поэтому само представление полной энергии в виде суммы *точно определенных величин* — кинетической и потенциальной энергий — оказывается неправомерным. Поэтому и парадокса туннельного эффекта, основанного на представлении $\mathscr{E}$ в виде суммы $(p^2/2m)+U(x)$, в квантовой механике не существует. Если положение частицы точно определено в области Δx, т. е. координата x и, следовательно, ее потенциальная энергия $U(x)$ определены с достаточной точностью, то при этом будет внесена неопределенность Δp в значение ее импульса $\Delta p\approx \hbar/\Delta x$. Это означает, что неопределенным образом изменится кинетическая энергия частицы $p^2/2m$.

Можно показать, что изменение кинетической энергии частицы ΔK, вызванное заданием ее координаты, превышает разность между высотой барьера U_0 и полной энергией частицы $\mathscr{E}$:

$$\Delta K > U_0-\mathscr{E}.$$

Другими словами, ΔK превышает ту энергию, которой недостает частице, находящейся внутри потенциальной ямы, для того чтобы она могла «классическим образом» выйти из ямы, пройдя *над барьером*.

ГЛАВА 35

ВОДОРОДОПОДОБНЫЕ СИСТЕМЫ ПО БОРУ

§ 35.1. Ядерная модель атома Резерфорда

1. Эрнест Резерфорд в 1911 г. изучая прохождение α-частиц через тонкие металлические пластинки золота и платины. Он установил, что α-частицы, испускаемые

*) Для одномерного движения частицы вдоль оси x проекция импульса p_x совпадает с самим импульсом: $p_x=p$. Для простоты мы рассматриваем одномерную задачу, что, однако, не влияет на смысл результатов.

радием, проходят сквозь очень тонкую золотую фольгу *). Альфа-лучи возникают при радиоактивном распаде атомов некоторых тяжелых элементов. Они представляют собой положительно заряженные частицы с зарядом $2e$, где e — заряд, численно равный заряду электрона. Масса α-частицы приблизительно в четыре раза больше массы атома водорода (§ 45.1). Альфа-частицы, испускаемые атомами радиоактивных элементов, имеют большие энергии. Например, уран дает α-частицы с энергией 4,05 *Мэв*. С помощью таких частиц Резерфорд и его сотрудники «простреливали» тонкую золотую фольгу и изучали рассеяние частиц. Схема опытов изображена на рис. 35.1.

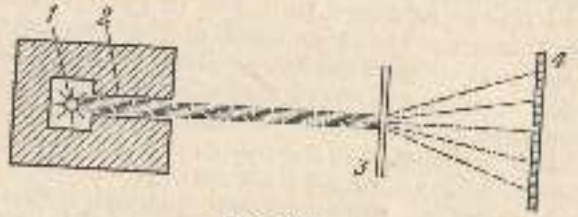


Рис. 35.1.

Альфа-частицы испускались источником *1*, помещенным внутри свинцовой полости с каналом *2* так, чтобы все частицы, кроме движущихся вдоль канала, поглощались свинцом. Узкий пучок α-лучей попадал на фольгу из золота *3* перпендикулярно ее поверхности; α-частицы, пролетевшие сквозь фольгу и рассеянные ею, вызывали вспышки (сцинтилляции) на флуоресцирующем экране *4*. Условия эксперимента обеспечивали достаточный вакуум в пространстве между фольгой и экраном, чтобы не происходило дополнительного рассеяния α-частиц в воздухе. Конструкция прибора позволяла наблюдать α-частицы, рассеянные под углами до 150°.

2. Опыты показали, что в подавляющем большинстве случаев α-частицы после прохождения через фольгу сохраняли прежнее направление движения или отклонялись на очень малые углы. Однако некоторые α-частицы отклонялись на большие углы, порядка 135—150°. Объяснить эти резкие отклонения накоплением малых отклонений на пути α-частицы в фольге оказалось невозможным. Для объяснения результатов своих опытов Резерфорд предположил, что весь положительный заряд атома сосредоточен в его *ядре* — области, занимающей весьма малый объем по сравнению со всем объемом атома. Остальная часть атома представляет собой облако отрицательно заряженных электронов, полный заряд которых равен положительному заряду ядра. Так в 1911 г. была создана *ядерная модель атома*, сыгравшая большую роль в развитии современной физики.

*) Путем катки или прокатки можно получать золотую фольгу толщиной 10^{-7}—10^{-6} *м*.

3. Результаты опытов Резерфорда получили простое объяснение с точки зрения ядерной модели атома. При прохождении α-частицы сквозь электронную оболочку атома она не должна испытывать заметного отклонения от своего пути. Электроны имеют весьма малую массу по сравнению с массой α-частицы, и отрицательный заряд всех электронов распределен по всему объему электронной оболочки. Поэтому α-частицы, встречающие на своем пути электроны атомов золота, проходят сквозь фольгу, практически не рассеиваясь. Только те α-частицы, которые проходят вблизи от ядра, испытывают резкие отклонения. На малых расстояниях силы отталкивания между положительно заряженной α-частицей и массивным ядром должны быть велики, и это вызывает резкие отклонения таких α-частиц от их первоначальной траектории. Вместе с тем, вероятность попадания α-частиц в малое по объему ядро невелика. Поэтому и число α-частиц, испытавших отклонения на большие углы, должно быть весьма невелико.

4. Резерфорд теоретически рассмотрел задачу о движении α-частицы в электрическом кулоновском поле ядра, сосредоточенном в малом объеме, содержащем некоторое количество N положительно заряженных частиц. Между α-частицей и ядром действует кулоновская сила отталкивания, равная

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2e\cdot Ne}{r^2}, \qquad (35.1)$$

где r — расстояние между α-частицей и ядром, ε_0 — электрическая постоянная в системе СИ, $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ *к* — элементарный электрический заряд. Можно показать, что под действием силы отталкивания (35.1) α-частица, приближающаяся к ядру, будет отклоняться от него по ветви гиперболы. Это изображено на рис. 35.2, *а*. К ядру, находящемуся в точке A, на некотором прицельном расстоянии l приближается α-частица. Под действием силы (35.1) она рассеивается под углом θ и движется по гиперболе. На

рис. 35.2, *б* изображено несколько гиперболических траекторий для α-частиц одной и той же энергии при различных значениях прицельного расстояния *l*.

Резерфорду удалось вывести формулу, которая связывала число α-частиц, рассеянных на определенный угол θ, с энергией α-частиц и числом N положительных зарядов в ядре. Формула Резерфорда допускала экспериментальную

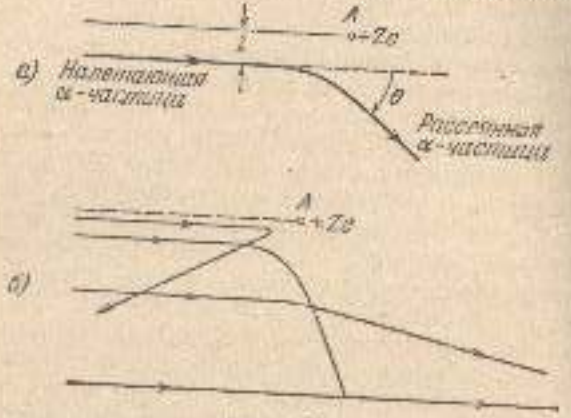


Рис. 35.2.

проверку при опытах с заданной энергией α-частиц. Подсчитывая число α-частиц, дающих вспышки на экране под определенными углами, сотрудники Резерфорда Гейгер и Марсден в 1913 г. в опытах с золотыми и серебряными фольгами подтвердили теорию Резерфорда. При этом им удалось показать, что число N положительных зарядов в ядре приблизительно равняется половине атомного веса. Несколько позднее Чедвик в более совершенных опытах с медными, серебряными и золотыми фольгами показал, что число N очень близко к порядковому атомному номеру Z в периодической системе Менделеева: $N=Z$. Таким образом, идея Резерфорда о ядерной модели атома получила блестящее экспериментальное подтверждение и позволила установить физический смысл порядкового номера в периодической системе элементов (§ 37.2).

3. Сведения о заряде ядра Ze позволили определить размеры области, занятой ядром атома,— верхний предел «радиуса» ядра. Кавычки в слове «радиуса» поставлены не случайно. Столкновение α-частицы с ядром нельзя рассматривать как соударение двух упругих шаров (т. I, § 17.3). Если считать, что и ядро, и α-частица имеют сферическую форму, то сумма их радиусов окажется меньшей, чем то минимальное расстояние d, на которое они могут сблизиться при наличии силы отталкивания. Предположим, что α-частица с массой m налетает на ядро при прицельном расстоянии, равном нулю. На закона сохранения энергии следует, что на расстоянии наибольшего сближения с ядром d кинетическая энергия α-частицы полностью перейдет в потенциальную энергию их электростатического взаимодействия и α-частица на мгновение остановится:

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(2e)(Ze)}{d}. \qquad (35.2)$$

Здесь v — начальная скорость α-частицы вдали от ядра. Для α-частиц, испускаемых одним из радиоактивных атомов, так называемым радием-С, $v=1{,}9\cdot10^7$ *м/сек*. Для золота ($Z=79$) по формуле (35.2) можно определить d:

$$d=\frac{(2e)(Ze)}{2\pi\varepsilon_0 mv^2}\approx 3{,}1\cdot10^{-14}\ м.$$

Ядро атома золота имеет линейные размеры, меньшие этой величины. Если считать, что электрон — это заряженный шарик (§ 36.5), то его «классический радиус» должен иметь такой же порядок величины. Это обстоятельство, наряду с другими важными причинами, о которых речь пойдет в гл. 44, привело к выводу, что электроны не могут находиться в ядре.

§ 35.2. Трудности классического объяснения ядерной модели атома Резерфорда

1. Ядерная модель атома явилась результатом опытов по рассеянию α-частиц топкими металлическими фольгами и теоретических расчетов Резерфорда. По этой модели в центре атома — его ядре, имеющем линейные размеры 10^{-15}—10^{-14} *м*,— сосредоточен весь положительный заряд атома и практически вся его масса. Вокруг ядра, в области с размерами $\sim10^{-10}$ *м*, по орбитам движутся электроны, масса которых составляет лишь весьма малую долю от массы ядра. Вспомним, что масса электрона в 1836,6 раз меньше массы протона — ядра атома водорода. Ядерная модель атома внешне напоминает солнечную систему: в центре системы находится «солнце» — ядро, а вокруг него по ор-

битам движутся «планеты» — электроны. По этой причине ядерную модель атома иногда называют планетарной.

2. Электроны атома в ядерной модели не могут быть неподвижны. Если бы они не двигались, то в результате кулоновских сил притяжения к ядру они сразу же упали бы на него. Атому, напротив, свойственна исключительная *устойчивость*. Об этом, в частности, свидетельствуют оптические спектры атомов, отличающиеся определенным для всех атомов данного химического элемента расположением спектральных линий. Устойчивость атома невозможно понять, если ядерную модель объяснять на основе классических законов механики, электричества и оптики.

Рассмотрим, например, ядерную модель простейшего атома — атома водорода, который состоит из одного электрона и ядра — протона *). Для простоты будем считать, что электроны движутся вокруг ядра по круговой орбите. Заметим, прежде всего, что, употребляя слово «орбита», следует помнить, что волновые свойства электрона и соотношения неопределенностей приводят к тому, что для электрона в атоме представление об орбите как о траектории движения не выдерживает критики. Этот вопрос подробно обсуждался в § 14.3 первого тома. В квантовой механике классическое представление об орбите заменяется представлением о геометрическом месте точек, в которых электрон в атоме может быть обнаружен с наибольшей вероятностью (§ 36.3). В дальнейшем, употребляя термин «орбита» электрона в атоме, мы будем иметь в виду этот его смысл.

3. Скорость электрона в атоме водорода на круговой орбите с радиусом $r \approx 10^{-10}$ *м* можно подсчитать, приняв во внимание, что центростремительной силой, удерживающей электрон на орбите, является кулоновская сила его притяжения к ядру:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}.$$

Из этого уравнения, подставив численные значения массы m электрона, его заряда e и электрической постоянной ε_0, получим, что $v \approx 10^6$ *м/сек*. При этом центростремительное ускорение электрона $a = v^2/r$ по порядку величины составляет 10^{17} *м/сек*^{2}.

4. Видно, что скорость электрона в атоме водорода близка к скорости света, а ускорение таково, что электрон

*) Результаты, которые мы получим, справедливы для любого атома.

в атоме должен вести себя как вибратор, колеблющийся с большой частотой. Как известно, такой вибратор должен излучать электромагнитные волны (§ 23.5). Излучение электромагнитных волн должно происходить непрерывно и связано с *непрерывной* потерей электроном его энергии. Этот вывод с неизбежностью следует из применения к электрону в ядерной модели классических законов. Но отсюда, далее, следует, что атом не может быть устойчив: электрон, непрерывно теряющий энергию на излучение, не может удержаться на круговой траектории. Он должен по спирали приближаться к ядру и... упасть на него. С другой стороны, частота, с которой электрон движется вокруг ядра, должна непрерывно изменяться. А из этого следует, что непрерывно должна изменяться частота электромагнитных волн, излучаемых электроном. Другими словами, атом водорода должен давать излучение с непрерывным спектром частот. Линейчатого спектра у атома быть не должно.

5. Применение к ядерной модели атома Резерфорда классических законов механики, электричества и оптики привело к полному противоречию с экспериментальными фактами. Из теории следовало, что: а) атом должен быть неустойчив, ввиду непрерывной потери электроном энергии на излучение электромагнитных волн; б) спектральных линий существовать не должно; должен быть только непрерывный спектр.

В действительности оказывается, что: а) атом является исключительно устойчивой системой; б) атом излучает электромагнитные волны лишь при определенных условиях; в) атом испускает свет, обладающий линейчатым спектром, связанным со строением и свойствами его электронной оболочки.

Полное несоответствие выводов, основанных на классическом истолковании ядерной модели атома, и опытных фактов вызвало сомнения в возможности применять к электронам в атомах законы классической физики и привело к созданию современной квантовой механики.

§ 35.3. Линейчатый спектр атома водорода

1. Светящиеся газы дают линейчатые спектры испускания, состоящие из отдельных спектральных линий. Когда свет проходит через газы, возникают линейчатые спектры поглощения — каждый атом поглощает те спектральные линии, которые он сам может испускать. Первым был

изучен спектр атома водорода. Бальмер в 1885 г. установил, что длины волн известных в то время девяти линий спектра водорода могут быть вычислены по формуле

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2-4}, \qquad (35.3)$$

где $\lambda_0 = 3646{,}13$ Å, а n принимает целочисленные значения: $n = 3, 4, 5, \ldots, 11$.

2. Формулу (35.3) Ридберг предложил записывать в другом виде:

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right). \qquad (35.4)$$

Здесь константа $R' = 10\,967\,758\ м^{-1} = 109\,677{,}58\ см^{-1}$ называется *постоянной Ридберга*. Величина, обратная длине волны, $\nu^* = 1/\lambda$, называется *волновым числом* и показывает, сколько длин волн укладывается на единичной длине *). Числа n принимают значения 3, 4, 5, ..., 11. Формула Бальмера — Ридберга (35.4) впервые указала на особую роль целых чисел в спектральных закономерностях и имела огромное значение в развитии учения о строении атомов.

3. Формулу (35.4) можно записать для частот ν соответствующих линий. Так как $\nu = c/\lambda$, где c — скорость света в вакууме, то формула (35.4) для частот имеет аналогичный вид:

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right). \qquad (35.4')$$

Произведение $R = R'c = 3{,}28985 \cdot 10^{15}\ сек^{-1}$ также называется постоянной Ридберга, но выраженной в $сек^{-1}$.

В настоящее время известно большое число спектральных линий водорода, длины волн которых с большой степенью точности удовлетворяют формуле Бальмера — Ридберга. Из формул (35.4) или (35.4') видно, что спектральные линии, отличающиеся различными значениями n, образуют группу или серию линий, называемую *серией Бальмера*. С увеличением n спектральные линии серии сближаются друг с другом. Граница серии Бальмера определяется длиной волны $\lambda_{гран}$, при которой $n \to \infty$: $\nu_{гран} = R/2^2$, $\lambda_{гран} = c/\nu_{гран} = 4c/R = 3645{,}981 \cdot 10^{-10}\ м = 3645{,}981$ Å.

Кроме линий серии Бальмера, расположенных в видимой части спектра, у водорода были обнаружены другие серии спектральных линий, расположенных в невидимых частях спектра. В инфракрасной части спектра водорода была обнаружена группа спектральных линий, называемая *серией Пашена*. Частоты спектральных линий этой серии укладывались в формулу

$$\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad \text{где } n = 4, 5, 6, \ldots$$

В далекой инфракрасной области были обнаружены еще три серии спектральных линий водорода:

серия Брэкета:

$$\nu = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad n = 5, 6, 7, \ldots;$$

серия Пфунда:

$$\nu = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad n = 6, 7, 8, \ldots$$

и серия Хэмфри:

$$\nu = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad n = 7, 8, 9, \ldots$$

С другой стороны от видимой области, в далекой ультрафиолетовой области спектра, была обнаружена *серия Лаймана*

$$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad n = 2, 3, 4, \ldots$$

Каждая из этих серий характеризуется сгущением спектральных линий при возрастании чисел n и своей граничной частотой или длиной волны. На рис. 35.3 изображены серии спектра водорода. По шкале справа указаны волновые числа в $см^{-1}$. Смысл шкалы слева выяснится дальше (§ 35.4).

4. Все частоты (или волновые числа) всех спектральных линий водорода можно выразить едиными формулами:

$$\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad (35.5)$$

$$\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad (35.5')$$

где m и n — целые числа. Для данной серии $n = m+1$, $m+2$ и т. д. Для серии Лаймана $m=1$, для серии Бальмера $m=2$, для серии Пашена $m=3$ и т. д. При возрастании чисел n частоты всех серий сходятся к соответствующим

*) Равен (§ 20.7) мы использовали другое определение волнового числа: $k = 2\pi/\lambda$. Величина k показывает, сколько длин волн укладывается на длине 2π м (или см). В оптике чаще используют величину ν^*. Очевидно, что $k = 2\pi\nu^*$.

границам. Граничные частоты $\nu_{\text{гран}}$ серий водородного спектра равны

$$\nu_{\text{гран}} = R/n^2.$$

5. Формулы (35.5) или (35.5′) подтверждались на опыте с огромной «спектроскопической» точностью. В них ярко

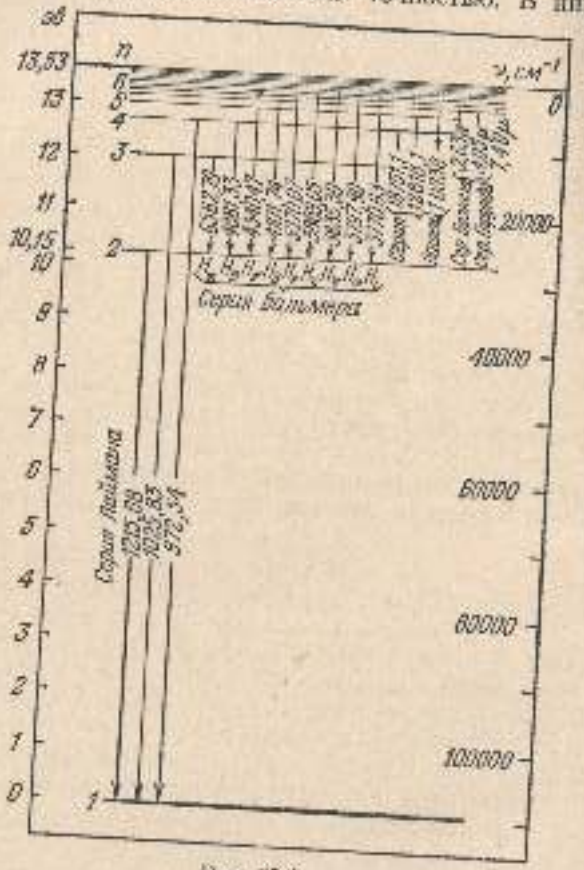


Рис. 35.3.

выступила особая роль целых чисел в спектроскопических закономерностях, осмысленная до конца лишь в квантовой механике. В гл. 34 мы видели, что в квантовой механике вскрывается особая роль целых чисел — квантовых чисел n, определяющих дискретные значения энергии электронов в потенциальном «ящике» и осцилляторе. Забегая вперед,

укажем, что числа n и n в формулах (35.5) и (35.5′) также являются квантовыми числами, определяющими энергетические уровни атома водорода. Однако от открытия серийных формул для атома водорода до строгого решения задачи об энергии электрона в атоме водорода в квантовой механике физика прошла огромный путь, исторически очень короткий, но полный драматизма и выдающихся открытий. Этот путь, как и вся физика первой половины двадцатого века, навсегда будет связан с именем великого физика Нильса Бора.

§ 35.4. Постулаты Бора

1. В 1913 г. Бор создал первую неклассическую теорию атома. В основе этой теории лежала идея связать в единое целое три результата, полученные в физике к тому времени:

а) эмпирические закономерности линейчатого спектра атома водорода, выраженные в формуле Бальмера — Ридберга;

б) ядерную модель атома Резерфорда, не допускающую классического истолкования;

в) квантовый характер излучения и поглощения света.

Для решения этой задачи Бор, сохраняя классический подход к описанию поведения электрона в атоме, выдвинул три постулата, которые называются *постулатами Бора*. Сразу же заметим, что физический смысл этих постулатов не только не мог быть объяснен в классической физике, но, более того, находился в глубоком противоречии с классическим описанием движения электрона в атоме. Подлинный смысл и значение постулатов Бора вскрылись позднее, после создания квантовой механики.

Теория Бора развивалась им для атома водорода и так называемых *водородоподобных систем*, состоящих из ядра с зарядом Ze и одного электрона, движущегося вокруг ядра. Примерами подобных систем являются однократно ионизованный гелий (He^+), двукратно ионизованный литий (Li^{++}) и другие ионы. Такие системы называются также *водородными*. Для водородоподобных систем все серийные формулы, в частности формулы (35.5) и (35.5′), вместо R' содержат произведение $R'Z^2$.

2. *Первый постулат Бора* называется *постулатом стационарных состояний*. Он заключается в следующем: *в атоме существуют некоторые стационарные состояния, не изменяющиеся во времени без внешних воздействий. В этих*

состояниях атом не излучает электромагнитных волн. Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. Несмотря на то, что электроны движутся ускоренно, они не излучают электромагнитных волн. В этом утверждении первого постулата Бора содержится отказ от выводов классической электродинамики об излучении энергии ускоренно движущимся зарядом (§ 23.6).

Второй постулат Бора называется *правилом квантования орбит* и утверждает, что *в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные, квантованные значения момента импульса:*

$$L_n = mvr = n\hbar, \qquad \text{где } n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (35.6)$$

Здесь m — масса электрона, v — его скорость, r — радиус круговой орбиты, $\hbar = h/2\pi$. Второй постулат Бора получает простое истолкование в квантовой механике. Аналогично тому, что мы имеем в задачах о потенциальном ящике (§ 34.4) и гармоническом осцилляторе (§ 34.5), на длине круговой орбиты $2\pi r$ должно уложиться целое число волн де-Бройля λ:

$$2\pi r = n\lambda.$$

Воспользуемся формулой (33.2), определяющей длину волны де-Бройля. Тогда получим:

$$2\pi r = n\frac{h}{mv}, \quad \text{или} \quad mvr = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar,$$

что совпадает со вторым постулатом Бора (35.6).

Третий постулат Бора, или *правило частот*, устанавливает, что *при переходе атома из одного стационарного состояния в другое испускается или поглощается один квант энергии.* Излучение происходит при переходе атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией. Этому соответствует переход электрона с орбиты, более удаленной от ядра, на более близкую к ядру орбиту. Поглощение атомом энергии сопровождается переходом атома из состояния с меньшей энергией в состояние с большей энергией. Этому соответствует переход электрона с орбиты, близкой к ядру, на более удаленную от ядра орбиту. Излучение или поглощение атомом электромагнитных волн приводит к изменению энергии атома, пропорциональному частоте этих волн. Если $\Delta\mathscr{E}$ есть изменение энергии атома

в результате излучения или поглощения электромагнитных волн, то

$$\Delta\mathscr{E} = h\nu. \qquad (35.7)$$

Правило частот (35.7) можно записать иначе. Если $\mathscr{E}_n$ и $\mathscr{E}_m$ — энергии атома в двух стационарных состояниях n и m, то

$$\mathscr{E}_n - \mathscr{E}_m = h\nu. \qquad (35.7')$$

При $\mathscr{E}_n > \mathscr{E}_m$ происходит излучение фотона, при $\mathscr{E}_n < \mathscr{E}_m$ — его поглощение. Из третьего постулата Бора следует, что атомы поглощают только те спектральные линии (частоты), которые они сами могут испускать. В сатке этот факт еще со времен Кирхгофа называется обращением спектральных линий.

3. Первый и третий постулаты Бора, квантовомеханическое обоснование которых мы рассмотрим далее, позволили связать между собой три результата, указанные в п. 1. К 1913 г. они были полностью подтверждены экспериментом. Второй постулат Бора был его гениальной догадкой, подтвержденной в дальнейшем экспериментально и теоретически.

Сравним между собой формулы (35.5') и (35.7'). Сравнение приводит к очень важному результату. Оказывается, что энергия $\mathscr{E}_n$ атома водорода в некотором стационарном состоянии имеет вид

$$\mathscr{E}_n = -\frac{Rh}{n^2}, \qquad \text{где } n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (35.8)$$

Таким образом, целые числа, которые входят в серийные формулы (35.5) и (35.5'), определяют дискретные, квантованные значения энергии атома водорода и соответствующих состояниях. *Энергетические уровни атома водорода обратно пропорциональны квадратам целых чисел* *). Целое число n, определяющее энергетический уровень атома водорода, называется *главным квантовым числом*. Энергетическое состояние, соответствующее значению $n=1$, называется *основным или нормальным (невозбужденным)* состоянием. Все состояния с $n>1$ называются *возбужденными*.

Знак минус в формуле (35.8) — отрицательные значения энергетических уровней — означает, что электрон испыты-

*) При этом предполагается, что ядро атома неподвижно и энергия водородоподобной системы равна энергии движущегося электрона. Учет движения ядра приводит к незначительным изменениям результатов (§ 35.5).

вает силу притяжения к ядру, он связан с ним кулоновской силой притяжения (т. 1, § 18.6). Абсолютное значение величины $\mathscr{E}_n$ в формуле (35.8) является *энергией связи электрона в атоме*, находящегося в состоянии n. Под энергией связи электрона в атоме следует понимать величину работы, которую нужно совершить, чтобы оторвать электрон от атома, т. е. ионизовать атом. Иногда применяется термин «энергия ионизации атома из данного состояния». Очевидно, что энергия ионизации из данного состояния равна по абсолютной величине энергии связи электрона в атоме в этом состоянии. Например, в основном состоянии (при $n=1$) энергия ионизации $\mathscr{E}_{ион}$ атома водорода составляет 13,53 эв. Энергия связи электрона в основном состоянии $\mathscr{E}_1$ равна $\mathscr{E}_1 = -13{,}53$ эв. На приведенном выше рис. 35.3 (стр. 452) слева указаны значения энергетических уровней атома водорода в электрон-вольтах. Сближение уровней при увеличении главного квантового числа n соответствует тому, что при $n \to \infty$ $\mathscr{E}_n \to 0$. Значение $\mathscr{E}_\infty = 0$ соответствует ионизации атома. Стрелками на рис. 35.3 указаны переходы, соответствующие излучению различных серий спектральных линий.

§ 35.5. Квантование энергии и вычисление постоянной Ридберга в теории Бора

1. Постулаты, выдвинутые Бором, позволили ему теоретически рассчитать спектр водорода и ионов, содержащих один электрон, движущийся вокруг ядра. Задача состояла в теоретическом выводе формулы (35.8) и вычислении значения постоянной Ридберга, измеренной на опыте с большой точностью. Бор считал, что электрон в атоме водорода движется по круговой орбите радиуса r. На такой траектории его удерживает кулоновская сила притяжения электрона к ядру, играющая роль центростремительной силы (т. 1, § 7.1):

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{(Ze)\cdot e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \qquad (35.9)$$

или, так как $v=\omega r$, где ω — угловая скорость электрона,

$$r^3 = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 m\omega^2}. \qquad (35.9')$$

Возведем в квадрат обе части соотношения (35.6), заменив в нем v на ωr:

$$m^2\omega^2 r^4 = n^2\hbar^2.$$

Поделим почленно друг на друга левые и правые части двух последних формул. Тогда получим:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0}{mZe^2}. \qquad (35.10)$$

Радиусы орбит электрона в атоме водорода ($Z=1$) прямо пропорциональны квадратам главного квантового числа. В частности, радиус первой орбиты при $n=1$, называемый *первым боровским радиусом*, равен:

$$r_1 = a_0 = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0}{me^2} = 0{,}528 \cdot 10^{-10}\ м = 0{,}528\ Å. \qquad (35.10')$$

Первый боровский радиус является единицей длины в атомной физике.

Энергия электрона в атоме водорода (или соответствующем ионе) складывается из кинетической энергии K и потенциальной энергии U притяжения электрона к ядру:

$$\mathscr{E} = K + U = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (35.11)$$

Здесь мы использовали формулу (35.9), а также то, что потенциальная энергия притяжения электрона к ядру отрицательна и имеет вид

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

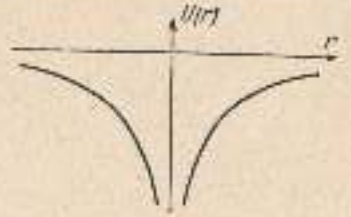


Рис. 35.4.

На рис. 35.4 изображена графически зависимость $U(r)$ для электрона в поле ядра с зарядом Ze. Ядро находится в начале координат.

Подставим в результат (35.11) выражение для r из (35.10). Получим:

$$\mathscr{E}_n = -\frac{Z^2me^4}{8\hbar^2\varepsilon_0^2}\cdot\frac{1}{n^2}. \qquad (35.12)$$

Сравнивая формулы (35.8) и (35.12) и приравнивая коэффициенты при $1/n^2$, получим выражение для постоянной Ридберга:

$$R = \frac{Z^2me^4}{8\hbar^2\varepsilon_0^2}, \qquad (35.13)$$

Для водорода ($Z=1$) формула (35.13) дает значение $R_H = 3{,}28805\ сек^{-1}$, которое хорошо согласуется с данными из спектроскопических измерений [*]).

Нетрудно заметить, что, кроме использования постулатов Бора, вывод формулы (35.12) носит часто классический характер. Все описание поведения электрона в атоме производится так, как если бы это была обычная классическая частица. В этом проявляется непоследовательность теории Бора.

2. Постоянную Ридберга можно вычислить, если воспользоваться принципом соответствия Бора, который сформулирован в § 34.4. Найдем из (35.9′) классический радиус орбиты электрона в атоме водорода ($Z=1$)

$$r = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m}\right)^{1/3} \omega^{-2/3}$$

и подставим его в выражение (35.11) для энергии электрона

$$\mathscr{E} = -\frac{1}{2}\frac{(e^2)^{2/3} m^{1/3} \omega^{2/3}}{(4\pi\varepsilon_0)^{2/3}}. \qquad (35.11')$$

Рассмотрим, с другой стороны, переход электрона между двумя соседними энергетическими уровнями n и $n-1$ при $n \gg 1$. По принципу соответствия, при больших квантовых числах результаты квантовомеханического рассмотрения должны совпадать с результатами классического рассмотрения. В частности, выражение для энергии электрона должно иметь вид, аналогичный (35.11′). Убедимся в этом. По формуле (35.5′) найдем частоту перехода между соседними уровнями:

$$\nu = R\left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2}\right] = R\frac{2n-1}{n^2(n-1)^2} \approx \frac{2R}{n^3},$$

ибо $n \gg 1$ и единицей можно пренебречь в числителе и знаменателе. Таким образом,

$$n^3 = \frac{2R}{\nu} = \frac{4\pi R}{\omega} \quad \text{и} \quad n = (4\pi R)^{1/3}\omega^{-1/3}.$$

Используемся теперь формулой (35.8) для энергии электрона и подставим в нее найденное выражение для n:

$$\mathscr{E}_n = -\frac{R\hbar}{n^3} = -R^{1/3}\frac{\hbar}{(4\pi)^{2/3}}\omega^{2/3}. \qquad (35.11'')$$

По принципу *соответствия* классическое и квантовое выражения для энергии (35.11′) и (35.11″) должны совпадать. Приравнивая их и возводя в куб, получим для постоянной Ридберга формулу

$$R = \frac{me^4}{8\hbar^3\varepsilon_0^2}.$$

Результат, как и следовало ожидать, совпадает с формулой (35.13) при $Z=1$.

§ 35.6. Опыты Франка и Герца

1. Первый и третий постулаты Бора были экспериментально подтверждены в опытах Франка и Герца, поставленных в 1913 г. В этих опытах изучалось прохождение через газы пучка электронов, ускоренных в электрическом поле. Первые опыты были проведены с прохождением электронов через пары ртути. Схема опытов изображена на рис. 35.5. В стеклянный сосуд, в котором находились пары ртути при давлении около 0,1 *мм* рт. ст., помещалась накаленный катод K, испускающий электроны, анод A, соединенный с гальванометром G, и сетчатый электрод S. Между катодом и сеткой создавалось электрическое поле, ускоряющее электроны до энергии $e\varphi_1$, где φ_1 — разность потенциалов между катодом и сеткой, e — заряд электрона. Между сеткой и анодом создавалось слабое замедляющее поле с разностью потенциалов φ_2 не более 0,5 *в*.

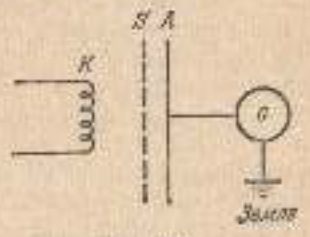


Рис. 35.5.

2. При прохождении электронов через пары ртути происходят соударения электронов с атомами ртути. Столкновения электронов с атомами могут быть двух типов. Первый тип столкновений — *упругие соударения*, в результате которых скорости и энергии электронов не изменяются, а лишь происходят изменения направлений скоростей электронов. Второй тип столкновений — *неупругие соударения*, при

[*]) Для сравнения (35.13) с опытными данными необходимо учесть движение ядра. Учет движения ядра сводится к тому, что вместо массы m электрона в формулу (35.13) вводится приведенная масса двух частиц — электрона и ядра, движущихся относительно центра масс системы ядро — электрон: $m_{прив} = mM/(m+M)$, где M — масса ядра.

которых электроны теряют свою энергию и передают ее атомам ртути.

Упругие соударения электронов с атомами ртути не могут воспрепятствовать электронам попадать на анод. Ускоряющее электрическое поле между K и S по мере возрастания разности потенциалов φ_1 должно вызывать возрастание анодного тока в трубке, и упругие столкновения не могут нарушить этой закономерности. Неупругие столкновения могут явиться причиной практически полного отсутствия анодного тока. В самом деле, если электроны при неупругом столкновении с атомами ртути потеряют свою энергию настолько, что они не смогут преодолеть слабого задерживающего поля между сеткой S и анодом A, анодный ток должен практически упасть до нуля.

По первому постулату Бора, атом ртути не может принять от электрона любую порцию энергии. Атом может воспринять лишь такую энергию, которой будет достаточно для перехода атома в одно из возбужденных энергетических состояний. Ближайшим к основному, невозбужденному состоянию атома ртути является возбужденное состояние, отстоящее от основного по шкале энергий на 4,86 *эв*. До тех пор, пока электроны, ускоряемые полем, не приобретут энергию $e\varphi_1 = 4{,}86$ *эв*, они испытывают только упругие столкновения с атомами, не теряют своей энергии, достигают анода и анодный ток возрастает. Как только энергия электрона достигнет значения 4,86 *эв*, может произойти неупругое соударение электрона с атомом ртути, в результате которого электрон полностью отдаст свою энергию атому. Вся энергия электрона пойдет на возбуждение перехода атома ртути из нормального энергетического состояния в возбужденное. Очевидно, что такой электрон не сможет преодолеть слабого задерживающего поля между S и A и не попадет на анод.

Таким образом, при разности потенциалов между катодом и сеткой, равной 4,86 *в*, должно происходить резкое падение анодного тока. При разности потенциалов 2·4,86 *в*, 3·4,86 *в* и т. д., когда электроны могут испытать два, три и т. д. неупругих соударения с атомами ртути и потерять при этом полностью свою энергию, должно происходить то же самое. Характерная зависимость анодного тока от разности потенциалов φ_1 между катодом и сеткой в опытах Франка — Герца приведена на рис. 35.6. При φ_1, равных 4,86 *в*, 9,72 *в* и 14,58 *в*, происходит резкое падение анодного тока, подтверждающее справедливость первого постулата Бора.

3. В опытах Франка и Герца получил экспериментальное подтверждение третий постулат Бора (правило частот). Ртутные пары, находящиеся в трубке, с которой производились опыты, оказались источниками ультрафиолетового свечения с длиной волны 2537 Å. Излучение ртутных паров связано с тем, что атомы ртути, возбужденные электронным ударом, находятся на возбужденном энергетическом уровне весьма непродолжительное время, порядка 10^{-8} *сек*, и затем возвращаются на основной нормальный энергетический уровень*). Согласно третьему постулату Бора, в момент перехода атома в нормальное состояние излучается квант энергии в виде фотона с энергией $\Delta\mathcal{E} = h\nu$. По известной величине $\Delta\mathcal{E} = 4{,}86$ *эв* $= 4{,}86 \cdot e$ *дж*, где $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к* — заряд электрона, можно вычислить длину волны испускаемого света:

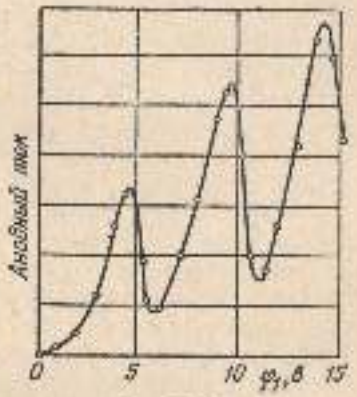


Рис. 35.6.

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{\Delta\mathcal{E}} = 2537 \cdot 10^{-10}\ м = 2537\ Å.$$

Этот результат полностью согласуется с экспериментом: ртутные пары излучали главным образом именно эту длину волны.

4. Помимо теоретического истолкования линейчатых спектров водородоподобных систем, теория Бора позволила объяснить физическую природу так называемых характеристических рентгеновских лучей (§ 37.4) и ряд других явлений, изложение которых выходит за рамки этой книги. Теория Бора сыграла огромную роль в создании атомной физики. В период ее развития (1913—1925 гг.) были сделаны важные открытия, часть из которых рассмотрена в этой книге. Эти открытия навсегда вошли в сокровищницу физической науки. Особенно велика роль теории Бора в развитии атомной, а частично и молекулярной спектроскопии —

*) Фактически при возбуждении атома ртути его валентные электроны (один или оба) переходят с нормального энергетического уровня на возбужденные уровни. Излучение соответствует обратному переходу электронов.

учении о спектрах атомов и молекул. С помощью теории Бора огромный экспериментальный материал о спектрах атомов и молекул был систематизирован и сведен к полуэмпирическим закономерностям.

Однако, наряду с определенными успехами, в теории Бора сразу же обнаружились существенные недостатки. Основным из них была внутренняя противоречивость теории Бора. Она являлась соединением классической физики с квантовыми постулатами, противоречащими этой физике. Наиболее серьезной неудачей теории Бора явилась абсолютная невозможность с ее помощью создать теорию атома гелия и вообще любых систем, содержащих ядро и более одного электрона. Дальнейшее развитие физики показало, что теория Бора, правильно объяснившая одни факты и неспособная истолковать ряд других, представляла собой определенный переходный этап на пути создания последовательной теории атомных и ядерных явлений. Такой последовательной теорией явилась квантовая механика, некоторые основы которой мы уже рассмотрели в гл. 34, а также рассмотрим в дальнейших главах этой книги.

ГЛАВА 36

ВОДОРОДОПОДОБНЫЕ СИСТЕМЫ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

§ 36.1. Квантование энергии электрона атома водорода в квантовой механике

1. Результаты, которые получены в предыдущей главе для атома водорода с помощью постулатов Бора, в квантовой механике могут быть получены без использования этих постулатов. К сожалению, уровень этой книги не позволяет рассмотреть, как в квантовой механике решается задача о движении электрона в кулоновском поле ядра с зарядом e. Для этого необходимо решить уравнение Шредингера для электрона, обладающего потенциальной энергией $U=-\frac{e\cdot e}{4\pi\varepsilon_0 r}$, где r — расстояние между электроном и ядром (рис. 36.1). Важнейший результат этого решения состоит в том, что, если электрон находится в атоме водорода, «связан» в нем, и его полная энергия $\mathscr{E}$ отрицательна (см. формулу (35.11)), то движение электрона должно быть периодическим, а энергия $\mathscr{E}$ электрона может принимать лишь дискретные значения, выраженные формулой (35.12) при $Z=1$:

$$\mathscr{E}_n=-\frac{me^4}{8\hbar^2\varepsilon_0^2}\cdot\frac{1}{n^2},$$

где n — главное квантовое число, принимающее целочисленные значения: $n=1, 2, 3$ и т. д.

2. Попытаемся качественно получить формулу (35.12) по методу, аналогичному тому, который применен в § 34.5

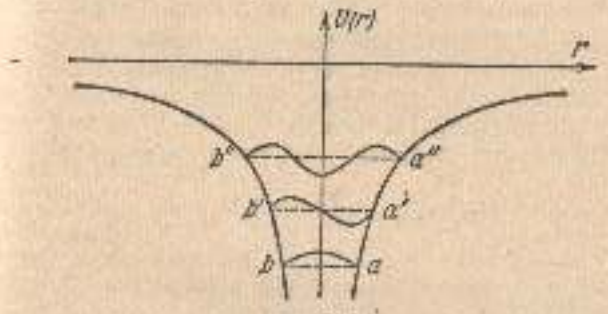


Рис. 36.1.

для гармонического осциллятора. Будем исходить из того, что на эффективной длине в области, дозволенной «потенциальной ловушкой» (отрезки ab, $a'b'$, $a''b''$ и т. д. на рис. 36.1), должно укладываться целое число полуволн де-Бройля (§ 34.4). Поскольку эффективная длина l зависит от энергии $\mathscr{E}$, форма потенциальной кривой определит квантование энергии. Из равенства потенциальной энергии электрона его полной энергии на «стенках» потенциального ящика (потенциальной ловушки), т. е. в точках a, a', a'', b, b', b'' и т. д. на рис. 36.1, имеем

$$\mathscr{E}_n=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 l_n},\quad\text{или}\quad l_n=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\mathscr{E}_n}. \qquad (36.1)$$

Эффективную длину волны де-Бройля $\lambda_{эф}$ введем аналогично формуле (34.22):

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{\hbar^2}{2m\lambda_{эф}^2}. \qquad (36.2)$$

Для определения $\lambda_{эф}$ имеем соотношение:

$$\frac{\hbar^2}{2m\lambda_{эф}^2}=\mathscr{E}-U. \qquad (36.3)$$

$\lambda_{\text{доп}}$ определяется из условия

$$\frac{n\lambda_{\text{доп}}}{2} = 2l_a, \qquad (36.4)$$

где $n = 1, 2, \ldots$. Как и в случае гармонического осциллятора, задача сводится к отысканию $\overline{U}$, которое нельзя провести элементарными методами. Если сделать, как в § 34.5, упрощающее предположение о том, что электрон может с равной вероятностью находиться в любом месте внутри «потенциальной ловушки», можно сравнительно просто (но не элементарным путем) подсчитать, что $\overline{U} = -\frac{3}{2}\mathscr{E}_n$. По поводу кажущегося нарушения закона сохранения энергии (потенциальная энергия оказалась больше полной!) мы отсылаем читателя к § 34.6, где этот вопрос уже подробно обсуждался. Теперь формула (36.3) дает:

$$\frac{h^2}{2m\lambda^2_{\text{доп}}} = -\frac{1}{2}\mathscr{E}_n, \quad \text{откуда} \quad \lambda_{\text{доп}} = \frac{h}{\sqrt{-m\mathscr{E}_n}}. \qquad (36.3')$$

Подставим этот результат, а также выражение (36.1) в формулу (36.4):

$$\frac{nh}{\sqrt{-m\mathscr{E}_n}} = 4\cdot\left(-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\mathscr{E}_n}\right). \qquad (36.4')$$

Возведем обе части уравнения (36.4') в квадрат и найдем $\mathscr{E}_n$:

$$\mathscr{E}_n = -\frac{me^4}{2^3\hbar^2\pi^2\varepsilon_0^2}\cdot\frac{1}{n^2}. \qquad (36.5)$$

Сравним эту формулу с выражением (35.12) для уровней энергии электрона в атоме водорода, которое получается из решения уравнения Шредингера. Как видно, зависимость энергии от главного квантового числа и универсальных постоянных m, e, h получилась правильной. Единственное отличие от точной формулы состоит в том, что вместо восьмерки в знаменателе стоит $\pi^2 \approx 9{,}98$. Разумеется, приведенные выше рассуждения отнюдь не следует считать выводом выражения для энергии водородного атома. Их цель — иллюстрировать зависимость энергии $\mathscr{E}_n$ от формы потенциальной кривой и показать, что электрон, обладающий волновыми свойствами и движущийся в кулоновском поле ядра в атоме водорода, имеет квантованные значения энергии $\mathscr{E}$, обратно пропорциональные квадрату главного квантового числа.

3. Квантовые энергии электрона в атоме водорода (формулу (35.12)) можно получить качественно также из следующих соображений. Потенциальная энергия электрона, находящегося в кулоновском поле ядра (протона) на расстоянии r от его центра, равна

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{B}{r}, \quad \text{где} \quad B = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}, \quad \text{отсюда} \quad r = \left|\frac{B}{U}\right|.$$

Кинетическая энергия $K = mv^2/2$. Но из условия равновесия электрона на орбите $mv^2/r = e^2/r^2$; следовательно, $mv^2 = e^2/r$ и $K = \frac{1}{2}|U|$. Полная энергия $\mathscr{E}$ электрона равна сумме его кинетической и потенциальной энергий:

$$\mathscr{E} = K - U = \frac{1}{2}|U| - |U| = -\frac{1}{2}|U|.$$

Таким образом,

$$K = |\mathscr{E}| \quad \text{и} \quad |U| = -2\mathscr{E}.$$

Вспомним, какому квантовому условию подчиняется волна де-Бройля, связанная с электроном в атоме водорода. Положения электрона на круговой орбите повторяются через расстояния, равные $2\pi r$. Это означает, что и фазы волны де-Бройля должны также повторяться. Отсюда следует, что на длине траектории укладывается целое число волн де-Бройля (см. также § 35.4):

$$n\lambda_n = 2\pi r; \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Подставим сюда выражение длины волны де-Бройля и $r = \frac{B}{2|\mathscr{E}_n|}$:

$$n\frac{h}{\sqrt{2m|\mathscr{E}_n|}} = 2\pi\frac{B}{2|\mathscr{E}_n|}.$$

Решим полученное уравнение относительно $\mathscr{E}_n$:

$$\sqrt{|\mathscr{E}_n|} = \frac{1}{n\hbar}\pi B\sqrt{2m}.$$

Возведем в квадрат и подставим значение B:

$$|\mathscr{E}_n| = \frac{me^4}{n^2\cdot 8\hbar^2\varepsilon_0^2}.$$

Полученный результат совпадает с формулой (35.12) для уровней энергии в атоме водорода.

§ 36.2. Квантование момента импульса

1. В квантовой механике получает свое дальнейшее обоснование и развитие второй постулат Бора, который приобретает новый смысл и значение. Оказывается, что момент импульса электрона L_l в любом атоме, а не только в атоме водорода, может приобретать лишь квантованные значения:

$$L_l = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar \qquad (36.6)$$

где l — так называемое *орбитальное квантовое число*, которое при заданном главном квантовом числе n может принимать значения

$$l = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ (n-1). \qquad (36.7)$$

Сравнивая формулу (36.6) со вторым постулатом Бора (35.6), легко заметить, что результат квантовой механики отличается от боровского постулата в характере зависимости L_l от квантовых чисел. Вместо главного квантового числа n, которое содержится в правиле квантования круговых орбит (35.6), в выражение $\sqrt{l(l+1)}$ входит l — орбитальное квантовое число. Правда, при больших l ($l \gg 1$), когда $l+1 \approx l$, формула (36.6) дает $L_l = l\hbar$, что напоминает постулат Бора: $L = n\hbar$. Однако очень существенно, что орбитальное квантовое число может принимать целочисленные значения от нуля до $(n-1)$. В квантовой механике в любом атоме возможны состояния, где электрон имеет момент импульса L_l, *равный нулю*. В боровской теории таким состояниям соответствует так называемая *классическая орбита*, проходящая через ядро атома. Такие состояния с $l=0$ по Бору невозможны. Как показали эксперименты, состояния электрона, в которых он не имеет момента импульса, связаны с движением электрона по орбите и действительно существуют (§ 6.10).

2. Различные значения орбитального квантового числа электрона служат в атомной физике основой для систематики электронных состояний в атомах и молекулах. Приняты следующие обозначения:

если $l=0$, то состояние электрона называется *s*-состоянием;

если $l=1$, то состояние электрона называется *p*-состоянием;

состояния с $l=2$, 3 и т. д. называются соответственно *d*-, *f*- и т. д. состояниями в порядке следования букв латинского алфавита.

§ 36.3. Физический смысл боровских орбит в квантовой механике

1. В § 14.3 первого тома говорилось о том, что для электрона, находящегося в атоме, соотношение неопределенностей Гейзенберга приводит к тому, что нельзя говорить о траектории, по которой движется электрон. Возникает вопрос о том, какой физический смысл имеет боровская орбита в квантовой механике. Рассмотрим этот вопрос более подробно на примере *s*-состояния электрона в атоме водорода при $n=1$, т. е. основного, невозбужденного состояния. Расчеты, основанные на уравнении Шредингера, показывают, что вероятность обнаружить электрон в некоторой точке внутри атома зависит в этом случае только от расстояния r электрона от ядра. Это значит, что во всех точках, расположенных на сфере радиуса r с центром в ядре атома, имеется равная вероятность обнаружить электрон. Другими словами, распределение вероятности обнаружить электрон в атоме носит сферически-симметричный характер.

2. Это, однако, еще не означает, что имеется одинаковая вероятность обнаружить электрон на любом расстоянии от ядра. Расчеты показывают, что в квантовой механике вероятность $w(r)$ нахождения электрона на данном расстоянии от ядра имеет вид кривой, изображенной на рис. 36.2.

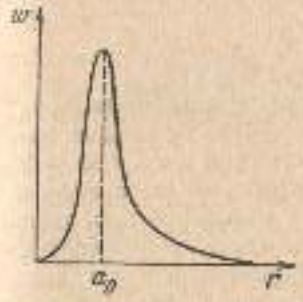


Рис. 36.2.

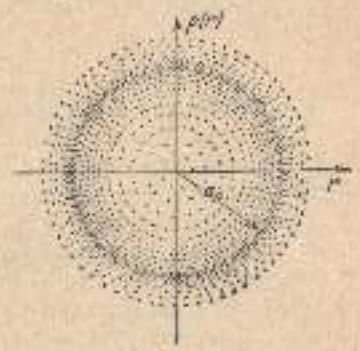


Рис. 36.3.

Вероятность $w(r)$ имеет максимум на таком расстоянии r от ядра, которое совпадает с первым боровским радиусом a_0 (формула (35.10')). Таким образом, *боровские орбиты электрона в атоме представляют собой геометрические места точек, в которых с наибольшей вероятностью может быть обнаружен электрон*. Этот физический смысл орбит элект-

ронов в атомах мы в дальнейшем всегда будем иметь в виду, употребляя термин «орбита» для траектории электрона в атоме.

Для s-состояния электрона в любом атоме (а не только водородном) распределение электронного облака вокруг ядра имеет сферический характер. Плотность облака имеет наибольшее значение на расстоянии от ядра, равном a_0 (рис. 36.3). По теории Бора вероятность обнаружить электрон в атоме водорода в состоянии с $n=1$ отлична от нуля только для $r=a_0$.

§ 36.4. Пространственное квантование

1. В § 6.2 рассмотрено соотношение между моментом импульса L_l электрона, связанного с его движением по орбите, и магнитным моментом p_m электрона. Выяснено, что орбитальный момент импульса электрона и его магнитный момент пропорциональны друг другу, ориентированы перпендикулярно к плоскости орбиты электрона и направлены в противоположные стороны. Векторы $\boldsymbol{p}_m$ и $\boldsymbol{L}_l$ связаны между собой соотношением

$$\boldsymbol{p}_m = -\frac{e}{2m_e}\boldsymbol{L}_l, \qquad (36.8)$$

где e — заряд электрона, m_e — его масса *). Величина

$$g_l = \frac{e}{2m_e} \qquad (36.9)$$

есть орбитальное гиромагнитное отношение.

2. В квантовой механике ориентация векторов $\boldsymbol{p}_m$ и $\boldsymbol{L}_l$ относительно плоскости электронной орбиты не может быть указана. Это связано с физическим смыслом орбиты в квантовой механике. Для того чтобы указать ориентацию этих векторов, достаточно выбрать некоторое направление в пространстве так, чтобы угол α между этим направлением и вектором $\boldsymbol{L}_l$ определял расположение $\boldsymbol{L}_l$ в пространстве. Таким направлением может быть направление напряженности $\boldsymbol{H}$ внешнего магнитного поля, в котором находится атом и его электроны (рис. 36.4). При отсутствии внешнего магнитного поля за направление, относительно которого определяется ориентация $\boldsymbol{L}_l$, может быть выбрано направление внутреннего магнитного поля, созданного ядром атома и всеми электронами, кроме рассматриваемого.

*) В этом и дальнейших параграфах этой главы масса электрона обозначена через m_e, в связи с необходимостью буквой m обозначить другую физическую величину.

3. Ориентация векторов магнитных моментов атомов и молекул во внешнем магнитном поле имеет существенное значение для магнитных свойств вещества. В классической физике считалось, что вектор $\boldsymbol{p}_m$ (или $\boldsymbol{L}_l$) может быть ориентирован во внешнем магнитном поле совершенно *произвольно*. На этом основана классическая теория парамагнетизма, рассмотренная в § 6.5.

4. Предположение о произвольной ориентации векторов $\boldsymbol{L}_l$ (и $\boldsymbol{p}_m$) во внешнем магнитном поле оказалось *ошибочным*. В квантовой механике доказывается, что существует *пространственное квантование: вектор момента импульса электрона имеет лишь такие ориентации в пространстве,*

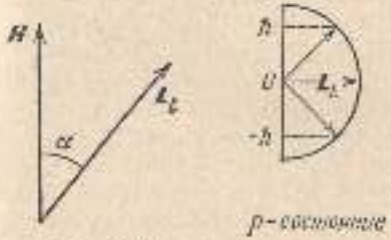


Рис. 36.4.

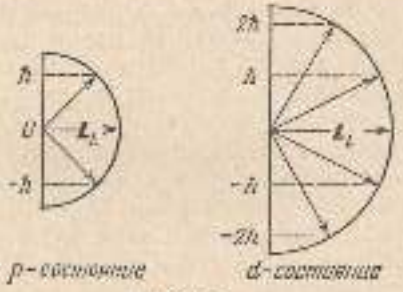


Рис. 36.5.

при которых проекция L_{lz} вектора $\boldsymbol{L}_l$ на направление z внешнего магнитного поля принимает квантованные, целочисленные значения, кратные $\hbar$:

$$L_{lz} = m\hbar, \qquad (36.10)$$

где m — так называемое *магнитное квантовое число*, которое может принимать следующие значения:

$$m = 0, \pm 1, +2, \pm 3, \ldots, \pm l; \qquad (36.11)$$

здесь l — орбитальное квантовое число.

Из (36.11) видно, что магнитное квантовое число может принимать $(2l+1)$ возможных значений. Следовательно, вектор $\boldsymbol{L}_l$ может иметь в пространстве $(2l+1)$ ориентаций, в соответствии с числом его возможных проекций на направление внешнего магнитного поля. На рис. 36.5 показаны возможные ориентации векторов $\boldsymbol{L}_l$ для электрона в p- и d-состояниях, т. е. при $l=1$ и $l=2$.

§ 36.5. Еще о спине электрона

1. Опыт Штерна и Герлаха, описанный в § 5.10, экспериментально подтвердил пространственное квантование. Результаты опыта однозначно указали на то, что магнитный момент, который измерялся в этом опыте, приобретает во внешнем магнитном поле две ориентации. Если бы пространственного квантования не происходило и ориентации магнитных моментов $\boldsymbol{p}_m$ могли быть произвольными, то вместо двух резких полос на фотопластинке получилось бы непрерывное распределение попаданий атомов в разные точки пластинки.

2. Опыты Штерна и Герлаха проводились сначала с серебром и другими атомами первой группы элементов периодической системы Менделеева (§ 37.2). У этих атомов имеется один внешний валентный электрон. В основном, невозбужденном состоянии атома этот электрон находится в s-состоянии, т. е. имеет орбитальное квантовое число, равное нулю. Следовательно, валентный электрон атомов этой группы элементов и атомы в целом не имеют орбитального момента импульса ($L_0=0$) *). Опыты Штерна и Герлаха с такими атомами *не могли обнаружить* пространственного квантования орбитального момента импульса. Между тем, в опытах, как уже выяснено в § 6.10, однозначно обнаруживалось пространственное квантование. Возникает серьезная трудность в истолковании результатов опытов Штерна и Герлаха. Эта трудность, как и многие другие, о которых еще пойдет речь впереди, были преодолены, когда в 1925 г. Гаудсмит и Уленбек ввели представление о наличии у электрона *собственного механического момента импульса* $\boldsymbol{L}_s$, называемого *спином электрона*. Механическому собственному моменту импульса соответствует собственный магнитный момент $\boldsymbol{p}_{ms}$. Из опытов Штерна и Герлаха следовало, что проекция собственного магнитного момента электрона на направление внешнего поля численно равна магнетону Бора (§ 6.2):

$$p_{ms\,z} = \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}. \qquad (36.12)$$

3. Опыты Штерна и Герлаха, проведенные с атомами первой группы периодической системы, получили простое объяснение после введения спина. В опытах наблюдалось

*) Орбитальные моменты импульсов всех электронов, расположенных на внутренних оболочках атомов (§ 37.2), компенсируют друг друга.

пространственное квантование *спинового момента импульса* $\boldsymbol{L}_s$. Подобно орбитальному моменту импульса $\boldsymbol{L}_l$, спиновый момент (или, короче, спин $\boldsymbol{L}_s$) и его проекция L_{sz} на ось, совпадающую с направлением внешнего магнитного поля, должны быть *квантованы*. В квантовой механике доказывается, что спин электрона должен быть квантован по закону

$$L_s = \sqrt{s(s+1)}\,\hbar. \qquad (36.13)$$

Формула (36.13) аналогична формуле (36.6), но вместо l в нее входит квантовое число s, называемое *спиновым квантовым числом*. Аналогия между орбитальным и спиновым моментами импульса на этом не заканчивается. Проекция L_{sz} спина должна быть, как оказывается, квантована так, чтобы вектор $\boldsymbol{L}_s$ мог принимать $(2s+1)$ ориентаций. Учтем теперь, что в опытах Штерна и Герлаха наблюдались только две ориентации спина, так что $2s+1=2$, т. е. $s=1/2$. Спиновое квантовое число имеет только одно значение и этим отличается от ранее введенных главного (n), орбитального (l) и магнитного (m) квантовых чисел. Кроме того, число s не является целым числом. По формуле (36.13) можно найти численное значение спина электрона:

$$L_s = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)}\,\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar. \qquad (36.13')$$

4. Если, по аналогии с пространственным квантованием орбитального момента импульса L_l, написать формулу пространственного квантования спина L_s, то имеем

$$L_{sz} = m_s\hbar,$$

где *магнитное спиновое квантовое число* m_s может иметь только два значения: $m_s=\pm 1/2$, в соответствии с тем, что проекция спина на направление магнитного поля может принимать два значения:

$$L_{sz} = \pm\frac{1}{2}\hbar. \qquad (36.13'')$$

Обычно в физике принято не вполне точное словоупотребление. Говорят, что спин электрона равен $\pm\hbar/2$ и может быть ориентирован либо вдоль, либо противоположно направлению напряженности магнитного поля. В действительности при этом имеют в виду не сам спин, определяемый по формуле (36.13'), а его проекцию L_{sz}. Нам в дальнейшем часто придется говорить о спине электрона и мы будем

пользоваться общепринятой терминологией, имея в виду ее некоторую неточность.

Формулу (36.12) тоже иногда истолковывают так, что магнитный спиновый момент электрона равен магнетону Бора. Это тоже неточность — при этом имеют в виду абсолютную величину проекции магнитного спинового момента на направление магнитного поля.

5. Воспользуемся результатами опыта Штерна и Герлаха, выраженными в формуле (36.12), и пространственным квантованием спина, коротко записанным в формуле (36.13'), и вычислим отношение p_{mzz} к L_{zz}:

$$\frac{p_{mzz}}{L_{zz}} = \frac{e}{m_e} = g_s. \qquad (36.14)$$

Отношение проекций векторов равно отношению численных значений самих векторов p_{ms} и L_s:

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = \frac{e}{m_e} = g_s. \qquad (36.14')$$

Если учесть, что векторы $\boldsymbol{p}_{ms}$ и $\boldsymbol{L}_s$ направлены в противоположные стороны, то можно записать в векторной форме:

$$\boldsymbol{p}_{ms} = g_s \boldsymbol{L}_s. \qquad (36.14'')$$

Отношение $g_s = e/m_e$ называется *спиновым гиромагнитным отношением*. Сравнение (36.14') с (36.9) показывает, что спиновое гиромагнитное отношение вдвое больше, чем орбитальное гиромагнитное отношение. В опытах Эйнштейна и де-Гааза было измерено спиновое гиромагнитное отношение для ферромагнетиков (§ 6.9). Это позволило понять спиновую природу внутреннего магнитного поля в ферромагнетиках и создать современную квантовомеханическую теорию ферромагнетизма.

6. Для наглядного представления о спине электрона часто говорят, что собственные моменты электрона — механический L_s и магнитный p_{ms} — связаны с вращением электрона вокруг своей оси. Иногда даже подчеркивается, что такое вращение углубляет аналогию строения атома с солнечной системой, где планеты не только обращаются вокруг Солнца, но и вращаются вокруг своих осей. Наглядное представление о спине как о собственном вращении приводит, однако, к серьезным трудностям.

Представим себе, что электрон — шарик с радиусом r, заряженный по поверхности зарядом e (в § 47.8 мы подробнее обсудим вопрос о структуре элементарных частиц).

Радиус r легко подсчитать из условия, что потенциальная энергия заряженного шара $e^2/4\pi\varepsilon_0 r$ представляет собой его релятивистскую энергию покоя $m_e c^2$ (т. 1, §§ 18.8 и 16.1): $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = m_e c^2$. Отсюда $r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2} = 2{,}8 \cdot 10^{-15}$ м, если подставить численные значения всех постоянных. Предположим теперь, что электрон — шарик с таким «классическим радиусом» — вращается вокруг своей оси и обладает моментом импульса L_s, равным $\hbar/2$. Найдем линейную скорость v, с которой должны при этом двигаться точки на поверхности шара. Имеем следующее условие:

$$L_s = \frac{1}{2}\hbar = m_e v r, \quad \text{откуда} \quad v = \frac{\hbar}{2m_e r}.$$

Если подставить в эту формулу значения $\hbar$, m_e и r, вычисленное выше, то получим

$$v \approx 300\,c,$$

где c — скорость света в вакууме! Полученный результат находится в очевидном противоречии с основным положением специальной теории относительности о невозможности скоростей движения, превышающих c (т. 1, § 12.6).

Таким образом, модельное представление о спине («вертеже»), при всей его наглядности, неудовлетворительно и придавать к нему не следует. Спин частиц, в частности электрона, представляет собой особое свойство частиц, такое же, как наличие у них массы покоя m_0 и электрического заряда e.

§ 36.6. Тонкая структура спектральных линий

1. Спином электрона объясняется явление *тонкого расщепления спектральных линий*. Как известно (§ 35.3), излучающие атомы дают линейчатые спектры, состоящие из отдельных спектральных линий. Примером линейчатого спектра является спектр атома водорода, подробно рассмотренный в § 35.3. Более тщательное изучение спектральных линий атомов показало, что обнаруживается тонкая структура спектральных линий. Известно, например, что атом натрия дает в спектре яркую желтую линию. Применение современных спектральных приборов показало, что эта D-линия натрия является в действительности *двойной* и состоит из двух спектральных линий с длинами волн 5890,0 Å и 5895,9 Å. Расщепление в D-линии составляет

примерно 6 Å и легко обнаруживается современными спектральными приборами.

2. Расщепление спектральных линий объясняется тем, что происходит расщепление энергетических уровней электрона в возбужденных состояниях. Тонкая структура спектральных линий, их расщепление, связано с тонкой структурой, расщеплением возбужденных энергетических уровней электрона в атоме.

Рассмотрим на примере атома с одним внешним, оптическим электроном *), как спин электрона влияет на его энергию. Благодаря спиновому магнитному моменту p_{m_s} электрон ведет себя как «магнитный диполь», помещенный в магнитное поле, создаваемое движением этого же электрона по орбите. Поведение такого диполя в магнитном поле было рассмотрено в § 5.10. Известно, что во внешнем поле диполь приобретает дополнительную энергию. Взаимодействие магнитного спинового момента с орбитальным магнитным моментом называется в атомной физике *спин-орбитальным взаимодействием*. Благодаря этому взаимодействию изменяется энергия электрона и происходит расщепление его возбужденных энергетических уровней.

3. В самом деле, предположим, что электрон обладает моментом импульса L_l, соответствующим орбитальному движению, и спиновым моментом импульса — спином L_s. Благодаря спин-орбитальному взаимодействию орбитальный момент складывается со спином, образуя полный момент импульса электрона J:

$$J = L_l + L_s. \tag{36.15}$$

Полный момент импульса, так же как и орбитальный момент, квантуется. Его численное значение определяется по формуле

$$|J| = \sqrt{j(j+1)}\,\hbar. \tag{36.16}$$

Величина j называется *внутренним квантовым числом*. Внутреннее квантовое число принимает, в соответствии с квантованием спина, полуцелые численные значения:

$$\left.\begin{array}{lll} j = l \pm 1/2 & \text{при} & l \geqslant 1, \\ j = 1/2 & \text{при} & l = 0. \end{array}\right\} \tag{36.17}$$

*) Электронные спектры атомов и молекул объясняются взаимодействием валентных электронов атомов. Электроны, расположенные во внутренних оболочках атомов (§ 37.2), не влияют на электронные спектры атомов.

Таким образом, каждому значению орбитального квантового числа (*кроме* $l=0$) соответствуют *два значения* внутреннего квантового числа j. Физически это означает, что, в зависимости от ориентации спина вдоль или противоположно направлению магнитного поля, создаваемого орбитальным движением электрона, дополнительная энергия, приобретаемая электроном за счет спина, может быть либо меньше, либо больше той энергии, которой обладал электрон за счет чисто орбитального движения.

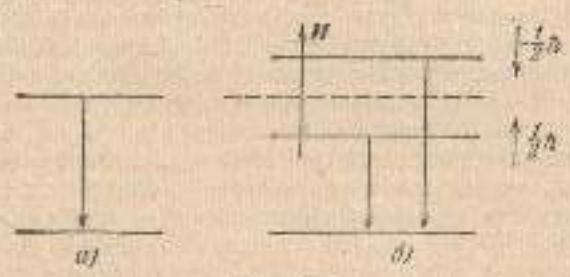


Рис. 36.6

На рис. 36.6, *а* показано расположение основного и возбужденного энергетических уровней электрона без учета его спина. На рис. 36.6, *б* показано, что в результате спин-орбитального взаимодействия происходит расщепление энергетического уровня электрона на два. Один из них, с меньшей энергией, соответствует спину, ориентированному вдоль поля. Другой, с большей энергией,— спину, ориентированному противоположно направлению поля. Раздвоенные энергетические уровни называются *дублетными*.

4. В заключение обратим внимание на один очень важный результат: с учетом спина электрона состояние электрона в атоме характеризуется *набором четырех квантовых чисел*: главного n, орбитального l, магнитного m и магнитного спинового m_s (или, просто, спинового числа s).

§ 36.7. Квантовомеханический смысл постулатов Бора

1. В § 35.4 мы рассмотрели на основе постулатов Бора излучение спектральных линий атомом, находящимся в возбужденном состоянии, а также поглощение света, который падает на атомы. Квантовая механика объяснила, в полном согласии с опытом, процессы излучения и поглощения света и вскрыла смысл постулатов Бора. Мы рас-

смотрим лишь некоторые результаты, которые получены в квантовой механике. Вывод их далеко выходит за рамки этой книги.

2. Рассмотрим электрон в атоме водорода (или иона с одним электроном) *), находящийся в некотором энергетическом состоянии. Пусть n — главное квантовое число, характеризующее это состояние и определяющее энергию электрона $\mathscr{E}_n$. Как известно (§ 34.1), в квантовой механике состояние электрона однозначно определяется заданием волновой функции. Пусть $\psi_n(x, y, z, t)$ — волновая функция электрона в состоянии с энергией $\mathscr{E}_n$. По смыслу волновой функции, вероятность нахождения электрона в некотором объеме ΔV атома выразится как $|\psi_n|^2 \Delta V$. Важнейший результат, полученный в квантовой механике, заключается в том, что, если электрон находится в энергетическом состоянии, характеризуемом главным квантовым числом n, то *вероятность местоположения электрона в атоме не зависит от времени, не изменяется с течением времени*. С классической точки зрения электрон в таком состоянии не будет совершать колебаний в атоме и излучать энергию. Его энергия $\mathscr{E}_n$ не будет изменяться. Состояние электрона, характеризуемое определенной энергией $\mathscr{E}_n$, является *стационарным*, не изменяющимся с течением времени. Это есть не что иное, как первый постулат Бора о наличии у атома стационарных состояний, находясь в которых атомы не излучают света.

3. Как показано выше (§ 35.4), второй постулат Бора также получил простое квантовомеханическое обоснование. В квантовой механике получил свое объяснение и третий постулат Бора (правило частот). Если стационарное состояние атома под влиянием внешних воздействий изменяется и электрон переходит из состояния n в состояние m, то вероятность нахождения электрона в некотором объеме ΔV внутри атома не может быть определена как $|\psi_n|^2 \Delta V$. Если происходит квантовый переход между состояниями n и m, то электрон как бы часть времени находится в состоянии n, а часть времени — в состоянии m. По аналогии с тем, что было сказано в п. 2 этого параграфа, вероятность найти электрон в объеме ΔV будет в этом случае определяться выражением $\psi_n \psi_m \Delta V$. В квантовой механике *доказывается*, что при этом электрон в атоме обладает дипольным электрическим моментом, который периодически изменяется с течением времени. Частота изменения дипольного момента ω *совпадает* с частотой, излучаемой при переходе электрона из состояния n в состояние m, и равна

$$\omega = (\mathscr{E}_n - \mathscr{E}_m)/\hbar$$

в соответствии с третьим постулатом Бора.

Таким образом, все три постулата Бора получили в квантовой механике свое теоретическое объяснение. Этот важный результат показывает, что теория Бора была лишь определенным этапом на пути создания современной теории атомов, молекул и их коллективов. Значение теории Бора огромно, но нужно ясно понимать, что последовательной теорией строения и свойств частиц в микромире явилась лишь современная квантовая механика. В этом, как мы надеемся, читателя убедит все дальнейшее содержание этой книги.

*) Ограничение водородоподобной системой не умаляет общности тех результатов, которые получены в квантовой механике, а приводится лишь для простоты сопоставления с теорией Бора, справедливой только для водородоподобных систем.

§ 36.8. Спонтанное (самопроизвольное) излучение и поглощение света

1. Любое стационарное состояние атома согласно квантовой механике должно сохраняться как угодно долго, если нет внешних причин, вызывающих изменение энергии атома. Опыт, однако, показывает, что атом, находящийся в возбужденном энергетическом состоянии, *сам собой* переходит в нормальное, невозбужденное состояние, излучая свет. Такое излучение, происходящее при отсутствии внешних причин, изменяющих энергию атома, называется *самопроизвольным* или *спонтанным излучением*. Объяснение спонтанных переходов атома с высших энергетических состояний в низшие потребовало дальнейшего развития квантовой механики и было достигнуто в так называемой *квантовой электродинамике*, в которой рассматривается с общей точки зрения квантование электромагнитного поля, законы его возникновения и исчезновения. Мы не можем здесь, даже в самых общих чертах, познакомить читателя с последовательной теорией излучения и поглощения света, развитой впервые Дираком в 1927 г.

2. В 1916 г., задолго до создания квантовой механики и квантовой электродинамики, Эйнштейн создал теорию излучения, основанную на применении законов сохранения при взаимодействии атомов и молекул с электромагнитным

полем. Рассмотрим некоторые вопросы из теории спонтанного излучения Эйнштейна.

Если атом в некоторый момент t находится в энергетическом состоянии n и обладает энергией $\mathscr{E}_n$, то в результате внутренних воздействий, механизм которых не может быть детально прослежен, атом может самопроизвольно перейти в некоторое состояние m, в котором он имеет *меньшую* энергию $\mathscr{E}_m$. Обычно переход происходит в нормальное, невозбужденное состояние, где атом имеет наименьшую энергию. Самопроизвольный переход из состояния n в состояние m может произойти с некоторой вероятностью, ибо атом может еще оставаться в состоянии n некоторое время. Эйнштейн ввел вероятность A_{nm} того, что в течение одной секунды атом переходит самопроизвольно из состояния n в состояние m. Величина A_{nm} называется *коэффициентом Эйнштейна для спонтанного излучения*. Если в момент времени t на энергетическом уровне n находится N_n атомов, то число ΔN_n атомов, перешедших за бесконечно малый промежуток времени Δt на уровень m, будет пропорционально вероятности A_{nm}, числу атомов N_n на уровне n и промежутку времени Δt:

$$-\Delta N_n = A_{nm} N_n \Delta t. \qquad (36.18)$$

Знак минус в левой части (36.18) указывает на уменьшение числа атомов на уровне n в результате их спонтанного перехода на уровень m. Аналогично тому, как в § 19.4 был получен закон затухания волн, можно получить закон убывания во времени числа атомов на возбужденном уровне n:

$$N_n = N_{n0} e^{-A_{nm} t}, \qquad (36.19)$$

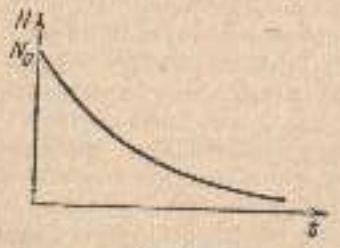


Рис. 36.7.

где N_{n0} — первоначальное число атомов на уровне n в начальный момент времени $t=0$. Рис. 36.7 изображает эту зависимость графически.

Каждый переход из состояния n в состояние m сопровождается излучением кванта света (фотона) с энергией $\hbar\omega_{nm}$, где ω_{nm} — циклическая частота спектральной линии, соответствующей переходу $n \to m$. Согласно третьему постулату Бора (правилу частот)

$$\mathscr{E}_n - \mathscr{E}_m = \hbar\omega_{nm}.$$

Энергия, испускаемая всеми атомами ΔN_n за время Δt, будет

$$\Delta W = \hbar\omega_{nm} |\Delta N_n| = \hbar\omega_{nm} A_{nm} N_n \Delta t, \qquad (36.20)$$

если подставить ΔN_n из выражения (36.18). Воспользовавшись (36.20), найдем интенсивность излучения I, т. е. энергию, которая испускается за единицу времени:

$$I = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \hbar\omega_{nm} A_{nm} N_n. \qquad (36.21)$$

Подставив в (36.21) выражение N_n из (36.19), получим зависимость интенсивности излучения I от времени:

$$I = I_0 e^{-A_{nm} t}, \qquad (36.22)$$

где $I_0 = A_{nm} \hbar\omega_{nm} N_{n0}$ — интенсивность излучения в начальный момент времени $t=0$. Зависимость (36.22) изображается графически кривой, аналогичной рис. 36.7.

3. Кроме вероятности самопроизвольных переходов характеристикой спонтанного излучения является *средняя продолжительность τ_n жизни атома в возбуждённом состоянии*, т. е. среднее время пребывания атома на возбужденном энергетическом уровне. Так называют время, в течение которого число атомов N_{n0}, первоначально находившихся на возбужденном уровне n, уменьшится в e раз:

$$N_n = N_{n0}/e.$$

Из (36.19) следует при $t=\tau_n$, что $N_{n0}/e = N_{n0} e^{-A_{nm}\tau_n}$. Сокращая на N_{n0}, получим $e^{-1} = e^{-A_{nm}\tau_n}$, или окончательно $A_{nm}\tau_n = 1$, т. е.

$$\tau_n = \frac{1}{A_{nm}}. \qquad (36.23)$$

Таким образом, вероятность самопроизвольных переходов, коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения, есть *величина, обратная среднему времени жизни атома в возбужденном состоянии*.

4. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии может быть измерено на опыте. Для этого используется соотношение (36.22), которое можно переписать иначе, в виде

$$I = I_0 e^{-t/\tau_n}. \qquad (36.24)$$

В одном из экспериментов, осуществленных Вином, изучалось свечение пучка возбужденных ионов водорода, движущихся в пространстве с высоким вакуумом. Условия экспе-

римента исключали возможность соударений между частицами и обмен энергиями между ними. Возбужденные ионы «высвечивались», т. е. переходили в нормальное невозбужденное состояние, только за счет того, что время жизни частиц в возбужденном состоянии составляло τ_n. В опыте измерялось для отдельной спектральной линии убывание интенсивности вдоль движения пучка частиц, пропорциональное скорости v путь x, так что $t = x/v$. Величина τ_n определялась из формулы (36.24) по известным значениям интенсивности I_0 и I. Логарифмируя (36.24), легко получить:

$$\tau_n = t / \ln(I_0/I).$$

Для линии водорода H_α ($\lambda = 6562$ Å) τ_n получилось равным $1{,}5 \cdot 10^{-7}$ *сек*, для линии ртути ($\lambda = 2537$ Å) $\tau_n = 9{,}8 \times 10^{-8}$ *сек*.

5. Порядок величины $\tau_n \approx 10^{-8}$ *сек* является характерным для времени жизни атомов в возбужденном состоянии. По истечении этого времени атомы самопроизвольно (спонтанно) переходят обычно в нормальное энергетическое состояние. Конечное время жизни τ_n атома в возбужденном состоянии приводит к тому, что энергия $\mathscr{E}_n$ атома в возбужденном состоянии может быть определена лишь с некоторой неопределенностью $\Delta\mathscr{E}_n$, вытекающей из соотношения неопределенностей Гейзенберга (34.9):

$$\Delta\mathscr{E}_n \geqslant \hbar/\tau_n.$$

Величина $\Delta\mathscr{E}_n = \Gamma_n$ называется *естественной шириной энергетического уровня* $\mathscr{E}_n$.

Все возбужденные уровни имеют отличную от нуля естественную ширину, связанную с тем, что τ_n имеет конечную величину ($\tau_n \approx 10^{-8}$ *сек*). Только энергетический уровень, соответствующий нормальному, невозбужденному состоянию атома, является бесконечно узким, ибо на этом уровне атом может находиться как угодно долго при отсутствии внешних воздействий. Если τ_n стремится к бесконечности, то $\Delta\mathscr{E}_n$ стремится к нулю. Величины $\Delta\mathscr{E}_n$ и τ_n определяют так называемую *естественную ширину спектральной линии* $\Delta\omega_{nm}$, возникающей при переходе атома с уровня n на уровень m. Согласно правилу частот Бора

$$\Delta\omega_{nm} = \frac{\Delta\mathscr{E}_n}{\hbar} \geqslant \frac{1}{\tau_n}. \qquad (36.25)$$

Соотношение (36.25) показывает, что *существование бесконечно узких спектральных линий невозможно*. Величине

$\Delta\omega_{nm} \approx 10^8$ *сек*$^{-1}$ соответствует по шкале длин волн интервал $\Delta\lambda \approx 10^{-4}$ Å.

В оптике (§ 25.2) было показано, что оборванность цуга волн, связанная с конечностью времени возбужденного состояния, приводит к принципиальной немонохроматичности *любого* излучения. Как видно из этого параграфа, теория излучения Эйнштейна приводит к таким же результатам. Заметим, что последовательная квантовомеханическая теория излучения света приводит также к этим выводам.

§ 36.9. Понятие о вынужденном (индуцированном) излучении света

1. Если на вещество действует электромагнитное поле, то, согласно Эйнштейну, между атомами (или молекулами) вещества и полем происходит взаимодействие, подчиняющееся законам сохранения энергии и импульса. Как известно (§ 27.5), электрический диполь, находящийся в электромагнитном поле падающей на него световой волны, совершает вынужденные колебания. В зависимости от соотношения фаз между собственными колебаниями диполя и колебаниями напряженности электрического поля в волне диполь может либо поглощать энергию поля, либо, наоборот, отдавать энергию полю в виде *вынужденного (индуцированного) излучения*. В этом последнем случае происходит так называемое *отрицательное поглощение света*, в отличие от обычного, положительного поглощения. Эйнштейн показал, что атом, находящийся в электромагнитном поле световой волны, обладает свойствами, аналогичными свойствам электрического диполя: в присутствии поля должно происходить вынужденное излучение атома. На языке квантовой механики это означает, что атом, находящийся на некотором возбужденном энергетическом уровне n, может *под действием поля* с некоторой вероятностью перейти в низшее энергетическое состояние m. Электромагнитное поле как бы «сваливает» атом с возбужденного уровня вниз.

2. Согласно Эйнштейну, возбужденный атом, находящийся на уровне n, может перейти на низший уровень m с испусканием кванта $\hbar\omega$ либо спонтанно, либо вынужденно под действием поля. Вероятность того, что в течение одной секунды атом перейдет вынужденно из состояния n в состояние m, пропорциональна спектральной плотности $u(\omega)$ энергии поля частоты ω в единице объема и некоторому коэффициенту B_{nm}, который называется *коэффициентом*

Эйнштейна для вынужденного (индуцированного) излучения. Вероятность индуцированного перехода атома с уровня n на уровень m записывается по Эйнштейну в виде $\hat{B}_{nm}u(\omega)$.

3. Явление вынужденного излучения, предсказанное Эйнштейном в 1916 г., было экспериментально обнаружено В. А. Фабрикантом в 1939 г. Он установил, что в видимой части спектра в парах ртути, возбужденных при электрическом разряде, происходит отрицательное поглощение света. Свет усиливается, проходя через пары ртути в специальных условиях, когда на верхних возбужденных уровнях оказывается больше атомов ртути, чем на нижних, менее возбужденных. Тогда же в 1939–1940 гг. Фабрикант впервые сформулировал принцип усиления света при прохождении его через вещество, в котором возможно отрицательное поглощение света. В § 43.4 мы увидим, что явление вынужденного излучения нашло свое экспериментальное подтверждение и развитие в принципиально новых квантовых источниках и усилителях света, созданных в последние десятилетия.

4. Полная вероятность того, что возбужденный атом, находящийся на уровне n, перейдет за 1 *сек* на низший уровень m с испусканием (спонтанно или вынужденно) фотона с энергией $\hbar\omega$, выразится суммой $A_{nm}+B_{nm}u(\omega)$. Число $\Delta N'_n$ атомов, которые из общего числа N_n атомов на уровне n перейдут за время Δt на уровень m, выразится формулой, аналогичной (36.18):

$$-\Delta N'_n=[A_{nm}+B_{nm}u(\omega)]\,N_n\,\Delta t. \qquad (36.26)$$

Знак минус в левой части (36.26) показывает, что в результате спонтанных и вынужденных переходов с уровня n число атомов на этом уровне *уменьшается*.

5. Помимо переходов атомов с верхнего уровня n на нижний уровень m возможны процессы обратного перехода. Атом, находящийся на уровне m, в результате *поглощения* фотона с энергией $\hbar\omega=\hat{\mathcal{E}}_n-\hat{\mathcal{E}}_m$ может перейти в более высокое энергетическое состояние, на уровень n. Вероятность того, что за одну секунду произойдет поглощение фотона, можно, по Эйнштейну, записать так: $B_{mn}u(\omega)$, где B_{mn} — *коэффициент Эйнштейна для поглощения света*. Число атомов $\Delta N'_m$, перешедших за время Δt с уровня m на уровень n, выразится, по аналогии с процессом излучения, следующим образом:

$$\Delta N'_m=B_{mn}u(\omega)\,N_m\,\Delta t; \qquad (36.27)$$

N_m — число атомов, находящихся на уровне m в момент времени t.

Пусть вещество и электромагнитное поле находятся в состоянии равновесия при некоторой постоянной температуре T. Это означает, что все характеристики вещества, в частности параметры состояния p, v и T (т. 1, гл. 2б), не изменяются и характеристики поля также остаются неизменными. Для того чтобы такое равновесие осуществилось, необходимо, чтобы было равновесие между процессом испускания и поглощения света, т. е. равенство полного числа актов испускания света числу актов его поглощения, $(-\Delta N'_n)=\Delta N'_m$. Поскольку речь идет о переходах между двумя *произвольно* выбранными уровнями n и m, то говорят о том, что реализуется *детальное равновесие*, для которого можно написать:

$$[A_{nm}+B_{nm}u(\omega)]\,N_n=B_{mn}u(\omega)\,N_m. \qquad (36.28)$$

Подобное равновесие устанавливается в замкнутой полости, температура стенок которой поддерживается постоянной (§ 31.1). Атомы стенок полости излучают и поглощают свет таким образом, что осуществляется условие детального равновесия (36.28). Эйнштейн показал, что из условия детального равновесия и закона сохранения энергии следует равенство коэффициентов Эйнштейна для вынужденного излучения и поглощения света: $B_{nm}=B_{mn}$. Кроме того, равновесие, возникающее в результате излучения и поглощения электромагнитных волн атомами стенки, в случае абсолютно черного тела приводит к формуле Планка (§ 31.3).

ГЛАВА 37

МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ

§ 37.1. Принцип Паули

1. В предыдущей главе показано, что в результате спонтанных и вынужденных переходов с излучением атомы вещества переходят в нормальное или менее возбужденное энергетические состояния. Для атомов с одним электроном это означает, что электрон в таких атомах всегда стремится перейти в нормальное невозбужденное состояние, в котором он будет обладать наименьшей энергией. Очевидно, что эти

выводы должны сохраниться и в случае атомов с многими электронами. В результате квантовых переходов все электроны многоэлектронного атома должны стремиться перейти в энергетически наиболее устойчивое состояние, т. е. занять наинизший из всех возможных энергетических уровней. Казалось бы, что все электроны атома должны «собраться» на одном самом низком энергетическом уровне.

2. В 1925 г. В. Паули установил квантовомеханический закон, называемый *принципом Паули* или *принципом исключения*. Принцип Паули запрещает «скопление» электронов на самом низком энергетическом уровне. Простейшая современная формулировка принципа Паули состоит в следующем: *в любой системе, содержащей множество электронов, в стационарном состоянии, определяемом набором четырех квантовых чисел: главного n, орбитального l, магнитного m и спинового m_s, не может быть более одного электрона.*

Обоснование принципа Паули связано с важным положением квантовой механики о неразличимости тождественных частиц в микромире. Например, все электроны в атомах, молекулах или кристаллах твердых тел нельзя отличить друг от друга — у них одинаковые заряды, массы и абсолютная величина спинов. Обмен местами двух электронов в атоме не может изменить его состояния. Неразличимость тождественных частиц приводит к важным следствиям, одним из которых является принцип Паули. Мы не можем, к сожалению, подробно рассмотреть вопрос о связи неразличимости тождественных частиц с принципом Паули. Но нам придется еще обращаться к тому, что электроны в атомах и других системах неразличимы (см. § 38.3). Как доказывается в квантовой механике, принципу Паули подчиняются помимо электронов другие частицы, спин которых равен $\hbar/2$.

3. Для системы электронов в атоме принцип Паули можно записать следующим образом:

$$Z_1(n, l, m, m_s) = 0 \text{ или } 1, \qquad (37.1)$$

где $Z_1(n, l, m, m_s)$ есть число электронов, находящихся в состоянии, описываемом набором четырех квантовых чисел n, l, m и m_s.

Воспользуемся принципом Паули для того, чтобы найти максимальное число электронов в атоме, имеющих соответственно заданные значения трех квантовых чисел (n, l, m), двух квантовых чисел (n, l) и, наконец, одного главного квантового числа n.

4. Найдем максимальное число $Z_2(n, l, m)$ электронов, находящихся в состояниях, определяемых набором трех квантовых чисел n, l и m. В таких состояниях электроны могут отличаться лишь ориентацией своих спинов. Поскольку квантовое число m_s может принимать лишь два значения, $1/2$ и $-1/2$ (§ 36.5), можно сразу написать:

$$Z_2(n, l, m) = 2. \qquad (37.2)$$

Вычислим теперь максимальное число электронов $Z_3(n, l)$, находящихся в состояниях, определяемых двумя квантовыми числами: главным n и орбитальным l, т. е. отличающихся возможным набором значений магнитного квантового числа m. Как известно (§ 36.4), магнитное квантовое число может принимать $(2l+1)$ значений. Поэтому максимальное число $Z_3(n, l)$ электронов выразится так:

$$Z_3(n, l) = 2 \cdot (2l + 1). \qquad (37.3)$$

Значения $Z_3(n, l)$ для разных l приведены в табл. 37.1.

Таблица 37.1

Значения орбитального квантового числа l	0	1	2	3	4
Символическое обозначение соответствующего состояния электрона	s	p	d	f	g
Максимальное число электронов	2	6	10	14	18

Подсчитаем, наконец, воспользовавшись принципом Паули, максимальное число $Z(n)$ электронов, находящихся в состояниях, определяемых значением главного квантового числа n. Как известно (§ 36.2), орбитальное квантовое число l при заданном n изменяется от 0 до $(n-1)$. Поэтому число $Z(n)$ мы получим, если просуммируем выражение (37.3) по l от 0 до $(n-1)$ *):

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{l=n-1} Z_3(n, l) = \sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l+1) = [2(n-1)+2] \cdot n = 2n^2. \qquad (37.4)$$

*) Предлагаем читателю самостоятельно провести суммирование и получить этот результат.

5. Электроны в атоме, занимающие совокупность состояний с *одинаковыми* значениями главного квантового числа n, образуют *электронную оболочку* или *электронный слой*. В зависимости от значений n различают следующие электронные оболочки: K — слой при $n=1$, L — при $n=2$, M — при $n=3$, N — при $n=4$, O — при $n=5$ и т. д. Из формулы (37.4) следует, что максимальное число электронов, которые могут находиться в оболочках, равно: в K-оболочке — 2 электрона, в оболочках L, M, N и O — соответственно 8, 18, 32 и 50 электронов.

В каждой из оболочек электроны распределяются по *подгруппам* или *подоболочкам*. Подоболочка соответствует определенному значению орбитального квантового числа l. В табл. 37.2 приведены максимальные числа электронов, находящихся в данном электронном слое и обладающих данными значениями орбитального квантового числа, т. е. расположенных в различных подоболочках.

Таблица 37.2

n	Электронный слой (оболочка)	Количество электронов в состояниях					Максимальное число электронов
		s ($l=0$)	p ($l=1$)	d ($l=2$)	f ($l=3$)	g ($l=4$)	
1	K	2	—	—	—	—	2
2	L	2	6	—	—	—	8
3	M	2	6	10	—	—	18
4	N	2	6	10	14	—	32
5	O	2	6	10	14	18	50

Принцип Паули сыграл выдающуюся роль в развитии современной атомной и ядерной физики. Так, например, без него было бы невозможно создание современной теории твердых тел (гл. 39–41). На основе принципа Паули получила свое обоснование периодическая система химических элементов Менделеева.

§ 37.2. Периодическая система элементов Менделеева

1. В 1869 г. Д. И. Менделеев открыл периодический закон изменения химических и физических свойств элементов в зависимости от их атомного веса. Выяснилось, что если расположить все химические элементы в порядке возрастания их атомных весов, то обнаруживается сходство

физико-химических свойств элементов. Через промежутки, называемые *периодами*, элементы, расположенные в одном вертикальном ряду — *группе* элементов — обнаруживают повторяемость физических и химических свойств. Во время Менделеева были известны 64 химических элемента. Расположив их в таблицу, отражающую периодические изменения химических свойств, Менделеев в нескольких случаях должен был отступить от принципа связи периодичности с возрастанием атомного веса.

2. Менделеев ввел понятие о *порядковом номере* Z элемента и, расположив химические элементы в порядке возрастания их номера, получил периодичность в изменении химических свойств элементов. Оказалось, что при этом часть клеток периодической системы осталась свободной, так как соответствующие им элементы тогда еще не были открыты. Менделееву удалось на основании своей системы предсказать существование ряда новых химических элементов (галлий, скандий, германий и др.) и описать их химические свойства. В дальнейшем все эти элементы были открыты, и предсказания Менделеева полностью подтвердились. Ему удалось также внести уточнения в значения атомных весов и химические свойства некоторых элементов. Так, атомные веса бериллия, титана, цезия и урана, вычисленные на основе закона Менделеева, оказались правильными, а данные о них, известные ранее,— ошибочными. Это явилось триумфом периодической системы Менделеева. Являясь одним из важнейших законов естествознания, периодический закон Менделеева составляет основу современной химии, атомной и ядерной физики.

3. Физический смысл порядкового номера Z элемента в периодической системе Менделеева был выяснен в ядерной модели атома Резерфорда (§ 35.1). Порядковый номер Z совпадает с числом протонов — положительных элементарных зарядов в ядре (§ 44.3). Число их закономерно возрастает на единицу при переходе от предыдущего химического элемента к последующему.

4. Химические свойства элементов, их оптические и некоторые другие физические свойства объясняются поведением внешних электронов, называемых *валентными* или *оптическими* электронами. Периодичность свойств химических элементов связана с периодичностью в расположении валентных электронов атомов различных элементов.

5. Объяснение строения периодической системы элементов, теоретическое истолкование периодического закона

5. Электроны в атоме, занимающие совокупность состояний с *одинаковыми* значениями главного квантового числа n, образуют *электронную оболочку* или *электронный слой*. В зависимости от значений n различают следующие электронные оболочки: K — слой при $n=1$, L — при $n=2$, M — при $n=3$, N — при $n=4$, O — при $n=5$ и т. д. Из формулы (37.4) следует, что максимальное число электронов, которые могут находиться в оболочках, равно: в K-оболочке — 2 электрона, в оболочках L, M, N и O — соответственно 8, 18, 32 и 50 электронов.

В каждой из оболочек электроны распределяются по *подгруппам* или *подоболочкам*. Подоболочка соответствует определенному значению орбитального квантового числа l. В табл. 37.2 приведены максимальные числа электронов, находящихся в данном электронном слое и обладающих данными значениями орбитального квантового числа, т. е. расположенных в различных подоболочках.

Таблица 37.2

n	Symbol of shell (subshell)	Number of electrons in subshell					Maximum number of electrons in shell
		s ($l=0$)	p ($l=1$)	d ($l=2$)	f ($l=3$)	g ($l=4$)	
1	K	2	—	—	—	—	2
2	L	2	6	—	—	—	8
3	M	2	6	10	—	—	18
4	N	2	6	10	14	—	32
5	O	2	6	10	14	18	50

Принцип Паули сыграл выдающуюся роль в развитии современной атомной и ядерной физики. Так, например, без него было бы невозможно создание современной теории твердых тел (гл. 39—41). На основе принципа Паули получила свое обоснование периодическая система химических элементов Менделеева.

§ 37.2. Периодическая система элементов Менделеева

1. В 1869 г. Д. И. Менделеев открыл периодический закон изменения химических и физических свойств элементов в зависимости от их атомного веса. Выяснилось, что если расположить все химические элементы в порядке возрастания их атомных весов, то обнаруживается сходство

через химических свойств элементов. Через промежутки, называемые *периодами*, элементы, расположенные в одном вертикальном ряду — *группе* элементов — обнаруживают повторяемость физических и химических свойств. Во время Менделеева были известны 64 химических элемента. Расположив их в таблицу, отражающую периодические изменения химических свойств, Менделеев в нескольких случаях должен был отступить от принципа связи периодичности с возрастанием атомного веса.

2. Менделеев ввел понятие о *порядковом номере* Z элемента и, расположив химические элементы в порядке возрастания их номера, получил периодичность в изменении химических свойств элементов. Оказалось, что при этом есть клеток периодической системы осталась свободной, так как соответствующие им элементы тогда еще не были открыты. Менделееву удалось на основании своей системы предсказать существование ряда новых химических элементов (галлий, скандий, германий и др.) и описать их химические свойства. В дальнейшем все эти элементы были открыты, и предсказания Менделеева полностью подтвердились. Ему удалось также внести уточнения в значения атомных весов и химические свойства некоторых элементов. Так, атомные веса бериллия, титана, цезия и урана, вычисленные на основе закона Менделеева, оказались правильными, а данные о них, известные ранее, — ошибочными. Это явилось триумфом периодической системы Менделеева. Являясь одним из важнейших законов естествознания, периодический закон Менделеева составляет основу современной химии, атомной и ядерной физики.

3. Физический смысл порядкового номера Z элемента в периодической системе Менделеева был выяснен в ядерной модели атома Резерфорда (§ 35.1). Порядковый номер Z совпадает с числом протонов — положительных элементарных зарядов в ядре (§ 44.3). Число их закономерно возрастает на единицу при переходе от предыдущего химического элемента к последующему.

4. Химические свойства элементов, их оптические и некоторые другие физические свойства объясняются поведением внешних электронов, называемых *валентными* или *оптическими* электронами. Периодичность свойств химических элементов связана с периодичностью в расположении валентных электронов атомов различных элементов.

5. Объяснение строения периодической системы элементов, теоретическое исчерпывание периодического закона

Менделеева было дано в квантовой теории Бором в 1922 г., еще до появления квантовой механики. Последовательная теория периодической системы основывается на следующих положениях:

а) общее число электронов в атоме данного химического элемента равно порядковому номеру Z этого элемента;

б) состояние электрона в атоме определяется набором его четырех квантовых чисел: n, l, m и m_s;

в) распределение электронов в атоме по энергетическим состояниям должно удовлетворять принципу минимума потенциальной энергии: с возрастанием числа электронов каждый следующий электрон должен занять возможное энергетическое состояние с наименьшей энергией;

г) заполнение электронами энергетических уровней в атоме должно происходить в соответствии с принципом Паули *).

6. Порядок заполнения электронами состояний в различных слоях (оболочках), а в пределах одной оболочки — в подгруппах (подоболочках) должен соответствовать последовательности расположения энергетических уровней с различными значениями квантовых чисел n и l. Сначала заполняются состояния с наименьшей возможной энергией, а затем — состояния со все более высокой энергией. Для многих атомов этот порядок соответствует тому, что сначала заполняются оболочки с меньшим n, а затем должна заполняться электронами следующая оболочка. В пределах одной оболочки сначала заполняются состояния с $l=0$, а затем состояния с бо́льшим l, вплоть до $l=n-1$. Система элементов, построенная на таких основах, должна иметь строение и число элементов в одном периоде (длину периода), соответствующие таблице 37.2. Реальная периодическая система элементов Менделеева отличается от идеальной системы.

7. Различие между таблицей 37.2 и заполнением уровней в реальной периодической системе связано с тем, что каждый электрон атома находится в электрическом поле положительно заряженного ядра и в поле всех остальных электронов, взаимодействующих с ядром и между собой. Задача об описании энергетического состояния электрона, движущегося в столь сложном поле, не может быть решена строго даже в квантовой механике.

*) Бор создал основы теории периодической системы Менделеева еще до появления принципа Паули.

Для того чтобы разобраться в распределении электронов в атоме по энергетических состояниях, атом каждого последующего элемента можно приближенно представить себе образованным из атома предыдущего элемента путем прибавления к его ядру одного протона (и необходимого числа нейтронов, § 44.3) и одного электрона, находящегося на периферии атома. При этом, согласно Бору, распределение электронов по состояниям, имеющееся в атоме данного элемента, должно сохраняться и в атоме следующего элемента. Однако взаимодействия между электронами в атоме приводят к нарушению этого. Оказывается, что в результате взаимодействия между электронами для больших главных квантовых чисел n состояния с бо́льшим n и малым l могут иметь меньшую энергию, т. е. быть энергетически более выгодными, чем состояния с меньшим n, но с бо́льшим l. В этом состоит причина отступлений в заполнении состояний реальной периодической системы элементов от заполнения, соответствующего таблице 37.2.

8. Рассмотрим подробнее последовательность заполнения электронами состояний в атомах химических элементов, находящихся в основном невозбужденном состоянии. В атомной физике принято обозначать электронное состояние в атоме символом nl, указывающим значения двух квантовых чисел.

В атоме водорода ($Z=1$) единственный его электрон находится в состоянии $1s$, характеризуемом квантовыми числами $n=1$, $l=0$, $m=0$. Проекция его спина на направление внешнего поля определяется спиновым квантовым числом $m_s = \pm 1/2$. В атоме гелия ($Z=2$) его второй электрон также может находиться в состоянии $1s$, т. е. иметь такие же квантовые числа $n=1$, $l=0$, $m=0$, но спин второго электрона должен быть ориентирован противоположно спину первого (для одного из них $m_s=-1/2$, для другого $m_s=+1/2$, или наоборот). Группа состояний с $n=1$, $l=0$, $m=0$ и $m_s = \pm 1/2$ образует заполненную K-оболочку атома, соответствующую завершению первого периода периодической системы Менделеева.

Следующий за гелием элемент — литий ($Z=3$) — содержит три электрона. По принципу Паули, третий электрон атома лития уже не может разместиться в целиком заполненной K-оболочке и займет наинизшее состояние в оболочке с $n=2$ (L-оболочке). Таким состоянием является состояние $2s$ (квантовые числа $n=2$, $l=0$, $m=0$). Литием начинается второй период периодической системы. Четвер-

тый электрон бериллия ($Z=4$) занимает такое же состояние $2s$, а пятый электрон бора ($Z=5$) должен занять энергетически более высокое состояние $2p$ ($n=2$, $l=1$). Вплоть до неона ($Z=10$) электроны у всех атомов размещаются в подоболочке с $l=1$ при $n=2$. У неона таких электронов 6, т. е. максимальное число для этого состояния. L-оболочка неона оказывается полностью заполненной, и на этом элементе завершается второй период периодической системы Менделеева.

Одиннадцатый электрон натрия ($Z=11$) размещается уже в M-оболочке ($n=3$), занимая низшее состояние $3s$. Эта оболочка последовательно застраивается вплоть до аргона ($Z=18$). У аргона все состояния $3p$ подоболочки оказываются занятыми, и аргоном завершается третий период периодической системы.

9. Девятнадцатый электрон калия ($Z=19$) должен был бы занять состояние $3d$ в M-оболочке ($n=3$, $l=2$). Однако химические и оптические свойства калия аналогичны свойствам лития и натрия, у которых валентный электрон находится в s-состоянии. Поэтому и у калия его валентный девятнадцатый электрон должен находиться в s-состоянии. Он занимает это состояние в следующей, N-оболочке ($n=4$) — состояние $4s$. Начиная с калия, при незаполненной подгруппе $3d$ M оболочки начинается застройка N-оболочки. Причина этого заключается в том, что вследствие взаимодействия между электронами энергия $\mathscr{E}_{4,s}$ электрона в состоянии $4s$ меньше, чем энергия $\mathscr{E}_{3,2}$, которую он имел бы в состоянии $3d$ *). Химические и оптические свойства кальция ($Z=20$) показывают, что его двадцатый электрон размещается в состоянии $4s$ N-оболочки. Начиная со скандия ($Z=21$), возобновляется нормальное заполнение $3d$ подоболочки, которое заканчивается у меди ($Z=29$). Далее до криптона ($Z=36$) происходит нормальное заполнение N оболочки. Криптоном завершается четвертый период периодической системы.

Химический элемент рубидий ($Z=37$), следующий за криптоном, по свойствам аналогичен натрию и калию. Поэтому его валентный, тридцать седьмой электрон размещается не в N оболочке, которая еще не достроена, а в следующей, O-оболочке ($n=5$) и занимает состояние $5s$. У атома стронция ($Z=38$), аналогичного по своим свойствам кальцию, электрон тоже занимает состояние $5s$. Начиная с иттрия ($Z=39$) и до палладия ($Z=46$) заполняется подгруппа состояний $4d$. У серебра ($Z=47$) и кадмия ($Z=48$) вновь застраиваются подоболочки в электронном N-слое. Начиная с индия ($Z=49$) и до ксенона ($Z=54$) происходит застройка подоболочки $5p$. Ксеноном завершается пятый период периодической системы.

Начиная с цезия ($Z=55$), начинается заполнение P-оболочки ($n=6$).

10. У химических элементов от лантана ($Z=57$) до лютеция ($Z=71$), которые объединены в особую группу редких земель, так называемых «лантанидов», обнаруживается сходство химических и ряда физических свойств. Это связано с особенностью порядка заполнения состояний электронами атомов этих элементов. У лантана подоболочки $5s$, $5p$ и $6s$ целиком заполнены, и пятьдесят седьмой электрон лантана находится в состоянии $5d$, в то время как глубокая подоболочка $4f$ не заполнена электронами. У атомов элементов от цезия ($Z=58$) до лютеция ($Z=71$) происходит заполнение этой оболочки, а внешняя подоболочка $6s$ остается без изменений. Этим и объясняется тождественность химических свойств «лантанидов».

Начиная с гафния ($Z=72$), происходит застройка подоболочки $5d$, завершающаяся у одновалентного золота ($Z=79$). У ртути ($Z=80$) заканчивается заполнение подгруппы $6s$, а начиная с таллия ($Z=81$) и до радона ($Z=86$), завершающего шестой период периодической системы элементов, происходит заполнение подоболочки $6p$. У франция ($Z=87$) и радия ($Z=88$) заполняется подоболочка $7s$ Q-оболочки ($n=7$).

11. Особой группой элементов являются так называемые «актиниды». Эта группа элементов начинается с актиния ($Z=89$) и простирается до элемента с атомным номером $Z=103$. Группа актинидов содержит заурановые химические элементы: нептуний ($Z=93$), плутоний ($Z=94$), америций ($Z=95$), кюрий ($Z=96$) и др. В честь Эйнштейна и Ферми два элемента этой группы названы эйнштейнием ($Z=99$) и фермием ($Z=100$). Сто первый элемент назван менделевием в честь создателя периодической системы элементов Д. И. Менделеева. Все актиниды отличаются заполнением подоболочки $5f$, а их внешние электроны находятся в состоянии, аналогичном состоянию электронов в лантанидах.

*) Здесь мы использовали важный результат квантовой механики о том, что энергия электрона в атоме зависит, вообще говоря, не только от главного, но и от орбитального квантовых чисел. Лишь для водорода энергия зависит только от главного квантового числа (см. формулу (35.12)).

Таблица 37.3

Распределение электронов в атомах

Z	Элемент	K	L	M	N	O	P	Q
		1s	2s 2p	3s 3p 3d	4s 4p 4d 4f	5s 5p 5d 5f	6s 6p 6d 6f	7s
1	H	1						
2	He	2						
3	Li	2	1					
4	Be	2	2					
5	B	2	2 1					
6	C	2	2 2					
7	N	2	2 3					
8	O	2	2 4					
9	F	2	2 5					
10	Ne	2	2 6					
11	Na	2	2 6	1				
12	Mg	2	2 6	2				
13	Al	2	2 6	2 1				
14	Si	2	2 6	2 2				
15	P	2	2 6	2 3				
16	S	2	2 6	2 4				
17	Cl	2	2 6	2 5				
18	Ar	2	2 6	2 6				
19	K	2	2 6	2 6	1			
20	Ca	2	2 6	2 6	2			
21	Sc	2	2 6	2 6 1	2			
22	Ti	2	2 6	2 6 2	2			
23	V	2	2 6	2 6 3	2			
24	Cr	2	2 6	2 5 5	1			
25	Mn	2	2 6	2 6 5	2			
26	Fe	2	2 6	2 6 6	2			
27	Co	2	2 6	2 6 7	2			
28	Ni	2	2 6	2 6 8	2			
29	Cu	2	2 6	2 6 10	1			
30	Zn	2	2 6	2 6 10	2			

Таблица 37.3 (*продолжение*)

Z	Элемент	K	L	M	N	O	P	Q
		1s	2s 2p	3s 3p 3d	4s 4p 4d 4f	5s 5p 5d 5f	6s 6p 6d 6f	7s
31	Ga	2	2 6	2 6 10	2 1			
32	Ge	2	2 6	2 6 10	2 2			
33	As	2	2 6	2 6 10	2 3			
34	Se	2	2 6	2 6 10	2 4			
35	Br	2	2 6	2 6 10	2 5			
36	Kr	2	2 6	2 6 10	2 6			

Элемент с номером $Z=104$ открыт в 1964 г. в Объединенном институте ядерных исследований в Дубне и назван курчатовием в честь выдающегося советского физика И. В. Курчатова.

В табл. 37.3 представлено распределение электронов по состояниям в атомах некоторых химических элементов системы Менделеева.

12. В 1969 г. во всем мире торжественно отмечалось столетие создания периодической системы Менделеева. Теоретическое ее объяснение явилось величайшим достижением современной физики. Оно оказалось возможным лишь на основе квантовой механики.

§ 37.3. Тормозные рентгеновские лучи

1. В исследованиях строения и свойств электронных оболочек сложных атомов, при изучении строения молекул и, особенно, кристаллических решеток твердых тел, огромную роль сыграли лучи, открытые в 1895 г. Рентгеном и названные в его честь *рентгеновскими лучами*. Рентгеновские лучи возникают при торможении веществом быстрых электронов в результате преобразования кинетической энергии этих электронов в энергию электромагнитного излучения. Рентгеновские лучи представляют собой электромагнитные волны с длиной волны в диапазоне от 0,01 Å до 800 Å. Напомним, что длины волн наиболее коротких из воспринимаемых глазом фиолетовых лучей лежат вблизи 4000 Å. Таким образом, рентгеновские лучи представляют собой весьма короткие электромагнитные волны, разумеется, невидимые глазом. Волновая электромагнитная природа рентгеновских лучей полностью доказывается опытами по дифракции рентгеновских лучей, рассмотренными в § 26.5.

2. Для получения рентгеновских лучей служат специальные электровакуумные приборы — рентгеновские трубки. Они состоят из вакуумированного стеклянного или металлического корпуса, в котором на определенном расстоянии друг от друга находятся катод и анод, включенные в цепь высокого напряжения. Катод служит источником электронов, а анод (антикатод) — источником рентгеновских лучей *). Между катодом и анодом создается сильное электрическое поле, разгоняющее электроны до энергий 10^4—10^5 *эв*. В современных ускорителях (бетатронах и синхротронах) рентгеновские лучи возникают при торможении электронов с энергиями порядка 10^8 *Мэв* и более.

3. Для обнаружения невидимых глазу рентгеновских лучей используются различные их действия. Рентгеновские лучи обладают сильным фотохимическим действием, вызывают почернение фотопластинки. Они обладают высокой способностью ионизировать газы, вызывают флуоресцентное свечение в люминофорах (§ 43.2). Для измерения интенсивности рентгеновских лучей используются главным образом их фотохимическое и ионизирующее действия. В специальных ионизационных камерах интенсивность рентгеновских лучей измеряется по величине силы тока насыщения, возникшего в результате ионизации газа, заключенного в камере. Сила этого тока пропорциональна интенсивности рентгеновских лучей. Методы обнаружения ионизирующих излучений мы рассмотрим в ядерной физике (§ 45.8).

4. Опыты показали, что существуют два типа рентгеновских лучей. Первый тип рентгеновских лучей называется *белым* рентгеновским излучением. Оно характеризуется сплошным спектром, подобным спектру белого света, откуда и произошло название этих лучей. Белые рентгеновские лучи возникают при торможении быстрых электронов при их движении в веществе. Поэтому белые рентгеновские лучи называются также *тормозными*. Этот тип рентгеновских лучей испускается самими электронами, движущимися в веществе. Как известно (§ 23.4), всякий ускоренно (или замедленно) движущийся заряд излучает электромагнитные волны с непрерывным спектром. Рентгеновский сплошной спектр ограничен со стороны *малых* длин волн некоторой наименьшей длиной волны $\lambda_{мин}$, называемой *границей*

*) Кроме электронных рентгеновских трубок, существуют ионные трубки, в которых электроны выбиваются из катода бомбардировкой ионами разреженного газа, ускоренными электрическим полем.

сплошного спектра. На рис. 37.1 изображены рентгеновские сплошные спектры для вольфрама при различной разности потенциалов между электродами рентгеновской трубки.

Граница $\lambda_{мин}$ не может быть объяснена с классической волновой точки зрения на природу рентгеновских лучей. Непрерывный спектр тормозного рентгеновского излучения согласно волновым представлениям не должен быть ограничен. Опыты показали, что граничная длина волны $\lambda_{мин}$ обратно пропорциональна кинетической энергии K электронов, вызывающих тормозные рентгеновские лучи. С квантовой точки зрения наличие $\lambda_{мин}$ получает простое объяснение.

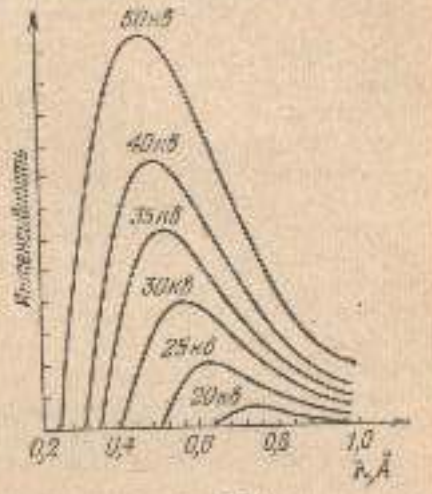


Рис. 37.1.

Очевидно, что максимальная энергия $h\nu_{макс}$ рентгеновского кванта, возникшего за счет энергии электрона, не может превышать его энергии K:

$$K = h\nu_{макс}. \qquad (37.5)$$

Переходя в (37.5) от частоты к длине волны, получим:

$$\lambda_{мин} = \frac{c}{\nu_{макс}} = \frac{ch}{K}. \qquad (37.6)$$

Формула (37.6) прекрасно согласуется с опытными данными; она явилась в свое время одним из наиболее точных методов экспериментального определения постоянной Планка h.

Соотношение (37.5) совпадает с уравнением Эйнштейна (32.3') для фотоэффекта (§ 32.3), если в нем пренебречь работой выхода электрона из металла. Если фотоэффект вызывается рентгеновскими лучами, то в уравнении (32.3') работа выхода электрона из металла A много меньше энергии кванта $h\nu$ и ею можно пренебречь. Явление фотоэффекта и возникновение тормозных рентгеновских лучей являются взаимно обратными явлениями: прочтенное справа налево уравнение (37.5) дает кинетическую энергию электрона

при фотоэффекте, прочтенное слева направо, оно указывает на существование граничной частоты (или длины волны) при полном преобразовании энергии тормозящегося электрона в энергию рентгеновского кванта.

§ 37.4. Характеристические рентгеновские лучи

1. Вторым типом рентгеновских лучей являются *характеристические рентгеновские лучи*. Такое название они получили потому, что эти лучи характеризуют вещество антикатода (анода) рентгеновской трубки. Характеристические рентгеновские лучи имеют линейчатые спектры. Особенность этих спектров состоит в том, что атомы каждого химического элемента, независимо от того, в каких химических соединениях они находятся, имеют свой, вполне определенный линейчатый спектр характеристических рентгеновских лучей. Эти рентгеновские характеристические спектры атомов существенно отличаются от оптических электронных спектров тех же атомов. Оптические спектры атомов зависят от того, находятся ли атомы в свободном состоянии или в химических соединениях.

2. Нетрудно понять причину изменения оптических спектров в различных химических соединениях атомов. Оптические линейчатые спектры атома определяются поведением внешних валентных электронов. Когда образуются химические связи, состояния валентных электронов изменяются, и это сказывается на оптическом спектре. Тот факт, что рентгеновские линейчатые спектры являются *индивидуальной* характеристикой атома, не изменяющейся при вступлении его в химические соединения, указывает на природу характеристических рентгеновских лучей. Очевидно, характеристические рентгеновские лучи возникают при процессах, происходящих в глубинных, застроенных электронных оболочках атомов, которые не изменяются, когда атом вступает в химические соединения.

3. У атомов разных химических элементов в рентгеновских линейчатых спектрах обнаруживаются однотипные группы спектральных линий (серии спектральных линий), отличающиеся только тем, что у атомов более тяжелых элементов сходные серии линий смещены в сторону более коротких волн. В порядке возрастания длин волн серии характеристических рентгеновских лучей называются соответственно *K*-, *L*-, *M*-, *N*- и т. д. сериями. Эти названия связаны с происхождением линий этих серий. Как мы видели в § 37.2, в атомах с большим атомным номером Z внутренние электронные *оболочки* *K*, *L*, *M* и др. полностью заполнены электронами. Если с одной из этих оболочек будет удален электрон, то на освободившееся место переходит электрон из более удаленной от ядра оболочки. Такой переход связан с излучением рентгеновского кванта.

Если, например, под действием первичного жесткого излучения или налетающего на атом электрона из самой внутренней *K*-оболочки атома удаляется электрон, то на его место может перейти электрон с *L*-, *M*-, *N*- и других оболочек. При этом будут испускаться кванты определенных энергий и возникать линии рентгеновской *K*-серии. Для вырывания электрона из *K*-оболочки, наиболее близкой к ядру, где электроны испытывают наибольшее притяжение к ядру, требуется затрата работы вырывания электрона, называемая *границей возбуждения* *K*-серии. Энергия налетающего электрона или первичного налетающего кванта должна быть не меньше величины этой работы. Например, для ртути ($Z=80$) граница возбуждения *K*-серии — около 82 *кэв*.

4. При переходе электрона с *L*-оболочки на *K*-оболочку испускается квант с наименьшей энергией, которому соответствует самая длинноволновая K_α-линия *K*-серии рентгеновского характеристического излучения данного атома. K_β-линия соответствует переходу электрона из *M*-оболочки на *K*-оболочку; линия K_γ — переходу из *N*-оболочки на *K*-оболочку. Совокупность линий K_α, K_β, K_γ и др. образует *K*-серию. Частоты линий в этой серии возрастают при переходе от линии K_α к линиям K_β и K_γ, а интенсивности, наоборот, убывают от линии к линии. Последовательное возрастание частоты линий K_α, K_β, K_γ и др. связано с увеличением энергии, высвобождающейся при переходе электрона на *K*-оболочку со все более удаленных оболочек. Убывание интенсивности этих линий объясняется тем, что число переходов электронов с *L*- на *K*-оболочку больше, чем с более удаленных оболочек. Вероятность перехода на *K*-оболочку с более далеких электронных слоев уменьшается.

5. Линии *L*-, *M*- и т. д. серий характеристического рентгеновского излучения испускаются при освобождении «вакантного» для электрона места соответственно на *L*-, *M*-, *N*- и т. д. оболочках. Например, при переходе электрона на *L*-оболочку из *M*-оболочки возникает линия L_α, из *N*-оболочки — линия L_β и т. д. Все переходы, заканчи-

вающиеся на L-оболочке, образуют L-серию характеристических рентгеновских лучей. Закономерности, отмеченные для K-серии, справедливы и для других серий линий характеристических рентгеновских лучей. На рис. 37.2 схематически представлено возникновение различных серий характеристических рентгеновских лучей.

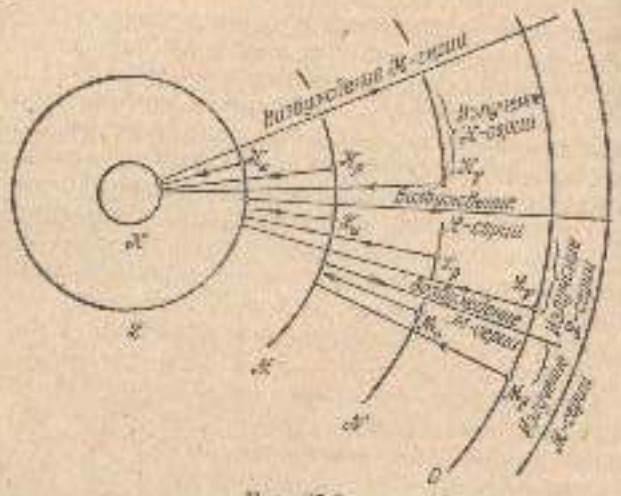


Рис. 37.2.

6. В 1913 г. Мозли установил важную зависимость между длинами волн линий характеристического рентгеновского излучения и атомным номером атомов химических элементов, являющихся источником рентгеновских лучей. *Закон Мозли* выражается следующей формулой:

$$\sqrt{\frac{\nu^*}{R'}} = a(Z-\sigma), \qquad (37.7)$$

где $\nu^* = 1/\lambda$ — волновое число линии (§ 35.3), R' — постоянная Ридберга в $м^{-1}$ (или $см^{-1}$) (§ 35.3), a и σ — некоторые постоянные, характеризующие серию линий рентгеновского характеристического спектра и вещество антикатода (анода). В частности, для длин волн линий K_α Мозли получил следующее соотношение:

$$\sqrt{\frac{\nu^*}{R'}} = \sqrt{\frac{3}{4}}(Z-1). \qquad (37.8)$$

Из сравнения (37.8) и (37.7) видно, что для этих линий $a = \sqrt{3/4}$ и $\sigma = 1$.

Формулу (37.8) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{\nu^*}{R'} = \left(1-\frac{1}{4}\right)(Z-1)^2 = (Z-1)^2\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)$$

или

$$\nu^* = R'(Z-1)^2\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right). \qquad (37.8')$$

В таком виде соотношение (37.8') напоминает формулу для длины волны (или волнового числа) линии серии Лаймана водородного атома (§ 35.3). Отличие состоит в том, что величина Z^2, входящая в сериальные формулы для водородоподобных систем, уменьшена на величину $\sigma = 1$, называемую *постоянной экранирования*. Смысл постоянной экранирования заключается в том, что в тяжелом атоме, содержащем Z электронов, на электрон, совершающий переход, соответствующий линии K_α, действует не весь заряд ядра Ze, а заряд $(Z-1)e$, ослабленный экранирующим действием одного электрона, остающегося в K-оболочке.

На рис. 37.3 приведена диаграмма Мозли, иллюстрирующая для линий K_α линейную зависимость $\sqrt{\nu^*/R'}$ от атомного номера Z. Применение закона Мозли к атомам химических элементов периодической системы Менделеева в свое время подтвердило закономерное возрастание заряда ядра на единицу при переходе от одного элемента к последующему. Это имело большое значение для доказательства справедливости ядерной модели атома и правильности теории периодической системы.



Рис. 37.3.

7. Малая длина волны рентгеновских лучей, как тормозных, так и характеристических, большая «жесткость» рентгеновских лучей обусловливают их высокую проникающую способность. При прохождении сквозь вещество интенсивность рентгеновских лучей уменьшается в результате их рассеяния и истинного поглощения. Ослабление интенсивности рентгеновских лучей вследствие рассеяния связано, в основном, с эффектом Комптона (§ 32.6). При этом часть энергии жестких рентгеновских лучей передается электронам вещества, а сами лучи, испытавшие рассеяние, становятся более мягкими, приобретают бо́льшую длину волны. Истинное поглощение сопровождается переходом энергии рентгеновских квантов во внутреннюю энергию

вещества. Истинное поглощение весьма сильно зависит от атомного номера Z вещества, оно пропорционально Z^4.

Благодаря различному поглощению рентгеновских лучей при прохождении их через неоднородные препятствия эти лучи нашли широкое применение в медицине для просвечивания и в различных областях науки и техники для дефектоскопии. Например, при просвечивании человеческого тела истинное поглощение в костях, состоящих главным образом из фосфорнокислого кальция, приблизительно в 150 раз превышает поглощение в мягких тканях тела, где поглощает, в основном, вода. Поэтому при просвечивании резко выделяется тень от костей. Рентгеновская дефектоскопия также основана на зависимости поглощения рентгеновских лучей от атомного номера Z в оптически непрозрачных твердых телах. В зависимости от атомного номера Z материала дефектных включений в теле при его просвечивании границы дефектов будут на экране обозначены по-разному. Если дефекты имеют атомные номера Z, меньше, чем вещество тела, то область, занятая дефектами, окажется более светлой, чем остальное поле зрения. В противоположном случае дефектная область окажется затемненной. Методом рентгеновской дефектоскопии определяется не только площадь, занимаемая дефектом, но и его толщина. Для этого тщательно измеряется ослабление рентгеновских лучей в области нахождения дефекта и вне ее.

ГЛАВА 38

СТРОЕНИЕ И СПЕКТРЫ МОЛЕКУЛ

§ 38.1. Общая характеристика химических связей

1. Как известно, молекулой называется наименьшая частица однородного вещества, обладающая его основными химическими свойствами. Молекулы состоят из одинаковых или различных атомов, соединенных между собой межатомными *химическими связями*. Устойчивость молекул свидетельствует о том, что химические связи обусловлены силами взаимодействия, связывающими атомы в молекулах. Опыт показывает, что для того чтобы *разъединить* молекулу на составляющие ее атомы, необходимо совершить работу. Это означает, что *образование* молекулы должно сопровождаться выделением энергии. Например, два атома водорода (H) в свободном состоянии обладают большей энергией, чем те же атомы, образовавшие двухатомную молекулу (H_2). Энергия, которая выделяется при образовании молекулы, является мерой работы тех сил взаимодействия, которые соединяют атомы в молекулу.

2. Для того чтобы понять причины, по которым электрически нейтральные атомы могут образовать устойчивую молекулу, мы ограничимся рассмотрением простейших двухатомных молекул, состоящих из двух одинаковых или различных атомов. Силы междуатомного взаимодействия возникают между внешними валентными электронами атомов. Об этом говорит резкое изменение оптического спектра атомов при вступлении их в химические соединения. Напомним, что линейчатые спектры атомов определяются состоянием их внешних, валентных электронов. Наоборот, рентгеновские характеристические спектры, зависящие от внутренних, глубинных электронов атомов, не изменяются при вступлении атомов в химические соединения (§ 37.4). С другой стороны, в образовании химических связей должны принимать участие те электроны, состояние которых легко изменить затратой сравнительно небольшой энергии. Ими являются внешние, валентные электроны атомов. Потенциалы ионизации этих электронов значительно меньше, чем у электронов, находящихся на внутренних застроенных оболочках (§ 37.2).

3. Какой бы ни была природа тех сил, которые объединяют атомы в молекулу, можно высказать некоторые общие соображения о характере этих сил. Если атомы находятся на большом расстоянии друг от друга, то они не взаимодействуют между собой. При сближении атомов, при уменьшении расстояния r между их ядрами, возрастают силы *взаимного притяжения*, действующие между атомами. На малых расстояниях r, сравнимых (и меньших) с линейными размерами атомов, проявляют себя силы *взаимного отталкивания*, которые не позволяют электронам одного атома слишком глубоко проникать внутрь электронных оболочек другого атома.

Силы притяжения и отталкивания по-разному зависят от расстояния r между атомами. В этом они похожи на силы межмолекулярного взаимодействия, рассмотренные в первом томе (§ 31.4). Силы отталкивания быстрее изменяются при изменении r, являются более «короткодействующими», чем силы притяжения. При увеличении расстояния r между атомами силы отталкивания убывают быстрее, чем силы притяжения. Одновременное действие противоположно направленных сил — притяжения и отталкивания — приводит

к тому, что на некотором расстоянии r_0 между атомами обе силы уравновешивают друг друга, и их геометрическая сумма становится равной нулю. Этому расстоянию соответствует *наименьшая* потенциальная энергия $U(r)$ двухатомной молекулы.

На рис. 38.1 приведены три кривые: сила притяжения (F_1), сила отталкивания (F_2) и результирующая сила взаимодействия (F) атомов в двухатомной молекуле в зависимости от расстояния r между атомами. Силы отталкивания считаются положительными (т. 1, § 31.4). На рис. 38.2 приведена кривая зависимости от r потенциальной энергии $U(r)$ взаимодействия атомов в двухатомной молекуле.

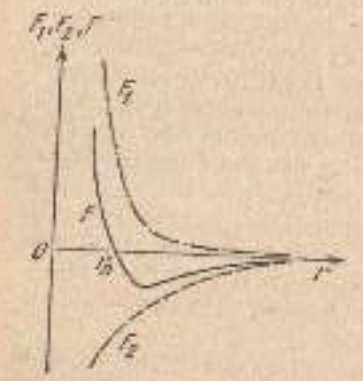


Рис. 38.1.

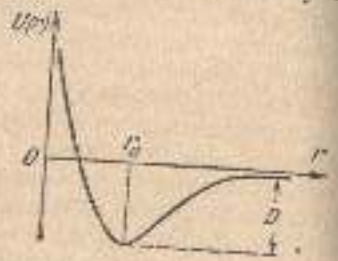


Рис. 38.2.

4. Равновесное междуатомное расстояние r_0 в молекуле называется *длиной связи*. Величина D на рис. 38.2 называется *энергией диссоциации* молекулы, или *энергией связи*. Она численно равна работе, которую надо совершить для того, чтобы разорвать химические связи атомов в молекуле, разъединить молекулу на составляющие ее атомы (или ионы, § 38.2) и удалить атомы друг от друга за пределы действия междуатомных сил. Очевидно, что энергия диссоциации равна энергии, *выделяющейся* при образовании молекулы, но противоположна ей по знаку: энергия диссоциации *отрицательна*, а энергия, выделяющаяся при образовании молекулы, *положительна*.

§ 38.2. Ионные молекулы

1. Самое простое предположение о природе химической связи, удерживающей атомы в молекуле, состоит в том, что между внешними электронами атомов возникают *электрические* силы взаимодействия, удерживающие атомы друг

вале друга. Но устойчивой такая молекула будет лишь в том случае, если у двух взаимодействующих атомов возникнут *противоположные* по знаку электрические заряды. Тогда притяжение между этими зарядами обеспечит химическую связь в устойчивой молекуле.

Подобный тип химической связи действительно осуществляется в некоторых молекулах. Типичными примерами молекул с такой связью являются молекулы щелочно-галоидных солей: NaCl, RbBr, CsJ и др., образовавшиеся при соединении атомов элементов первой и седьмой групп периодической системы. Взаимодействующие атомы при этом превращаются в *ионы*. Один из атомов, присоединивший к себе один или несколько электронов, приобретает отрицательный заряд и становится отрицательным ионом. Другой атом, который отдаст соответствующее число электронов, превращается в положительный ион. Между разноименно заряженными ионами возникают силы электростатического притяжения.

Подобный тип связи называется *ионной связью*. Иногда она называется гетерополярной (от греческого слова «гетеро» — разный). Молекулы, в которых осуществляется такой тип связей, называются *ионными* или *гетерополярными* молекулами.

2. Рассмотрим подробнее, как происходит образование молекулы поваренной соли NaCl. Атом натрия, как и другие атомы металлов первой группы, имеет сравнительно небольшую величину потенциала ионизации. Для того чтобы отщепить от атома натрия его внешний, одиннадцатый электрон, необходима энергия 5,1 *эв*. С другой стороны, атом хлора Cl, имеющий семь внешних валентных электронов, и другие атомы седьмой группы (галлоиды) характеризуются большой величиной *электронного сродства*. Под этим термином понимается количество энергии, которое *выделяется*, когда к атому галлоида присоединяется электрон. Например, для хлора эта величина составляет 3,8 *эв*. Переход электрона от атома натрия к атому хлора приводит к образованию ионов Na^+ и Cl^-. Каждый из них обладает устойчивой внешней восьмиэлектронной подоболочкой (§ 37.2), характерной для химически инертных «благородных» газов. Электростатическое притяжение противоположно заряженных ионов Na^+ и Cl^- приводит к их сближению. На весьма малых расстояниях между ионами Na^+ и Cl^- силы притяжения сменяются силами отталкивания, препятствующими дальнейшему сближению ионов. Эти силы

вязаны главным образом отталкиванием между ядрами атомов на малых расстояниях между ними. В конце концов ионы Na^+ и Cl^- располагаются на равновесном расстоянии r_0 друг от друга, соответствующем уравновешиванию сил притяжения и отталкивания. Образуется устойчивая молекула NaCl с ионной связью.

3. На примере образования молекулы NaCl видно, что энергия ионизации натрия превышает электронное сродство хлора на 5,1 *эв* − 3,8 *эв* = 1,3 *эв*. Это значит, что переход электрона от атома натрия к атому хлора требует *затраты* некоторого количества энергии. С другой стороны, известно, что при образовании молекулы *выделяется* энергия. Откуда же берется энергия, недостающая для образования иона натрия? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно учесть, что при сближении ионов *выделяется* энергия их электростатического взаимодействия. Образование ионов и их сближение происходят одновременно и лишь после того, как атомы сблизятся настолько, что вместе с образованием ионов выделяется необходимое для этого количество энергии.

Известно, что потенциальная электростатическая энергия $U(r)$ взаимодействия двух однозарядных ионов, находящихся на расстоянии r, равна $U(r) = e^2/4\pi\varepsilon_0 r$, где e — заряд иона, совпадающий с зарядом электрона, ε_0 — электрическая постоянная в системе СИ. Из этой формулы легко найти то расстояние r, на котором энергия $U(r)$ восполнит разность между энергией ионизации и электронным сродством в 1,3 *эв*:

$$r = e^2/4\pi\varepsilon_0 U(r).$$

Подставив все числовые значения, получим $r = 11 \cdot 10^{-10}$ *м* = 11 Å. Отсюда следует, что переход электрона от атома натрия к атому хлора может начинаться лишь при $r \leq 11$ Å. Однако данные рентгеноструктурного анализа показывают, что равновесное расстояние r_0 в молекуле NaCl равно 1,4 Å. При этом расстоянии электростатическая энергия $U(r_0)$ составляет 10,2 *эв* и на 8,9 *эв* превышает энергию, необходимую для образования ионов Na^+ и Cl^- в одной молекуле. Если пересчитать на один киломоль, то это даст энергию в 49 200 *дж* или 205 *ккал*, выделяющуюся при образовании киломоля NaCl. Опыт подтверждает эту величину. Она оказывается несколько завышенной, ибо мы не учитывали, что силы отталкивания несколько уменьшают энергию, выделяющуюся при образовании ионных молекул.

§ 38.3. Молекулы с ковалентной химической связью

1. Возникновение ионной связи невозможно при образовании молекулы, состоящей из *одинаковых* атомов, например, молекулы H_2. В самом деле, здесь невозможно образование разноименно заряженных ионов. Однако и между электрически нейтральными атомами может осуществляться особый тип химической связи. Химическая связь такого типа называется *ковалентной* или *гомеополярной* связью (от греческого слова «гомео» — одинаковый). Помимо двухатомных молекул типа H_2, O_2, N_2, ковалентная связь наблюдается у многих молекул: фтористый водород HF, окись азота NO, аммиак NH_3, метан CH_4 и др.

2. В классической физике был известен лишь один тип сил, действующих между электрически нейтральными частицами или телами: это гравитационные силы, рассмотренные в первом томе (§ 9.2). Однако эти силы слишком слабы, чтобы ими можно было объяснить образование устойчивой гомеополярной молекулы. Кроме того, ковалентная связь обладает свойством *насыщения*, которое выражается в наличии определенной валентности атомов. Атом водорода может связаться только с одним другим атомом водорода, а атом углерода может связать четыре атома водорода, но не более. Гравитационные силы, так же как электрические и магнитные, не обладают свойством насыщения. Силы тяготения допускают притяжение одним центральным телом неограниченного числа других тел. Таким образом, гравитационными силами нельзя объяснить химическую гомеополярную связь нейтральных атомов.

3. Природу гомеополярной связи удалось установить только на основе квантовой механики. Понятие о физическом смысле гомеополярной связи мы рассмотрим на примере простейшей молекулы этого типа — молекулы H_2^+, состоящей из двух ядер (протонов) и двух электронов *).

Спектроскопические экспериментальные данные показали, что у молекулы H_2^+ равновесное расстояние между ядрами r_0 равно 0,74 Å. Энергия связи D (§ 38.1) составляет для молекулы водорода 4,718 *эв* или 103,24 *ккал/киломоль*. Теория должна была получить эти данные, и она их получила.

*) Теория гомеополярной связи в молекуле H_2^+ была разработана в 1927 г. Гайтлером и Лондоном. Разработка этой теории была серьезным успехом квантовой механики.

4. В основу квантовомеханического объяснения ковалентной связи положены специфически квантовые, не классические свойства валентных электронов атомов, взаимодействие которых приводит к образованию молекулы. Прежде всего учитывается волновая природа электрона, что приводит к тому, что существует определенное распределение вероятности обнаружить электрон вблизи ядра. В простейшем случае s-состояния электрона (§ 36.3) распределение вероятности имеет сферически-симметричный характер: «электронное облако» представляет собой сферу некоторого радиуса. Кроме того, принимается во внимание *принципиальная неразличимость тождественных частиц*, в частности электронов. В самом деле, два электрона в молекуле водорода, движущиеся каждый вокруг «своего» ядра, в сущности ничем не отличаются друг от друга: у них одинаковые заряды и массы покоя и у обоих спины равны $\hbar/2$. Отсюда следует, что если оба электрона обменяются местами, так, что электрон *1*, ранее принадлежавший ядру a, перейдет на место электрона *2*, принадлежавшего ядру b, а электрон *2* совершит обратный переход, то в состоянии молекулы H_2 ничего не изменится (рис. 38.3).

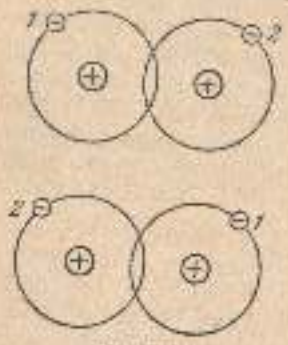


Рис. 38.3.

Разумеется, такой обмен может произойти лишь в том случае, если оба ядра атомов водорода в молекуле H_2 будут достаточно сближены. При этом электронные облака обеих молекул будут перекрываться. Принцип Паули допускает существование двух электронов в одном состоянии с противоположно направленными спинами. Сложные области, где могут находиться оба электрона в молекуле водорода, означает возникновение между ними особого (квантовомеханического) *обменного взаимодействия*. Дело сводится к тому, что каждый из электронов в молекуле водорода может принадлежать попеременно то одному, то другому ядру, электроны непрерывно обмениваются местами. Некоторой иллюстрацией того, что происходит с электронами в молекуле водорода, может служить непрерывный обмен одинаковыми мячами двух людей, находящихся поблизости друг от друга. Ясно, что если люди специально не тренированы, то успешный обмен мячами возможен лишь на близком расстоянии между партнерами.

5. Квантовомеханические расчеты показали, что при антипараллельной ориентации спинов обоих электронов энергия взаимодействия атомов имеет минимум, обеспечивающий образование устойчивой молекулы водорода. При параллельных спинах электронов энергия взаимодействия положительна и атомы отталкиваются.

На рис. 38.4 изображены кривые энергии $U(r)$ взаимодействия атомов водорода при антипараллельных (кривая *1*) и параллельных (кривая *2*) спинах электронов. Минимум энергии на кривой *1* приходится на расстояние между ядрами атомов $r_0 = 0{,}85$ Å. Энергия диссоциации молекулы H_2 (энергия связи D), рассчитанная Гайтлером и Лондоном, оказалась равной 3,2 *эв*. Эта величина хуже согласовалась с экспериментальным значением (4,72 *эв*), чем длина связи, которую установили опытным путем равной 0,74 Å. Впоследствии улучшенные квантовомеханические расчеты привели к лучшему согласию с опытом. С помощью квантовомеханических расчетов были изучены также и другие молекулы с ковалентной химической связью (N_2, O_2, CH_4 и др.). Во всех случаях расчеты дали хорошее согласие с экспериментальными данными в отношении равновесных междуядерных расстояний и энергии диссоциации молекул.

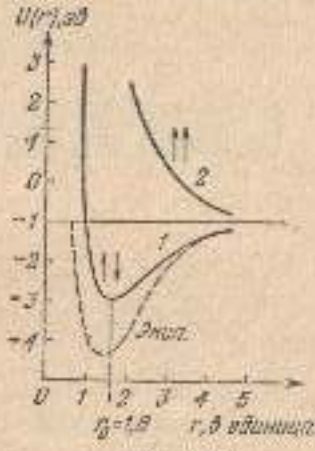


Рис. 38.4.

Образование устойчивой молекулы H_2 лишь при антипараллельных спинах электронов в атомах означает, что если произойдет столкновение двух атомов водорода, у которых спины электронов *параллельны* друг другу, то атомы будут отталкиваться и молекула не образуется.

Опыт показывает, что молекула H_2 диамагнитна (§ 6.4). Это объясняется тем, что при отсутствии у молекулы орбитального магнитного момента (§ 6.2) и при скомпенсированных спинах результирующий магнитный момент молекулы равен нулю и она проявляет диамагнитные свойства.

§ 38.4. Понятие о молекулярных спектрах

1. Спектры молекул по внешнему виду сильно отличаются от атомных спектров, рассмотренных в § 35.3. Молекулярные спектры представляют собой совокупность более или менее широких *полос*, образованных тесно расположенными спектральными линиями. За их характерный вид молекулярные спектры называются *полосатыми спектрами*. Полосы в молекулярных спектрах наблюдаются в инфракрасном, видимом и ультрафиолетовом диапазонах частот электромагнитных волн. Близко расположенные полосы в спектрах молекул образуют *группы полос*. В простейших двухатомных молекулах наблюдается обычно несколько



Рис. 38.5

групп полос. На рис. 38.5 приведена для примера фотография части спектра молекулы йода. По мере усложнения строения молекул усложняются их спектры. У многоатомных молекул сложной структуры в видимой и ультрафиолетовой части спектра наблюдаются сплошные широкие полосы поглощения и излучения.

2. Каждая спектральная линия в молекулярном спектре, так же как и в спектрах атомов, возникает при изменении энергии молекулы. Полная энергия молекулы состоит из пяти частей, которые в первом приближении можно считать независимыми друг от друга (ср. т. 1, §§ 27.8, 27.9). Части эти следующие: $\mathscr{E}_{пост}$ — энергия поступательного движения центра инерции молекулы; $\mathscr{E}_{кр}$ — энергия вращательного движения молекулы, как целого, вокруг некоторой оси; $\mathscr{E}_{эл}$ — энергия движения электронов в атомах молекулы; $\mathscr{E}_{кол}$ — энергия колебательного движения ядер атомов, составляющих молекулу, и, наконец, $\mathscr{E}_{яд}$ — энергия ядер атомов в молекуле. В соответствии с этим можно написать:

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_{пост} + \mathscr{E}_{кр} + \mathscr{E}_{эл} + \mathscr{E}_{кол} + \mathscr{E}_{яд}. \qquad (38.1)$$

Энергия $\mathscr{E}_{пост}$ поступательного движения молекулы может изменяться непрерывно при изменении условий поступательного движения. Энергия $\mathscr{E}_{пост}$ не квантована,

так же как и энергия поступательного движения изолированных атомов. Дискретных энергетических уровней поступательного движения молекулы не существует. Следовательно, изменение $\mathscr{E}_{пост}$ не может привести к возникновению спектральной линии в молекулярном спектре.

Если пренебречь оптическими явлениями, обусловленными ядерными частицами — нуклонами, то в выражении (38.1) можно не учитывать $\mathscr{E}_{яд}$. Энергия $\mathscr{E}'$ молекулы, определяющая ее оптические свойства, состоит из суммы трех слагаемых:

$$\mathscr{E}' = \mathscr{E}_{эл} + \mathscr{E}_{кол} + \mathscr{E}_{кр}. \qquad (38.2)$$

Каждое из этих слагаемых изменяется дискретно. Три эти части энергии молекулы принимают лишь определенные значения. Изменения соответствующих частей энергии молекулы $\Delta\mathscr{E}_{эл}$, $\Delta\mathscr{E}_{кол}$, $\Delta\mathscr{E}_{кр}$ имеют тоже дискретные значения. Поэтому энергия $\mathscr{E}'$ молекулы изменяется дискретно на величину $\Delta\mathscr{E}'$, равную

$$\Delta\mathscr{E}' = \Delta\mathscr{E}_{эл} - \Delta\mathscr{E}_{кол} + \Delta\mathscr{E}_{кр}. \qquad (38.3)$$

По правилу частот Бора (третий постулат Бора) частота ν кванта, испускаемого молекулой при изменении ее энергетического состояния, равна:

$$\nu = \frac{\Delta\mathscr{E}'}{h} = \frac{\Delta\mathscr{E}_{эл}}{h} + \frac{\Delta\mathscr{E}_{кол}}{h} + \frac{\Delta\mathscr{E}_{кр}}{h}. \qquad (38.4)$$

Опыт и теоретические исследования показали, что слагаемые в формуле (38.3) имеют разную величину:

$$\Delta\mathscr{E}_{кр} \ll \Delta\mathscr{E}_{кол} \ll \Delta\mathscr{E}_{эл}. \qquad (38.5)$$

3. Неравенством (38.5) объясняется существование частот молекулярных спектров в разных диапазонах электромагнитных волн и образование полос спектральных линий.

Рассмотрим, например, как возникает молекулярный спектр поглощения. Предположим, что на вещество, состоящее из молекул, падает электромагнитная волна малой частоты ν. Это означает, что энергия кванта $h\nu$ в таком излучении невелика. До тех пор пока энергия кванта $h\nu$ не станет равной *наименьшей* возможной разности энергий между двумя ближайшими энергетическими уровнями молекулы, поглощения света не происходит и линии поглощения

не возникают. Поглощение начнется, когда длина падающей волны станет равной 0,1—1 *мм*, т. е. в далекой инфракрасной области спектра. Кванты энергии при таких частотах соответствуют изменению $\Delta\mathscr{E}_{вр}$ *вращательной* энергии молекулы. Поглощение кванта молекулой переводит ее с одного вращательного энергетического уровня на другой, более высокий, и приводит к возникновению спектральной линии *вращательного спектра* поглощения *). По мере уменьшения длины волны в этой области смогут возникать все новые линии вращательного спектра поглощения. Совокупность всех линий дает представление о распределении вращательных энергетических состояний молекулы.

4. Поглощение веществом электромагнитных волн в инфракрасной области с длиной волн 1—10 микрон вызывает переходы между *колебательными* энергетическими уровнями в молекуле и приводит к возникновению *колебательного спектра* молекулы. Однако, когда изменяются колебательные энергетические уровни молекулы, *одновременно* изменяются и ее вращательные энергетические состояния. Переходы между двумя колебательными энергетическими уровнями сопровождаются изменением вращательных энергетических состояний, и возникает *колебательно-вращательный спектр молекулы*. Это схематически показано на рис. 38.6. Каждый переход молекулы между двумя колебательными уровнями, дающий линию с частотой $\nu_{кол}$, сопровождается сопутствующими переходами между вращательными уровнями. В результате спектр с частотами $\nu_{кол-вращ}$ соответствующими переходам между колебательными уровнями, состоит из групп очень близких линий, образованных различными сопутствующими вращательными переходами. Все эти линии сливаются в одну *полосу*. Каждая полоса соответствует определенному колебательному переходу.

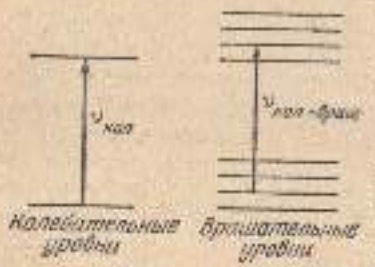


Рис. 38.6.

5. Поглощение электромагнитных волн видимого и ультрафиолетового диапазонов приводит к переходам молекулы между различными *электронными* энергетическими уровнями, т. е. к возникновению *электронного спектра* молекулы. Каждому электронному энергетическому уровню соответствует определенное пространственное распределение электронов, принадлежащих атомам, составляющим молекулу, или определенная *конфигурация* электронов, обладающая дискретной энергией. Каждой конфигурации электронов, каждому электронному энергетическому уровню молекулы соответствуют различные возможные колебания ядер атомов в молекуле, т. е. множество колебательных энергетических уровней. Переход между двумя электронными уровнями сопровождается многими сопутствующими переходами между колебательными уровнями. Так возникает *электронно-колебательный* спектр молекулы, состоящий из групп близких линий, образующих электронно-колебательную полосу. Это показано на рис. 38.7. Кроме того, следует учесть, что на каждое колебательное энергетическое состояние накладывается система вращательных уровней, показанная на предыдущем рисунке. Весь электронно-колебательный спектр в видимой и близкой к ней области представляет собой систему из нескольких групп полос, часто перекрывающих друг друга и составляющих широкую полосу.

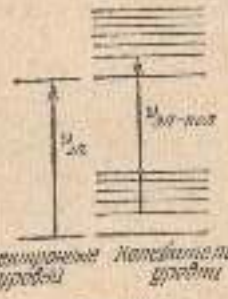


Рис. 38.7.

*) Переход молекулы с верхнего вращательного энергетического уровня на нижний приводит к возникновению линии вращательного спектра испускания.

ГЛАВА 39

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ МЕТАЛЛОВ В СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ

§ 39.1. Недостатки классической теории электропроводности металлов

1. Классическая электронная теория проводимости металлов, изложенная в § 8.3, была очень упрощенной — в ней предполагалось, что электроны металла ведут себя как частицы своеобразного «классического электронного газа». В первоначальной теории, развитой Друде, предпо-

лагалось даже, что все электроны имеют одинаковую среднюю скорость $\bar{u}$ хаотического теплового движения. Последователь Лоренц, один из основоположников классической электронной теории, последовательно применил к электронам в металле статистику Максвелла — Больцмана. Согласно этой статистике, при отсутствии электрического поля в металле электроны, осуществляющие электропроводность, имеют скорости, распределенные по закону Максвелла (т. 1, § 25.2).

2. Под действием приложенной к металлу э. д. с. в нем возникает электрическое поле, которое нарушает максвелловское распределение электронов по скоростям. На хаотическое тепловое движение электронов накладывается их упорядоченное движение, вызванное электрическим полем. При этом средняя скорость упорядоченного движения электронов пропорциональна напряженности электрического поля. Лоренц получил закон Ома в форме, аналогичной (8.13).

В частности, выражение для удельной электропроводности получилось близким к формуле (8.15):

$$\gamma = \frac{2}{3}\frac{ne^2\bar{\lambda}}{m}\frac{1}{\left(\overline{\frac{1}{u}}\right)}. \qquad (39.1)$$

Здесь, как и в § 8.4, n — концентрация свободных электронов, $\bar{\lambda}$ — средняя длина свободного пробега электрона, e и m — заряд и масса покоя электрона, $\overline{1/u}$ — среднее значение обратной величины скорости теплового движения электронов, которое вычислено с помощью максвелловского закона распределения электронов по скоростям. Как видно, отличие формулы (39.1) от (8.15) незначительно — формула (39.1) содержит те же зависимости γ от физических характеристик электронов в металлах, что и формула (8.15). Лоренц получил закон Видемана — Франца, в выражении которого, в отличие от формулы (9.16), вместо коэффициента $3k^2/e^2$ появился коэффициент $2k^2/e^2$:

$$\frac{K}{\gamma} = 2\frac{k^2}{e^2}T. \qquad (39.2)$$

Здесь K — коэффициент теплопроводности электронного газа, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура металла. Из данных табл. 9.2 (стр. 133) можно заметить, что закон Видемана — Франца в форме (39.2) хуже согласуется с опытными данными, чем результат Друде

(9.16), так как вычисленное отношение $K/\gamma T$ становится меньше, чем в теории Друде.

Уточненная классическая электронная теория Лоренца, как и более простая теория Друде, не могла объяснить целого ряда явлений, наблюдающихся на опыте. Об этих трудностях уже говорилось в § 8.5 и § 9.2. Ввиду принципиального значения трудностей классической теории электропроводности металлов мы остановимся на них более подробно.

3. Экспериментально установлено, что в широком интервале температур удельная электропроводность металлов обратно пропорциональна абсолютной температуре ($\gamma \sim 1/T$). Формула (8.15) теории Друде и формула (39.1) теории Лоренца должны были объяснить такую зависимость. В молекулярной физике доказывается, что средняя скорость теплового движения частиц зависит от температуры по закону $\bar{u} \sim \sqrt{T}$. Для того чтобы объяснить экспериментальную зависимость γ от T вида $\gamma \sim 1/T$ по формуле (8.15) или (39.1), можно предположить, что произведение $n\bar{\lambda}$ обратно пропорционально $\sqrt{T}$ (т. е. $n\bar{\lambda} \sim 1/\sqrt{T}$). Пользуясь выражением для $\bar{\lambda}$ из кинетической теории газов (т. 1, § 25.3), невозможно обосновать такую зависимость. Таким образом, классическая электронная теория не объяснила зависимости удельной электропроводности (или удельного сопротивления) от температуры.

4. Исходя из наблюдаемых на опыте значений удельной электропроводности γ (или $\rho = 1/\gamma$), можно подсчитать, какие значения средней длины свободного пробега электрона $\bar{\lambda}$ соответствуют опытным данным. Это легко сделать по формуле (8.15) или (39.1). Предварительно нужно подсчитать $\bar{u}$ по формулам кинетической теории газов, а концентрацию электронов определить, например, по эффекту Холла (§ 8.2). Оказывается, что $\bar{\lambda}$ при комнатных температурах ($T \approx 300$ °K) имеет величину порядка 10^{-5}—10^{-6} *см*, т. е. в десятки или сотни раз бо́льшую, чем период решетки металла. Между тем в теории Друде — Лоренца считалось, что электрон имеет среднюю длину свободного пробега, сравнимую с расстояниями между ионами в кристаллической решетке металлов.

5. В § 9.2 показано, в соответствии с экспериментальными данными табл. 8.1, что электронный газ не вносит необходимого вклада в теплоемкость металла. Это находится в резком противоречии с классической теорией, со-

гласно которой электроны в металле ведут себя как одноатомный газ и должны иметь теплоемкость, равную (в расчете на 1 *киломоль* металла) 3 *ккал/кмоль·град*. Указанная трудность с теплоемкостью металлов была особенно существенна потому, что речь шла о кажущемся нарушении закона сохранения энергии. Недостатки и трудности классической теории электропроводности металлов устранены в квантовой теории металлов.

§ 39.2. Квантование энергии электронов в металле

1. Развитие квантовой механики привело к созданию квантовой теории твердого тела, позволившей более глубоко и с единой точки зрения объяснить электрические, оптические и другие свойства металлов, кристаллических диэлектриков и полупроводников. Это, в свою очередь, создало возможность еще более широкого применения твердых тел в различных отраслях науки и техники. В данной и следующих главах будут рассмотрены некоторые идеи современной квантовой теории твердых тел и ее применения. В первую очередь мы рассмотрим основы современных представлений об электропроводности металлов. Для этого необходимо учесть все особенности поведения электронов в металле и принять во внимание, что электроны в атомах, молекулах и кристаллах подчиняются законам квантовой механики.

2. Будем считать, что свободные электроны в металлах представляют собой электронный газ, частицы которого движутся так, как будто положительные ионы кристаллической решетки не создают никакого электрического поля. Тогда движение электронов можно описать с помощью модели потенциального ящика с плоским дном (§ 34.4). Если считать, что вне металла потенциальная энергия электрона равна нулю, то внутри металла она равна A_0, где A_0 — положительная работа выхода электрона из металла. Другими словами, свободные электроны металла находятся внутри «потенциальной ямы» («потенциального ящика») с вертикальными стенками конечной глубины.

В § 34.4 показано, что электроны в такой потенциальной яме имеют квантованные, дискретные значения энергии, могут находиться лишь на определенных энергетических уровнях. Правда, значения энергии $\mathcal{E}_n$ электрона в металле, строго говоря, нельзя подсчитывать по формуле (34.16), ибо стенки потенциального ящика в случае металла имеют

конечную высоту. Однако для нас важен сейчас не конкретный вид зависимости энергии электрона от размеров ящика и от квантового числа n. Существенно, что *электроны в металле могут, как и в атоме, находиться лишь на определенных энергетических уровнях*. Между расположением энергетических уровней электронов в металлах и уровней энергии электронов в изолированных атомах имеется существенное отличие: в атомах разность энергий электронов на двух соседних уровнях значительно больше, чем в кристаллах.

§ 39.3. Уровень Ферми для электронов в металле

1. Классическая электронная теория металлов исходила из того, что электроны в металлах подчиняются классической статистике Максвелла — Больцмана. Именно этим путем Лоренц получил для удельной электропроводности формулу (39.1). Но электроны и другие микрочастицы обладают рядом свойств, которые совершенно не принимаются во внимание при классическом описании коллективов частиц в статистике. Напомним, что в классической физике совершенно не принималась во внимание двойственная корпускулярно-волновая природа частиц. Она не была известна до 1924 г., когда начала развиваться квантовая механика. Кроме того, принципиальная неразличимость тождественных микрочастиц (§§ 37.1, 38.3) тоже не учитывалась в классической статистике. Наконец, электроны и другие микрочастицы, которые имеют спин, равный $\hbar/2$, подчиняются принципу Паули (§ 37.1), который вносит ограничения в возможное распределение электронов по энергетическим состояниям. В 1926 г. Ферми и Дирак разработали квантовую статистику системы частиц, в которой учитывались все перечисленные характерные свойства электронов и других частиц со спином $\hbar/2$.

2. Основной задачей статистики коллектива частиц является отыскание закона распределения частиц по скоростям или энергиям. Например, в первом томе (§§ 25.2, 26.10 и 26.11) мы рассмотрели закон распределения газовых молекул по скоростям, установленный Максвеллом, и распределение молекул газа по энергиям в поле силы тяжести.

Основная задача статистики для свободных электронов в металлах формулируется следующим образом: отыскать, какая доля электронов из общего числа их при данной тем-

пературе T имеет скорости, заключенные в интервале от v до $v+\Delta v$, или, соответственно, энергии, заключенные в интервале от $\mathscr{E}$ до $\mathscr{E}+\Delta\mathscr{E}$. Точнее: если имеется N электронов, находящихся в объеме V металла, то какая часть из них ΔN имеет энергии, заключенные в узком интервале $\Delta\mathscr{E}$ энергий. Чтобы не учитывать объем V металла, можно решать эту задачу для единицы объема металла, в которой находится n свободных электронов.

3. При решении этой задачи необходимо учесть основные свойства электронов в металлах, перечисленные в п. 1 этого параграфа.

Необходимо исходить из того, что электроны в металле могут иметь лишь некоторые разрешенные значения энергии, иначе говоря, могут находиться на определенных энергетических уровнях. Очевидно, что все электроны стремятся занять наиболее низкие энергетические уровни, как самые устойчивые. Однако нужно учесть, что электроны подчиняются принципу Паули. Принцип Паули накладывает ограничения на число электронов, которые могут находиться в данном состоянии (§ 37.1). Применительно к электронам в металлах принцип Паули можно сформулировать несколько иначе, чем это сделано в § 37.1: *среди электронов в металле не может быть больше двух электронов, находящихся в одинаковых состояниях; спины этих двух электронов должны быть антипараллельны.*

Несколько дальше мы подробнее охарактеризуем, кем, кроме спина, определяется состояние электрона в металле.

4. В соответствии с принципом Паули электроны попарно занимают дозволенные энергетические уровни, начиная от самого нижнего. На рис. 39.1 горизонтальными линиями изображены энергетические уровни, заселенные электронами. Из рисунка видно, что *работу $A_в$ выхода электрона из металла нужно отсчитывать от верхнего из занятых электронами энергетических уровней.* Верхний занятый энергетический уровень играет большую роль в квантовых представлениях о твердом теле. Он называется *уровнем Ферми*, по имени выдающегося физика нашего времени Энрико Ферми, внесшего большой вклад в развитие современной физики. Энергия электрона на уровне Ферми обозначается $\mathscr{E}_F$, скорость и импульс на этом уровне обозначаются, соответственно, v_F и p_F. Из дальнейшего будет видно, как определяются эти величины и от чего они зависят.



Рис. 39.1.

§ 39.4. Понятие об импульсном пространстве электронов в металле

1. Если не учитывать потенциальной энергии электронов в металлах, обусловленной электрическим полем ионов решетки, и пренебречь энергией взаимодействия между электронами, то полная энергия $\mathscr{E}$ электрона будет зависеть только от значения скорости v или импульса p электрона:

$$\mathscr{E}=\frac{mv^2}{2}=\frac{p^2}{2m}. \qquad (39.3)$$

В частности, на уровне Ферми

$$\mathscr{E}_F=\frac{p_F^2}{2m} \quad \text{и} \quad p_F=\sqrt{2m\mathscr{E}_F}. \qquad (39.4)$$

Введем трехмерную декартову систему координат, по осям которой отложим значения проекций импульса электрона p_x, p_y, p_z (рис. 39.2). Любая точка A в этом своеобразном трехмерном «пространстве» изображает определенное значение импульса электрона не только по величине, но и по направлению. В самом деле, соединив точку A с началом координат, получим вектор $\boldsymbol{p}$, модуль которого задает численное значение импульса электрона:

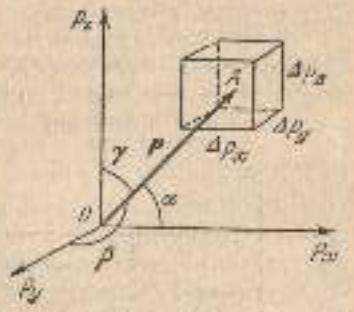


Рис. 39.2.

$$\text{или} \quad p=\sqrt{p_x^2+p_y^2+p_z^2}$$
$$p^2=p_x^2+p_y^2+p_z^2. \qquad (39.5)$$

Углы α, β и γ, составленные вектором $\boldsymbol{p}$ с осями, определяют направление импульса электрона:

$$\cos\alpha=p_x/p; \quad \cos\beta=p_y/p; \quad \cos\gamma=p_z/p. \qquad (39.6)$$

Пространство, о котором идет речь, называется *импульсным пространством*. Вспомним, что в обычном простран-

стце положение точки B характеризуется вектором r, проведенным в эту точку из начала координат (рис. 39.3).

2. Импульсное пространство позволяет определить состояние электронов на уровне Ферми. Постоянной энергии электрона по формуле (39.3) соответствует в пространстве импульсов простой геометрический образ — поверхность сферы с радиусом p. Рассмотрим электрон, находящийся на уровне Ферми и имеющий максимальную энергию $\mathscr{E}_F$.

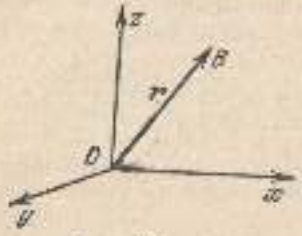


Рис. 39.3

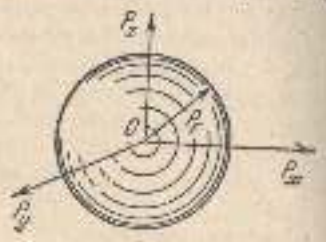


Рис. 39.4

Связь энергии $\mathscr{E}_F$ с импульсом p_F такого электрона выражается формулой (39.4). Таким образом, в пространстве импульсов свободному электрону с энергией $\mathscr{E}_F$ соответствует *поверхность Ферми* в виде сферы с радиусом p_F (рис. 39.4). Поверхность Ферми иначе называется *поверхностью максимальной энергии*.

В случае несвободного электрона, движущегося в сложном электрическом поле ионов кристаллической решетки, поверхность Ферми имеет весьма сложный вид.

3. Попытаемся связать энергию Ферми $\mathscr{E}_F$ с числом n свободных электронов в единице объема металла. Пусть два из них находятся на уровне с энергией $\mathscr{E}_F$. Тогда импульсы всех остальных электронов должны заключаться внутри сферы с радиусом $p_F = \sqrt{2m\mathscr{E}_F}$. Разобьем все пространство импульсов на маленькие ячейки, размеры которых мы попробуем далее оценить. Тогда конец вектора импульса любого электрона — точка A на рис. 39.2 — всегда будет попадать внутрь какой-либо из элементарных ячеек. Важнейшим положением квантовой теории металлов является следующее утверждение: *каждая элементарная ячейка представляет собой квантовое состояние с определенной энергией. В каждой ячейке может находиться не более двух электронов с противоположно направленными спинами.*

Для того чтобы оценить размеры элементарной ячейки импульсного пространства, воспользуемся соотношениями

неопределенностей Гейзенберга (§ 34.2). Запишем эти соотношения несколько иначе:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim h; \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \sim h; \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \sim h. \qquad (39.7)$$

Рассмотрим некоторый кубик объема V металла с линейными размерами l, так что $l^3 = V$. Если в таком объеме свободно движется электрон, то его положение в пространстве может быть определено с точностью до линейных размеров металла: $\Delta x \approx \Delta y \approx \Delta z \approx l$. Тогда из соотношений (39.7) следует, что проекции импульса электрона могут быть определены с такой точностью:

$$\Delta p_x \approx \Delta p_y \approx \Delta p_z \approx h/l.$$

Элементарный объем импульсного пространства — ячейки, о которой идет речь,— выразится следующим образом (рис. 39.2):

$$\Delta\omega = \Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z = h^3/l^3 = h^3/V. \qquad (39.8)$$

4. Разобьем теперь все пространство внутри поверхности Ферми — сферы с радиусом p_F — на ячейки объема $\Delta\omega$. Если в объеме V металла находится N электронов, то, в соответствии с предыдущим, в каждом квантовом состоянии — ячейке с объемом $\Delta\omega$ — разместится по два электрона. Всего окажутся заполненными $N/2$ ячеек *), которые имеют объем $\frac{N}{2} \cdot \frac{h^3}{V}$. С другой стороны, это есть объем сферы Ферми в импульсном пространстве с радиусом p_F. Следовательно, имеем равенство:

$$\frac{4}{3}\pi p_F^3 = \frac{N}{2} \cdot \frac{h^3}{V} = \frac{n}{2} h^3, \qquad (39.9)$$

где $n = N/V$ есть концентрация электронов в металле. Из формулы (39.9) можно получить связь p_F и $\mathscr{E}_F$ с концентрацией электронов n:

$$p_F = \hbar \left(\frac{3\pi}{8\pi}\right)^{1/3}, \qquad (39.10)$$

$$\mathscr{E}_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{2/3}. \qquad (39.11)$$

Как видно из последних формул, импульс и энергия электрона на уровне Ферми зависят только от концентрации электронов в металле. Например, при концентрации электронов $n \approx 10^{29}$ м$^{-3}$, подставив в (39.10) численные зна-

*) При этом мы предполагаем, что все ячейки внутри сферы Ферми заполняются с равной вероятностью.

чения $h=6{,}62\cdot10^{-34}$ *дж·сек* и $m=9\cdot10^{-31}$ *кг*, получим $p_F=2\cdot10^{-24}$ *кг·м/сек*. Такому значению импульса соответствует скорость v_F электрона в металле, равная

$$v_F=\frac{p_F}{m}\approx\frac{2\cdot10^{-24}}{9\cdot10^{-31}}\approx2\cdot10^{6}\ м/сек.$$

По формуле (39.11) можно получить значение $\mathscr{E}_F\approx1{,}6\cdot10^{-12}\ дж\approx10$ *эв*. В § 39.6 мы увидим, что все приведенные выше оценки справедливы при температуре электронов в металле, равной абсолютному нулю: $T=0$ °K.

5. Сравним энергию электрона, находящегося на уровне Ферми, со средней энергией $kT_{кл}$ электрона в классической электронной теории. Из условия $\mathscr{E}_F=kT_{кл}$ получим, что энергию $\mathscr{E}_F$ частица классического электронного газа имела бы при температуре $T_{кл}$, равной

$$T_{кл}=\frac{\mathscr{E}_F}{k}=\frac{1{,}6\cdot10^{-12}}{1{,}38\cdot10^{-16}}\approx10^{4}\ °K,$$

т. е. при такой температуре, когда само существование твердого металла невозможно — он расплавится. Совершенно очевидно, что электронный газ в металлах не подчиняется классической статистике Максвелла — Больцмана. Для изучения свойств и поведения электронов в металлах необходимо учитывать, что электронный газ в металлах — это особый «квантовый газ», который подчиняется квантовой статистике.

§ 39.5. Понятие о вырождении электронов в металле

1. В квантовой статистике электронов и других систем частиц со спином $\hbar/2$ учитываются принципиальная неразличимость тождественных частиц, подчинение их принципу Паули, а также то, что электрон в металле может иметь лишь определенные, дозволенные значения энергии. Из численных оценок, приведенных в пп. 4 и 5 предыдущего параграфа, видно, что свойства электронного газа сильно отличаются от свойств классического электронного газа. Отклонение свойств газа от его классических свойств называется *вырождением* газа. *Температурой вырождения* $T_{выр}$ называется температура, *ниже* которой данный газ ведет себя как вырожденный.

2. Покажем, что электронный газ всегда является вырожденным. Для этого оценим температуру вырождения $T_{выр}$ системы микрочастиц (в частности, электронов в металле), обладающих квантовыми свойствами.

Пусть в единице объема находится n частиц. Среднее расстояние между частицами будет равно $n^{-1/3}$*). С такой неопределенностью Δx может быть задано положение частицы, $\Delta x\approx n^{-1/3}$. Тогда, по соотношению неопределенности (34.4), неопределенность в проекции импульса по оси x будет $\Delta p_x\gtrsim\hbar n^{1/3}$. Такими же будут неопределенности проекций импульса по другим осям: $\Delta p_y\gtrsim\hbar n^{1/3}$ и $\Delta p_z\gtrsim\hbar n^{1/3}$. Минимальные неопределенности в проекциях импульса частицы, связанные с ее квантовыми свойствами, равны: $\Delta p_{x\,мин}=\Delta p_{y\,мин}=\Delta p_{z\,мин}=\hbar n^{1/3}$.

Вспомним, что для одноатомного классического газа

$$\mathscr{E}=\frac{p^2}{2m}=\frac{3}{2}kT.$$

Для частицы классического газа с понижением температуры уменьшается ее средняя энергия и средний импульс.

Минимальная неопределенность импульса $\Delta p_{мин}=\sqrt{\Delta p^2_{x\,мин}+\Delta p^2_{y\,мин}+\Delta p^2_{z\,мин}}$ не зависит от температуры. Найдется такая температура, начиная с которой неопределенность импульса станет равна или будет больше самого импульса, $\Delta p_{мин}\geqslant p$. Температуру, при которой импульс p равен $\Delta p_{мин}$, обозначим $T_{кв}$. Если температура газа близка к $T_{кв}$ или меньше ее, то нельзя пренебрегать квантовыми свойствами частиц газа. При температурах $T\leqslant T_{выр}$ газ ведет себя как вырожденный. Для оценки $T_{выр}$ имеем условие

$$\frac{3}{2}kT_{выр}=\frac{\Delta p^2_{z\,мин}}{2m}=\frac{3\hbar^2n^{2/3}}{2m},$$

откуда получаем

$$T_{выр}=\frac{\hbar^2n^{2/3}}{km}. \qquad (39.12)$$

Если пренебречь конечностью постоянной Планка и считать $\hbar\approx0$, то $T_{выр}\to0$, откуда видно, что вырождение газов имеет квантовую природу. Для электронного газа в металлах $n\approx10^{28}\ м^{-3}$ и $m\approx9\cdot10^{-31}\ кг$. Формула (39.12) дает $T_{выр}\approx1{,}84\cdot10^{4}$ °K. Следовательно, электронный газ в металлах практически всегда вырожден вследствие малой массы электрона и большой плотности частиц. Только при температурах выше нескольких десятков тысяч градусов электроны металла подчинялись бы классической статисти-

*) Если в объеме 1 $м^3$ находится n частиц, а среднее расстояние между частицами есть Δx, то очевидно, что $\Delta x^3\cdot n=1$, откуда $\Delta x=n^{-1/3}$.

ве Максвелла — Больцмана. Однако существование металлов в конденсированном состоянии при таких температурах невозможно. В полупроводниках концентрация электронного газа много меньше, чем в металлах, и составляет около 10^{19} м$^{-3}$. В этих условиях температура вырождения настолько мала ($T_{вырожд} \sim 10^{-4}$ °К) и электронный газ в полупроводниках является невырожденным и подчиняется классической статистике.

На рис. 39.5 показана зависимость энергии электронного газа в металлах от температуры. При $T \gg T_{вырожд}$ на участке BA электронный газ не вырожден и энергия его пропорциональна температуре, как и у обычного газа (т. 1, § 26.5). Ниже $T_{вырожд}$, при $T \leqslant T_{вырожд}$ электронный газ становится вырожденным. Энергия электронов и скорость их движения в этой области температур (участок CB кривой) практически не зависят от температуры. Этот результат показывает, что классическое определение температуры как физической величины, пропорциональной средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа (т. 1, § 26.5), справедливо лишь при температурах, бо́льших, чем температура вырождения газа. Для обычных, молекулярных газов классическое определение температуры, как мы сейчас увидим, является пригодным практически при всех температурах.

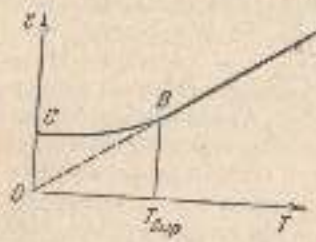


Рис. 39.5.

3. Формула (39.12) определяет температуру вырождения не только электронного газа, но и любых газов. Например, протонный газ с массой частицы $m \approx 2 \cdot 10^{-27}$ кг при концентрациях $n \approx 10^{25}$ м$^{-3}$ имеет температуру вырождения $T_{вырожд} \approx 1$ °К. Это означает, что такой газ всегда является невырожденным. Такую же температуру вырождения имеет водород при условии $n \approx 3 \cdot 10^{27}$ м$^{-3}$. Таким образом, вырождением водорода можно всегда пренебречь, если только он не находится в условиях сверхвысоких давлений и плотностей. Для газов более тяжелых, чем водород, это тем более справедливо.

Все газы, частицы которых имеют массу покоя $m \gg m_e$, где m_e — масса покоя электрона, всегда невырождены и подчиняются классическому уравнению состояния газов (т. 1, § 26.5).

Кроме электронов в металлах, примером вырожденного газа является фотонный газ. В самом деле, представим себе, что в замкнутой полости, стенки которой имеют температуру T, находится электромагнитное поле. Такой случай мы рассматривали в главе о тепловом излучении (гл. 31). Рассматривая это излучение как фотонный газ и учитывая, что масса покоя фотона равна нулю ($m = 0$), получим, что для фотонного газа $T_{вырожд} = \infty$. Фотонный газ при любых конечных температурах является вырожденным газом.

4. Резкие отличия свойств вырожденного электронного газа от свойств обычных классических газов можно иллюстрировать одним весьма поучительным соображением. Как известно (т. 1, § 26.3), в основе понятия об идеальном газе лежит возможность пренебречь взаимодействием между молекулами и считать, что молекулы движутся свободно, лишь сталкиваясь друг с другом. Можно сказать, что обычный газ тем идеальнее, чем меньше потенциальная энергия взаимодействия его молекул по сравнению с их кинетической энергией. Известно, что чем более разрежен газ, чем меньше его плотность, тем более его свойства приближаются к свойствам идеального газа. Для вырожденного электронного газа в металлах справедливо обратное: он тем ближе по свойствам к идеальному газу, чем *бо́льшие* его плотность, т. е. чем *меньшие* расстояние между электронами.

В самом деле, потенциальная энергия U взаимодействия электронов пропорциональна e^2/a, где e — заряд электрона, a — среднее расстояние между электронами, равное по порядку величины $n^{-1/3}$ (п. 2). Таким образом, $U \approx e^2 n^{1/3}$. Кинетическая энергия K электрона в металле, в области, где вырождение электронов существенно, имеет величину $K \approx \frac{3}{2} \cdot \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{m}$ (п. 2). Оказывается, что *с ростом концентрации n электронов кинетическая энергия электронов растет быстрее, чем потенциальная энергия их взаимодействия*. А это условие определяет бо́льшую близость газа к идеальному.

§ 39.6. Распределение электронов в металле по энергиям при абсолютном нуле

1. Из содержания предыдущих параграфов этой главы становится совершенно ясным, что вырожденный электронный газ должен подчиняться статистическим законам, существенно отличающимся от классических (т. 1, §§ 25.2, 26.10 и 26.11).

Рассмотрим некоторые результаты, полученные в квантовой статистике Ферми — Дирака (§ 39.3) для электронов в металле. Наиболее разительными являются отличия выводов классической и квантовой статистики при сверхнизких температурах. На рис. 39.6 изображена кривая распределения электронов металла по дозволенным энергетическим уровням при $T=0$ °К. По оси абсцисс отложены номера N

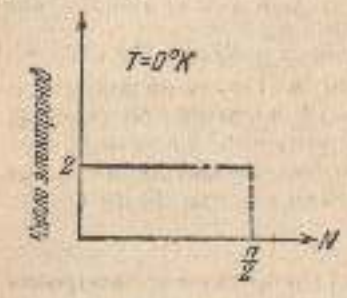


Рис. 39.6.

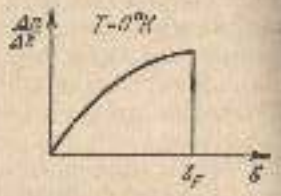


Рис. 39.7.

энергетических уровней, отсчитываемые от дна потенциального ящика, а по оси ординат — числа электронов, находящихся на данном уровне. Так как уровни энергии дискретны, то распределение при энергиях, меньших $\mathscr{E}_F$, изображается совокупностью большого числа точек, расположенных по одной прямой (на рисунке показана просто прямая, проведенная через эти точки). Электроны, в соответствии с принципом Паули, попарно занимают все энергетические уровни от дна ящика до уровня Ферми. Номер верхнего занятого уровня Ферми равен $n/2$, где n — концентрация электронов в металле *).

2. Среднее расстояние между двумя соседними энергетическими уровнями электронов в металлах равно $\Delta\mathscr{E}=\frac{\mathscr{E}_F}{n/2}=\frac{2\mathscr{E}_F}{n}$. Приняв концентрацию электронов n равной 10^{28} $м^{-3}$ и значение $\mathscr{E}_F\approx 10$ $эв$ (§ 39.4), получим, что $\Delta\mathscr{E}\approx 10^{-42}$ $эв$, т. е. энергетические уровни расположены весьма близко и образуют густую, почти непрерывную последовательность.

Однако кривая рис. 39.6 не дает распределения электронов по энергиям при $T=0$ °К. Для того чтобы описать это распределение, необходимо учесть, что, как показывают теоретические расчеты, число уровней, соответствующих значениям энергии в пределах от $\mathscr{E}$ до $\mathscr{E}+\Delta\mathscr{E}$, прямо пропорционально произведению $\sqrt{\mathscr{E}}\cdot\Delta\mathscr{E}$. Это позволяет найти число электронов Δn, которые при общем числе n электронов в единице объема при температуре $T=0$ °К имеют энергии, заключенные в пределе от $\mathscr{E}$ до $\mathscr{E}+\Delta\mathscr{E}$. *Кривой распределения электронов металла по энергиям* называется кривая, изображающая зависимость $\frac{\Delta n}{\Delta\mathscr{E}}$ от $\mathscr{E}$. На рис. 39.7 изображена эта кривая при $T=0$ °К. Из нее видно, что при абсолютном нуле нет электронов с энергией, большей $\mathscr{E}_F$. Кривые рисунков 39.6 и 39.7 соответствуют друг другу и указывают, что энергия $\mathscr{E}_F$ (энергия Ферми) является наибольшей энергией электрона в металле при $T=0$ °К.

*) Речь идет о распределении по энергетическим уровням электронов, находящихся в единице объема.

§ 39.7. Влияние температуры на распределение электронов по энергиям

1. Согласно квантовой статистике, важнейшим свойством электронов в металле является малая чувствительность их концентрации и энергии к изменению температуры. Рассмотрим, как изменяется при нагревании кривая распределения электронов по энергиям, изображенная на рис. 39.7. С повышением температуры электроны подвергаются тепловому возбуждению и, получив энергию, должны переходить на более высокие энергетические уровни. Это должно изменить то распределение электронов по энергиям, которое установилось при $T=0$ °К. Для того чтобы понять, как выглядит это изменение, вспомним, что энергия Ферми $\mathscr{E}_F$ при абсолютном нуле температуры составляет приблизительно 10 $эв$, а средняя энергия, передаваемая электрону при нагревании, имеет порядок величины средней энергии теплового движения kT. При комнатных температурах ($T\approx 300$ °К) величина kT составляет 0,025 $эв$, т. е. выполняется условие

$$kT \ll \mathscr{E}_F. \qquad (39.13)$$

2. Неравенство (39.13) показывает, что в этих условиях тепловому возбуждению могут подвергаться лишь те электроны, которые находятся на энергетических уровнях, расположенных вблизи уровня Ферми — верхнего занятого уровня при $T=0$ °К. Эти уровни образуют узкую полосу

шириной kT, непосредственно примыкающую к уровню Ферми.

На рис. 39.8 эти полосы уровней заштрихованы. Особенно важно, что электроны более глубоких уровней остаются практически незатронутыми, так как энергия, которую они получили, недостаточна для их возбуждения, т. е. перевода *за уровень Ферми*, в выше расположенные уровни заняты.

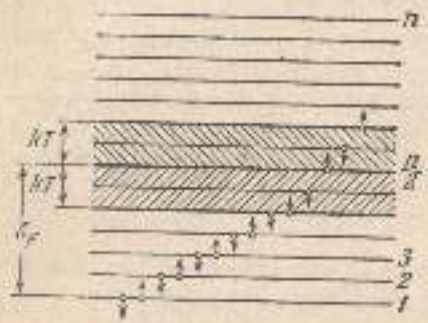


Рис. 39.8.

В результате нагревания часть электронов, имеющих энергию, несколько меньшую, чем $\mathscr{E}_F$, перейдет на уровни с энергией несколько большей, чем $\mathscr{E}_F$, и установится новое распределение электронов по энергетическим состояниям. На рис. 39.9 и 39.10 изображены кривые, аналогичные кривым рис. 39.6 и 39.7 и удовлетворяющие неравенству (39.13). Сравнение кривых при $T=0$ °K и $T\neq 0$ °K показывает, что они отличаются друг от друга лишь характером спада вблизи уровня с номером $n/2$ и вблизи уровня $\mathscr{E}_F$. При $T=0$ °K кривые спадают резко, скачкообразно, по вертикали, а при $T\neq 0$ °K спад происходит по плавной кривой, сливающейся с осью абсцисс. Кривые рис. 39.9 и 39.10

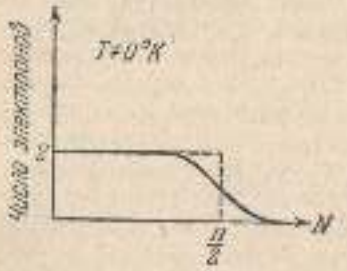


Рис. 39.9.

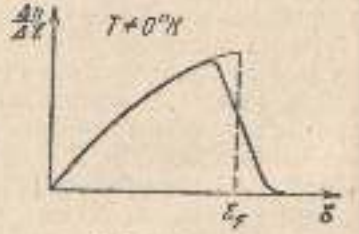


Рис. 39.10.

выражают тот факт, что при нагревании возбуждаются лишь электроны, расположенные на уровнях, ближайших к уровню Ферми. Распределение же по состояниям и энергиям электронов, находящихся на глубинных энергетических уровнях, остается таким же, как и при $T=0$ °K.

3. Оценим приближенно число электронов Δn, которые находятся ниже уровня Ферми в полосе уровней шириной kT. В этой полосе размещается $kT/\Delta\mathscr{E}$ уровней, $\Delta\mathscr{E}=2\mathscr{E}_F/n$ — расстояние между соседними уровнями (§ 39.6). Число электронов, которые смогут разместиться на этих уровнях, равно

$$2\frac{kT}{\Delta\mathscr{E}}=\frac{2kT\cdot n}{2\mathscr{E}_F}=\frac{kT}{\mathscr{E}_F}n.$$

Коэффициент 2 появляется вследствие того, что, согласно принципу Паули, на каждом уровне могут находиться по два электрона с противоположно направленными спинами. Если предположить, что за уровень Ферми переходит половина всех электронов, размещающихся в полосе шириной kT, то для числа Δn электронов, испытавших тепловое возбуждение, получаем соотношение

$$\Delta n\approx\frac{kT}{2\mathscr{E}_F}n. \qquad (39.14)$$

При комнатных температурах и значениях $\mathscr{E}_F\approx 5$—10 *эв* получим, что $\Delta n/n\leqslant 0{,}01$. Таким образом, лишь незначительная доля электронов, меньшая 1%, возбуждается при нагревании. Это означает, что во всем диапазоне температур, в котором электронный газ вырожден, распределение его электронов по энергетическим состояниям весьма мало отличается от распределения при абсолютном нуле. Но, как показано в § 39.5, электронный газ является вырожденным при всех температурах, допускающих существование металла в конденсированном состоянии. Следовательно, распределение электронов металла по энергетическим состояниям при любых температурах мало отличается от распределения при абсолютном нуле. Отсюда следует важный вывод о том, что *концентрация электронов в металлах и скорость их теплового движения не зависят от температуры металла.*

4. До сих пор мы совершенно не касались вопроса о том, влияет ли нагревание металла на положение верхнего занятого электронами уровня — уровня Ферми. Подчеркнем, что *до сих пор мы во всех соотношениях использовали $\mathscr{E}_F$ — энергию Ферми при абсолютном нуле.* В квантовой статистике показывается, что *с повышением температуры уровень Ферми несколько понижается.* Расчеты показывают, что если обозначить через $(\mathscr{E}_F)_0$ энергию Ферми при температуре T, то она связана с энергией $\mathscr{E}_F$ при абсолютном

нуле соотношением

$$(\mathscr{E}_F)_T \approx \mathscr{E}_F \left[1 - \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{\mathscr{E}_F}\right)^2\right]. \qquad (39.15)$$

Если принять во внимание неравенство (39.13), то можно сказать, что уменьшение энергии Ферми при нагревании весьма незначительно и им можно пренебречь:

$$\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{\mathscr{E}_F}\right)^2 \ll 1; \quad 1 - \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{\mathscr{E}_F}\right)^2 \approx 1; \ (\mathscr{E}_F)_T \approx \mathscr{E}_F. \quad (39.16)$$

Однако в некоторых случаях, в частности в контактных явлениях, происходящих при соприкосновении разнородных металлов, незначительная температурная зависимость энергии Ферми является причиной термоэлектрических явлений (§ 8.8).

5. В заключение заметим, что между кривой распределения частиц по энергиям в квантовой статистике (рис. 39.10) и классическим законом максвелловского распределения молекул газа по энергиям имеется закономерная связь. При высоких температурах, когда газ перестает быть вырожденным, кривая распределения частиц по энергиям в квантовой статистике переходит в кривую максвелловского распределения (т. 1, § 25.2).

§ 39.8. Теплоемкость вырожденного электронного газа

1. Как мы видели (§§ 9.2 и 39.1), классическая электронная теория металлов не сумела объяснить того, что электроны практически не вносят вклада в теплоемкость металла. Теплоемкость электронного газа чрезвычайно мала по сравнению с теплоемкостью кристаллической ионной решетки. Причина этого была выяснена только после того, как были вскрыты свойства вырожденного электронного газа в металлах.

2. Вычислим ту энергию ΔU^*, которую поглощают при нагревании электроны, испытывающие тепловое возбуждение. Для того чтобы затем перейти к теплоемкости металлов, удобнее вести рассуждение относительно числа ΔN^* электронов, которые из общего числа N^* свободных электронов, содержащихся в киломоле металла, подвергаются тепловому возбуждению. Очевидно, что

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta N^*}{N^*}, \qquad (39.17)$$

где числа электронов Δn и n относятся к единице объема металла. При тепловом возбуждении каждый электрон поглощает энергию, равную по порядку величины kT. Все электроны ΔN^*, которые возбуждаются и переходят на более высокие энергетические уровни, получают энергию

$$\Delta U^* \sim kT \cdot \Delta N^* = N^* kT \frac{kT}{2\mathscr{E}_F}. \qquad (39.18)$$

При этом мы использовали соотношения (39.17) и (39.14). Как известно (§ 8.2, табл. 8.1), у одновалентных металлов на один атом приходится по одному свободному электрону. Тогда число N^* свободных электронов в киломоле металла совпадает с числом Авогадро, а произведение $N^* k = R^*$ есть универсальная газовая постоянная (т. 1, § 26.9). Таким образом,

$$\Delta U^* \sim R^* T \cdot kT/2\mathscr{E}_F. \qquad (39.19)$$

Теплоемкость одного киломоля электронного газа получим по формуле (9.4):

$$C^* = \frac{\Delta U^*}{T} \sim R^* \frac{kT}{2\mathscr{E}_F}. \qquad (39.20)$$

3. Сравним выражение (39.20) с теплоемкостью $C^*_{кл}$ невырожденного одноатомного газа, подчиняющегося законам классической кинетической теории газов. Как известно (т. 1, формула (27.14)),

$$C^*_{кл} = \frac{3}{2} R^*. \qquad (39.21)$$

Из (39.20) и (39.21) легко получить

$$\frac{C^*}{C^*_{кл}} = \frac{1}{3}\frac{kT}{\mathscr{E}_F}. \qquad (39.22)$$

Как видим, теплоемкость вырожденного электронного газа в металлах значительно меньше теплоемкости невырожденного одноатомного газа. В самом деле, при комнатных температурах $kT \approx 0{,}025$ эв; так как $\mathscr{E}_F \approx 3$—10 эв, то в согласии с неравенством (39.13) $kT/\mathscr{E}_F \approx 0{,}01$, поэтому

$$C^* \sim 0{,}01\, C^*_{кл}.$$

Этот результат находится в хорошем согласии с опытом и объясняет малую теплоемкость электронного газа. Тем самым разрешается серьезная трудность классической электронной теории металлов.

§ 39.9. Понятие о квантовой теории электропроводности металлов

1. Квантовая теория металлов внесла существенные изменения в классические представления об их электропроводности. Как известно, электрический ток в металлах является результатом упорядоченного движения электронов. Это движение возникает под действием электрического поля, создаваемого в металле источником тока. Для того чтобы электроны начали упорядоченно двигаться под действием электрического поля, они должны изменить свою энергию, т. е. «принять» энергию от источника тока. При обычных напряжениях в цепи электроны принимают небольшую энергию *). С квантовой точки зрения, электрон может принять небольшую энергию лишь в том случае, если существуют близкие энергетические уровни, не занятые другими электронами. Тогда, получив энергию, электроны будут переходить на эти свободные уровни и возникнет электрический ток — движение электронов в направлении, противоположном направлению напряженности внешнего электрического поля.

2. Теория электропроводности металлов, основанная на квантовой статистике Ферми — Дирака, была развита Зоммерфельдом. Она привела к выражению закона Ома для плотности тока, аналогичному формуле (8.13). Коэффициент удельной электропроводности согласно квантовой теории вычисляется по формуле, внешне похожей на формулу (8.15):

$$\gamma_{\text{квант}} = \frac{ne^2\bar{\lambda}(F)}{m\bar{u}(F)}; \qquad \gamma_{\text{кл}} = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2mu}. \tag{39.23}$$

Однако по существу этот результат очень сильно отличается от классического. В формуле (39.23) $\bar{\lambda}(F)$ — средняя длина свободного пробега электрона, *находящегося на уровне Ферми*, а $\bar{u}(F)$ — средняя скорость теплового движения электрона, находящегося на верхнем занятом энергетическом уровне; смысл величин в выражении для $\gamma_{\text{кл}}$ разъяснен в §§ 8.4 и 8.5.

3. Средняя скорость $\bar{u}(F)$ практически не зависит от температуры, так как с ее изменением уровень Ферми остается почти неизменным (§ 39.7). Напомним, что в классической электронной теории $\bar{u} \approx \sqrt{T}$, и это привело к трудностям в истолковании зависимости γ от температуры (§ 39.1). Наиболее существенное отличие в выражениях для $\gamma_{\text{кл}}$ и $\gamma_{\text{квант}}$ состоит в том, что истолкования средней длины свободного пробега электрона $\bar{\lambda}$ в классической и квантовой теориях металлов совершенно разные. Вспомним, что в классической теории свободные электроны рассматриваются как классический электронный газ, частицы которого сталкиваются с положительными ионами кристаллической решетки. В этом, с классической точки зрения, заключается причина электрического сопротивления металлов. В квантовой теории движение электронов сквозь решетку металла рассматривается как распространение де-бройлевских электронных волн. Характер взаимодействия этих волн с ионами решетки качественно отличен от простого соударения электрона с ионом. *Электронные волны рассеиваются на ионах кристаллической решетки.*

4. Роль средней длины свободного пробега электрона в квантовой теории играет средняя длина пробега $\bar{\lambda}$ электронной волны, т. е. среднее расстояние, которое волна может пройти без рассеяния на узлах кристаллической решетки. Для распространения электронных волн узлы решетки не являются жесткой преградой: электронные волны могут «обтекать» узлы и распространяться без рассеяния на значительные расстояния. Средняя длина пробега $\bar{\lambda}$ непосредственно не связана с размерами частиц в узлах и междуузельным расстоянием в решетке (с периодом решетки) и может составлять сотни таких периодов. Если длина пробега электронных волн достаточно велика, то это означает, что вероятность обнаружить электрон, прошедший в решетке сотни междуузельных расстояний, также будет отлична от нуля. Другими словами, электрон может свободно проходить в кристалле большие расстояния. Этому соответствует в классическом представлении средняя длина пробега электрона, равная сотням периодов решетки.

5. Новый взгляд на характер взаимодействия электронов с решеткой металла привел к иному толкованию природы сопротивления металлических проводников и зависимости сопротивления от температуры.

Из оптики известно (§ 26.8), что интенсивность светового потока, проходящего сквозь мутную среду (туман),

*) Предлагаем читателю по материалу §§ 3.3, 8.2, 8.6 подсчитать, какую энергию приобретает электрон на длине свободного пробега под действием электрического поля, создаваемого обычным гальваническим элементом.

коллоидные растворы и т. д.), ослабляется вследствие того, что часть потока рассеивается в стороны. Частицы среды, рассеивающие свет, должны быть удалены друг от друга на расстояния d, сравнимые с длиной λ световой волны. При условии $d \ll \lambda$ рассеяние света не наблюдается и среда является оптически однородной. Неоднородности оптических свойств среды, приводящие к рассеянию света, при условии $d \ll \lambda$ не проявляются и свет проходит через среду так, как если бы она была совершенно прозрачной. В § 9.3 показано, что аналогичные явления происходят при рассеянии звуковых волн в твердых телах. При распространении электронных волн сквозь решетку металла происходят подобные же явления.

6. Совершенно правильная, идеальная кристаллическая решетка, в узлах которой находятся *неподвижные* ионы, не рассеивает электронные волны. В такой решетке отсутствуют центры рассеяния — неоднородности, искажения правильности решетки, превосходящие по размерам длину де-бройлевских волн. Поток свободных электронов должен проходить сквозь такую решетку беспрепятственно. Подобная решетка не представляла бы никакого сопротивления для движения электронов. Электрическое сопротивление металла было бы равно нулю, если бы ионы решетки металла были неподвижны.

Однако хорошо известно, что при любой температуре частицы твердого тела в узлах решетки совершают колебания. Хаотические тепловые колебания частиц в узлах кристаллической решетки создают в ней флуктуации плотности (т. 1, § 28.10). В самом деле, за счет тепловых колебаний расстояния между частицами в решетке, а следовательно и плотность вещества, могут быть неодинаковыми в соседних малых объемах внутри металла. Результатом тепловых колебаний частиц в узлах решетки является появление местных неоднородностей плотности. Линейные размеры областей в металле, где проявляются эти неоднородности, значительно больше, чем длина де-бройлевских волн. Таким образом возникают центры рассеяния электронных волн. Свободные электроны, движущиеся сквозь решетку металла, рассеиваются на тепловых колебаниях ионов решетки. Это является причиной электрического сопротивления чистых металлов. Колебания узлов решетки приводят к распространению в ней звуковых волн, которые, как показано в § 9.3, можно заменить распространением в решетке «квазичастиц» — фононов. Электрическое сопротивление металлов является результатом рассеяния электронов проводимости на фононах.

7. Различная зависимость от расстояния сил притяжения и отталкивания между частицами приводит к тому, что колебания частиц в кристаллической решетке твердого тела *не являются гармоническими*. Оказывается, что это имеет большое значение для выяснения природы электрического сопротивления в чистых металлах. Дело в том, что отклонения от гармоничности колебаний ионов в узлах кристаллической решетки вызывают нарушения периодичности решетки, а следовательно, появление неоднородности плотности — центров для рассеяния электронных волн. Если бы периодичность кристаллической решетки ничем не нарушалась, то не происходило бы рассеяния электронных волн на ионах решетки, и сопротивление металла при любой температуре было бы равно нулю. *Только за счет нарушения периодичности* решетки осуществляются те процессы рассеяния электронов, которые приводят к возникновению сопротивления и выделению тепла в проводнике при прохождении электрического тока.

8. С повышением температуры возрастает рассеяние электронных волн на тепловых колебаниях решетки и происходит уменьшение средней длины свободного пробега электронов. При обычных комнатных температурах $\bar{\lambda}(F)$ обратно пропорциональна первой степени температуры, $\bar{\lambda}(F) \sim 1/T$. Это и приводит к хорошо подтверждающейся на опыте зависимости электропроводности $\gamma_{\text{металл}}$ от температуры ($\gamma_{\text{металл}} \sim 1/T$). При очень низких температурах средняя длина свободного пробега обратно пропорциональна пятой степени температуры, $\bar{\lambda}(F) \sim 1/T^5$. Поэтому, в согласии с опытами, удельное сопротивление чистых металлов при сверхнизких температурах прямо пропорционально пятой степени температуры ($\rho = 1/\gamma$; $\gamma \sim 1/T^5$ и $\rho \sim T^5$).

§ 39.10. Явление сверхпроводимости

1. Установлено, что при температуре $T_{кр} \approx 4{,}2$ °K электрическое сопротивление очищенной ртути резко падает до нуля (рис. 39.11). Электрический ток, индуцированный в ртутном проводнике, сохраняется при $T \leqslant 4{,}2$ °K неизменным сколь угодно длительное время. Это явление было названо *сверхпроводимостью*.

Температура $T_{кр}$, при которой вещество переходит в сверхпроводящее состояние, называется *критической температурой перехода*. Для различных металлов и сплавов значение $T_{кр}$ варьируется от менее 1°К до примерно 20 К. В табл. 39.1 приведены критические температуры перехода некоторых сверхпроводящих химических элементов и сверхпроводящих соединений.

Таблица 39.1

Сверхпроводящий элемент или соединение	$T_{кр}$, °К	Сверхпроводящий элемент или соединение	$T_{кр}$, °К
Ir	0,14	MoC	8
Ti	0,39	Tc	9,3
Cd	0,56	Mo_3Re	9,8
Zn	0,85	Nb_3Zn	10,5
Ga	1,10	NbC	11,1
Tl	2,39	MoTc	14
Ag	4,16	NbN	14,7
Pb	7,22	V_3Si	17,0
Nb	8,9	Nb_3Sn	18,2

Химические элементы, обладающие свойством сверхпроводимости, расположены в средней части периодической системы Менделеева. При обычных температурах они, как правило, имеют более низкую электропроводность, чем несверхпроводящие металлы.

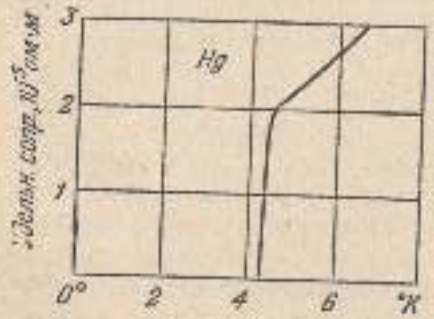


Рис. 39.11.

2. Критическая температура перехода элементов зависит от их изотопного состава (§ 44.1). Как правило, температура $T_{кр}$ убывает с ростом среднего атомного веса элемента, состоящего из нескольких изотопов. Введение в чистый сверхпроводящий металл примесей, различные искажения решетки металла оказывают лишь влияние на резкость перехода в состояние сверхпроводимости, но не уничтожают

его переход. Это указывает на то, что при переходе в сверхпроводящее состояние электроны перестают взаимодействовать с кристаллической решеткой металла.

3. Ниже температуры $T_{кр}$, когда существует сверхпроводящее состояние проводника, его можно разрушить при $T=\text{const}$ наложением достаточно сильного магнитного поля. Поле может быть либо внешним, либо может быть создано током, текущим по самому проводнику. При любой температуре $T<T_{кр}$ существует некоторое минимальное значение $H_{кр}$ напряженности магнитного поля, достаточное для разрушения сверхпроводящего состояния. Величина $H_{кр}$ называется *критической напряженностью*. С понижением температуры проводника $H_{кр}$ увеличивается. На рис. 39.12 изображены кривые зависимости сопротивления образца, изготовленного из белого олова, от напряженности H при различных температурах.

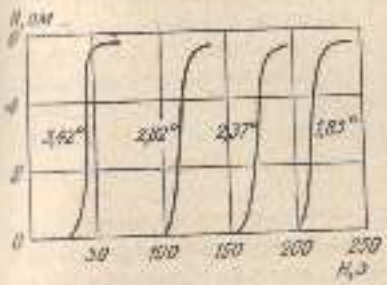


Рис. 39.12.

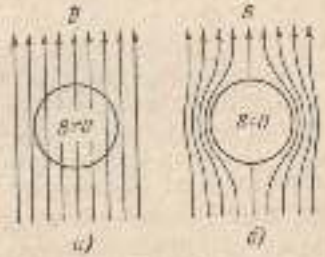


Рис. 39.13.

4. При $T\leqslant T_{кр}$ сверхпроводящий проводник, помещенный в магнитное поле, *выталкивает* из себя магнитный поток. Это явление называется *эффектом Мейснера*. На рис. 39.13, *а* изображен поток магнитной индукции B, пронизывающий проводник в обычном состоянии. На рис. 39.13, *б* магнитный поток выталкивается из проводника, находящегося в сверхпроводящем состоянии. Магнитная индукция B внутри сверхпроводника равна нулю. Это справедливо только для полей более слабых, чем критическое поле. При этом проводник ведет себя как идеальный диамагнетик с магнитной восприимчивостью $\varkappa_m=-1$ (§ 6.4). Действительно, при этом значении $\varkappa_m$ относительная магнитная проницаемость $\mu=1+\varkappa_m=0$ и $B=\mu_0\mu H=0$.

В реальных сверхпроводниках существует некоторая глубина, на которую магнитное поле все же проникает.

Она зависит от температуры и геометрической формы образца. При температурах, которые на $1-2^\circ$ ниже $T_{кр}$, поле проникает в сверхпроводники на глубину порядка 10^{-5} *см*. Поэтому очень тонкие сверхпроводящие пленки — толщиной 10^{-5} *см* и меньше — не являются идеальными диамагнетиками: магнитное поле в них нигде не равно нулю.

5. При переходе в сверхпроводящее состояние изменяются тепловые свойства вещества. Например, *в отсутствие магнитного поля* при температуре $T_{кр}$ скачкообразно изменяется теплоемкость. Если поле существует, то изотермический переход из сверхпроводящего состояния в нормальное сопровождается резким изменением теплоемкости и поглощением тепла, а обратный переход — выделением тепла. Кроме того, при этом скачкообразно изменяется теплопроводность вещества.

Перечисленные экспериментальные факты легли в основу *термодинамической теории сверхпроводимости*, в создание которой решающий вклад внесли академики Л. Д. Ландау и В. Л. Гинзбург. В этой теории сверхпроводящее и нормальное состояния рассматриваются как две различные фазы вещества. При определенных значениях параметров состояния — температуры T и напряженности магнитного поля H — эти фазы переходят друг в друга.

6. Термодинамическая теория сверхпроводимости, позволившая формально объяснить основные экспериментальные факты, не могла, естественно, вскрыть природу явления сверхпроводимости. Это было сделано сравнительно недавно в квантовой теории электрических свойств твердых тел. Современная теория сверхпроводимости разработана Бардиным, Купером и Шриффером, а также академиком Н. Н. Боголюбовым. В 1950 г. была высказана идея о том, что при некоторых условиях взаимодействие электронов с фононами (§ 9.3) может явиться причиной перехода в сверхпроводящее состояние. Дело в том, что рассеяние электронов на фононах приводит к возникновению обменного взаимодействия (§ 38.3) между самими электронами, которое имеет специфическую квантовомеханическую природу и состоит в *их взаимном притяжении*. Математическое решение этой весьма сложной задачи было дано в 1957 г. Н. Н. Боголюбовым.

Оказалось, что обменное взаимодействие особенно велико для пар электронов, имеющих противоположные спины и импульсы. При некоторых условиях взаимное притяжение

между такими электронами может значительно превышать их электростатическое отталкивание. Благодаря этому сильному взаимодействию *электроны проводимости в металле образуют связанный коллектив, который не может поглощать энергию малыми порциями*. При этом соударения с узлами решетки не изменяют энергию электронов проводимости, и металл ведет себя как идеальный сверхпроводник с нулевым удельным сопротивлением. Для того чтобы нарушить связь какого-либо электрона с другими электронами коллектива, необходимо затратить энергию, соответствующую средней энергии тепловых колебаний узлов решетки при температуре перехода $T_{кр}$. Поэтому при $T > T_{кр}$ сверхпроводящее состояние существовать не может.

Последовательное проведение этих идей позволило создать теорию сверхпроводимости, в которой нашли свое объяснение все свойства сверхпроводников, в частности, магнитные и тепловые. Найденные теоретическим путем зависимость температуры от изотопного состава металлов и зависимость напряженности критического магнитного поля от температуры хорошо согласуются с экспериментальными данными. Теоретически получены критерии того, что в системе взаимодействующих электронов могут возникать связанные состояния и будет существовать сверхпроводимость.

7. Явление сверхпроводимости получило разнообразные применения в науке и технике. Возможность получить большие токи от источника с малым напряжением при отсутствии потерь на джоулево тепло используется в измерительной технике. Например, гальванометр с рамкой из сверхпроводника имеет огромную чувствительность порядка 10^{-11} *в*. Возможность при помощи магнитного поля переводить проводник в сверхпроводящее состояние и обратно, в нормальное, используется для усиления весьма малых постоянных токов и напряжений. При этом слабый постоянный сигнал подается на сверхпроводник, находящийся в переменном магнитном поле. Напряженность магнитного поля подбирается такой, чтобы проводник попеременно переводился в сверхпроводящее состояние и обратно. В результате получается переменный ток, частота которого совпадает с частотой магнитного поля. Дальнейшее усиление этого тока производится обычным способом. Для создания резонаторов высокой добротности (§ 15.6) с малым затуханием колебаний стенки резонаторов могут быть изго-

тоянны из сверхпроводящих материалов, обеспечивающих малое сопротивление и малое затухание.

Явление сверхпроводимости используется для получения весьма сильных магнитных полей. Для этого обмотки электромагнита должны быть изготовлены из сверхпроводящей проволоки, изготовленной из сверхпроводящих сплавов с большим значением критической напряженности $H_{кр}$. В таких обмотках может быть создана огромная плотность токов, и, соответственно, электромагнит будет иметь сильное магнитное поле. Современные обмотки соленоидов, изготовленные из сверхпроводящих сплавов, позволяют получать магнитные поля с индукцией более 10 *тл*. Такие соленоиды не рассеивают мощности, в то время как при обычных медных обмотках при магнитном поле 10 *тл* выделяется огромное количество тепла.

На принципе разрушения сверхпроводящего состояния магнитным полем основано создание переключающих устройств, называемых криотронами. Пленочные криотроны, имеющие весьма малые габариты, переключаются за 10^{-9}—10^{-10} *сек*.

На основе явления сверхпроводимости создаются элементы памяти счетно-решающих устройств. Идея таких элементов, изготавливаемых из сверхпроводящих пленок, состоит в том, что ток, наведенный в сверхпроводящем кольце, хранится без затухания очень долго.

Серьезные трудности практического использования сверхпроводимости связаны с тем, что необходимо работать в области сверхнизких температур. Создание сверхпроводящих материалов с высокой, например комнатной, температурой перехода в сверхпроводящее состояние создаст новые огромные возможности применения явления сверхпроводимости в различных областях науки и техники.

ГЛАВА 40

ЭЛЕМЕНТЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ КРИСТАЛЛОВ

§ 40.1. Понятие о зонной теории твердых тел

1. В предыдущей главе, рассматривая электропроводность металлов, мы считали, что движение электронов в металлах является свободным движением внутри «потенциального ящика» с плоским дном. Этому соответствовало

расположение о том, что потенциальная энергия электрона в металле *везде одинакова*. В действительности дело обстоит значительно сложнее. Помимо свободных электронов в металле имеются положительные ионы. Ионы создают внутри металла электрическое поле, влияющее на движение свободных электронов.

2. Положительные ионы расположены в узлах кристаллической решетки строго упорядоченно. Расстояния между ними по осям x, y и z равны, соответственно, периодам решетки по этим направлениям. Электрическое поле, которое создают ионы, закономерно изменяется внутри кристалла. Оно является *периодической* функцией координат x, y, z. Поэтому потенциальная энергия электронов в металле не постоянна, а периодически изменяется, зависит от их координат. На рис. 40.1 изображено изменение потенциальной энергии электрона по оси x. Ось проведена через узлы кристаллической решетки. В местах, где расположены ионы, имеются минимумы энергии — «потенциальные воронки». При приближении к иону электрон как бы «проваливается» в потенциальную яму — воронку.

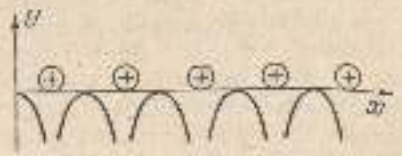


Рис. 40.1.

3. Не только для металлов, но и для других типов твердых тел характерно правильное расположение атомов или молекул в узлах кристаллической решетки. Расстояние между узлами имеет порядок величины, сравнимый с линейными размерами самих атомов и молекул. В этих условиях атомы (или молекулы) нельзя рассматривать как изолированные и необходимо учитывать их взаимодействие. Не следует думать, что в кристаллах, содержащих атомы (или молекулы), ион не создается внутреннего электрического поля. Хорошо известно, что даже простейшая электрически нейтральная система — электрический диполь — создает электрическое поле (т. 1, § 10.4). Создают его и атомы (или молекулы), в которых имеется определенное распределение положительных и отрицательных электрических зарядов. Таким образом, *в любом кристаллическом твердом теле имеется периодическое электрическое поле, создаваемое частицами, находящимися в узлах кристаллической решетки.* Поэтому вывод о периодическом изменении потенциальной энергии электронов, которые

движутся в твердом теле, относится ко всем типам твердых тел.

4. Дальнейшим развитием квантовой теории металлов (и других типов твердых тел) явилась *зонная теория*. В зонной теории твердое тело рассматривается как кристалл с упорядоченным расположением совокупности ядер, создающих периодическое электрическое поле. Определяются энергетические уровни электронов, движущихся в периодическом поле кристалла. Смысл названия «зонная теория» выяснится из дальнейшего изложения. Основой зонной теории является изучение вопроса о том, какие изменения произойдут в дискретных энергетических уровнях электронов изолированных атомов, если атомы сблизятся и образуют кристаллическую решетку.

Как известно (§ 35.3), разрешенные значения энергии в атоме отделены друг от друга широкими областями запрещенных энергий. При объединении атомов в твердое тело энергетические состояния электронов изолированных атомов изменяются. Периодическое электрическое поле кристаллической решетки, взаимодействие между атомами существенно влияет на энергетические уровни электронов в твердом теле. Результатом этого влияния является *расщепление* энергетических уровней электронов. Вместо одного

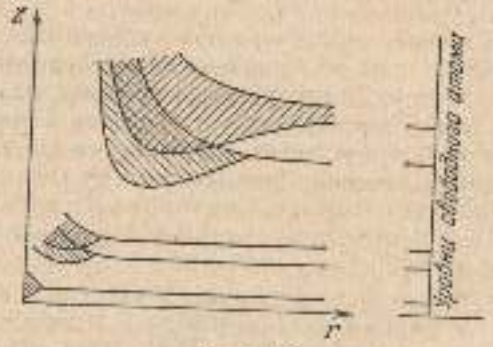


Рис. 40.2

энергетического уровня, одинакового для всех N изолированных атомов, в твердом теле возникают N близко расположенных, но не совпадающих уровней, которые образуют *энергетическую полосу* или *зону энергий*.

5. На рис. 40.2 показано расщепление различных уровней энергии изолированных атомов при их сближении и образование зон энергий в твердом теле. Расщепление уровней представлено как функция расстояний r между атомами. Из рисунка видно, что не все уровни расщепляются одинаково. Взаимодействие между атомами твердого тела сильнее всего влияет на энергетические уровни внешних, валентных электронов, которые слабее других связаны со своими ядрами и обладают наибольшей энергией. Энергетические уровни внутренних электронов расщепляются очень слабо при весьма малых расстояниях между атомами, этого меньших, чем период кристаллической решетки.

Твердое тело можно рассматривать как гигантскую молекулу, состоящую из множества атомов. Энергетические состояния внутренних электронов этих атомов практически такие же, как в изолированных атомах; внешние же электроны коллективизированы: они принадлежат всей гигантской молекуле (твердому телу), а не каким-либо определенным атомам. Энергия внешних электронов может принимать значения, находящиеся в пределах областей, заштрихованных на рис. 40.2, которые называются *разрешенными энергетическими зонами*.

§ 40.2. Расщепление энергетических уровней валентных и внутренних электронов в атомах твердого тела

1. Образование зон разрешенных энергий электронов в твердом теле и причину различного расщепления уровней внешних и внутренних электронов в атомах можно понять на основе квантовой механики. Обратимся к соотношению неопределенности для энергии и времени (34.9). Как известно (§ 36.8), среднее время жизни электрона в возбужденном состоянии изолированного атома $\tau \approx 10^{-8}$ *сек*. Это приводит к естественной ширине $\Delta\mathcal{E}$ энергетического уровня, которая составляет

$$\Delta\mathcal{E} \geqslant \hbar/\tau \approx 10^{-7}\ эв$$

и определяет естественную ширину спектральных линий (§ 36.8). При образовании кристалла твердого тела изолированные атомы сближаются на расстояния порядка периода кристаллической решетки. При этом валентные электроны атомов, слабее связанные с ядрами, чем внутренние электроны, могут переходить от одного атома к другому благодаря туннельному эффекту просачивания сквозь потенциальный барьер, разделяющий атомы в кристалле (§ 34.6). Покажем, что это приводит к расширению энерге-

тических уровней таких электронов, превращению этих уровней в зоны дозволенных значений энергии, и оценим ширину $\Delta\mathscr{E}$ интервала возможных энергий валентного электрона в кристалле.

2. Для простоты предположим, что потенциальный барьер, разделяющий атомы в кристалле, имеет вид прямоугольного барьера, изображенного на рис. 40.3. Прозрачность такого барьера выражается формулой (34.27):

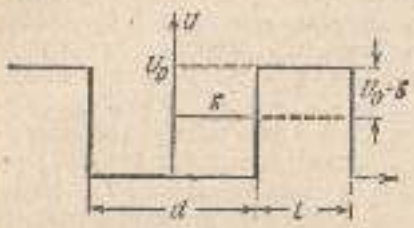


Рис. 40.3.

$$D \approx e^{-\frac{2L}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-\mathscr{E})}},$$

здесь $(U_0-\mathscr{E})$ — высота барьера для электрона с энергией $\mathscr{E}$, составляющая для нашего случая приблизительно 10 *эв* — порядок величины энергии ионизации атома; L — ширина барьера. Для взаимодействующих атомов в кристалле разумно для L выбрать величину, соизмеримую с периодом кристаллической решетки ($L \approx 10^{-10}$ *м*). Найдем среднее время τ, в течение которого валентный электрон принадлежит данному атому. Это означает, что оценивается время, в течение которого электрон находится внутри прямоугольной потенциальной ямы с линейными размерами $d \approx 10^{-10}$ *м* (линейные размеры атома). Если скорость движения электрона в атоме (потенциальной яме) принять равной $v \sim 10^6$ *м/сек*, то за одну секунду электрон v/d раз ударится о барьер. Частота просачивания электрона сквозь барьер

$$\nu = \frac{v}{d} D = \frac{v}{d} e^{-\frac{2L}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-\mathscr{E})}}.$$

Величина τ среднего времени жизни электрона в данном атоме

$$\tau = \frac{1}{\nu} = \frac{d}{v} e^{\frac{2L}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-\mathscr{E})}}.$$

Подставим в это выражение численные значения всех величин. Тогда получим $\tau \approx 10^{-13}$ *сек*. Среднее время принадлежности валентного электрона к данному атому в кристалле в 10^7 раз *меньше*, чем среднее время жизни возбужденного электрона в изолированном атоме *). Это приводит к резкому уширению энергетического уровня валентного электрона в атоме кристалла. По соотношению неопределенностей получим:

$$\Delta\mathscr{E} \geqslant \hbar/\tau \approx 1\ эв.$$

Вместо естественной ширины $\Delta\mathscr{E} \approx 10^{-7}$ *эв* электронного энергетического уровня в изолированном атоме, в кристалле возникает зона *дозволенных значений* энергии валентного электрона с шириной порядка 1 *эв*, т. е. в 10^7 раз шире, чем у электрона в изолированном атоме.

3. Оценки, приведенные выше, справедливы только для валентных электронов. Внутренние электроны атомов, расположенные в застроенных электронных оболочках, имеют ничтожную вероятность просачивания сквозь барьер и перехода к другому атому. Для внутренних электронов высота барьера резко возрастает: $U_0-\mathscr{E} \approx 10^3$ *эв*. Сравнительно небольшое увеличение ширины барьера ($L \approx 3 \times 10^{-13}$ *м*) приводит к совершенно иному результату для среднего времени принадлежности электрона к данному атому: $\tau \approx 10^{23}$ *лет*. Очевидно, что уширение энергетических уровней глубинных электронов атомов в кристаллической решетке не может идти ни в какое сравнение даже с естественным уширением возбужденных уровней валентных электронов в изолированном атоме.

§ 40.3. Расположение энергетических зон в твердом теле. Внутризонные и междузонные переходы электронов

1. Разрешенная энергетическая зона, возникшая из одного уровня в изолированном атоме, состоит из N близких уровней, где N — общее число атомов твердого тела. В 1 $м^3$ твердого тела находится 10^{28}—10^{29} атомов. Такой же порядок величины имеет и число уровней в зоне. Энергии соседних уровней в зоне отличаются приблизительно на 10^{-23} *эв* (§ 39.6). Поэтому общая ширина разрешенной зоны составляет несколько электрон-вольт. Подобно тому как в изолированном атоме дискретные уровни энергии разделены областями недозволенных значений энергии, в твердом теле разрешенные энергетические зоны разделены зонами запрещенных значений энергии. Ширина запре-

*) Эта оценка показывает, что в кристаллах со слабой связью валентных электронов с атомами — в металлических решетках — образуется электронный газ.

щенных зон соизмерима по величине с шириной разрешенных зон. Более возбужденные уровни изолированных атомов дают разрешенные зоны большей ширины. С увеличением энергии ширина разрешенных энергетических зон увеличивается, а ширина запрещенных зон уменьшается. Схема энергетических зон твердого тела изображена на рис. 40.4.

2. В изолированном атоме дозволенные квантованные энергетические уровни могут быть заполнены электронами

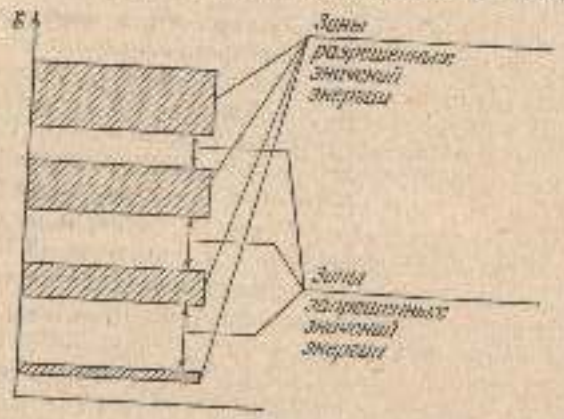


Рис. 40.4.

или свободны. Электроны в твердом теле являются системой частиц, подчиняющихся принципу Паули. Пусть $2N$ электронов находились на некоторых уровнях в N изолированных атомах. Тогда при объединении атомов в кристалл эти $2N$ электронов расположатся по два на N уровнях соответствующей зоны, причем спины обоих электронов будут направлены противоположно друг другу. В твердом теле может наблюдаться различное заполнение разных зон электронами. Разрешенные энергетические зоны могут быть заполнены целиком, частично заполнены или совершенно свободны.

3. Подобно тому как в изолированном атоме электроны могут совершать переходы между энергетическими уровнями, электроны в кристаллах могут переходить из одной разрешенной зоны в другую, а также совершать переходы с одного уровня на другой внутри одной зоны (внутризонные переходы). Для перевода электрона из нижней разрешенной зоны в соседнюю верхнюю зону необходимо затратить энергию, равную ширине запрещенной зоны, разделяющей эти две зоны. Она составляет несколько электрон-

вольт. Для перехода электрона с уровня на уровень внутри одной зоны требуется малая энергия порядка разности энергий соседних уровней, т. е. 10^{-22} *эв*.

4. Рассмотрим некоторые причины, которые могут вызвать внутризонные переходы электронов. Энергия, которую приобретает электрон под действием электрического поля источника тока, составляет обычно 10^{-4}—10^{-5} *эв* *). Ее вполне достаточно для внутризонных переходов. Средняя энергия тепловых колебаний атомов твердого тела при комнатных температурах составляет приблизительно 0,025 *эв* ($kT \approx 0{,}025$ *эв*). Этой энергии, если ее передать электронам, также достаточно для перехода электронов внутри разрешенной зоны.

5. Условия перевода электрона из одной зоны в другую, соседнюю зону требуют затраты энергии порядка нескольких электрон-вольт. При обычных разностях потенциалов, которые могут быть приложены источником тока к твердому телу, энергии, приобретаемой электронами на длине пробега, *недостаточно* для переброса электрона в соседнюю выше расположенную разрешенную зону. Нагреванием кристалла, повышением температуры можно сообщить электрону энергию, достаточную для перевода его в соседнюю зону. Тепловое возбуждение электронов может приводить как к внутризонным переходам электронов, так и к переходу их между зонами.

6. Все изложенное в этом и предыдущих параграфах справедливо не только для металлов, но и для других типов твердых тел. В самом деле, расщепление энергетических уровней электронов и образование энергетических зон связано с тем, что атомы или другие частицы, находящиеся в узлах кристаллической решетки, взаимодействуют друг с другом и создают внутри тела периодическое электрическое поле. В § 40.1 уже указывалось, что даже в случае, когда в узлах кристаллической решетки находятся нейтральные атомы или молекулы, их ядра и электроны также создают электрическое поле, особенно сильное в непосредственной близости от узлов решетки. Таким образом, в случае любого твердого тела, состоящего из упорядоченно расположенных в решетке частиц (ионов, атомов или молекул), образуется зонная структура энергетических уровней электронов, существует зонный энергетический спектр.

*) Имеется в виду энергия, приобретаемая электроном на длине свободного пробега.

§ 40.4. Металлы и диэлектрики в зонной теории

1. С точки зрения зонной теории различие электрических свойств металлов, проводников электрического тока, и диэлектриков — непроводников — определяется двумя причинами. Во-первых, характером расположения энергетических зон, точнее, шириной запрещенных зон. Во-вторых, различным заполнением электронами разрешенных энергетических зон. Необходимым условием проводимости твердого тела является наличие свободных энергетических уровней, на которые электрическое поле могло бы перевести электроны.

2. Как мы выяснили (§ 40.3), под действием обычных источников тока электроны могут осуществлять только внутризонные переходы. Рассмотрим, при каких условиях осуществляется электропроводность твердых тел, являющихся металлами. В качестве примера рассмотрим металлический натрий. В изолированном атоме натрия, как известно (§ 37.2), имеются две заполненные электронные оболочки, содержащие, соответственно, два и восемь электронов. Одиннадцатый, валентный, электрон атома натрия, в соответствии с принципом Паули, только наполовину заполняет верхний энергетический уровень атома. В кристалле металлического натрия первым двум заполненным атомным оболочкам соответствуют зоны, *целиком заполненные* электронами. Они нас в дальнейшем интересовать не будут. В этих зонах невозможны внутризонные переходы под действием электрического поля. Валентные электроны атомов при объединении в кристалл образуют *валентную зону*, которая заполнена электронами лишь наполовину и является *зоной проводимости* (рис. 40.5). Действительно, электроны, расположенные в этой зоне, могут участвовать в проводимости. Под действием электрического поля, созданного источником э. д. с., электроны, расположенные в этой зоне, будут получать энергию, переходить на верхние свободные энергетические уровни и упорядоченно двигаться.

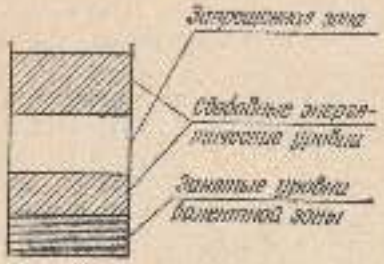


Рис. 40.5.

Таким образом, если валентная зона не полностью заполнена электронами, то твердое тело всегда будет проводником электрического тока. Такой случай заполнения валентной зоны осуществляется в металлах.

3. Твердое тело может быть проводником и в том случае, когда зона проводимости перекрывается с зоной, возникшей за счет расщепления уровня валентных электронов. Это наблюдается, например, у кристаллов элементов, образующих вторую группу периодической системы (Be, Cd, Zn и др.) (§ 37.2). В этом случае образуется широкая «гибридная» зона, которую валентные электроны заполняют лишь частично. Выше занятых уровней близко расположены свободные уровни, и, как уже отмечено, такое твердое тело будет проводником (рис. 40.6).

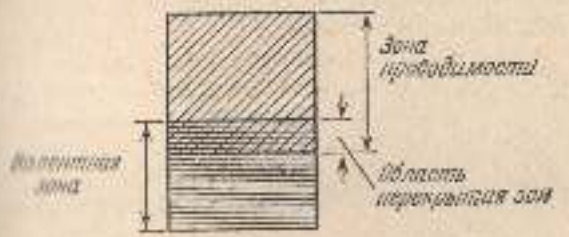


Рис. 40.6.

4. Зонная теория твердых тел позволила разобраться в вопросе о том, почему электропроводность металлов не возрастает с увеличением их валентности. С увеличением валентности металла, т. е. возрастанием числа «свободных», валентных электронов, приходящихся на один атом, с классической точки зрения электропроводность должна возрастать. Например, у трехвалентного алюминия на один атом приходится три валентных электрона, а у одновалентной меди — один. Казалось бы, что электропроводность у алюминия должна быть больше, чем у меди. В действительности же, как видно из табл. 8.2, удельное сопротивление у меди при 0 °С почти вдвое меньше, чем у алюминия, и следовательно, удельная электропроводность во столько же раз больше.

С современной точки зрения электропроводность металла зависит не от числа валентных электронов, приходящихся на один атом. Оказывается, что электропроводность металла зависит от числа электронов, для которых в верхней зоне

проводимости является достаточное число свободных энергетических состояний. Точнее, электропроводность определяется отношением числа электронов в верхней незаполненной зоне к общему числу энергетических уровней в этой зоне.

В случае двухвалентных щелочно-земельных металлов валентные электроны атомов в кристаллах размещаются по энергетическим уровням гибридной зоны таким образом, что некоторое число верхних уровней этой зоны свободно для заполнения. Но число электронов, которые могут быть переведены внешним электрическим полем источника в свободные состояния, меньше у двухвалентных металлов, чем у одновалентных. Поэтому и электропроводность у двухвалентных металлов меньше, чем у одновалентных. Для трехвалентных металлов предыдущие рассуждения применимы в еще большей степени.

5. Иногда в твердом теле зоны не перекрываются, причем валентная зона, объединяющая внешние электроны атомов или ионов, целиком заполнена электронами, а более высокие зоны совершенно пусты (рис. 40.7). Такое твердое тело является изолятором (диэлектриком), не проводящим электрический ток. Примером такого твердого тела является

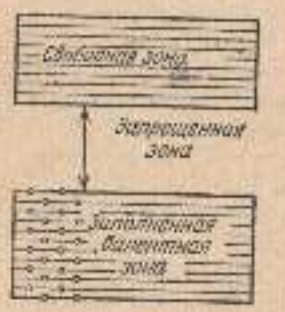


Рис. 40.7.

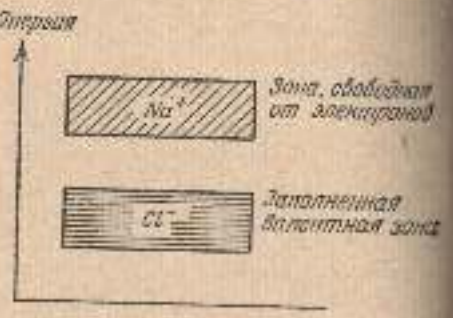


Рис. 40.8.

кристаллическая поваренная соль NaCl, молекулы которой обладают ионной химической связью. Как известно (§ 38.2), в молекуле NaCl внешний, одиннадцатый электрон атома Na переходит на внешнюю оболочку атома Cl. В результате этого образуются ионы Na^+ и Cl^-, у которых внешние электронные оболочки целиком заполнены электронами. При образовании кристалла NaCl возникает валентная зона иона

Cl^-, целиком заполненная электронами. Выше этой зоны на 6 эв располагается зона энергетических состояний иона Na^+, которая совершенно не содержит электронов (рис. 40.8). Электрическое поле источника тока не может перевести электроны из целиком заполненной зоны Cl^- в свободную зону проводимости Na^+. Кристалл NaCl обнаруживает диэлектрические свойства.

ГЛАВА 41

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

§ 41.1. Собственная электронная проводимость полупроводников

1. Между металлами, у которых удельное сопротивление порядка 10^{-4}—10^{-6} *ом·м*, и изоляторами с удельным сопротивлением 10^{8}—10^{13} *ом·м* находится огромное количество материалов, относящихся к *полупроводникам*. Их удельное сопротивление изменяется в очень широком интервале от 10^{-5} до 10^{6} *ом·м*. Почти вся окружающая нас природа состоит из полупроводящих веществ. Окислы металлов, сульфиды и теллуриды многих металлов имеют полупроводниковые свойства. В периодической системе Менделеева полупроводники образуют группу элементов, показанную на рис. 41.1. Слева и снизу от элементов, принадлежащих к полупроводникам, находятся металлы. Справа и



Рис. 41.1.

сверху располагаются элементы, которые в твердом состоянии являются диэлектриками.

Типичными представителями полупроводников, имеющими широкое применение в технике, являются германий, кремний и теллур.

2. Германий (Ge) — один из наиболее широко [используемых] полупроводниковых элементов. Он [расположен] в IV группе четвертого периода периодической [системы]. В изолированном атоме германия на внешней [оболочке] находятся четыре электрона. Остальные 28 электр[онов] размещаются на внутренних застроенных оболочках. [Кристалл] германия имеет атомную кристаллическую [решетку]. Четыре валентных электрона каждого атома вступают в [парно-]валентные химические связи с электронами соседних [атомов] в решетке, так, что свободных электронов в чистом [германии] нет (рис. 41.2). Таким образом, чистый кристалл [германия] должен быть хорошим изолятором. Германий [весьма] рассеян в природе и является дорогостоящим [элементом].

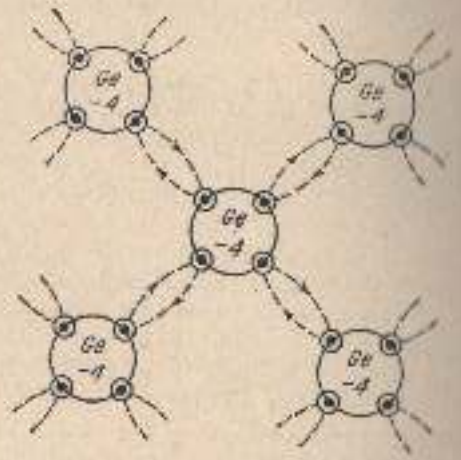


Рис. 41.2

В современной полупроводниковой технике широко [используется] кремний (Si). Четырнадцать электронов в [изолированном] атоме кремния располагаются вокруг ядра так, что четыре из них, как и у германия, находятся на внешней оболочке. В твердом кристаллическом кремнии внешние валентные электроны, так же как и у германия, вступают в ковалентные химические связи. Кремний также должен быть изолятором.

3. Ковалентные связи в германии и кремнии могут [быть] достаточно легко разрываться уже при сравнительно низких температурах. При этом будут образовываться свободные электроны, и у германия и других полупроводников такого

[...] возникает *собственная электронная проводимость* [...] *полупроводника*. Опыты показали, что с повышением [температуры] удельная электропроводность чистых полу[проводников] увеличивается. Это является важнейшим от[личием] полупроводников от обычных металлов, у которых, как известно (§§ 8.5, 9.2), проводимость уменьшается с по[вышением] температуры.

[...] зонная теория твердых тел объяснила такое измене[ние] сопротивления (или проводимости) чистых полупровод[ников]. Если верхняя полностью занятая электронами зона

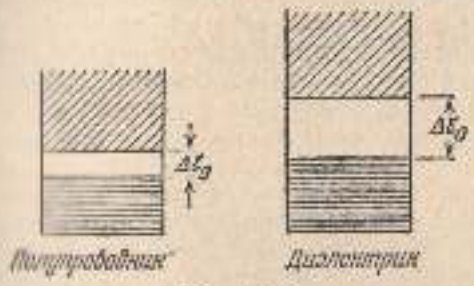


Рис. 41.3.

[...] от ближайшей разрешенной зоны энергий узкой [запрещенной] зоной, то такое тело будет диэлектриком лишь [при] низких температурах. С повышением температуры [тепловое] возбуждение может перевести электроны, распо[ложенные] у верхней границы занятой зоны, в верхнюю зону, где имеются свободные энергетические уровни. Для [этого] нужно затратить энергию, равную по крайней мере [ширине] запрещенной зоны $\Delta_0 \mathcal{E}_0$. На рис. 41.3 показано [расположение] энергетических зон полупроводника и ди[электрика]. Величина $\Delta_0 \mathcal{E}_0$ называется *энергией активации* [собственной] проводимости. Она является важнейшей ха[рактеристикой] электрических свойств полупроводника. На рис. 41.1 энергии активации полупроводниковых [элементов] (в электрон-вольтах) указаны цифрами в [скобках].

С повышением температуры чистых полупроводников [растет] число электронов, которые в результате теплового [возбуждения] переходят в свободную энергетическую зону и [участвуют] в электропроводности. Поэтому удельная [электропроводность] полупроводников возрастает с повы[шением] температуры.

§ 41.2. Собственная дырочная проводимость полупроводников

1. Появление свободных от электронов энергетических уровней в заполненной зоне имеет большое значение для электрических свойств полупроводников. Электрон, получивший энергию посредством теплового возбуждения и разорвавший ковалентные связи с другими электронами атома, уйдет со своего места. Пусть в электрически нейтральном веществе один из электронов оставляет свое место и переходит в другое, например к соседнему иону. Тогда в том месте, откуда ушел электрон, возникает избыточный положительный заряд, ибо, как подчеркивалось, вещество электрически нейтрально. Как принято говорить, образуется *положительная дырка*. Она ведет себя как положительный заряд, равный по величине заряду электрона. На освободившееся от электрона место — дырку — может переместиться соседний электрон, а это равносильно тому, что переместилась «положительная дырка»: она появится в новом месте, откуда ушел электрон. Так, например, если в шеренге пионеров на линейке вышел один пионер и образовалась «вакансия», то все пионеры могут последовательно передвигаться на освободившееся место. Все будет происходить так, как будто свободное место передвигается в сторону, *противоположную* перемещению пионеров.

2. Во внешнем электрическом поле электроны перемещаются в сторону, противоположную направлению напряженности электрического поля. Положительные дырки перемещаются в направлении напряженности электрического поля, т. е. в ту сторону, куда под действием электрического поля *перемещался бы положительный заряд*. Электропроводность полупроводника, обусловленную перемещением положительных дырок, называют *собственной дырочной проводимостью*. Процесс перемещения дырок идет в направления напряженности электрического поля, а электронов — в противоположном направлении, происходит по всей массе полупроводника. Таким образом, в полупроводниках наряду с обычной электронной проводимостью наблюдается дырочная проводимость.

С точки зрения зонной теории твердого тела появление дырочной проводимости связано с тем, что тепловое (или какое-либо иное) возбуждение электронов из заполненной зоны освобождает вакантные уровни в этой зоне. На эти уровни могут переходить другие электроны, расположенные

в той же зоне. Внутризонные переходы под действием электрического поля, как уже выяснено (§ 40.3), обеспечивают возникновение электропроводности у твердого тела. Важно подчеркнуть, что в процессе дырочной проводимости участвуют реально не положительные заряды атомов (ядра), а валентные электроны, расположенные на оболочках вокруг ядер. Однако в кристалле возникают условия, при которых движение электронов проводимости связано с таким перемещением электронов от одной частицы кристалла к другой, которое равносильно *движению положительного заряда*. В физике полупроводников не принято каждый раз подчеркивать, что возникает дырочная проводимость. Упорядоченное движение дырок по полупроводнику создает дырочный ток, который имеет большое практическое значение (гл. 42).

3. Все сказанное выше об электронной и дырочной проводимости указывает на то, что *носителями тока* могут быть и электроны, и дырки. Однако все это относилось к химически чистым полупроводникам. Технология выращивания таких кристаллов представляет значительные трудности. Для большинства полупроводниковых устройств (гл. 42) применяются полупроводники, у которых электропроводность обеспечивается примесями.

§ 41.3. Примесные электронные полупроводники (полупроводники *n*-типа)

1. Внесение примесей в полупроводник сильно влияет на его электрические свойства. Примесями считаются, например, атомы или ионы посторонних химических элементов, внедренные в решетку полупроводника. Роль примесей играют также различного рода дефекты и искажения в кристаллической решетке: пустые узлы, сдвиги, возникающие при деформациях кристалла, трещины и т. п. Примеси вносят изменения в периодическое поле кристалла и влияют на поведение электронов и их энергетические уровни. Если в кристаллическую решетку полупроводника вносятся примесные атомы, то их валентные электроны имеют энергетические уровни, не размещающиеся в разрешенных энергетических зонах основного кристалла. За счет примесных атомов возникают *примесные энергетические уровни* электронов, расположенные в запрещенной зоне.

Примеси могут по-разному влиять на количество носителей тока в полупроводниках. С одной стороны, они могут служить дополнительными поставщиками электронов в

кристалл. С другой стороны, примеси могут быть ис... для «прилипания» электронов, имеющихся в крист...

2. Рассмотрим, например, что произойдет, если в ... шетке германия один из атомов будет замещен атомом ... меся, который имеет ... валентных электро... (фосфор, мышьяк, ... ма) (рис. 41.4). Четы... электрона примес... атома будут связаны ... валентными связями ... электронами состед... атомов германия, а ... тый электрон не мо... образовать ковалентную связь. Этот «лишний» электрон слабее связан со своим атомом и ... сравнительно легко ... ревести в зону провод... мости полупроводника.

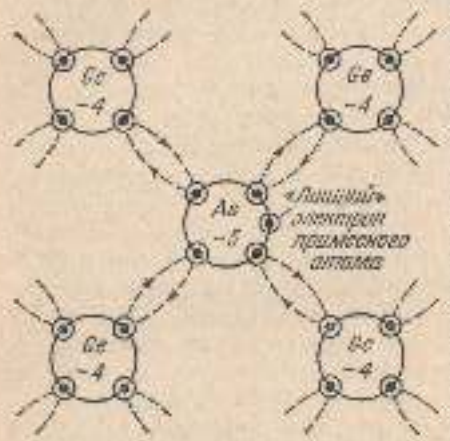


Рис. 41.4.

Энергия «лишних» примесных электронов несколько меньше, чем энергия, соответствующая нижней границе зоны проводимости электронов. Поэтому энергетические уровни примесных электронов располагаются на *несколько ниже* дна зоны проводимости. Эти уровни заполнены

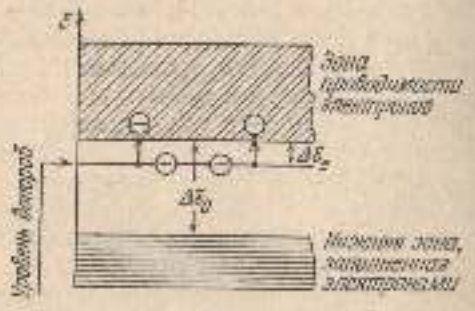


Рис. 41.5.

электронами и называются *донорными уровнями*, а атомы примесей, поставляющие «лишние» электроны в кристалл полупроводника, называются *атомами-донорами* (от латин...

...дона — дарить, жертвовать). Для того чтобы перевести электрона с примесных донорных уровней в зону проводимости, нужна незначительная энергия ΔE_2, которую можно получить нагреванием. Например, для кремния энергия ΔE_2 равна 0,054 эв, если атомом примеси является фосфор.

3. Когда электроны перебрасываются с донорных примесных уровней в зону проводимости, в полупроводнике возникает *электронная примесная проводимость* (*проводимость n-типа*). Полупроводники такого типа называются *электронными* или *полупроводниками n-типа* (от латинского negativus — отрицательный).

На рис. 41.5 показана схема расположения зон и примесных уровней полупроводника *n*-типа.

§ 41.4. Примесные дырочные полупроводники (полупроводники *p*-типа)

1. Предположим теперь, что в кристаллическую решетку германия внедрен примесный атом с тремя валентными электронами — бор, алюминий, индий (рис. 41.6). У такого

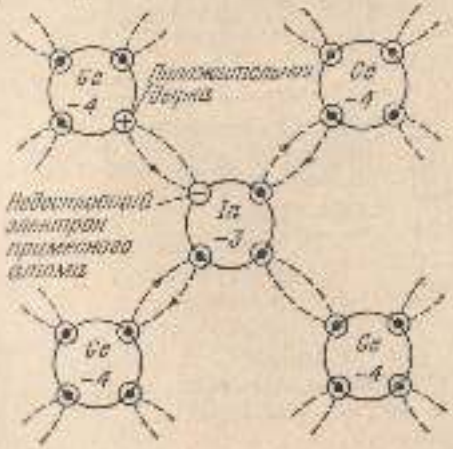


Рис. 41.6.

атома не хватает одного электрона, чтобы образовать полный комплект ковалентных связей, необходимых для решетки германия (ср. рис. 41.2). Но примесный атом может создать все связи, если он заимствует электрон у ближай-

него атома германия. Тогда на месте электрона, ушедшего из атома германия, образуется положительная дырка. В свою очередь, эта дырка может быть заполнена электроном из следующего соседнего атома германия, и т. д. Процесс последовательного заполнения положительных дырок электронами эквивалентен, как мы видели (§ 41.2), движению дырки в полупроводнике и появлению в нем носителей тока. Такого рода примеси приводят к появлению в запрещенной зоне примесных энергетических уровней, *не занятых электронами*. Они называются *уровнями прилипания*, «захватчиками», или *акцепторными уровнями*. Атомы таких примесей называются *акцепторами* (от латинского слова acceptor — приемник).

2. Энергия электронных уровней атомов-акцепторов несколько больше энергии верхней границы заполненной зоны. Поэтому примесные акцепторные энергетические уровни электронов располагаются несколько *выше верхнего края* заполненной энергетической зоны основного

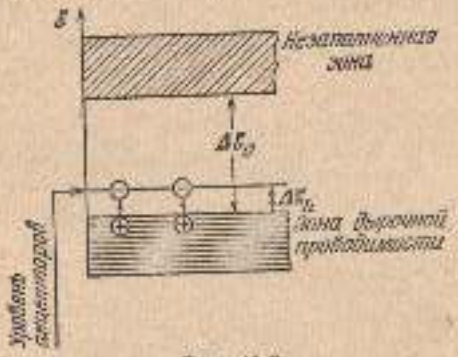


Рис. 41.7.

кристалла (рис. 41.7). Например, при внедрении трехвалентного бора в кристаллическую решетку кремния акцепторные уровни лежат на $\Delta\mathscr{E}_a = 0{,}08$ эв выше заполненной зоны. Энергия $\Delta\mathscr{E}_a$ значительно меньше общей ширины запрещенной зоны.

В таком полупроводнике может возникнуть *дырочная примесная проводимость*. В самом деле, электроны, расположенные у верхней границы заполненной зоны, можно легко перевести нагревателем на акцепторные энергетические уровни, заполнить эти уровни электронами. В дальнейшем электроны, заброшенные на акцепторные уровни,

не могут изменить своей энергии под действием поля — они «прилипают» к этим уровням. В итоге нижняя зона будет иметь свободные электронные уровни, которые проявит себя как положительные дырки. Нижняя зона становится зоной *дырочной проводимости*. Под действием электрического поля электроны в нижней зоне будут совершать внутризонные переходы и последовательно заполнять дырки. Это эквивалентно перемещению дырок в направлении, противоположном движению электронов. Описанный тип проводимости получил название *проводимости p-типа*, а полупроводники с такой проводимостью называются *дырочными* или *полупроводниками p-типа* (от латинского positive — положительный). На рис. 41.7 показана схема расположения примесных уровней в полупроводниках *p*-типа.

3. Если в полупроводник одновременно вводятся донорные и акцепторные примеси, которые создают оба типа проводимостей, то характер примесной проводимости (*n*- или *p*-тип) будет зависеть от того, какие из примесей создадут повышенную концентрацию носителей тока. Акцепторные энергетические уровни лежат ниже донорных. Это может приводить к своеобразной компенсации примесей: электроны доноров могут опускаться на свободные уровни акцепторов и произойдет воссоединение, рекомбинация электронов и дырок. Электроны доноров закрепляются на акцепторных атомах, и общее число носителей тока в полупроводнике уменьшится.

Так, если в германий, обладающий *n*-типом проводимости, обусловленной донорными примесями, ввести 5% трехвалентной примеси (от числа доноров), то это означает убыль донорных примесей на 5%. Электроны доноров заполняют дырки, созданные акцепторами, и электропроводность германия уменьшится. Наоборот, если в германий *n*-типа будет введена донорная примесь, то электропроводность полупроводника увеличится. Это связано с тем, что вблизи дна верхней зоны проводимости появятся новые донорные уровни, заполненные электронами. Их легко можно перебросить в зону проводимости и число носителей тока — электронов — будет возрастать.

4. В заключение обратим внимание на очень существенное отличие поведения носителей тока в полупроводниках от свойств электронов в металлах. Квантовая теория металлов привела к выводу о том, что в металлах концентрация электронов и их энергия практически не зависят от температуры. Этот вывод подтвержден экспериментально

и означает, что числом носителей тока в металлах практически нельзя управлять. В полупроводниках, при любом характере их проводимости, число носителей тока значительно меньше, чем в металлах. Но концентрация носителей тока в полупроводниках и их энергия весьма сильно зависят от температуры и возрастают при ее повышении. Это создает возможность управления числом носителей тока и их энергией в полупроводниках, широко применяемую в полупроводниковых устройствах.

ГЛАВА 42

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ УСТРОЙСТВАХ

§ 42.1. Контактные явления на границе металлов

1. Уже давно было известно, что контакт металла с поверхностью полупроводника выпрямляет переменные токи весьма высоких радиочастот. Это позволило создать кристаллические детекторы и выпрямители радиочастот, а впоследствии — усилители (кристадины). Выпрямление на границе металл — полупроводник, односторонняя проводимость контакта, связаны с существованием на поверхности контакта особого *барьерного* или *запирающего слоя*, который затрудняет прохождение тока в одном направлении и облегчает движение зарядов в противоположном направлении.

2. Запирающий слой представляет собой тонкий слой вблизи контакта, характеризующийся резким изменением потенциальной энергии электронов на протяжении слоя. Возникновение такого слоя связано с тем, что по обе его стороны происходит скопление электрических зарядов противоположных знаков. Образуется так называемый *двойной электрический слой зарядов*, взаимодействующих с теми зарядами, которые проходят через контакт.

Двойной слой образует электрическое поле, в котором движется поток электронов. Движение это связано с преодолением определенного потенциального барьера. Если к контакту приложено прямое напряжение — потенциальный барьер уменьшается, сопротивление в этом направлении падает, и ток проходит. При обратном напряжении

потенциальный барьер для электронов возрастает, растет сопротивление в этом направлении, и ток не проходит.

3. Рассмотрим сначала образование двойного слоя и его роль на более простом случае двух металлов *1* и *2* с различными работами выхода A_1 и A_2, т. е. с различной высотой верхнего заполненного электронами уровня Ферми (рис. 42.1, *а*). Тотчас после установления контакта поток

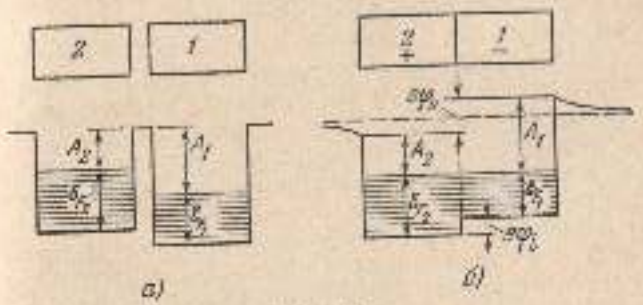


Рис. 42.1.

электронов устремится преимущественно в направлении от *2* к *1*, ибо в металле *2* работа выхода электронов меньше, чем в *1*. В результате границы заполненных энергетических уровней в металлах выровняются и при этом образуется двойной электрический слой зарядов: в металле *2* образуется избыток положительных зарядов ионной решетки, так как электроны из этого металла уйдут в металл *1*, заряжающийся отрицательно (рис. 42.1, *б*). Перетекание электронов будет происходить до тех пор, пока не наступит равновесие и электрическое поле двойного слоя не воспрепятствует дальнейшему переходу электронов.

4. Металлы с различной работой выхода A имеют разные уровни Ферми. Равновесие, которое наступает при контакте двух или нескольких металлов с разными уровнями Ферми, возможно только в том случае, если этот уровень во всех металлах станет одинаковым. Это может быть совершенно строго доказано из общих термодинамических условий равновесия электронных газов в контактирующих металлах при постоянных объеме и температуре. Качественно все сводится к тому, что равенство давлений электронного газа соприкасающихся металлов, необходимое для равновесия, наступает при выравнивании «высот» энергетических уровней электронов, подобно тому как

выравниваются высоты уровней жидкости в сообщающихся сосудах.

Когда металл 2 заряжается положительно до некоторого потенциала U_2, все энергетические уровни опускаются вниз на eU_2. В металле 1, заряжающемся отрицательно до потенциала $(-U_1)$, все энергетические уровни поднимаются вверх на «расстояние» eU_1 относительно своих положений в незаряженном металле. В самом деле, для перехода электрона с некоторого уровня незаряженного металла на такой же уровень металла, заряженного до отрицательного потенциала $(-U_1)$, требуется совершение работы, численно равной eU_1. Эта работа равна изменению потенциальной энергии электрона.

Поэтому потенциальная энергия электрона, находящегося на некотором уровне отрицательно заряженного металла, будет на eU_1 больше потенциальной энергии электрона, находящегося на таком же уровне в незаряженном металле. Это означает, что все уровни поднимаются вверх. По тем же причинам все уровни в положительно заряженном металле опускаются вниз.

5. Как только снижающийся уровень Ферми в металле 2 и повышающийся уровень Ферми в металле 1 окажутся на одной высоте, причина, которая вызывает преимущественный переход электронов из второго металла в первый, исчезает. Между металлами устанавливается динамическое равновесие, которому соответствует определённая толщина l двойного слоя. При этом потенциальные энергии электронов в непосредственной близости к поверхностям металлов будут не одинаковы. Между металлами 2 и 1 установится разность потенциалов

$$\varphi_k = \frac{A_1 - A_2}{e}.$$

Эту разность потенциалов называют *внешней* контактной разностью потенциалов. Она обусловлена разностью работ выхода электронов из контактирующих металлов. Электроны уходят из металла с меньшей работой выхода в металл с большей работой выхода. Величина φ_k колеблется для разных пар металлов от десятых долей до единиц вольт (§ 8.9) и зависит от состояния поверхности и ее чистоты.

6. Между точками, расположенными внутри контактирующих металлов, также существует разность потенциалов. Она связана с тем, что, хотя уровни Ферми в обоих металлах находятся на одной высоте относительно нулевого уров-

ня (поверхности металлов), потенциальные энергии электронов в металлах 2 и 1 не одинаковы. Потенциальная энергия электронов во втором металле меньше, чем в первом. На рис. 42.1, *б* видно, что потенциальные энергии электронов отличаются на величину $\mathscr{E}_{F_2}$, $\mathscr{E}_{F_1}$. В соответствии с этим потенциалы внутри металлов отличаются на величину

$$\varphi_i = \frac{\mathscr{E}_{F_2} - \mathscr{E}_{F_1}}{e}.$$

Величина φ_i называется *внутренней* контактной разностью потенциалов.

7. Различие потенциалов внутри проводников создает дополнительный диффузионный поток из второго металла в первый. Воспользуемся формулой (39.11) для энергии Ферми при $T = 0$ °K:

$$\mathscr{E}_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{2/3},$$

где n — число электронов в единице объема металлов. Подставим это выражение $\mathscr{E}_F$ в формулу для φ_i:

$$\varphi_i = \frac{\hbar^2}{2me}\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{2/3}(n_2^{2/3} - n_1^{2/3}).$$

Как видно, причиной возникновения внутренней контактной разности потенциалов является различие концентраций электронных газов в контактирующих металлах. Оно приводит к диффузии электронов в направлении убыли концентрации электронов. Качественно это согласуется с результатами, которые в § 8.7 были получены из классической электронной теории металлов. Однако, как видно из сравнения классического и квантового рассмотрений, количественные результаты заметно отличаются.

8. При температуре T, не равной абсолютному нулю, энергия Ферми зависит от температуры согласно формуле (39.15):

$$(\mathscr{E}_F)_t \approx \mathscr{E}_F\left[1 - \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{\mathscr{E}_F}\right)^2\right].$$

Это приводит к тому, что внутренняя контактная разность потенциалов зависит от температуры контакта. Этой зависимостью объясняются термоэлектрические явления, рассмотренные в § 8.8. Не вдаваясь в подробности, укажем,

что формула (8.23) для термоэлектродвижущей силы оказывается приближенно справедливой, однако коэффициент α выражается значительно сложнее и является, вообще говоря, функцией температуры.

§ 42.2. Выпрямление на контакте двух металлов

1. Если к контакту металлов *2* и *1*, изображенному на рис. 42.1, *а*, приложить внешнее напряжение u так, чтобы минус был подан на металл *2*, а плюс на металл *1*, то снова произойдет смещение уровня Ферми в обоих металлах. В результате этого смещения граница занятых электронами состояний в металле *2* окажется на величину u выше, чем в металле *1*, и будут созданы более благоприятные условия для перехода электронов из металла *2* в металл *1*. Электрический ток будет проходить в этом направлении при меньшем сопротивлении. Такое напряжение u, приложенное к контакту, называют *прямым*. Оно уменьшает эффективную толщину двойного электрического слоя и контактную разность потенциалов.

2. Если к контакту приложено обратное напряжение u, т. е. на металл *1* с большей работой выхода подан минус, а на металл *2* плюс, то произойдет обратное смещение границ Ферми. Толщина двойного слоя и контактная разность потенциалов возрастут. Напряжение u затруднит движение электронов в контактном слое, и электрический ток будет проходить с бо́льшим сопротивлением.

3. Контакт двух металлов не дает сколько-нибудь значительного эффекта выпрямления. При тех значениях, которые имеет контактная разность потенциалов у металлов, концентрация электронов в металлах незначительно изменяется в процессе перетекания электронов. Только несколько процентов свободных электронов, содержащихся в пограничном слое, переходит из одного металла в другой, и это мало сказывается на сопротивлении контактного слоя. Электрический ток в пограничной области переходит практически почти так же, как по всему объему металлов. Поэтому для получения выпрямляющего, вентильного эффекта контакт двух металлов не может быть использован. Заметим, кроме того, что для эффекта выпрямления необходимо, чтобы энергия eu электрона в поле приложенного напряжения была больше средней энергии теплового движения электронов. Иначе тепловое движение помешает направленному переносу электронов из одного металла в другой.

§ 42.3. Выпрямление на границе металл — полупроводник

1. На практике использовались в свое время выпрямители, где имелась граница металла с полупроводником. Для определенности предположим, что с металлом граничит полупроводник *n* типа.

Предположим, что работа выхода электронов у металла больше, чем у *n*-полупроводника. Тогда электроны примесных уровней доноров будут переходить из полупроводника в металл, и приконтактный слой электронного полупроводника обеднится свободными электронами и зарядится положительно. Металл, получивший избыточное количество электронов, заряжается отрицательно. Между металлом и полупроводником образуется двойной электрический слой, подобный тому, который был рассмотрен на границе двух металлов.

2. Контактная разность потенциалов на границе металл — полупроводник значительно больше, чем на границе двух металлов. Это связано с относительно малой концентрацией подвижных носителей тока в полупроводнике. Равновесная толщина двойного электрического слоя в области контакта оказывается значительно большей, чем в случае двух металлов. Уровни Ферми в металле и полупроводнике выравниваются при образовании двойного слоя, простирающегося внутрь полупроводника на заметную глубину. В случае контакта двух металлов электрические свойства контактного слоя, как мы видели, незначительно отличаются от свойств всего объема металлов. Двойной электрический слой на границе металл — полупроводник по своим свойствам резко отличается от остального объема полупроводника. Важнейшее отличие состоит в том, что потенциальная энергия электронов в этом слое повышается по сравнению с энергией электронов в остальном объеме. Это приводит к тому, что энергетические уровни электронов в энергетических зонах полупроводника вблизи границы поднимаются. В полупроводнике *n*-типа в стороне, прилегающей к металлу с большей работой выхода, образуется слой с недостаточной концентрацией носителей тока — электронов. Этот слой обладает повышенным удельным сопротивлением и называется *запирающим* слоем.

3. Важной особенностью этого слоя, основой выпрямляющего действия контакта металла с полупроводником, является различие в сопротивлениях этого слоя для разных

направлений тока. При пропускном направлении тока, когда минус подан на полупроводник, сопротивление запирающего слоя снижается и ток проходит с малым сопротивлением. Это означает, что двойной слой становится тоньше, создаются облегченные условия для перехода электронов из полупроводника в металл — снижается потенциальный барьер для электронов. При достаточном напряжении на контакте удельное сопротивление электрического двойного слоя выравнивается с сопротивлением остальной массы полупроводника. При противоположном (обратном) направлении тока приложенное напряжение приводит к дальнейшему обеднению электронами части полупроводника, граничащей с металлом. Толщина двойного электрического слоя растет, и сопротивление, которое создает этот слой, продолжает увеличиваться. В этом направлении ток через контакт проходить не будет.

4. Действие запирающего слоя на границе металла с полупроводником существенно зависит от площади контактной поверхности. Запирающий слой появляется только при малых размерах контакта. Зависимость величины запирающего слоя от контактной поверхности объясняется неоднородностью примесных включений по объему полупроводника. Имеются небольшие области, где примеси присутствуют, есть области, где их нет. Запирающий слой образуется в местах скопления примесей. Там, где примесей нет, нельзя создать условия для резкого изменения сопротивления — там сопротивление невелико. Если контактная поверхность велика, она «захватывает» объем с различными проводимостями полупроводника. В этом случае всегда найдутся участки с большой электропроводностью, которые будут шунтировать запирающий слой и снижать его выпрямляющее действие.

§ 42.4. Выпрямление на границе электронно-дырочного перехода

1. Область монокристаллического полупроводника, в которой происходит смена проводимости с электронной на дырочную (или наоборот), называется *электронно-дырочным переходом* (*p — n*-переход). Такой *p—n*-переход образуется в кристалле полупроводника, если в нем с помощью соответствующих примесей будут созданы участки с различной (*n* и *p*) проводимостью. Так, если при выращивании монокристалла германия в расплав вводить необходимые при-

меси, то получается монокристалл, в котором имеются последовательно расположенные области с различными типами проводимости. В однородном монокристалле германия *p—n*-переход получается при местной термической обработке. Если германий нагреть до 850 °С и затем быстро охладить, то его проводимость будет носить дырочный характер. Если тот же самый образец отжечь в течение нескольких часов при 450 °С, то он приобретает электронную проводимость. Внесение примесных центров вызывает в полупроводниках стабильные изменения проводимости заранее предусматриваемого характера.

2. Существование тонкого пограничного слоя, в котором имеет место переход проводимости одного типа в другой, является основой вентильного действия такой границы.

При соприкосновении двух полупроводников с различными типами проводимости начинается образование контактного двойного слоя. Электроны из *n*-полупроводника будут диффундировать в дырочный полупроводник *p*. Это приведет к обеднению электронами *n*-полупроводника вблизи границы и к образованию избыточного положительного заряда в *n*-кристалле. Диффузия дырок из *p*-полупроводника будет происходить в противоположном направлении и усилит образование избыточных электрических зарядов противоположного знака на границе электронно-дырочного перехода. Таким образом создается двойной электрический слой толщины *l* (рис. 42.2), который препятствует дальнейшему переходу электронов и дырок через границу раздела двух полупроводников. Этот двойной слой является для носителей тока потенциальным барьером высотой в несколько десятых вольта. Такой барьер электроны и дырки могут преодолеть лишь при очень высокой температуре, порядка тысяч градусов, поэтому контактный слой является для носителей тока запирающим слоем, имеющим повышенное сопротивление.

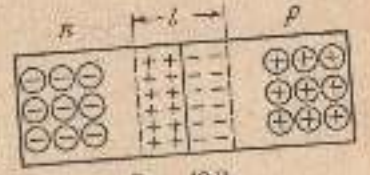


Рис. 42.2.

Полупроводник с одним *p—n*-переходом называется полупроводниковым диодом.

3. Действие внешнего электрического поля существенным образом влияет на сопротивление запирающего слоя. Предположим, что *n*-полупроводник подключен к отрицательному полюсу источника, а плюс подан на *p*-полупро-

водник (рис. 42.3). Тогда под действием электрического поля электроны в n-полупроводнике перемещаются к границе раздела полупроводников. Дырки в p-полупроводнике под действием того же поля движутся навстречу электронам также к этой границе. При таком пропускном (прямом) направлении тока в полупроводнике толщина запирающего

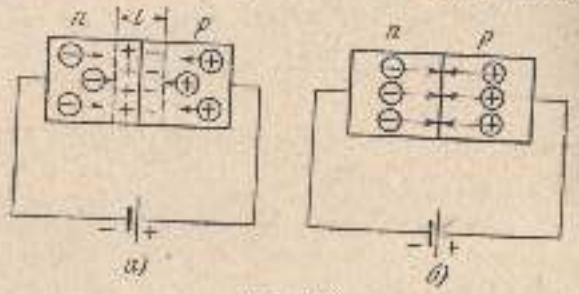


Рис. 42.3.

слоя будет непрерывно уменьшаться. Электроны, переходя границу, «заполняют» дырки, и в пограничном слое происходит рекомбинация электронов с дырками.

Граница p—n-перехода не будет представлять сопротивления для тока, вызываемого внешним напряжением. Это напряжение необходимо только для того, чтобы поддерживать встречное движение электронов и дырок.

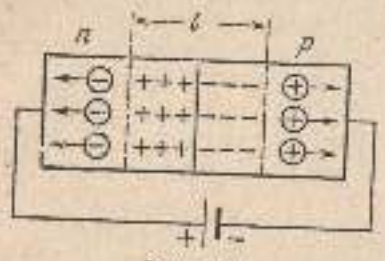


Рис. 42.4.

4. Если изменить полярность приложенного к полупроводникам напряжения, дырки в p-полупроводнике и электроны в n-полупроводнике будут перемещаться от границы раздела в противоположные стороны (рис. 42.4). В этом случае около границы раздела будет увеличиваться размер запирающего слоя l, в котором концентрация подвижных носителей тока — электронов и дырок — будет значительно меньше, чем в остальном объеме полупроводника. В области, обедненной подвижными зарядами, будет возрастать двойной электрический слой неподвижных зарядов противоположного знака. В полупроводнике p-типа вблизи границы будут находиться частицы, заряженные отрицательно,

По другую сторону от границы в n-полупроводнике соберутся положительно заряженные частицы.

Чем больше будет приложенное запирающее напряжение, тем толще двойной слой, обедненный подвижными носителями тока, и вследствие этого тем больше сопротивление такого слоя. При достаточном обратном напряжении запирающий слой представляет собой практически изолятор, в котором отсутствуют подвижные носители тока. Действие прямого, пропускного напряжения приводит, наоборот, к нейтрализации поля двойного слоя, к снижению потенциального барьера на границе p—n-перехода (за счет рекомбинации электронов и дырок), и сопротивление перехода резко уменьшается. В результате при приложенном переменном напряжении осуществляется односторонняя проводимость, т. е. происходит выпрямление тока.

§ 42.5. Понятие о полупроводниковых триодах — транзисторах

1. Полупроводниковые устройства, главным образом германиевые приборы, применяются для усиления переменных токов и напряжений. Если по выпрямляющему действию германиевые и кремниевые детекторы подобны электронным или ионным диодам, то полупроводниковые кристаллические триоды, усиливающие и модулирующие колебания, выполняют функции электронных триодов. Современные сложные электронные схемы могут быть собраны с помощью полупроводниковых вентилей и триодов без электронных ламп. Такие схемы обладают рядом преимуществ: малые габариты, отсутствие цепей накала, продолжительный срок службы.

Чаще всего для устройства полупроводниковых триодов применяются германий и кремний. Это связано с тем, что подвижность носителей тока в германии и кремнии больше, чем в других полупроводниках. Важными свойствами германия и кремния, которые обеспечили им наибольшее применение, являются также их механическая прочность, химическая устойчивость, относительно медленная рекомбинация дырок и электронов; заряженные частицы противоположных знаков «успевают» пройти в этих полупроводниках тонкие слои, порядка 0,01—0,1 мм, без воссоединения друг с другом. Полупроводниковые триоды, в отличие от диодов, содержат два электронно-дырочных перехода.

Полупроводниковые триоды (транзисторы) могут выполнять те же функции, что и трехэлектродные электронные лампы. Они могут быть использованы в схемах усиления, модуляции и детектирования электромагнитных колебаний (гл. 24).

2. Серьезным недостатком полупроводниковых триодов является то, что их нормальная работа возможна в сравнительно узком интервале температур. Для германия температура перехода в области собственной проводимости составляет около 100 °С. Вблизи этой температуры резко возрастает концентрация свободных носителей тока в полупроводнике, и управление их числом, совершенно необходимое для работы усилителя, становится затруднительным. Поэтому верхний предел рабочей температуры германиевых триодов не превышает 55—75 °С. При низкой температуре энергия теплового движения оказывается недостаточной для освобождения в объеме полупроводника необходимого числа носителей тока. Это приводит к сильному увеличению сопротивления прибора и нарушению режима его работы. Для обычных полупроводниковых триодов нижний предел рабочей температуры лежит около —55 °С.

§ 12.6. Фотосопротивления и полупроводниковые фотодиоды

1. Появление носителей тока в полупроводниках может быть вызвано поглощением света, а также облучением быстрыми электронами, α-частицами и другими частицами. Если энергия поглощаемого фотона больше энергии активации собственной или примесной проводимости, то электроны (или дырки) переходят в зону проводимости полупроводника и участвуют в создании тока. Проводимость, обусловленная появлением этих электронов или дырок, называется *фотопроводимостью*.

Не все заряды, освобожденные светом, будут участвовать в проводимости. Часть из них присоединяется к атомам примеси и возвращается вновь на места, оставленные другими зарядами. Тем не менее, в результате облучения полупроводника светом достаточной частоты концентрация свободных носителей тока возрастает и электропроводность полупроводника увеличивается. Оказывается, что знак заряда, подвижность и другие свойства «световых» носителей тока обыкновенно совпадают со свойствами обычных «темновых» носителей. Об этом, в частности, свидетельствуют измерения постоянной Холла (§ 8.2).

Для многих полупроводников энергия кванта видимого света оказывается достаточной для перевода носителей тока в зону проводимости полупроводника и увеличения его электропроводности. Однако существуют светочувствительные полупроводники, у которых повышение электропроводности вызывается облучением светом очень малых частот, лежащих в далекой инфракрасной области спектра. Такое тепловое излучение, как мы видели (§ 31.1), испускается нагретыми телами. Тем самым присутствие даже слабо нагретых тел может быть обнаружено на больших расстояниях по тому действию, которое оказывает их излучение: в электрической цепи со светочувствительным полупроводником возрастает электропроводность.

С помощью усилителей возрастание тока может быть доведено до величин, дающих сигнал о том, что обнаружено нагретое и излучающее тело.

2. Фотопроводимость, возрастание электропроводности, вызванное облучением, приводит к быстрому уменьшению сопротивления. Фотоэффект, как известно, происходит практически безынерционно (§ 32.2). На явлении фотопроводимости или внутреннего фотоэффекта основаны приборы, называемые фотосопротивлениями, и фотоэлементы с внутренним фотоэффектом. Облучение полупроводника светом достаточно большой частоты вызывает обычный внешний фотоэффект — вырывание электронов из полупроводника.

Простейшее фотосопротивление представляет собой стеклянную пластинку, на которую нанесен тонкий слой полупроводника. На поверхности укреплены токоподводящие электроды. Все это покрыто прозрачным лаком. Для фотосопротивлений характерна нелинейная зависимость фотопотока от светового потока при больших освещенностях. Недостатком фотосопротивлений является зависимость их свойств от температуры.

Для создания фотосопротивлений в области видимого спектра применяются сернистый кадмий, сернистый таллий, в инфракрасной области — селенистый и теллуристый свинец.

3. Фотосопротивления применяются в звуковом кино, для сигнализации, в телевидении, автоматике и телемеханике. Они позволяют управлять на расстоянии процессами производства, автоматически отличать нарушения нормального хода процесса и останавливать в этих случаях процесс.

При нарушениях хода процесса изменяется поток света, попадающего на фотоэлемент, и создается ток, выключающий весь процесс.

Фотосопротивления применяются для сортировки массовой продукции на производстве по их размерам и окраске. Пучок света падает на фотоэлемент, отразившись от одного из сортируемых предметов, которые непрерывно подаются на конвейер. Окраска изделия или его размер определяют световой поток, попадающий на фотоэлемент, и, следовательно, фототок. Можно устроить так, чтобы в зависимости от силы фототока изделие сбрасывалось с конвейера в тот или иной ящик.

4. Практически важным примером использования фотопроводимости являются вентильные твердые фотоэлементы с запирающим слоем. На рис. 42.5 изображена схема такого

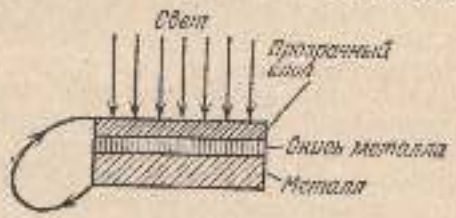


Рис. 42.5.

фотоэлемента. Он представляет собой две соприкасающиеся друг с другом пластинки, изготовленные из металла и его окиси (полупроводник), покрытые сверху тонким прозрачным слоем металла. Пограничный слой между металлом и его окисью обладает выпрямляющим свойством, он позволяет электронам проходить лишь в направлении от окиси металла к металлу (например, от закиси меди к меди). Под действием света возникает поток электронов, идущий только от полупроводника к металлу. Никакого внешнего напряжения для управления потоком электронов при этом не требуется. Вентильный фотоэлемент является устройством, которое превращает энергию световой волны в энергию электрического тока.

Изменения интенсивности света и его окраски (изменения спектрального состава света) преобразуются в таком фотоэлементе в электрические токи. Свет, по возможности, должен действовать на весь объем активного вещества прибора. Фотоэлементы с внутренним фотоэффектом обладают

известной инерционностью. Фототок не сразу достигает максимума при освещении и не сразу спадает до темнового тока при выключении света.

5. Фоточувствительные полупроводниковые приборы обладают рядом преимуществ по сравнению с вакуумными фотоэлементами (механическая прочность, бесшумность, высокая чувствительность к различным областям спектра). В этих приборах, которые по своей конструкции относятся к полупроводниковым диодам p—n-типа, свет используется в качестве управляющего элемента. Такие приборы называются часто фототранзисторами. Действие таких приборов основано на том, что освещение p—n-перехода увеличивает концентрацию свободных носителей тока и приводит к резкому понижению сопротивления p—n-перехода. В результате увеличивается ток, протекающий через p—n-переход под действием некоторой разности потенциалов.

ГЛАВА 43

НЕКОТОРЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

§ 43.1. Комбинационное рассеяние света

1. В 1927 г. московские физики академики Л. И. Мандельштам и Г. С. Ландсберг изучали спектральный состав света, рассеянного кристаллами кварца. Они впервые обнаружили, что наряду с частотой ν_0, равной частоте света, падающего на кристалл, в рассеянном свете имеется ряд других частот, меньших и больших, чем ν_0. Это явление было названо *комбинационным рассеянием света*. Одновременно это же явление открыли индийские ученые Раман и Кришнан, изучая рассеяние света жидкостями. Раман опубликовал свою работу в журнале «Nature» раньше, чем Мандельштам и Ландсберг, и поэтому спектры комбинационного рассеяния иногда называют раман-спектрами.

2. В спектре комбинационного рассеяния наблюдаются две группы спектральных линий. Линии с частотами $\nu_0-\nu_1$, $\nu_0-\nu_2$ и т. д., меньшими, чем частота падающего света, называются *красными спутниками*. Смысл названия в том, что эти спектральные линии имеют бо́льшие длины волн, чем длина волны падающего света λ_0, они сдвинуты в красную сторону по шкале электромагнитных волн. Вторую группу спектральных линий составляют *фиолетовые спутники*.

Эти линии имеют частоты $\nu_0 + \nu_1$, $\nu_0 - \nu_2$ и т. д., большие, чем частота ν_0. Их длины волн меньше, чем λ_0, т. е. они сдвинуты в фиолетовую часть спектра по отношению к λ_0.

Выяснилось, что все частоты ν_1, ν_2 и т. д. не зависят от частоты ν_0 падающего света и являются характерными для вещества, рассеивающего свет. Опыты показали, что фиолетовые спутники имеют интенсивности меньшие, чем красные. Кроме того, с повышением температуры интенсивность фиолетовых спутников возрастает, а у красных спутников этого не обнаружилось — их интенсивность практически не зависит от температуры.

Квантовая физика атомов и молекул и квантовые представления о природе света позволили просто объяснить явление комбинационного рассеяния света *).

3. Предположим, что на вещество падает фотон с энергией $h\nu_0$, где ν_0 — частота света. Молекулы вещества, как известно (§ 38.4), могут находиться на различных колебательных энергетических уровнях. Пусть энергии этих уровней равны соответственно $\mathscr{E}_1$, $\mathscr{E}_2$ и т. д., причем $\mathscr{E}_1 < \mathscr{E}_2$ и т. д. Уровень $\mathscr{E}_1$ является основным, невозбужденным; $\Delta\mathscr{E} = \mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1$ есть разность энергий ближайших колебательных уровней. Падающий фотон может передать молекуле, находящейся на уровне $\mathscr{E}_1$, энергию $\Delta\mathscr{E}$, необходимую для перевода молекулы на возбужденный уровень с энергией $\mathscr{E}_2$. Тогда энергия самого фотона *уменьшится* на $\Delta\mathscr{E}$ и будет равна

$$h\nu = h\nu_0 - \Delta\mathscr{E}. \qquad (43.1)$$

В свете, который будет рассеян веществом, появится частота ν, равная

$$\nu = \nu_0 - \frac{\Delta\mathscr{E}}{h} = \nu_0 - \nu_1, \qquad \text{где } \nu_1 = \frac{\Delta\mathscr{E}}{h}. \qquad (43.2)$$

Частота ν будет одним из красных спутников.

Молекула может быть переведена и на более высокие колебательные уровни с энергиями $\mathscr{E}_3$, $\mathscr{E}_4$ и т. д. Необходимая для этого энергия будет заимствоваться у падающего света. Это приведет к тому, что появятся и другие красные спутники комбинационного рассеяния света.

4. Для того чтобы понять возможность появления фиолетовых спутников комбинационного рассеяния, необходимо вспомнить, что молекулы вещества могут некоторое короткое время находиться в возбужденных состояниях (§ 36.8).

*) Существует и классическая теория этого явления.

Пусть молекула находится в одном из возбужденных колебательных состояний на энергетическом уровне с энергией $\mathscr{E}_2$, $\mathscr{E}_3$ или каком-либо другом. Под действием кванта с энергией $h\nu_0$ молекула может перейти в нормальное невозбужденное колебательное состояние с энергией $\mathscr{E}_1$. При этом начальная энергия кванта увеличится на величину $\Delta\mathscr{E} = \mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1$ и станет равной

$$h\nu = h\nu_0 + \Delta\mathscr{E}. \qquad (43.3)$$

В рассеянном свете появится частота, соответствующая одному из фиолетовых спутников:

$$\nu = \nu_0 + \frac{\Delta\mathscr{E}}{h}. \qquad (43.4)$$

Переходам в нормальное состояние с более возбужденных состояний $\mathscr{E}_3$, $\mathscr{E}_4$ и т. д. будут соответствовать другие частоты фиолетовых спутников.

Отметим, что сдвиг частоты ν_0 падающего света как в красных, так и в фиолетовых спутниках определяется частотами переходов между колебательными энергетическими уровнями молекулы. Это значит, что, как правило, сдвиг частот в спутниках при комбинационном рассеянии света совпадает с частотами колебаний в молекулах, лежащими в инфракрасной части спектра.

5. В нормальном колебательном энергетическом состоянии с энергией $\mathscr{E}_1$ всегда находится больше молекул, чем в возбужденных состояниях. Поэтому рассеяние кванта $h\nu_0$, сопровождающееся переходом молекул наверх, в возбужденные состояния, более вероятно, чем рассеяние на возбужденных молекулах, сопровождающееся переходом вниз, в нормальное состояние. Это значит, что интенсивность красных спутников должна быть больше, чем фиолетовых. При нагревании увеличивается число молекул, находящихся на верхних, возбужденных энергетических уровнях. Следовательно, будет расти и число переходов вниз, в нормальное энергетическое состояние. Другими словами, с повышением температуры будет возрастать интенсивность фиолетовых спутников. А число молекул, находящихся в нормальном колебательном энергетическом состоянии, при нагревании мало изменяется. Поэтому при повышении температуры интенсивность красных спутников сохраняется практически неизменной.

6. Комбинационное рассеяние света широко используется для изучения собственных частот колебаний в слож-

ных многоатомных молекулах. Это позволяет изучать состав и структуру сложных молекул. Явление комбинационного рассеяния света используется для количественного спектрального анализа сложных органических соединений и их смесей.

§ 43.2. Люминесценция

1. В гл. 31 мы рассматривали тепловое излучение, которое существует у нагретых тел. Кроме теплового излучения, наблюдается еще один вид излучения, избыточного над тепловым,— так называемая *люминесценция* (от латинского luminis — свет). В зависимости от того, какая причина вызывает люминесценцию, различаются: катодолюминесценция, электролюминесценция, фотолюминесценция, хемилюминесценция и другие ее виды. При катодолюминесценции свечение вызывается бомбардировкой вещества электронами или другими заряженными частицами. Электролюминесценция вызывается пропусканием через вещество электрического тока или действием электрического поля. Источником фотолюминесценции является облучение вещества видимым светом, рентгеновскими или гамма-лучами (§ 45.10). Некоторые химические реакции в веществе сопровождаются хемилюминесценцией.

2. Причиной всех люминесцентных явлений является переход источников люминесцентного свечения в возбужденное состояние. Этот переход осуществляется за счет энергии, доставляемой источником, вызывающим появление люминесценции. Центрами люминесценции в твердых телах являются атомы, ионы или группы ионов, находящиеся вблизи дефекта кристаллической решетки. Правильность структуры решетки может быть нарушена либо внедрением активатора — атома постороннего вещества, либо образованием вакансий. Переход возбужденного центра люминесценции в нормальное или менее возбужденное состояние сопровождается испусканием света. Это и есть люминесцентное свечение вещества.

В зависимости от того, как долго центры люминесценции находятся в возбужденном состоянии, люминесцентное свечение будет иметь различную длительность.

3. Обычно в возбужденном состоянии частицы вещества находятся $\approx 10^{-8}$ *сек* (§ 36.8). Такая длительность возбужденного состояния характерна для люминесценции, называемой *флуоресценцией* (от латинского fluor — течение). Для

нее характерно время высвечивания центров люминесценции порядка 10^{-8}—10^{-7} *сек*. Флуоресценция наблюдается при облучении светом некоторых жидкостей и газов. Например, керосин под действием дневного света дает слабое голубоватое фотолюминесцентное свечение. Растворы многих красителей под действием ультрафиолетового света, создаваемого ртутной лампой, начинают светиться видимым светом.

Иногда возбужденное состояние центров люминесценции сохраняется сравнительно долго и достигает 10^{-4} *сек*. Соответственно увеличивается и длительность люминесценции. Люминесцентное свечение, которое сохраняется длительное время после прекращения действия возбудителя свечения, называется *фосфоресценцией* (от греческого phos — свет и phoros — несущий). Фосфоресценция наблюдается у некоторых твердых тел, например у кристаллического порошка сернистого цинка. Если покрыть таким порошком поверхность картона, получится фосфоресцирующий экран, сохраняющий люминесцентное свечение в течение нескольких минут после того, как прекратит свое действие источник, вызвавший люминесценцию.

Следует указать, что деление явления люминесценции на флуоресценцию и фосфоресценцию является в известной мере условным. Провести точную границу времен длительности обоих видов люминесценции невозможно.

4. Фотолюминесценция, как правило, возбуждается ультрафиолетовыми лучами или близкими к ним участками спектров электромагнитных волн. Стокс экспериментально установил, что *вещество испускает, как правило, свет, имеющий большую длину волны, чем свет, который вызывает явление фотолюминесценции* (правило Стокса). В квантовой оптике правило Стокса получает простое объяснение на основе закона сохранения энергии. В самом деле, если на вещество падает свет частотой ν, то его фотоны несут энергию $h\nu$. Каждый фотон частично расходует свою энергию на то, чтобы возникло люминесцентное свечение. Остальная энергия фотона расходуется на различные неоптические процессы. Если $\nu_{люм}$ есть частота собственного люминесцентного излучения самого вещества, то по закону сохранения энергии

$$h\nu = h\nu_{люм} + \Delta\mathscr{E}, \text{ или } \nu = \nu_{люм} + (\Delta\mathscr{E}/h), \qquad (43.5)$$

где $\Delta\mathscr{E}$ — часть энергии фотона, израсходованная на неоптические процессы. Как правило, $\Delta\mathscr{E} > 0$ и $\nu < \nu_{люм}$, т. е. $\lambda_{люм} > \lambda$. Это и есть правило Стокса.

Иногда правило Стокса нарушается и свет люминесценции имеет меньшую длину волны, чем длина волны возбуждающего излучения (антистоксовое свечение). Это происходит в том случае, когда энергия теплового движения частиц вещества переходит в форму излучения. Тогда к энергии фотона возбуждающего света $h\nu$ добавляется некоторая энергия $\Delta\mathcal{E}_1$ за счет внутренней энергии вещества, и фотон люминесцентного свечения $h\nu_{люм}$ будет иметь бо́льшую энергию: $h\nu_{люм} = h\nu + \Delta\mathcal{E}_1$.

5. Для практических применений явления люминесценции большое значение имеет оценка той доли энергии возбуждающего света, которая переходит в собственное свечение вещества. Этот вопрос изучался академиком С. И. Вавиловым. Отношение энергии, которая испускается при фотолюминесценции, к поглощаемой энергии возбуждающего света называется *энергетическим выходом фотолюминесценции*. Как доказал С. И. Вавилов, энергетический выход фотолюминесценции D зависит от длины волны λ возбуждающего света (рис. 43.1).

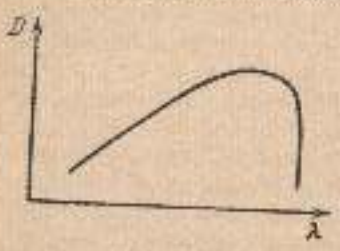


Рис. 43.1.

Закон Вавилова можно объяснить, если ввести представление о *квантовом выходе фотолюминесценции*. Так называется отношение числа фотонов люминесцентного света к числу фотонов возбуждающего света, которое соответствует определенному заданному запасу энергии источника. Когда возрастает длина волны света, вызвавшего фотолюминесценцию, т. е. уменьшается его частота, то возрастает число фотонов, соответствующее данному запасу энергии источника фотолюминесценции. Но каждый фотон может привести к появлению кванта $h\nu_{люм}$. Поэтому энергетический выход люминесценции возрастает с увеличением длины волны. При некоторой длине волны происходит резкое спадание энергетического выхода фотолюминесценции. Оно объясняется тем, что при такой длине волны кванты с энергией $h\nu$ уже не могут возбудить центров люминесценции.

6. Люминесцентное свечение лежит в основе качественного и количественного *люминесцентного анализа* состава люминесцирующего вещества. По интенсивности спектральных линий люминесценции с большой чувствительностью определяются ничтожные примеси порядка 10^{-11} *г* в 1 *г* исследуемого вещества. Люминесцентный анализ широко применяется в различных отраслях промышленности, в медицине, биологии и т. п.

7. На явлении люминесценции основано создание люминесцентных *источников света*. Обычные лампы накаливания имеют малую светоотдачу, 12—20 *лм/вт*; лишь несколько процентов расходуемой энергии приходится на излучение света в видимой области спектра. Люминесцентные источники света являются очень экономичными, не требуют нагревания и дают свет в узкой спектральной области. Например, в натриевых лампах пары натрия светятся под влиянием электрического разряда (§ 12.6). Они дают светоотдачу порядка 60 *лм/вт* и светятся желтым светом, близким к желтой линии натрия $\lambda \approx 598$ *нм*. Это соответствует максимуму чувствительности глаза.

Большое применение имеют различные по устройству *ртутные лампы*. Излучение таких ламп в видимом участке спектра находится, в основном, в желтом, зеленом, синем и фиолетовом диапазонах. Пары ртути дают, кроме того, излучение в области ультрафиолетовых лучей. На этом основано их применение как бактерицидных источников излучения. Ртутные лампы *высокого и сверхвысокого давления* имеют давление паров ртути до 100 *атм* и дают светоотдачу в видимой области до 40 *лм/вт*. Свет, близкий по составу к дневному, дают ртутные лампы низкого давления в форме трубок с внутренней поверхностью, покрытой люминесцирующими веществами — люминофорами. Ртутные пары в таких лампах дают ультрафиолетовые лучи, которые поглощаются люминофорами. Люминесцентное свечение люминофоров по спектральному составу близко к дневному свету. Лампы *дневного света* широко применяются для освещения улиц, в промышленности и в быту.

§ 43.3. Отрицательное поглощение света

1. В середине пятидесятых годов началось бурное развитие квантовой электроники. В 1954 г. в СССР появились работы академиков Н. Г. Басова и А. М. Прохорова, в которых был описан квантовый генератор ультракоротких радиоволн в сантиметровом диапазоне, называемый *мазером*. Термин «мазер» (maser) составлен из первых букв одного из вариантов английского названия этого устройства: microwave amplification by stimulated emission of radiation —

усиление микроволн с помощью стимулированного излучения. Генераторы и усилители света в видимой и ближней инфракрасной областях, появившиеся в 1960 г., называются *оптическими квантовыми генераторами* (ОКГ). Иначе эти устройства называют *генераторами когерентного света* (ГКС). В настоящее время их сокращенно называют *лазерами*. Термин «лазер» имеет такое же происхождение, как и термин «мазер». Оба типа устройств работают на основе эффекта вынужденного (индуцированного, стимулированного) излучения, о котором уже говорилось в § 36.9. Там указывалось, что этот эффект является результатом взаимодействия электромагнитной волны с атомами вещества, через которое проходит волна. Так как поведение атомов описывается квантовыми законами, в названиях обоих устройств имеется слово «квантовый»: квантовый генератор, квантовый усилитель.

2. В § 36.9 рассмотрено явление индуцированного (стимулированного) излучения и выяснено, что оно может приводить к отрицательному поглощению света. Так как эти явления лежат в основе ОКГ, вернемся к этим вопросам и рассмотрим их несколько более подробно.

Активной (усиливающей) называется такая среда, в которой интенсивность проходящего светового луча возрастает. Возможность существования такой среды вытекает из явления вынужденного излучения, рассмотренного Эйнштейном. Для дальнейшего необходимо более подробно остановиться на свойствах вынужденного излучения.

Эйнштейн показал, что вынужденное излучение должно быть по своим характеристикам *совершенно тождественно* с тем излучением, которое, проходя через вещество, вызывает появление индуцированного излучения. Новый фотон, появившийся в результате того, что атом (или молекула) вещества переходит с высшего в низшее энергетическое состояние под действием света, имеет ту же энергию и летит строго в том же направлении, что и фотон, стимулировавший его появление. На волновом языке эффект вынужденного излучения сводится к увеличению амплитуды проходящей волны без изменения ее частоты, направления распространения, фазы и поляризации. Другими словами, *вынужденное излучение строго когерентно с вынуждающим излучением*.

3. Новый фотон, появившийся в результате индуцированного излучения, усиливает свет, проходящий через среду. Однако следует иметь в виду, что кроме индуцированного излучения происходит процесс поглощения света. В результате поглощения фотона атомом, находящимся на энергетическом уровне $\mathscr{E}_1$, фотон исчезает и атом перейдет на энергетический уровень $\mathscr{E}_2$ (рис. 43.2, *а*). Этот процесс уменьшает мощность света, проходящего через среду. Таким образом, происходят два конкурирующих друг с другом процесса. В результате актов вынужденного излучения фотон с энергией $h\nu$ «сваливает» атом с уровня $\mathscr{E}_2$ на уровень $\mathscr{E}_1$, и вместо одного фотона дальше летят два фотона (рис. 43.2, *б*). Акты же поглощения уменьшают число фотонов, проходящих сквозь среду. Действие усиливающей среды определяется тем, какой из двух процессов преобладает. Если преобладают акты поглощения фотонов, то среда будет не усиливающей, а ослабляющей свет, который через нее проходит. Если главную роль играют акты вынужденного излучения, то среда будет усиливать свет.



Рис. 43.2.

4. Поглощение света в веществе подчиняется закону Бугера (§ 19.4)

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \qquad (43.6)$$

где α — положительный показатель поглощения, x — толщина поглощающего слоя, I_0 — интенсивность света, входящего в среду, I — интенсивность света, прошедшего слой толщиной x. В. А. Фабрикантом впервые были рассмотрены особенности среды с отрицательным поглощением света (§ 36.9). Им было показано, что для такой среды закон (43.6) имеет другой вид:

$$I = I_0 e^{|\alpha| x}. \qquad (43.6')$$

Здесь $|\alpha|$ — положительная величина, что соответствует не ослаблению, а усилению света по мере прохождения его в веществе. Иначе говоря, в усиливающей среде показатель поглощения среды становится *отрицательным*. Этим объясняется то, что подобную среду иногда называют средой с отрицательным показателем поглощения. Формула (43.6')

указывает на крутое возрастание интенсивности света с увеличением толщины слоя усиливающей среды (рис. 43.3). Это означает, что в такой среде происходит лавинообразное нарастание числа фотонов за счет преобладания актов вынужденного излучения. Два фотона, образовавшиеся в одном акте индуцированного излучения (рис. 43.2, *б*), при встрече с двумя атомами, находящимися на возбужденном уровне, «свалят» их вниз, и после этого будут лететь уже

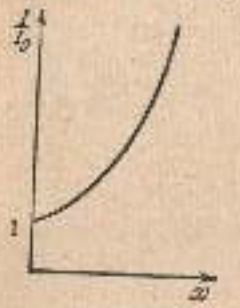


Рис. 43.3.

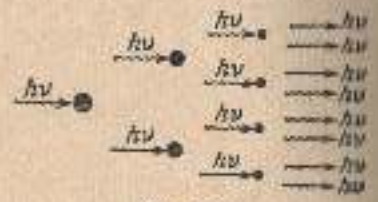


Рис. 43.4.

четыре одинаковых фотона, и т. д. (рис. 43.4). С волновой точки зрения, амплитуда электромагнитной волны и ее квадрат, пропорциональный интенсивности света, будут нарастать за счет энергии, получаемой от возбужденных атомов.

5. Подсчитаем коэффициент поглощения α_ν некоторой среды, не предполагая специально, что она является усиливающей.

Если параллельный поток монохроматического излучения частоты ν и интенсивности I_ν проходит сквозь слой толщины Δx, то

$$-\Delta I_\nu = \alpha_\nu I_\nu \Delta x, \qquad (43.7)$$

где ΔI_ν — убыль интенсивности света на толщине слоя Δx. Индекс ν указывает, что речь идет о монохроматическом свете. Коэффициент поглощения α_ν в условиях, когда спонтанное излучение несущественно, должен определяться, вообще говоря, двумя противоположными процессами — поглощением и индуцированным излучением.

Рассмотрим два энергетических уровня *1* и *2* атомов (или молекул) среды, между которыми, согласно Эйнштейну, возможны три типа оптических процессов: спонтанное излучение, поглощение и вынужденное (стимулированное) из-

лучение (рис. 43.5). Предположим для простоты, что процессами спонтанного излучения, при которых возбужденные атомы самопроизвольно переходят в нормальное состояние, можно пренебречь. Ниже мы выясним, при каких условиях это возможно.

Найдем связь коэффициента поглощения с коэффициентами Эйнштейна B_{21} и B_{12} (§ 36.9). В слое вещества толщиной Δx и единичного поперечного сечения на нижнем энергетическом уровне *1* находится $N_1 \Delta x$ атомов, где N_1 — число атомов в состоянии $\mathscr{E}_1$ в единице объема. При каждом акте поглощения из потока излучения отбирается квант энергии $h\nu$. Вероятность одного акта поглощения в одну секунду равна $B_{12} \cdot u(\nu)$, где $u(\nu)$ — объемная плотность энергии частоты ν *).



Рис. 43.5.

Уменьшение интенсивности света, вызванное процессами поглощения в слое Δx, будет равно

$$(\Delta I_\nu)_{\text{погл}} = N_1 \cdot \Delta x \cdot B_{12} u(\nu) \cdot h\nu.$$

Аналогичные рассуждения можно привести для подсчета изменения интенсивности света в слое Δx за счет $N_2 \Delta x$ атомов, находящихся на верхнем энергетическом уровне *2* и могущих в результате индуцированных переходов перейти на нижний уровень *1*. Это приведет к *отрицательному поглощению*, т. е. увеличению интенсивности света на величину

$$(\Delta I_\nu)_{\text{индуц}} = N_2 \cdot \Delta x \cdot B_{21} u(\nu) \cdot h\nu.$$

Общий баланс положительного и отрицательного поглощения приводит к убыли интенсивности $-\Delta I_\nu$ в слое Δx:

$$-\Delta I_\nu = (N_1 B_{12} - N_2 B_{21})\, u(\nu)\, h\nu \Delta x. \qquad (43.7')$$

Объемная плотность энергии излучения $u(\nu)$ в параллельном потоке света единичного поперечного сечения пропорциональна интенсивности I_ν, т. е. $u(\nu) = \text{const} \cdot I_\nu$. Подставляя это значение $u(\nu)$ в (43.7'), получим окончательно

$$-\Delta I_\nu = \text{const} \cdot h\nu\, (N_1 B_{12} - N_2 B_{21})\, I_\nu \Delta x. \qquad (43.7'')$$

*) $u(\nu)$ представляет собой объемную плотность энергии, приходящуюся на единичный интервал приращения частоты.

Из сравнения (43.7) с (43.7′) видно, как коэффициент поглощения α_ν связан с коэффициентами Эйнштейна:

$$\alpha_\nu = \text{const} \cdot h\nu (N_1 B_{12} - N_2 B_{21}). \qquad (43.8)$$

Соотношение (43.8) можно записать иначе, учитывая равенство коэффициентов B_{12} и B_{21} (§ 36.9):

$$\alpha_\nu = \text{const} \cdot h\nu \cdot N_1 B_{12} \left(1 - \frac{N_2}{N_1}\right). \qquad (43.9)$$

§ 43.4. Оптические квантовые генераторы

1. Обычно в состоянии термодинамического равновесия системы число атомов N_2 на возбужденном уровне *2* меньше числа атомов N_1 на более низком уровне *1*, т. е. $N_2/N_1<1$. Поэтому в состоянии равновесия $\alpha_\nu>0$. Это значит, что число актов обычного (положительного) поглощения превышает число переходов, сопровождающихся отрицательным поглощением, т. е. индуцированным излучением. Однако из (43.9) следует, что могут существовать такие среды, в которых коэффициент поглощения α будет *отрицательным* ($\alpha<0$) *). Для получения среды с отрицательным поглощением необходимо создать *неравновесное* состояние системы, при котором число атомов N_2 на возбужденном уровне было бы больше, чем число атомов N_1 в нормальном состоянии, т. е. $N_2/N_1>1$. Такие состояния принято называть *инверсными* (*обращенными*) *состояниями*. Слово «инверсия» означает переворачивание (от латинского inversio). Смысл термина состоит в том, что в таком неравновесном состоянии имеется «обращенное» распределение атомов по энергетическим состояниям: на верхнем уровне концентрация атомов больше, чем на нижнем.

2. Процесс перевода среды в инверсное состояние называется *накачкой* усиливающей среды. Наиболее естественной представляется оптическая накачка среды, при которой атомы переводятся с нижнего уровня *1* на верхний возбужденный уровень *2* облучением светом такой частоты ν, что $h\nu=\mathscr{E}_2-\mathscr{E}_1$. Если усиливающая среда является газообразной, то перевод атомов на верхний энергетический уровень возможен при неупругих столкновениях атомов с электронами в газовом разряде (электрическая накачка). Однако такие методы перевода атомов с нижнего уровня на верхний не приводят к инверсной заселенности атомов по уровням. За счет спонтанного излучения атомов, находящихся на

*) В дальнейшем индекс ν у α опущен.

возбужденных уровнях весьма малое время (§ 36.8), а также за счет столкновений атомов с электронами, при которых возбужденные атомы отдают электронам свою энергию и переходят на нижние уровни, заселенность атомами верхних уровней будет меньше, чем нижних. Этот общий результат показывает, что использование двух уровней *1* и *2* не эффективно для получения инверсной заселенности.

Существо метода, предложенного В. А. Фабрикантом (§ 36.9), состояло в том, чтобы с помощью специальных молекулярных примесей избирательно разрушить некоторые нижние энергетические уровни и таким образом осуществить более высокую заселенность атомами верхних энергетических уровней по сравнению с нижними. В мазере, созданном Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым и, независимо от них, Таунсом, молекулы, находящиеся на нижнем энергетическом уровне, удалялись с помощью специально созданного неоднородного электрического поля. Другим методом получения инверсной заселенности является применение вспомогательного излучения, которое создает избыточную, по сравнению с равновесной, концентрацию атомов (или других частиц) на верхних энергетических уровнях.

3. Практическое осуществление инверсной заселенности уровней в оптических квантовых генераторах производится по трехуровневой схеме, предложенной Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым в 1955 г.

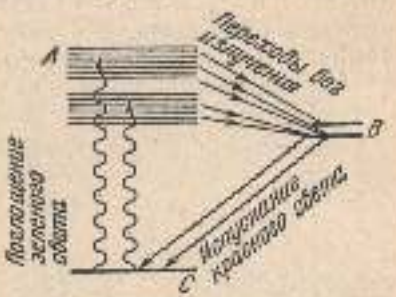


Рис. 43.6.

Один из первых генераторов когерентного света, работающих по схеме трех уровней с твердым телом в качестве активной, усиливающей среды, был создан в 1960 г. Усиливающей средой являлся кристалл рубина, представляющий собой по химическому составу окись алюминия Al_2O_3 с примесью окиси хрома Cr_2O_3 в количестве от 0,03 до 0,05%. При этом в кристаллической решетке окиси алюминия определенная часть атомов Al заменена ионами Cr^{3+}. Активным веществом, в котором осуществляются вынужденные переходы, являются в рубине ионы хрома Cr^{3+}. Энергетическая схема уровней Cr^{3+} (рис. 43.6) содержит ближайшие

к основному уровню C две широкие энергетические полосы A и двойной уровень B, переходы с которого на основной уровень C соответствуют длинам волн красного света 6927 Å и 6943 Å. Существенно наличие трех уровней A, B и C.

При интенсивном облучении рубина зеленым светом мощной импульсной лампы, наполненной неоном и криптоном (лампы накачки), происходит переход ионов хрома на уровни широкой полосы A, откуда наиболее вероятным является безызлучательный переход ионов на двойной уровень B с передачей избытка энергии кристаллической решетке рубина. Таким образом можно создать условия, при которых населенность ионами двойного уровня B будет превышать населенность основного уровня C. Следовательно, уровни B и C будут заселены инверсно. Это позволяет получить оптический генератор на линиях 6927 и 6943 Å. Возникновению инверсии уровней B и C способствует малая вероятность спонтанных переходов ионов хрома с уровня B на уровень C.

В одном из газовых оптических квантовых генераторов усиливающей средой служит плазма высокочастотного газового разряда, полученная в смеси гелия с неоном. За счет соударений с электронами атомы гелия переходят в возбужденное состояние $\mathscr{E}_3$. При столкновениях возбужденных атомов гелия с атомами неона последние также возбуждаются и переходят на один из верхних уровней неона, близко расположенных к соответствующему уровню гелия. Переход атомов неона с этого уровня на один из нижних уровней $\mathscr{E}_2$ сопровождается излучением лазера. На рис. 43.7 изображена упрощенная трехуровневая энергетическая диаграмма такого лазера.

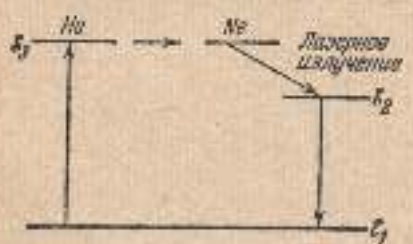


Рис. 43.7.

Лавинообразное нарастание интенсивности света в усиливающей, активной среде означает, что такая среда действует как усилитель электромагнитных волн. Принцип подобного усиления был сформулирован в 1951 г. В. А. Фабрикантом, М. М. Вудынским и Ф. А. Бутаевой.

4. Эффект усиления света, основанный на индуцированных переходах, можно увеличить путем многократного прохождения усиливаемого света через один и тот же слой «усиливающей» среды. Например, это может быть достигнуто путем помещения слоя среды с отрицательным поглощением (кювета с газом или кристалл) между двумя достаточно плоскими зеркалами, установленными параллельно



Рис. 43.8.

друг другу. Чаще зеркала делаются вогнутыми. Принципиальная схема ОКГ изображена на рис. 43.8. Любой фотон, возникший в активной среде за счет спонтанного испускания возбужденных накачкой атомов среды, является «затравкой» процесса генерации света.

Рассмотрим фотон, который движется параллельно оси кюветы или кристалла. Он рождает лавину фотонов, летящих в том же направлении (рис. 43.9, *а*). Часть этой лавины частично пройдет через полупрозрачное зеркало *3* наружу, а часть отразится и будет нарастать в активной среде *1* (рис. 43.9,*б*). Когда лавина фотонов дойдет до сплошного зеркала *2*, она частично поглотится, но после отражения от зеркала *2* усиленный поток фотонов вновь будет двигаться так же, как и первоначальный, «затравочный» фотон (рис. 43.9, *в*). Таким образом, с помощью зеркал в ОКГ реализуется положительная обратная связь, необходимая во всяком генераторе для того, чтобы был обеспечен режим генерации (§ 16.1). Поток фотонов, многократно усиленный и вышедший из генератора сквозь полупрозрачное зеркало,

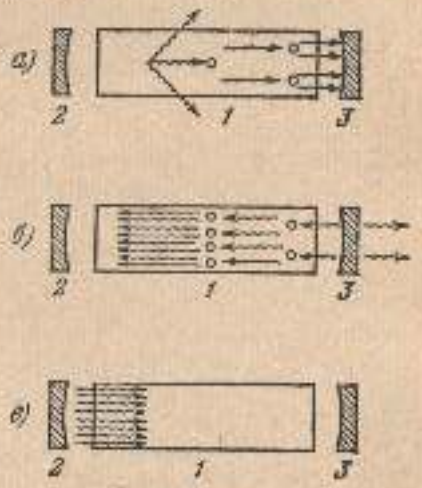


Рис. 43.9.

создает строго направленный пучок лучей света огромной яркости.

5. Для того чтобы в ОКГ нарастала лавина фотонов (самовозбуждение генератора), необходимо, чтобы усиление, которое создается на пути фотонов между двумя последовательными отражениями от зеркала 2, по крайней мере компенсировало потери фотонов при отражении от зеркал. Количественной мерой усиления света в ОКГ на пути L фотонов может быть выбрана величина, равная $K=I/I_0=e^{\alpha L}$ (по формуле (43.6')). Здесь L — длина активной среды между зеркалами. Между двумя отражениями фотоны проходят путь $2L$, поэтому усиление определяется величиной $e^{\alpha 2L}$. Для того чтобы учесть потери фотонов в зеркалах, обозначим через r_2 и r_3 коэффициенты отражения света от зеркал 2 и 3 (рис. 43.9). Общие потери фотонов, отражающихся последовательно от обоих зеркал, пропорциональны произведению r_2r_3. С учетом потерь в зеркалах усиление ОКГ можно записать в более общем виде:

$$K'=I/I_0=e^{\alpha 2L}r_2r_3. \qquad (43.10)$$

Из формулы (43.10) можно найти условие, при котором потери в зеркалах компенсируются усилением среды и поэтому $I=I_0$, т. е. $K'=1$:

$$e^{\alpha 2L}r_2r_3=1. \qquad (43.11)$$

Логарифмируя условие (43.11), получим величину коэффициента отрицательного поглощения α в лазере:

$$\alpha=-\frac{1}{2L}\ln(r_2r_3). \qquad (43.12)$$

Формула (43.12) используется для определения минимальной (пороговой) мощности накачки, которая необходима для усиления света в генераторе. Очевидно, что если увеличить мощность накачки так, чтобы процессы генерации света превышали потери в зеркалах, то в ОКГ будет нарастать лавина фотонов и яркость луча, выходящего из генератора, будет увеличиваться. Однако в ОКГ невозможно беспредельное возрастание усиления света. По мере роста усиления возрастает спонтанное излучение атомов, находящихся на верхних «рабочих энергетических уровнях» генератора. Это приводит к уменьшению инверсии в заселении верхних энергетических уровней и уменьшению числа индуцированных переходов — усиление уменьшается

и замедляется нарастание лавины фотонов. Описанное явление называется *насыщением* в оптическом квантовом генераторе.

6. До сих пор при анализе условий усиления света в ОКГ мы не учитывали, что индуцированное излучение в генераторе является когерентным первоначальному, «затравочному» излучению. Волновые свойства света приводят к некоторым дополнительным условиям, при которых осуществляется режим генерации. На волновом языке процесс усиления света в ОКГ означает непрерывное и значительное возрастание амплитуды световой волны. Но для этого необходимо, чтобы волна, возвратившаяся в некоторую точку активной среды после отражения от зеркал, имела бы в этой точке фазу, совпадающую с фазой первичной волны при любом числе отражений от зеркал. Это накладывает определенное условие на зависимость между длиной волны λ и длиной L активной среды. Длина пути, который проходит волна между двумя отражениями, должна составлять целое число длин волн:

$$2L=n\lambda \text{ или } L=n\frac{\lambda}{2}, \text{ где } n=1, 2, \ldots \qquad (43.13)$$

Тогда при сложении амплитуд первичной и всех вторичных волн будет резко возрастать амплитуда результирующей волны. Если выполнено условие (43.13), то волны, которые при каждом отражении выходят из генератора через зеркало 3 (рис. 43.9), когерентны между собой. Разность фаз двух последовательно вышедших волн составляет $\Delta\varphi=2\pi\frac{2L}{\lambda}$ и определяется разностью оптического хода $2L$ (§ 21.5). Лучи, которые вырываются из ОКГ, являются результатом интерференции многих когерентных волн, имеющих разность фаз, кратную 2π. Это обеспечивает наибольшую результирующую амплитуду и наибольшую интенсивность света, полученного в лазере. Как известно (§§ 21.6, 25.7), при интерференции многих когерентных волн интерференционные максимумы интенсивности получаются очень узкими, резкими. Если условие (43.13) будет нарушено, то волны перестанут быть когерентными и их интерференция окажется невозможной.

7. Уравнение (43.13) является фазовым условием, выполнение которого так же необходимо для процесса генерации света в ОКГ, как и условие компенсации потерь (43.11). Из уравнения (43.13) следует, что если рассматривать прост-

ранство между двумя зеркалами в ОКГ как некоторый зеркальный резонатор, то на длине L резонатора должно укладываться некоторое целое число n стоячих полуволн (§ 21.2). Таким образом, уравнение (43.13) есть одновременно условие резонанса между электромагнитной волной и зеркальным резонатором.

Из уравнения (43.13) можно найти частоты, которые генерируются в ОКГ. Используя связь частоты с длиной волны $\lambda=c/\nu$ и подставив в (43.13), имеем

$$\nu_n = \frac{nc}{2L}. \qquad (43.14)$$

Каждому значению n соответствует определенная частота ν_n. Кроме того, частоты, генерируемые в ОКГ, должны одновременно удовлетворять боровскому правилу частот (§ 35.4), которое связывает частоту с разностью энергетических уровней атомов активной среды генератора. Необходимость одновременного выполнения уравнения (43.14) и условия частот Бора на первый взгляд очень усложняет практическое создание ОКГ. В самом деле, это предъявляет очень высокие требования к точности, с которой должно быть задано расстояние L, чтобы сохранялась когерентность интерферирующих волн. Однако в действительности ситуация оказывается не такой безнадежной. Выручает то, что правило частот Бора выполняется с точностью до конечной ширины энергетических уровней атома (§ 36.8), а также то, что существует ряд причин уширения спектральных линий, в первую очередь за счет эффекта Доплера.

8. Мы не можем входить в детальное обсуждение вопроса о ширине спектральных линий, излучаемых в ОКГ. Можно показать, что спектр, излучаемый ОКГ, состоит из ряда очень узких линий, частоты которых, как это видно из (43.14), отстоят друг от друга на $\Delta\nu=c/2L$. Для газового лазера при $L=10^2$ *см* $\Delta\nu$ составляет 150 *Мгц*. Замечательно, что ширина спектральных линий для газового ОКГ значительно меньше, чем естественная ширина спектральной линии, связанная с конечным временем жизни атомов в возбужденном состоянии (§ 36.8).

Создание лазеров позволило значительно продвинуться вперед в решении задачи о получении строго монохроматического света. Высокая степень монохроматичности света, получаемого в лазерах, означает, что имеется значительно бо́льшая, чем обычно в оптике (на несколько порядков), длительность непрерывного цуга волн, испускаемых ОКГ.

Следовательно, пространственная протяженность, длина непрерывного цуга волн, испускаемого лазером, также значительно превосходит длину цуга в обычной оптике. Последнее обстоятельство снимает то ограничение, которое накладывается обычно в оптике на проведение опытов по интерференции, — требование малой разности оптического хода лучей. С лучом лазера можно производить опыты по интерференции при громадных разностях хода, порядка десятков метров и более.

9. Одной из замечательных особенностей лучей, получаемых в ОКГ, является их острая направленность, малое расхождение пучка лучей по углам. Это связано с механизмом процессов индуцированного излучения, лежащих в основе действия лазеров. Дело в том, что «затравочный» фотон, необходимый для генерации света в лазере, должен лететь параллельно оси резонатора. Фотон, летящий «вбок», под углом к оси резонатора, создаст лавину фотонов, которая после небольшого числа отражений выйдет из активной среды и не будет участвовать в процессе усиления (рис. 43.9, *а*). В генерации и усилении света участвуют только фотоны, летящие параллельно оси резонатора. Поэтому луч, вышедший из генератора, имеет острую направленность. Однако волновые свойства света не позволяют получать угол расхождения лучей, равный нулю. Явление дифракции света (§ 26.1) определяет нижний угловой предел $\theta_{мин}$ для расхождения лучей ОКГ. Угол расхождения лучей не может быть меньше угла дифракции на круглом экране, имеющем диаметр D:

$$\theta_{мин} \geqslant \lambda/D, \qquad (43.15)$$

где D — диаметр зеркала в оптическом квантовом генераторе. $\theta_{мин}$ имеет порядок величины 10^{-5}—10^{-6} радиан. В газовых лазерах угловое расхождение лучей достигает такой величины.

10. В силу высокой когерентности и острой направленности лучей ОКГ они с большой эффективностью могут использоваться для связи, локации, получения очень высоких температур в малых объемах и т. д. При ширине полосы излучения в 1 Å на длине волны в 1 микрон теоретически можно осуществить передачу 10 000 радиопрограмм. С помощью современных ОКГ можно осуществлять связь на громадных расстояниях астрономического порядка. Излучением ОКГ можно пробивать мельчайшие отверстия в самых твердых веществах, например в алмазе, осуществлять

сварку микродеталей. Лучи лазеров нашли применение в хирургии при лечении отслаивания сетчатки глаза. Луч лазера как бы «приваривает» отслоившуюся сетчатку к тканям глазного дна.

Характеристики современных ОКГ пока еще далеки от принципиально возможных. Например, в принципе возможно получение световых пучков такой мощности, которой будут соответствовать световые давления порядка миллионов атмосфер. Все это создаст необозримые перспективы для применения квантовых усилителей и генераторов когерентного света.

ЧАСТЬ ВОСЬМАЯ

ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

ГЛАВА 44

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА И СТРОЕНИЕ АТОМНЫХ ЯДЕР

§ 44.1. Заряд и масса атомных ядер

1. В § 35.1 рассмотрены эксперименты, которые привели к обоснованию ядерной модели атома. В последних главах этой книги мы остановимся на изучении атомного ядра и познакомимся с некоторыми вопросами физики элементарных частиц.

Важнейшими характеристиками ядра являются его заряд Z и масса M. Заряд ядра определяется количеством положительных элементарных зарядов, сосредоточенных в ядре. Носителем положительного элементарного заряда $e=+1{,}6021\cdot10^{-19}$ к в ядре является протон. Атом в целом нейтрален, и заряд ядра определяет одновременно число электронов в атоме. Распределение электронов в атоме по энергетическим оболочкам и подоболочкам существенно зависит от их общего числа в атоме (§ 37.2). Поэтому заряд ядра в значительной мере определяет распределение электронов по их состояниям в атоме и положение элемента в периодической системе Менделеева. Химические элементы различаются зарядами ядер их атомов (*атомными номерами*). Известные в настоящее время 104 элемента имеют заряды ядер, изменяющиеся от $Z=1$ (водород) до $Z=104$ (курчатовий).

2. Масса атомного ядра практически совпадает с массой всего атома, ввиду того что масса электронов в атоме мала. Напомним, что масса электрона равна 1/1836 от массы протона. Массы атомов принято измерять в *атомных единицах массы* (обозначается АЕМ или а. е. м.). За атомную единицу массы принята 1/16 массы атома кислорода $_8O^{16}$ (о смысле

обозначении см. дальше в этом параграфе):

$$1 \text{ а.е.м.} = 1{,}65976 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Помимо а. е. м. в настоящее время применяется *кумифицированная атомная единица массы*, у. а. е. м., равная 1/12 массы атома изотопа углерода $_6C^{12}$:

$$1 \text{ у.а.е.м.} = 1{,}6603 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Массы атомов измерены с большой точностью (§ 5.8). При этих измерениях были обнаружены *изотопы* — разновидности атомов данного химического элемента, обладающие одинаковым зарядом, но различающиеся массой. В настоящее время известно около 300 устойчивых и свыше 1000 неустойчивых (радиоактивных) изотопов всех известных химических элементов. Измерения масс изотопов показывают, что они всегда выражаются в а. е. м. числами, близкими к целым. Атомные веса изотопов называются *изотопными массами*.

Для каждого химического элемента существует в большинстве случаев постоянное процентное содержание различных изотопов. Каждый химический элемент имеет определенный атомный вес, представляющий собой среднее значение масс всех его изотопов. Этим объясняется то, что химические атомные веса элементов в ряде случаев заметно отклоняются от целых чисел. Так, атомный вес бора 10,82, неона 20,183, магния 24,32, хлора 35,457, железа 56,85, кобальта 58,71, никеля тоже 58,71, меди 63,54, цинка 65,38, германия 70,60, криптона 83,80 и т. д. Открытие изотопов показало, что химически чистый элемент представляет собой смесь своих изотопов, отличающихся друг от друга атомными весами. Когда же были измерены атомные веса изотопов, то обнаружилось, что атомные веса изотопов тем ближе к целым числам, чем легче изотоп, т. е. чем меньше его атомный вес. Это навело на мысль о том, что ядро построено из частиц, атомные веса которых близки к единице. Поскольку этому условию хорошо удовлетворяет ядро атома водорода — протон (его атомный вес равен, с точностью до третьего знака, 1,008 а. е. м. и, кроме того, его заряд положителен), напрашивается вывод о том, что в состав атомных ядер непременно входят протоны.

3. Целое число, ближайшее к атомному весу, выраженному в а. е. м., называется *массовым числом* и обозначается буквой A. В настоящее время принято обозначать различные изотопы химических элементов следующим образом:

$_ZX^A$ или X_Z^A, где X — символ химического элемента в таблице Менделеева, соответствующего данному заряду Z ядра.

4. Ядра, которые при одинаковой массе обладают различными зарядами, называются *изобарами*. Изобары большей частью встречаются среди тяжелых ядер, причем парами и триадами. Известно 59 устойчивых изобарных пар и 5 изобарных триад. Примерами устойчивых изобарных пар являются $_{16}S^{36}$ и $_{18}Ar^{36}$, $_{44}Ru^{104}$ и $_{46}Pd^{104}$. Пример изобарной триады: $_{40}Zr^{96}$, $_{42}Mo^{96}$ и $_{44}Ru^{96}$.

§ 44.2. Спин и магнитный момент ядра

1. В § 36.6 мы видели, что спин электрона приводит к тонкой структуре спектральных линий. Для атомов с одним валентным электроном взаимная ориентация орбитального и спинового моментов электрона приводит к *раздвоению* всех энергетических уровней (кроме s-уровня) и, соответственно, к раздвоению спектральных линий. Увеличение разрешающей способности спектральных приборов дало возможность тщательнее исследовать структуру раздвоенных линий. В 1928 г. А. Н. Терешин и Л. Н. Добрецов обнаружили, что каждая из двух D-линий натрия в свою очередь является двойной — состоит из двух близко расположенных линий. Линия D_2 ($\lambda = 5890$ Å) расщеплена на 0,021 Å, а линия D_1 ($\lambda = 5896$ Å) — на 0,023 Å. Это расщепление называется *сверхтонкой структурой* спектральных линий. Паули предположил, что сверхтонкая структура объясняется наличием *спина у ядра атома*. Момент импульса, называемый обычно *спином ядра*, является наряду с зарядом и массой важнейшей характеристикой ядра.

В состав ядра входят протоны и нейтроны, каждый из которых обладает спином $\hbar/2$. Спин ядра равен векторной сумме спинов составляющих его частиц. Спин ядра, состоящего из четного числа частиц, является целым числом (в единицах $\hbar$) или нулем. Спин же ядра, состоящего из нечетного числа частиц, является полуцелым (в единицах $\hbar$). Если спин ядра в единицах $\hbar$ равен I, то полный спин атома с одним валентным электроном может быть равен либо $I + \frac{1}{2}$, либо $I - \frac{1}{2}$, ибо спин электрона в единицах $\hbar$ равен $\frac{1}{2}$ *). Оптический переход электрона в атоме натрия с верхнего уровня на нижний уровень, раздвоенный вследствие учета спина ядра, приводит к *сверхтонкой струк-*

*) Спины остальных электронов атома, попарно складываясь, дают нуль.

пуре линии D_2. На рис. 44.1 (схема слева) объяснено расщепление спектральных линий, а справа изображена схема возникновения сверхтонкой структуры линии D_2. По наблюдаемому на опыте соотношению интенсивностей линий сверхтонкой структуры можно определить спин I ядра. Например, для атома натрия он оказался равным $^3/_2\,\hbar$.

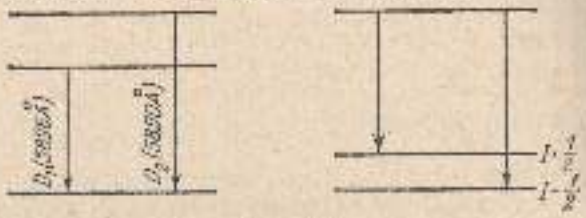


Рис. 44.1.

Как известно из § 6.10, спин электрона был измерен в опытах Штерна и Герлаха. Спин протона был определен на основании наблюдения интенсивностей вращательных спектров молекулы H_2. В гл. 38 рассмотрено возникновение вращательных спектров молекулы. Соотношение интенсивностей во вращательных спектрах водорода показало, что ядро водорода $_1H^1$ имеет полуцелый спин. Из измерения отношения интенсивностей линий вращательных спектров было найдено, что спин ядра водорода $_1H^1$, т. е. спин протона, равен $\hbar/2$. (Об определении спина нейтрона см. § 44.5.)

2. Атомные ядра, помимо спина, обладают *магнитными моментами*. Следовательно, магнитными моментами обладают все части атома (ядро и электроны).

Ядерные частицы имеют собственные магнитные моменты, которыми определяется магнитный момент ядра. По аналогии с магнетоном Бора (§ 6.2), для измерения магнитных моментов ядер вводится так называемый *ядерный магнетон*:

$$\mu_я = \frac{e\hbar}{2m_p}. \qquad (44.1)$$

Выражение для ядерного магнетона аналогично магнетону Бора, но масса электрона m_e заменена массой протона. Величина ядерного магнетона в $m_p/m_e \approx 1836{,}5$ раза меньше магнетона Бора. По наиболее точным данным

$$\mu_я = (5{,}05038 \pm 0{,}00018)\cdot 10^{-27}\ дж/тл = (5{,}05038 \pm 0{,}00018)\cdot 10^{-24}\ эрг/гс.$$

Между спином I ядра, измеренным в единицах $\hbar$, и магнитным моментом p_{ma}, измеренным в ядерных магнетонах, существует соотношение, аналогичное формуле для электронных моментов (36.14'):

$$p_{ma} = g_я I, \qquad (44.2)$$

где $g_я$ — *ядерное гиромагнитное отношение*.

3. Опыты, изложение которых выходит за рамки этой книги, показали, что нейтрон имеет *отрицательный* магнитный момент, равный $-(1{,}91314 \pm 0{,}00005)\,\mu_я$.

Магнитный момент протона впервые был измерен методом отклонения молекулярного пучка в неоднородном магнитном поле. В принципе этот метод не отличается от опыта Штерна и Герлаха (см. § 6.10). Опыты производились с водородом. При этом необходимо было компенсировать магнитный момент электрона, превосходящий почти в 2000 раз величину ядерного магнетона $\mu_я$. Точные измерения привели к весьма неожиданному результату для магнитного момента протона. Он оказался равным $(2{,}79275 \pm 0{,}00003)\,\mu_я$, вместо того чтобы быть равным одному ядерному магнетону. Положительный знак магнитного момента протона означает, что направления магнитного момента протона и его спина совпадают. С классической точки зрения это означает, что магнитный момент протона как бы связан с вращением положительного заряда. Для нейтрона направления его спина и магнитного момента *противоположны*. Аномальное значение магнитного момента протона и знак магнитного момента нейтрона связаны со сложной структурой этих частиц (§ 47.8).

§ 44.3. Состав ядра

1. После создания ядерной модели атома вопрос о составе атомного ядра являлся одним из основных в ядерной физике. Ответ на него физика ядра смогла дать по мере накопления сведений о различных свойствах ядер, в особенности сведений о заряде Z, массе и спине ядра. Заряд ядра определяется суммарным зарядом находящихся в нем положительных зарядов. Поскольку элементарным положительным зарядом обладают протоны, то нахождение в ядре протонов с самого начала развития ядерной физики не вызывало сомнений (§ 44.1). Кроме того, обнаружились два существенных факта:

а) Массы изотопов всех атомов (кроме обычного водорода), выраженные в единицах массы, равных массе протона, превышают численно заряды их ядер, выраженные в элементарных зарядах. По мере увеличения Z это различие возрастает. Для элементов, расположенных в средней части периодической системы Менделеева, изотопные массы (в а. е. м.) примерно в два раза превышают заряды ядер. Для тяжелых ядер это соотношение становится еще большим. Из этого следует, что протоны не могут быть единственными частицами, составляющими ядро.

б) Массы ядер изотопов всех химических элементов указывали на две возможности: либо в ядре находятся частицы примерно одинаковых масс, либо в составе ядра имеются различные по массе частицы и масса одних из них весьма мала по сравнению с массой других; тогда масса легких частиц не вносит сколько-нибудь заметного вклада в изотопную массу.

2. Последняя возможность представлялась особенно заманчивой, ибо позволяла создать протонно-электронную модель ядра.

Явление естественной β-радиоактивности (§ 45.12), казалось бы, свидетельствовало о том, что в состав ядер входят электроны, поскольку они испускаются при β-распаде. Протонно-электронная модель, кроме явления β-радиоактивности, объясняла и близость атомных весов изотопов к целым числам. Согласно этой модели масса ядра равна практически массе протонов, входящих в него, поскольку масса электрона примерно в 2000 раз меньше массы протона. Число электронов в ядре должно быть таково, чтобы суммарный заряд положительно заряженных протонов и отрицательно заряженных электронов в сумме давал действительный положительный заряд ядра.

Несмотря на ее простоту и естественность, протонно-электронная модель по мере развития ядерной физики была оставлена. Она оказалась в противоречии с важнейшими свойствами атомных ядер.

3. Если бы в состав атомных ядер входили электроны, то магнитные моменты ядер имели бы величины порядка электронного магнетона Бора (§ 6.2). Как мы видели в § 44.2, магнитные моменты ядер по порядку величины сравнимы с ядерным магнетоном, который примерно в 2000 раз меньше электронного.

Против протонно-электронной модели ядра свидетельствовали также данные о спинах ядер. Например, ядро бериллия $_4Be^9$ согласно этой модели должно состоять из девяти протонов и пяти электронов, чтобы суммарный заряд был равен четырем элементарным положительным зарядам. Протоны и электроны имеют полуцелый спин, равный $\hbar/2$. Суммарный спин ядра, состоящего из 14 частиц (9 протонов и 5 электронов), должен быть целым. В действительности же спин ядра $_4Be^9$ полуцелый и равен $^3/_2\hbar$. Подобных примеров можно привести много.

Наконец, протонно-электронная модель ядра несовместима с соотношением неопределенностей Гейзенберга. Если электрон входит в состав ядра, то неопределенность Δx его координаты имеет порядок линейного размера ядра, т. е. 10^{-15}—10^{-12} *м*. Возьмем наибольшую неопределенность Гейзенберга: $\Delta x = 10^{-14}$ *м*. Из соотношения неопределенностей Гейзенберга найдем неопределенность импульса электрона: $\Delta p \approx \hbar/\Delta x \approx 10^{-34}/10^{-14} = 10^{-19}$ *кг·м/сек*. Очевидно, что величина самого импульса электрона не может быть меньше величины Δp, т. е. $p \geqslant \Delta p$. Рассмотрим опять наиболее неблагоприятный случай: $p = \Delta p = 10^{-19}$ *кг·м/сек*. Зная импульс электрона, можно найти его энергию. Поскольку в нашем случае $p \geqslant m_0 c = 10^{-38}$ *кг*$\cdot 3 \cdot 10^8$ *м/сек*, то следует использовать релятивистское соотношение между энергией и импульсом (т. 1, § 16.3): $\mathcal{E}^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4$. Получим:

$$\mathcal{E} = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{10^{-38} + (10^{-30} \cdot 3 \cdot 10^8)^2} \approx$$
$$\approx 3 \cdot 10^{-19}\ дж \approx 2 \cdot 10^9\ эв = 200\ Мэв.$$

Такая большая величина энергии противоречит экспериментальным данным об удельной энергии связи ядерных частиц, которая составляет 7—8 *Мэв* (§ 44.4). Энергия в 200 *Мэв* во много раз превышает энергию электронов, испускаемых при радиоактивном β-распаде. Если же считать, что электроны в ядре имеют энергию, соответствующую энергии выбрасываемых β-частиц (обычно порядка нескольких *Мэв*), то для размеров области, где электроны должны быть локализованы, т. е. для размеров ядра, из соотношения неопределенностей получаются несоразмерно большие оценки, противоречащие опытным данным.

4. Выход из затруднения был найден, когда Чадвик, сотрудник Резерфорда, в 1932 г. открыл новую элементарную частицу — *нейтрон*. Анализируя траектории частиц, возникающих при некоторых ядерных реакциях, и применяя к реакциям законы сохранения импульса и энергии, Чадвик нашел, что в некоторых реакциях определенные

траектории принадлежат новой частице: ее масса почти равна массе протона, чуть превышая ее, электрический заряд ее равен нулю.

Новая частица была названа нейтроном, и вскоре после ее открытия, в 1934 г., Д. Д. Иваненко высказал гипотезу о том, что *атомные ядра состоят только из протонов и нейтронов*. Эта же гипотеза была высказана Гейзенбергом и подробно им разработана количественно.

5. Эти взгляды очень быстро получили всеобщее признание и явились основой для создания современной теории атомного ядра. Согласно современным представлениям, массовое число A ядра представляет собой общее число частиц — протонов и нейтронов, находящихся в ядре. Заряд ядра Z определяет число протонов в ядре, а следовательно, разность $A-Z=N$ дает число нейтронов, содержащихся в ядре данного изотопа.

Если проследить за распределением числа протонов Z и нейтронов $A-Z$ в ядрах различных элементов периодической системы Менделеева, то можно заметить, что для ядер элементов вплоть до середины менделеевской системы число нейтронов, входящих в ядро, примерно равно числу протонов, так что $(A-Z)/Z\approx 1$. По мере утяжеления ядер, с ростом массового числа, количество нейтронов возрастает сравнительно с числом протонов в ядре. В конце периодической системы Менделеева отношение $(A-Z)/Z\approx 1{,}6$.

В ядерной физике принимается, что протон и нейтрон — два так называемых *зарядовых состояния* одной частицы, которая называется ядерной частицей — *нуклоном* (от латинского nucleus — ядро). Протон является протонным состоянием нуклона с зарядом $+e$, нейтрон — его нейтронным состоянием с нулевым электрическим зарядом. По современным данным, массы покоя протона и нейтрона равны соответственно:

$$m_p = 1{,}0075975 \pm 0{,}000001 \text{ а.е.м.} = (1836{,}09 \pm 0{,}01)\, m_e;$$
$$m_n = 1{,}008982 \pm 0{,}000003 \text{ а.е.м.} = (1838{,}63 \pm 0{,}01)\, m_e.$$

Массовые числа протона и нейтрона одинаковы и равны единице.

Нуклоны в ядрах находятся в состояниях, существенно отличающихся от их свободных состояний. Это связано с тем, что во всех ядрах, кроме ядра обычного водорода, имеются по крайней мере два нуклона, между которыми осуществляется особое *ядерное взаимодействие*.

6. Протонно-нейтронная модель ядра согласуется с данными об изотопных массах ядер и дает разумные значения для магнитных моментов ядер. В самом деле, магнитные моменты протона и нейтрона по порядку величины сравнимы с ядерным магнетоном (§ 44.2). Поэтому ядра, построенные из нуклонов, должны иметь магнитные моменты такого же порядка величины. Опыты подтверждают это.

Применение соотношения неопределенностей к тяжелым (сравнительно с электронами) протонам и нейтронам дает вполне разумные оценки для возможных значений энергии этих частиц в ядре. Эти оценки согласуются со значениями энергий, приходящихся на одну частицу в ядре (§ 44.4).

Была разрешена и трудность со спинами ядер, возникшая в протонно-электронной модели. Если ядро содержит четное число нуклонов (четное массовое число A), то его спин будет целым (в единицах $\hbar$). При нечетном числе нуклонов в ядре (нечетном A) спин ядра будет полуцелым (в единицах $\hbar$).

§ 44.4. Энергия связи ядра. Дефект массы

1. Ядра, содержащие положительно заряженные протоны и нейтроны, лишенные заряда, представляют собой *устойчивые* образования, хотя между протонами существует кулоновское отталкивание.

Устойчивость атомных ядер означает, что между нуклонами в ядрах существует определенная связь. Для ее изучения, казалось бы, необходимо точно знать, как силы притяжения между нуклонами зависят от расстояния между ними. Однако изучение связи между нуклонами может быть проведено в известных пределах энергетическими методами без привлечения сведений о характере и свойствах ядерных сил.

О прочности того или иного образования судят по тому, насколько легко или трудно разрушить его: чем труднее его разрушить, тем оно прочнее. Но разрушить ядро — это значит разорвать связи между его нуклонами, или, иными словами, совершить работу против сил связи между ними. Такой подход, основанный на законе сохранения энергии, позволяет сделать ряд важных выводов о специфике тех связей, которые удерживают нуклоны в ядре друг возле друга.

Введем понятие об энергии связи отдельного нуклона в ядре. *Энергией связи нуклона* в ядре называется физиче-

ская величина, равная той работе, которую нужно совершить для удаления данного нуклона из ядра, без того чтобы нуклон приобрел кинетическую энергию. Полная *энергия связи ядра* определяется величиной той работы, которую нужно совершить для расщепления ядра на составляющие его нуклоны. Из закона сохранения энергии следует, что при образовании ядра из составляющих его нуклонов должна выделяться та же энергия, которую необходимо затратить при расщеплении ядра на составляющие его частицы.

2. Оценим энергию связи атомных ядер. Измерения масс ядер показывают, что *масса покоя ядра меньше, чем сумма масс покоя составляющих его нуклонов*. Неравенство тем сильнее, чем больше масса покоя ядра, т. е. атомный вес изотопа. Дело обстоит таким образом, как будто при образовании ядра из нуклонов, при «упаковке» нуклонов, происходит «усушка», уменьшение их массы покоя, потеря некоторой ее части.

Специальная теория относительности объясняет это явление. Оно рассмотрено в т. 1, § 20.1. Уменьшение суммарной массы покоя нуклонов при образовании из них ядра можно объяснить выделением энергии связи при образовании ядра. В т. 1 обсуждался вопрос об изменении внутренней энергии тела при ядерных процессах. Теперь мы вновь и подробнее обсудим этот вопрос.

Энергия покоя тела $\mathscr{E}_0$ связана с массой m покоя тела следующим образом:

$$\mathscr{E}_0 = mc^2,$$

где c — скорость света в вакууме. Если обозначить через $\Delta\mathscr{E}_{св}$ величину энергии, выделяющейся при образовании ядра, то соответствующая ей масса

$$\Delta m = \Delta\mathscr{E}_{св}/c^2 \qquad (44.3)$$

характеризует уменьшение суммарной массы покоя при образовании ядра из составных частиц. Если ядро с массой M образовано из Z протонов с массой m_p и из $A-Z$ нейтронов с массой m_n, то величина Δm равна

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)\,m_n - M. \qquad (44.4)$$

Величина Δm может служить мерой энергии связи. В самом деле, из (44.3) и (44.4) следует, что

$$\Delta\mathscr{E}_{св} = \Delta m \cdot c^2 = [Zm_p + (A-Z)\,m_n - M]\,c^2. \qquad (44.5)$$

3. В ядерной физике для вычисления энергий применяется атомная единица энергии (а. е. э.), соответствующая

новой атомной единице массы:

$$1 \text{ а.е.э.} = c^2 \cdot 1 \text{ а.е.м.} = 1{,}491 \cdot 10^{-10} \text{ дж} = 931{,}1 \text{ Мэв},$$

так как $1 \text{ Мэв} = 10^6 \text{ эв} = 1{,}602 \cdot 10^{-12} \text{ дж}$. Таким образом, для получения энергии связи $\Delta\mathscr{E}_{св}$ ядра в Мэв необходимо разность суммарной массы частиц в ядре и массы ядра (по формуле (44.4) в а. е. м.) умножить на 931,1.

Энергия связи в ядрах весьма велика. Она составляет в среднем ≈ 8 Мэв на один нуклон в ядре.

4. В практических расчетах наряду с энергией связи применяется величина так называемого *дефекта массы* — разность между изотопной массой M_a, выраженной в а. е. м., и массовым числом A:

$$\Delta_X = M_a - A, \qquad (44.6)$$

где X — символ элемента. (Часто дефект массы определяется как разность массы ядра в а. е. м. и массового числа, однако это практически менее удобно.)

Дефекты массы для свободных протона и нейтрона, имеющих массовые числа, равные единице, соответственно равны:

$$\Delta_p = 0{,}0075957 \text{ а.е.м.}; \qquad \Delta_n = 0{,}008982 \text{ а.е.м.}$$

Дефект массы для кислорода ${}_8O^{16}$ равен нулю: $\Delta_O = 0$ (в а.е.м.), ибо изотопная масса кислорода ${}_8O^{16}$ равна в точности массовому числу.

Для большинства ядер дефект массы отрицательный. Точность определения дефектов масс зависит от точности измерения изотопных масс ядер. Для тяжелых ядер дефекты масс определяются с ошибками, изменяющимися в широких пределах. Поэтому применяется дефект массы, отнесенный к одному нуклону в ядре. Он называется *коэффициентом упаковки* f:

$$f = \frac{\Delta_X}{A} = \frac{M_a - A}{A} = \frac{M_a}{A} - 1. \qquad (44.7)$$

Коэффициент упаковки определяется с одинаковой точностью как для тяжелых, так и для легких ядер.

На рис. 44.2 приведена кривая зависимости коэффициента упаковки от массовых чисел ядер. Наибольшие значения f имеет для нейтрона и протона, совпадая с соответствующими значениями дефектов масс этих частиц. С ростом A коэффициент упаковки вначале быстро убывает и, пройдя через нуль у ядра ${}_8O^{16}$, принимает отрицательные значения.

Для ядер средней части периодической системы Менделеева коэффициент упаковки приблизительно постоянен и близок к -10^{-4}.

5. Опыты и теоретические расчеты показывают, что энергия связи $\Delta\mathscr{E}_{св}$ ядра зависит главным образом от общего числа частиц в ядре и в меньшей степени от соотношения в ядре числа протонов и нейтронов. Эти выводы соответствуют экспериментальным данным, показывающим, что

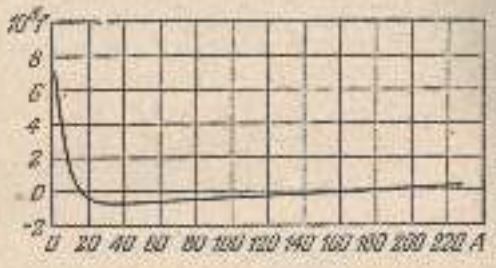


Рис. 44.2.

в первом приближении энергия связи линейно возрастает с увеличением массового числа. Физически это означает, что каждый нуклон, введенный в ядро, приводит к выделению из ядра приблизительно одинакового количества энергии.

В ядерной физике вводится понятие об *удельной энергии связи в ядре*. Так называется энергия связи, приходящаяся на один нуклон в ядре:

$$\Delta\varepsilon_{св} = \Delta\mathscr{E}_{св}/A. \qquad (44.8)$$

На рис. 44.3 приведена кривая зависимости удельной энергии связи от массового числа A. Кривая указывает на



Рис. 44.3.

различие величины $\Delta\varepsilon_{св}$ у разных ядер, т. е. на разную прочность связей нуклонов в ядрах в зависимости от мас-

сового числа. Наиболее прочно связаны нуклоны в ядрах средней части периодической системы Менделеева, приблизительно при $28 \leqslant A \leqslant 138$, т. е. от $_{14}Si^{28}$ до $_{56}Ba^{138}$. В этих ядрах удельная энергия связи близка к 8,7 *Мэв*. По мере дальнейшего увеличения числа нуклонов в ядре удельная энергия связи убывает. Для ядер, расположенных в конце периодической системы (например, для урана) $\Delta\varepsilon_{св}$ приблизительно составляет 7,6 *Мэв*.

В области небольших массовых чисел удельная энергия связи обнаруживает характерные максимумы и минимумы (не обозначенные на рис. 44.3). Минимумы для энергии связи на один нуклон наблюдаются в этой области у ядер с нечетными количествами протонов и нейтронов — $_3Li^6$, $_5B^{10}$ и $_7N^{14}$. Максимумы удельной энергии связи соответствуют ядрам с четными числами протонов и нейтронов — $_2He^4$, $_6C^{12}$, $_8O^{16}$.

Такой ход кривой удельной энергии связи дает ключ к пониманию механизма выделения ядерной энергии. Из него, в частности, можно понять, почему существуют только два различных метода выделения ядерной энергии — деление тяжелых ядер и синтез легких ядер из еще более легких. Из общих соображений ясно, что энергия будет выделяться при таких ядерных реакциях, при которых удельная энергия связи продуктов реакции будет превышать удельную энергию связи исходных ядер. Это общее условие может быть выполнено двумя способами: или делением тяжелых ядер на части, лежащие в середине таблицы Менделеева, или синтезом легких ядер, лежащих в начале таблицы, из еще более легких. Подробнее эти вопросы будут рассмотрены в гл. 46.

6. Средняя энергия связи, приходящаяся на одну ядерную частицу и составляющая для средней части периодической системы 8,7 *Мэв*, является еще одним доказательством отсутствия в ядре электронов.

Для частиц, «запертых» в области ядра, последнее можно рассматривать как потенциальный ящик (§ 34.4). Размеры этого «ящика» должны быть такими, чтобы на его протяжении укладывалась хотя бы одна стоячая волна де-Бройля. Другими словами, размеры ядра должны быть соизмеримы с длиной де-бройлевской волны частицы, находящейся в ядре. Подсчитаем де-бройлевскую длину волны нейтрона или протона в ядре, принимая, что их энергия равна $\mathscr{E} \approx 8$ *Мэв*, т. е. имеет порядок величины средней удельной энергии связи. По формуле (33.3)

имеем *):

$$\lambda = \hbar/\sqrt{2mE} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-13}\ м,$$

если принять m равной массе протона или нейтрона. Такая длина волны оказывается соизмеримой с линейными размерами ядра.

Для электрона энергия в 8 *Мэв* является релятивистской, и в основной формуле де-Бройля $\lambda = \hbar/p$ необходимо пользоваться релятивистской связью между энергией и импульсом (т. 1, § 16.3). Из нее следует, что

$$p^2c^2 = \mathcal{E}^2 - m_0^2c^4 = (\mathcal{E} - m_0c^2)(\mathcal{E} + m_0c^2).$$

Выражая в этих формулах полную энергию $\mathcal{E}$ через кинетическую K и энергию покоя m_0c^2, т. е. $\mathcal{E} = K + m_0c^2$, получим (т. 1, § 16.2):

$$p^2c^2 = K(K + 2m_0c^2).$$

Для тех случаев, когда $K \gg 2m_0c^2$, а это как раз соответствовало бы пребыванию электрона с энергией $\mathcal{E} \approx 8$ *Мэв* в ядре, формула упрощается:

$$p^2c^2 \approx K^2, \quad \text{или} \quad pc \approx K, \quad \text{т. е.} \quad p \approx K/c.$$

Таким образом, длина волны де-Бройля для релятивистской частицы вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{K}, \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{\hbar c}{K}. \tag{44.9}$$

При $K \approx 8$ *Мэв* получаем $\lambda \approx 2{,}5 \cdot 10^{-14}$ *м*. Эта длина волны электрона слишком велика и не соответствует размерам ядра. Заметим, что если бы в формуле (44.9) λ была сравнима с размерами ядра, $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-13}$ *м* (для средней части периодической системы), то для энергии электрона в ядре получилась бы непомерно большая величина $K \approx 39{,}3$ *Мэв*. Приведенные рассуждения находятся в полном соответствии с доказательством отсутствия электронов в ядре, которое вытекает из соотношения неопределенностей Гейзенберга (§ 11.3).

§ 44.5. Ядерные силы

1. Силы, действующие между нуклонами в ядре, называются *ядерными*. Из самых общих соображений можно получить некоторые сведения об этих силах. Устойчивость

*) Употребляя в формуле (33.3) $\hbar = h/2\pi$, мы получим соответственно $\lambda = \lambda/2\pi$.

ядер, выделение энергии при образовании ядра из нуклонов свидетельствуют о том, что ядерные силы вплоть до некоторого расстояния между нуклонами являются силами *притяжения*. Ядерное притяжение гораздо сильнее электростатического отталкивания протонов. Одновременное действие ядерных сил притяжения и электростатических сил отталкивания обусловливает большую энергию связи ядра и приводит к тому, что между нуклонами в ядре действуют силы притяжения.

Ядерные силы не могут иметь электрического происхождения. Действительно, в этом случае невозможно представить себе устойчивое ядро, состоящее из протона и нейтрона. Между тем такое ядро существует у тяжелого водорода — дейтерия ${}_1D^2$. Это ядро — дейтрон (или дейтерон) — устойчивая система с энергией связи около 2,2 *Мэв*.

Далее, легко убедиться путем простой подстановки массы протона и его электрического заряда в закон Кулона и закон всемирного тяготения, что гравитационное притяжение протонов в 10^{34} раз меньше их электростатического отталкивания. Поэтому гравитационные силы в ядрах не играют практически никакой роли, несмотря на малые расстояния между нуклонами в ядре.

Остается оценить еще магнитное взаимодействие протонов, движущихся в ядре. В § 4.3 было показано, что магнитное взаимодействие движущихся электрических зарядов меньше их электростатического взаимодействия в $(v/c)^2$ раз, где v — скорость каждого заряда относительно выбранной системы отсчета, c — скорость света в вакууме. Для протонов $v \ll c$ и их магнитное взаимодействие меньше электростатического. Однако кроме такого магнитного взаимодействия протонов, у всех нуклонов, как протонов, так и нейтронов, имеются *собственные магнитные моменты* (§ 44.2). Расчеты показали, что энергия магнитного взаимодействия протона и нейтрона составляет около 10^6 *эв*, что гораздо меньше энергии связи в дейтроне.

Таким образом, ядерные силы являются особыми силами, по природе своей отличными от всех известных до них сил. Экспериментально ядерные силы изучаются с помощью рассеяния нуклонов на нуклонах: протонов на протонах, протонов на нейтронах и нейтронов на нейтронах.

2. Ядро занимает некоторый конечный объем пространства (§ 44.6) и нуклоны в нем располагаются на некоторых конечных расстояниях друг от друга. Это значит, что, начиная с некоторого расстояния между нуклонами, сила

притяжения между ними заменяется силой отталкивания. В ядерной физике вводится особая единица длины:

$$1\ \textit{ферми} = 10^{-13}\ м = 10^{-13}\ см,$$

подобно тому как в атомной физике расстояния принято измерять в единицах первого боровского радиуса в атоме водорода (§ 35.5).

В результате экспериментов и основанных на них расчетов получен ряд важных сведений о ядерных силах.

3. Ядерные силы — силы *короткодействующие*. При расстоянии между нуклонами всего в $4{,}2 \cdot 10^{-15}\ м = 4{,}2$ *ферми* ядерные силы уже пренебрежимо малы. Длину 2,2 *ферми* принято называть *радиусом действия ядерных сил*.

4. Ядерные силы являются *зарядово независимыми*: ядерное взаимодействие двух нуклонов совершенно не зависит от того, обладают или нет электрическим зарядом оба нуклона или один из них. Ядерные силы взаимодействия нейтрона с нейтроном такие же, как и нейтрона с протоном и протона с протоном при одинаковых условиях. В смысле ядерного взаимодействия протон и нейтрон являются одинаковыми частицами. Вывод о зарядовой независимости ядерных сил был сделан на основании тщательного изучения рассеяния протонов на протонах и рассеяния нейтронов на протонах.

Мы не можем входить в обсуждение этого вопроса. Однако отметим, что при изучении рассеяния нейтронов на протонах был решен весьма важный вопрос о спине нейтрона. Определение спина нейтрона основано на измерении спина дейтрона ${}_1D^2$ — ядра тяжелого водорода. Спин дейтрона в основном состоянии оказался равным $\hbar$. Поскольку спин протона равен $\hbar/2$, то спин нейтрона может быть равен либо $\hbar/2$, либо ${}^3/_2\hbar$. Последнее предположение привело к несоответствию теоретически рассчитанных и экспериментально наблюдаемых результатов рассеяния нейтронов на протонах и было отброшено. Таким образом, спин нейтрона равен $\hbar/2$.

В зарядовой независимости ядерных сил можно убедиться, проанализировав разницу в энергии связи двух простейших так называемых *зеркальных ядер*. Ядро B называется зеркальным по отношению к ядру A, если число протонов в B равно числу нейтронов в A, а число нейтронов в B равно числу протонов в A. Другими словами, для получения зеркального ядра нужно протоны заменить нейтронами, а нейтроны — протонами.

Рассмотрим простейшие зеркальные ядра: ядро «сверхтяжелого» изотопа водорода трития ${}_1H^3$ (или ${}_1T^3$) и ядро легкого изотопа гелия ${}_2He^3$. Первое содержит один протон и два нейтрона, а второе — два протона и один нейтрон. Энергии связи этих ядер равны соответственно 8,49 *Мэв* и 7,72 *Мэв*. В обоих ядрах по три нуклона, но связаны они в тритии сильнее, чем в гелии. Если признать зарядовую независимость ядерных сил, то разницу в энергиях связи, равную 0,77 *Мэв*, следует отнести за счет силы кулоновского отталкивания двух протонов в гелии, поскольку в тритии имеется только один протон. Взаимное отталкивание протонов, очевидно, уменьшает энергию их связи, а значит и всего ядра гелия. Если принять, что 0,77 *Мэв* — это потенциальная энергия кулоновского отталкивания протонов $U = q_1q_2/4\pi\varepsilon_0 r = e^2/4\pi\varepsilon_0 r$, то по формуле электростатики U можно найти расстояние между протонами, при котором их кулоновская энергия равна данному значению. Оно получается равным 1,9 *ферми*, т. е. того же порядка, что и «радиус действия» ядерных сил.

5. Ядерные силы *не являются центральными силами*. Они зависят не только от расстояния между частицами, как это имеет место в случае кулоновской и гравитационной сил. Ядерные силы зависят, кроме расстояния между нуклонами, еще и от ориентации их спинов — параллельны они или антипараллельны. Это отчетливо вытекает из опытов по рассеянию нейтронов молекулами пара- и ортоводорода. В молекуле параводорода спины протонов антипараллельны, в молекуле же ортоводорода — параллельны. Очевидно, что если бы взаимодействие нуклонов не зависело от ориентации спинов рассеивающих и рассеиваемых нуклонов, то рассеяние нейтронов на орто- и параводороде происходило бы одинаково. Однако опыты показали, что рассеяние нейтронов на параводороде и рассеяние на ортоводороде резко отличаются. Это свидетельствует о зависимости ядерных сил от ориентации спинов.

6. Для ядерных сил характерно *насыщение*, подобное насыщению сил химической связи валентных электронов атомов в молекуле. Насыщение проявляется в том, что нуклон взаимодействует не со всеми остальными нуклонами ядра, а лишь с некоторыми ближайшими соседями, причем не со всеми, даже если они и находятся в радиусе действия ядерных сил. Насыщение ядерных сил вытекает из характера зависимости энергии связи ядер от массового числа A. Если бы насыщения не было и каждый из A нуклонов взаимо-

действовал бы со всеми остальными ($A-1$) нуклонами, то энергия связи ядра была бы пропорциональна числу всех пар нуклонов в ядре, т. е. числу сочетаний из A частиц по две. В алгебре доказывается, что это число равно $A(A-1)/2$, следовательно, энергия связи ядра должна была бы зависеть от A как $(A^2-A)/2$, т. е. как квадратичная функция от A. Однако, как показывают данные об энергиях связи и дефектах масс в ядрах, зависимость энергии связи от массового числа A является почти линейной. Следовательно, ядерные силы обладают свойством насыщения.

Подобно тому как насыщение сил химической, валентной связи приводит к образованию устойчивых групп атомов — молекул, так и насыщение ядерных сил обусловливает чрезвычайно высокую устойчивость определенных групп нуклонов.

Практически полное насыщение ядерных сил достигается у α-частицы, представляющей собой устойчивое образование из двух протонов и двух нейтронов. Насыщаемость ядерных сил может быть увязана с короткодействующим характером этих сил, если предположить, что за пределами радиуса действия ядерных сил притяжения между нуклонами действуют силы отталкивания, препятствующие тому, чтобы в область действия сил притяжения попало слишком много нуклонов.

7. Короткодействие ядерных сил удалось объяснить на основе предположения *об обменном характере* этих сил. Идея о том, что взаимодействие между двумя частицами может осуществляться благодаря обмену третьей частицей, была впервые высказана в 1934 г. И. Е. Таммом и Д. Д. Иваненко.

В современной теории физических полей, в квантовой теории поля, доказывается, что поле квантуется, подобно тому как квантуются важнейшие характеристики микрочастиц, например их энергии. Обменное взаимодействие возникает в результате того, что взаимодействующие частицы обмениваются квантами соответствующего поля. Так, электромагнитное взаимодействие трактуется как обмен квантами электромагнитного поля — фотонами, которые рассмотрены в гл. 32, тяготение — как обмен квантами гравитационного поля — гравитонами. Гравитоны пока что не обнаружены, однако в настоящее время усиленно ведутся работы в этом направлении. Основная трудность экспериментального обнаружения гравитонов состоит в малой ин-

тенсивности гравитационных волн, испускаемых их возможными источниками.

В полевой картине взаимодействие частиц — нуклонов — также осуществляется через посредство особого *ядерного поля*, путем обмена квантами этого поля. Сравнительно долго выяснялось, что представляют собой кванты ядерного поля. Вначале считали, что ими должны быть электроны. Об этом, казалось бы, свидетельствовало испускание электронов при β-распаде. Хотя электронов в ядрах нет (§ 44.4), они, однако, могут возникать при некоторых процессах, происходящих внутри ядер, и могут быть, как полагали, передатчиками взаимодействий между нуклонами. И. Е. Тамм теоретически доказал, что электроны не могут быть квантами ядерного поля. Это противоречило бы опытным фактам — малому радиусу действия ядерных сил и большой энергии связи ядер.

Кванты ядерного поля были обоснованы теоретически в 1935 г. Х. Юкавой. Они оказались частицы с массой покоя примерно в 200 раз большей, чем у электрона. Такие частицы называются *мезонами*, так как их масса покоя является промежуточной между массами электрона и нуклона (от греческого mesos — средний, промежуточный). Мезоны Юкавы вскоре были обнаружены и экспериментально, они стали называться π-мезонами, или пионами, поскольку были обнаружены и мезоны с другой массой (§ 47.3).

Понять идею мезона Юкавы, а также грубо оценить массу этого мезона можно на основе следующих рассуждений.

Взаимодействие двух нуклонов можно наглядно представить себе следующим образом. Около одного нуклона возникает (рождается) мезон, который движется к другому нуклону и поглощается им. Время Δt распространения мезона от одного нуклона до другого представляет собой время их взаимодействия. В течение этого промежутка времени энергии взаимодействующих нуклонов изменяются: энергия нуклона, отдающего мезон, уменьшается, энергия нуклона, принимающего мезон, увеличивается. Можно сказать, что в течение промежутка времени Δt существует неопределенность в энергии каждого из взаимодействующих нуклонов — невозможно точно сказать, когда мезон покинул один нуклон и когда его принял другой нуклон. Согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга

действовал бы со всеми остальными $(A-1)$ нуклонами, то энергия связи ядра была бы пропорциональна числу всех пар нуклонов в ядре, т. е. числу сочетаний из A частиц по две. В алгебре доказывается, что это число равно $A(A-1)/2$, следовательно, энергия связи ядра должна была бы зависеть от A как $(A^2-A)/2$, т. е. как квадратичная функция от A. Однако, как показывают данные об энергиях связи и дефектах масс в ядрах, зависимость энергии связи от массового числа A является почти линейной. Следовательно, ядерные силы обладают свойством насыщения.

Подобно тому как насыщение сил химической, валентной связи приводит к образованию устойчивых групп атомов — молекул, так и насыщение ядерных сил обусловливает чрезвычайно высокую устойчивость определенных групп нуклонов.

Практически полное насыщение ядерных сил достигается у α-частицы, представляющей собой устойчивое образование из двух протонов и двух нейтронов. Насыщенность ядерных сил может быть увязана с короткодействующим характером этих сил, если предположить, что за пределами радиуса действия ядерных сил притяжения между нуклонами действуют силы отталкивания, препятствующие тому, чтобы в область действия сил притяжения попало слишком много нуклонов.

7. Короткодействие ядерных сил удалось объяснить на основе предположения об *обменном характере* этих сил. Идея о том, что взаимодействие между двумя частицами может осуществляться благодаря обмену третьей частицей, была впервые высказана в 1934 г. И. Е. Таммом и Д. Д. Иваненко.

В современной теории физических полей, в квантовой теории поля, доказывается, что поле квантуется, подобно тому как квантуются важнейшие характеристики микрочастиц, например их энергия. Обменное взаимодействие возникает в результате того, что взаимодействующие частицы обмениваются квантами соответствующего поля. Так, электромагнитное взаимодействие трактуется как обмен квантами электромагнитного поля — фотонами, которые рассмотрены в гл. 32, тяготение — как обмен квантами гравитационного поля — гравитонами. Гравитоны пока что не обнаружены, однако в настоящее время усиленно ведутся работы в этом направлении. Основная трудность экспериментального обнаружения гравитонов состоит в малой интенсивности гравитационных волн, испускаемых их возможными источниками.

В полевой картине взаимодействия нужно считать, что взаимодействие ядерных частиц — нуклонов — также осуществляется через посредство особого *ядерного поля*, путем обмена квантами этого поля. Сравнительно долго выяснялось, что представляют собой кванты ядерного поля. Вначале считали, что ими должны быть электроны. Об этом, казалось бы, свидетельствовало испускание электронов при β-распаде. Хотя электронов в ядрах нет (§ 44.4), они, однако, могут возникать при некоторых процессах, происходящих внутри ядер, и могут быть, как полагали, передатчиками взаимодействий между нуклонами. И. Е. Тамм теоретически доказал, что электроны не могут быть квантами ядерного поля. Это противоречило бы опытным фактам — малому радиусу действия ядерных сил и большой энергии связи ядер.

Кванты ядерного поля были обоснованы теоретически в 1935 г. Х. Юкавой. Ими оказались частицы с массой покоя примерно в 200 раз большей, чем у электрона. Такие частицы называются *мезонами*, так как их масса покоя является промежуточной между массами электрона и нуклона (от греческого мезос — средний, промежуточный). Мезоны Юкавы вскоре были обнаружены и экспериментально, они стали называться π-мезонами, или пионами, поскольку были обнаружены и мезоны с другой массой (§ 47.3).

Понять идею мезона Юкавы, а также грубо оценить массу этого мезона можно на основе следующих рассуждений.

Взаимодействие двух нуклонов можно наглядно представить себе следующим образом. Около одного нуклона возникает (рождается) мезон, который движется к другому нуклону и поглощается им. Время Δt распространения мезона от одного нуклона до другого представляет собой время их взаимодействия. В течение этого промежутка времени энергия взаимодействующих нуклонов изменяется: энергия нуклона, отдающего мезон, уменьшается, энергия нуклона, принимающего мезон, увеличивается. Можно сказать, что в течение промежутка времени Δt существует неопределенность в энергии каждого из взаимодействующих нуклонов — невозможно точно сказать, когда мезон покинул один нуклон и когда его принял другой нуклон. Согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга

(§ 34.2) неопределенность энергии $\Delta\mathscr{E}$ связана со временем ее существования соотношением $\Delta\mathscr{E}\cdot\Delta t\approx\hbar$. Поскольку неопределенность энергии связана с потерей или приобретением мезона, она не может быть меньше энергии мезона. Положим для простоты, что $\Delta\mathscr{E}$ равна энергии покоя мезона: $\Delta\mathscr{E}=\mathscr{E}_0=m_\pi c^2$, где m_π — масса покоя π-мезона. Следовательно, $\Delta t\approx\hbar/\Delta\mathscr{E}\approx\hbar/m_\pi c^2$. Будем считать, что мезоны в ядре являются релятивистскими частицами, т. е. движутся со скоростями v, близкими к скорости света в вакууме c. Пусть для простоты $v=c$. Поскольку с помощью мезона осуществляется взаимодействие нуклонов, расстояние $R_я$, которое пройдет мезон, равно радиусу действия ядерных сил; положим его равным $R_я=1{,}5$ *ферми*. Следовательно,

$$R_я=v\cdot\Delta t=c\cdot\Delta t\approx c\frac{\hbar}{m_\pi c^2}=\frac{\hbar}{m_\pi c}, \qquad (44.10)$$

отсюда

$$m_\pi=\frac{\hbar}{R_я c}.$$

Из этого соотношения, подставив в него числовые данные, можем вычислить массу мезона Юкавы m_π. Получим, что $m_\pi\approx 250\,m_e$, где m_e — масса покоя электрона. Согласно же современным данным масса покоя пиона равна 264 или 273 электронным массам, в зависимости от типа пиона, от того, электрически нейтрален он или заряжен (§ 47.4).

Грубые расчеты, как видим, дали вполне удовлетворительный результат. Соотношение (44.10) определяет радиус действия сил, передача которых осуществляется посредством частиц с определенной массой покоя. Из формулы (44.10) видно, что этот радиус равен комптоновской длине волны частицы с соответствующей массой покоя (§ 32.6).

Если в качестве квантов поля рассмотреть фотоны, то, поскольку для них масса покоя равна нулю, получим, что $R_я=\infty$. Это значит, что радиус действия электромагнитных сил бесконечно велик: фотоны, передавая взаимодействие, могут проходить сколь угодно большие расстояния. Это соответствует тому известному положению, что электромагнитные силы (электрические и магнитные) медленно уменьшаются при увеличении расстояния между взаимодействующими зарядами или токами, обращаясь в нуль в бесконечности, являющейся границей сферы действия этих сил.

§ 44.6. Размеры ядер

1. Ранее, в связи с опытами Резерфорда по рассеянию α-частиц ядрами, был указан метод оценки размеров ядер. Полученные этим методом размеры ядер зависят не только от свойств самого ядра, но и от энергии бомбардирующей его α-частицы. Определенный таким методом размер ядра обусловлен кулоновскими силами, имеющими гораздо больший радиус действия, чем специфические ядерные силы.

2. Под собственным *линейным размером ядра* нужно понимать его размер, обусловленный ядерными силами взаимодействия его нуклонов. При определении размеров ядра нужно учесть, что ядро является системой частиц, подчиняющихся квантовой механике и, следовательно, соотношению неопределенностей Гейзенберга. Вследствие этого размеры области, в которой находятся ядерные частицы, могут быть заданы лишь с точностью, допускаемой этим соотношением. Другими словами, границы области, называемой размерами ядра, по необходимости «размыты». Это в полной мере относится также и к оценке области пространства, занимаемой электронами в атоме, т. е. к определению размеров атома в целом.

3. Экспериментально размер ядра можно определить, изучая рассеяние на ядрах электрически нейтральных частиц, обладающих достаточно большой энергией. Такими частицами могут служить нейтроны. Эксперименты по рассеянию нейтронов на ядрах показали, что радиус ядра увеличивается с ростом массового числа по закону

$$R=R_0\sqrt[3]{A}, \qquad (44.11)$$

где $R_0\approx 1{,}4$—$1{,}5$ *ферми*.

Формула (44.11) может быть истолкована следующим образом. Ядро — совокупность частиц примерно одинаковых размеров, находящихся на одинаковых расстояниях друг от друга, так что на одну частицу приходится одинаковый «эффективный» объем. Тогда объем ядра будет пропорционален числу нуклонов в нем, что и выражает формула (44.11).

Наиболее тяжелые ядра, например ядро урана, имеют «поперечные» сечения около $3\cdot10^{-28}$ м^2, а их радиусы приближаются по порядку величины к 10^{-14} м.

4. Пользуясь формулой (44.11), можно подсчитать среднюю плотность ρ ядерного вещества. Предполагая, что ядро

имеет форму сферы с радиусом R, имеем

$$\rho = \frac{M_я}{\frac{4}{3}\pi R^3}. \qquad (44.12)$$

Здесь $M_я$ — масса ядра. Если принять массу ядра $M_я = m_n A$, где m_n — масса нейтрона, то

$$\rho = \frac{1{,}674 \cdot 10^{-24}}{\frac{4}{3}\pi (1{,}5 \cdot 10^{-13})^3} \approx 1{,}3 \cdot 10^{14}\ г/см^3 = 1{,}3 \cdot 10^{17}\ кг/м^3.$$

Отметим, что плотность ядерного вещества не зависит от числа A нуклонов в ядре. Результат показывает, что плотность ядерного вещества колоссальна — она не идет ни в какое сравнение с плотностями обычных веществ, состоящих из атомов химических элементов и их соединений.

§ 44.7. Капельная модель ядра

1. В настоящее время еще нет точных сведений о ядерных силах. Это делает невозможным создание исчерпывающей теории атомного ядра. Поэтому в физике ядра широко применяются различные модели ядра, которые позволяют описать и рассчитать различные величины, характеризующие свойства ядер и происходящие в них процессы. Различные модели подобны фотографиям одной и той же картины с разных позиций. Каждая из них дает представление лишь о некоторых свойствах атомных ядер.

Мы рассмотрим только простейшую модель ядра — капельную. Данный выбор обусловлен тем, что эта модель сравнительно проста. Кроме того, она позволяет количественно описать не только некоторые свойства ядер, но и процесс их деления. Это имеет большое значение для знакомства с физическими основами ядерной энергетики (гл. 46).

2. Исторически первая капельная модель была предложена в 1936 г. Я. И. Френкелем и развита Бором и Вайцзеккером. Эта модель использует внешнюю аналогию между атомным ядром и заряженной каплей жидкости. Так, подобно короткодействующим ядерным силам, силы взаимодействия молекул жидкости имеют малый радиус действия. Ядерные силы, как и силы, действующие между молекулами жидкости, обладают свойствами насыщения. Далее, для капли жидкости характерна постоянная плотность ее вещества (при заданных внешних условиях — температуре и давлении), не зависящая от числа частиц, входящих

в каплю. Как известно, ядро имеет приблизительно постоянную удельную энергию связи и постоянную плотность, не зависящую от числа нуклонов в ядре. Наконец, аналогия между ядром и жидкой каплей проявляется в том, что в обоих случаях наблюдается определенная подвижность составляющих каплю молекул и входящих в ядро нуклонов.

Нужно, однако, еще раз подчеркнуть, что ядро-каплю нужно считать *заряженной* и подчиняющейся законам квантовой механики. Этим ядро существенно отличается от капли жидкости.

При разработке капельной модели ядра существенное значение имело постепенное возрастание в периодической системе с ростом Z и A отношения $(A-Z):Z$ от единицы до 1,6 к концу системы. Наибольшая устойчивость наблюдается у таких ядер, которые характеризуются одинаковой концентрацией нейтронов и протонов. Возрастание с увеличением A отношения $(A-Z):Z$ означает рост концентрации нейтронов в «ядерной жидкости». За счет увеличения кулоновской энергии отталкивания протонов, возрастающей пропорционально Z^2, убывает концентрация протонов и соответственно растет концентрация нейтронов в ядре-капле.

3. Теоретической основой капельной модели ядра явилась полуэмпирическая *формула Вайцзеккера* для полной энергии атомного ядра. Полная энергия ядра в этой формуле представлена в виде суммы шести членов:

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3 + \mathscr{E}_4 + \mathscr{E}_5 + \mathscr{E}_6. \qquad (44.13)$$

Первый член $\mathscr{E}_1$ представляет собой энергию покоя ядра, связанную с массой покоя входящих в ядро нуклонов (§§ 44.3, 44.4):

$$\mathscr{E}_1 = [Zm_p + (A-Z)m_n]c^2.$$

Второй член учитывает выделение энергии при образовании ядра из нуклонов, т. е. энергию связи ядра. Он отрицателен, так как энергия связи *выделяется* при синтезе ядра. Как выяснено в § 44.4, удельная энергия связи на нуклон может считаться в первом приближении одинаковой для всех ядер, следовательно, полная энергия связи в ядре пропорциональна числу A нуклонов в ядре:

$$\mathscr{E}_2 = -\alpha_1 A,$$

причем коэффициент α_1 должен быть найден на основе экспериментальных данных.

Третий член $\mathscr{E}_2$ учитывает так называемую *поверхностную энергию ядра*, подобную поверхностной энергии жидкости (т. 1, § 34.7). Подобно молекулам, находящимся в поверхностном слое жидкости, внешние нуклоны, находящиеся на границе ядра, испытывают одностороннее притяжение со стороны внутренних нуклонов, направленное внутрь ядра. Это обусловливает дополнительную потенциальную энергию внешних нуклонов, а следовательно и всего ядра. Как и в случае жидкости, поверхностная энергия ядра пропорциональна площади его поверхности:

$$\mathscr{E}_2 = \sigma \cdot 4\pi R^2,$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения ядра (т. 1, § 34.7). Поскольку согласно (44.11) радиус ядра пропорционален $A^{1/3}$, выражение для $\mathscr{E}_2$ можно записать в следующем виде:

$$\mathscr{E}_2 = \alpha_2 \cdot A^{2/3},$$

где α_2 — новый коэффициент пропорциональности, который также должен быть получен из эксперимента.

Четвертый член учитывает положительную потенциальную энергию кулоновского отталкивания протонов в ядре. Можно показать, что она равна

$$\mathscr{E}_3 = \frac{3}{5}\frac{(Ze)^2}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

где ε_0 — электрическая постоянная в системе СИ. Заменив R согласно (44.11), получим

$$\mathscr{E}_3 = \alpha_3 \cdot Z^2 A^{-1/3},$$

где коэффициент α_3 может быть рассчитан теоретически.

Величина $\mathscr{E}_4$ учитывает различную устойчивость ядер, содержащих различные числа протонов и нейтронов. Устойчивость ядра непосредственно связана с его энергией, причем, как всегда, состояние системы частиц тем более устойчиво, чем меньше ее энергия. Наиболее устойчивы, а следовательно обладают наименьшей удельной энергией связи, ядра, содержащие равные числа протонов и нейтронов: $Z=A-Z$, т. е. $A=2Z$; $A-2Z=0$. Относительное отклонение от равенства чисел протонов и нейтронов равно $(A-2Z)/A$. Следовательно, добавочная энергия, приходящаяся на один нуклон, обусловленная неравенством чисел протонов и нейтронов в ядре, будет функцией этого отношения. Точный вид ее неизвестен. Полагая, что она не зависит от знака аргумента $(A-2Z)/A$, т. е. от того, каких внутри частиц больше в ядре — протонов или нейтронов, эту функцию полагают квадратичной:

$$\frac{\mathscr{E}_4}{A} = \alpha_4 \left(\frac{A-2Z}{A}\right)^2 \quad \text{или} \quad \mathscr{E}_4 = \alpha_4 \frac{(A-2Z)^2}{A},$$

где коэффициент α_4 находится из экспериментальных данных.

Наконец, последний член в (44.13) учитывает то обстоятельство, что взаимодействие нуклонов несколько зависит от ориентации их спинов. Это приводит к тому, что у ядер с четным числом протонов и нейтронов энергия связи ядер максимальна, а у ядер с нечетным числом протонов и нейтронов — минимальна. Это различие в энергии связи ядер и учитывает величина $\mathscr{E}_5$. Ввиду трудности однозначного выбора ее зависимости от A часто используется следующая:

$$\mathscr{E}_5 = \pm\alpha_5 \cdot A^{-3/4},$$

где α_5 — эмпирически подбираемый коэффициент. Знаки плюс и минус относятся к ядрам с четным числом протонов и нейтронов или, наоборот, к нечетным числам тех и других частиц. Для других ядер член $\mathscr{E}_5$ не вводится.

Энергия связи ядра представляет собой согласно ее определению по формуле (44.5) разность между энергией покоя составляющих его нуклонов и полной энергией ядра:

$$\Delta\mathscr{E}_{св} = \mathscr{E}_1 - \mathscr{E}. \qquad (44.14)$$

В настоящее время принимаются такие числовые значения коэффициентов в формуле Вайцзеккера: $\alpha_1 = 15{,}75$ *Мэв*; $\alpha_2 = 17{,}8$ *Мэв*; $\alpha_3 = 0{,}71$ *Мэв*; $\alpha_4 = 23{,}7$ *Мэв*; $\alpha_5 = 34$ *Мэв*. Подставив эти коэффициенты в (44.13), получим следующую формулу для энергии связи ядра:

$$\Delta\mathscr{E}_{св} = 15{,}75A - 17{,}8A^{2/3} - 0{,}71Z^2A^{-1/3} - 23{,}7(A-2Z)^2A^{-1} \pm 34A^{-3/4}. \qquad (44.15)$$

4. До сих пор мы не вводили никакого критерия и определения устойчивости атомного ядра. Назовем устойчивыми (стабильными) такие атомные ядра, состав которых не изменяется с течением времени.

Полуэмпирическая формула (44.15) для энергии связи ядра позволяет установить соотношение между зарядом ядра Z и его массовым числом A, при которых ядра оказываются наиболее устойчивыми. Рассмотрим ядра, обладающие

ющие данным A ($A=\text{const}$), т. е. изобары, отличающиеся зарядом ядра Z. Для таких ядер энергия связи $\Delta\mathcal{E}_{св}$, определяемая формулой (44.15), будет функцией только Z. Из общих соображений можно установить критерий устойчивости (стабильности) ядер. Очевидно, что при данном A наиболее устойчивы ядра с такими значениями Z, которые будут соответствовать наименьшему значению полной энергии $\mathcal{E}$ ядра. Можно найти эти значения $Z_{уст}$ из условия, выражающего минимум энергии ядра. Расчет, который мы опускаем *), приводит к формуле

$$Z_{уст}=\frac{A}{1{,}98+0{,}0154A^{2/3}}. \qquad (44.16)$$

В качестве $Z_{уст}$ нужно брать целое значение, ближайшее к тому, которое получается по формуле (44.16). Эта формула хорошо согласуется с опытными данными. Из нее, в частности, следует, что для не слишком тяжелых ядер $Z_{уст}\approx A/2$, т. е. число протонов в ядре равно числу нейтронов.

ГЛАВА 45

ЕСТЕСТВЕННАЯ РАДИОАКТИВНОСТЬ

§ 45.1. Общие сведения о радиоактивных излучениях

1. Естественной радиоактивностью называют самопроизвольное превращение одних атомных ядер в другие. Оно сопровождается испусканием определенных частиц (α-, β-лучи, антинейтрино, нейтрино) и электромагнитного излучения (γ-лучи). Естественная радиоактивность наблюдается, как правило, у тяжелых ядер, располагающихся в конце периодической системы Менделеева, за свинцом. Однако имеются и легкие естественно-радиоактивные ядра: изотопа калия $_{19}K^{40}$, изотопа углерода $_6C^{14}$, рубидия $_{37}Rb^{87}$, редких земель — лантана, самария, лютеция, а также индия и рения.

Явление это было открыто в 1896 г. Анри Беккерелем. Он занимался изучением вопроса о том, не сопровождается ли флуоресценция любой природы испусканием рентгеновских лучей. Беккерель производил опыты с солями урана, некоторые из них обладают свойством флуоресцировать и действуют на фотопластинку. Беккерель обнаружил, что соединения урана, в течение нескольких лет находившиеся в полной темноте, продолжают действовать на фотопластинку, причем наиболее сильное действие оказывает металлический уран. Из этого он заключил, что уран испускает особые лучи.

Исследования показали, что эти лучи проникают сквозь тонкие металлические экраны и ионизируют газ, через который проходят. Замечательной особенностью обнаруженного излучения оказалась его *самопроизвольность* и постоянство, полная независимость от изменения внешних условий: освещения, давления и температуры.

Пьер и Мария Кюри обнаружили, что урановая смоляная руда обладает способностью давать излучение, в четыре раза превосходящее по интенсивности излучение урана. Это дало основание искать источник излучения более мощный, чем уран. В 1898 г. Пьер и Мария Кюри открыли два новых радиоактивных элемента: полоний $_{84}Po^{210}$ и радий $_{88}Ra^{226}$.

Вещества, испускающие новые излучения, были названы *радиоактивными*, а новое свойство вещества, связанное с наличием особых излучений, — *радиоактивностью*.

2. Вскоре после открытия полония и радия была установлена неоднородность излучения, которое они испускают. Оказалось, что излучение состоит из трех видов лучей: α, β и γ. Анализ состава излучения был произведен по отклонению радиоактивных излучений в магнитном поле. На рис. 45.1 изображена схема разделения α-, β- и γ-лучей в магнитном поле, направленном перпендикулярно к плоскости рисунка сверху вниз; *1* — толстостенный сосуд из свинца, *2* — радиоактивный элемент Ra. Характер отклонения лучей в магнитном поле показывает, что α-лучи несут положительный заряд, β-лучи — отрицательный, а γ-лучи не заряжены.

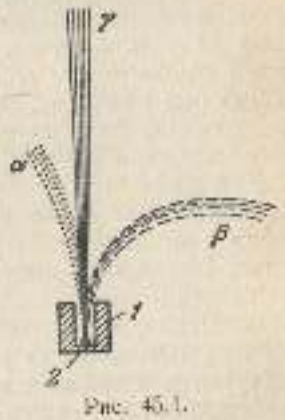


Рис. 45.1.

Дальнейшие исследования показали, что α-лучи представляют собой поток ядер гелия. Для выяснения природы

*) Для вывода формулы (44.16) необходимо использовать условие минимума функции в дифференциальном исчислении.

α-лучей Резерфорд поставил следующий опыт. Стеклянная ампула с радиоактивным газом радоном ($_{86}Rn^{220}$) помещалась в стеклянный сосуд, в котором создавался высокий вакуум. Альфа-частицы, испускаемые радоном, поглощались стенками сосуда и при этом превращались в атомы гелия, присоединяя к себе по два электрона каждая. Образовавшиеся атомы гелия выделялись из стенок сосуда при их нагревании. Анализ спектра газа в сосуде показал, что он действительно совпадает со спектром излучения гелия. Тем самым подтвердилось, что α-частицы, испускаемые радоном, превращались в гелий. Изучение отклонения α-лучей в магнитном и электрическом полях позволило измерить удельный заряд α-частицы q/m_α (m_α — масса α-частицы) и подтвердило правильность представлений о ее природе. Заряд α-частицы равен $2e$, а масса совпадает с массой ядра изотопа гелия $_2He^4$.

3. β-лучи являются потоком быстро летящих электронов, скорость которых превышает скорости обычных катодных (электронных) лучей. Энергия β-частиц достигает 10 *Мэв*. Их скорость приближается к скорости света в вакууме. Измерения удельного заряда q/m_e, где m_e — масса частицы, подтвердили выводы о природе β-лучей.

4. γ-лучи представляют собой жесткое электромагнитное излучение, обладающее наибольшей из всех радиоактивных излучений проникающей способностью. γ-лучи вызывают относительно слабую ионизацию вещества, через которое они проходят. Электромагнитная природа γ-лучей и их свойства были изучены теми же методами, которые применялись при изучении природы и свойств рентгеновских лучей (§ 26.5).

Основные сведения о свойствах γ-лучей были получены при изучении их поглощения и рассеяния в веществе. Гамма-лучи имеют бо́льшие частоты, чем рентгеновские лучи. Квантовые свойства γ-лучей проявляются еще в большей степени, чем у рентгеновских лучей.

5. Опытами было установлено, что все радиоактивные излучения в той или иной степени обладают химическими действиями, в частности вызывают почернение фотопластинок. Радиоактивные излучения вызывают ионизацию газов, а иногда и конденсированных тел, сквозь которые они проходят, возбуждают флуоресцентное свечение ряда твердых тел и жидкостей. Эти свойства лежат в основе экспериментальных методов обнаружения и исследования свойств радиоактивных лучей (см. § 45.8).

§ 45.2. Правила смещения при радиоактивных превращениях

1. Опыты Резерфорда, посвященные выяснению природы α-лучей, показали, что убыль радиоактивного радона с течением времени происходит по закону e^{-bt}, где b — некоторая постоянная величина. Оказалось, что постоянная величина b, характеризующая протекание радиоактивного процесса во времени, совершенно не зависит от внешних условий, а также от концентрации радиоактивных атомов. Оказалось, что распад радия в солях $RaCl_2$ и $RaBr_2$ зависит лишь от количества атомов радия в этих соединениях, т. е. скорость процесса не зависит от того, распадается ли вещество в виде химически чистого элемента или соединения. Все эти факты привели к выводу, что *радиоактивные превращения есть свойство атомных ядер*, которые могут самопроизвольно подвергаться таким превращениям.

2. Превращения ядер, сопровождающиеся испусканием α- и β-лучей, называются соответственно α- и β-*распадом*. Термина «γ-распад» не существует. Распадающееся ядро называется *материнским*, а ядро продукта распада — *дочерним*. В результате анализа результатов радиоактивных распадов опытным путем были открыты *правила смещения* при радиоактивных распадах:

при α-распаде: $$_zX^A \xrightarrow{\alpha} {}_{z-2}Y^{A-4} + {}_2He^4;$$

при β-распаде: $$_zX^A \xrightarrow{\beta^-} {}_{z+1}Y^A + {}_{-1}e^0.$$

Здесь X — химический символ материнского ядра, Y — дочернего, $_2He^4$ — ядро изотопа гелия, $_{-1}e^0$ — обозначение электрона: его заряд равен -1 (в единицах элементарного заряда e), а массовое число равно нулю, поскольку масса электрона в 1836 раз меньше, чем протона.

Правила смещения являются следствиями двух законов сохранения, выполняющихся при радиоактивных распадах,— сохранения электрического заряда и массового числа: сумма зарядов (а также массовых чисел) продуктов распада равна заряду (массовому числу) исходного ядра.

Распад радия с выделением радона и α-частицы иллюстрирует эти правила:

$$_{88}Ra^{226} \xrightarrow{\alpha} {}_{86}Rn^{222} + {}_2He^4.$$

Альфа-распад уменьшает массовое число на 4, а зарядовое число — на 2, т. е. перемещает элемент на две клетки

Его в системе Менделеева. Бета-распад не изменяет массового числа, а зарядовое число увеличивает на 1, т. е. перемещает элемент на одну клетку направо в системе Менделеева.

3. Получающееся в результате радиоактивного распада дочернее ядро, как правило, само является радиоактивным. Его дочернее ядро, уже «внучатое» по отношению к исходному, также может быть радиоактивным, и т. д. Так возникает цепочка радиоактивных превращений, и ядра, связанные этой цепочкой, образуют *радиоактивный ряд*, или *радиоактивное семейство*. Члены радиоактивных рядов являются радиоактивными изотопами элементов, стоящих в соответствующих клетках периодической системы.

Естественно-радиоактивные ядра образуют три *родоначальных семейства*, называемых по родоначальнику семейства: семейство урана ($_{92}U^{238}$), семейство тория ($_{90}Th^{232}$) и семейство актиния ($_{89}Ac^{235}$). Существует, кроме того, еще одно радиоактивное семейство, полученное искусственным путем и начинающееся от трансуранового элемента нептуния ($_{93}Np^{237}$). Переход от одного члена каждого из естественно-радиоактивных семейств к другому осуществляется цепочкой α- и β-распадов и заканчивается на устойчивых ядрах изотопов свинца. Семейство тория заканчивается на ядре $_{82}Pb^{232}$, семейство урана — на $_{82}Pb^{206}$, семейство актиния — на $_{82}Pb^{207}$. Семейство нептуния заканчивается на ядре висмута $_{83}Bi^{209}$.

Установлено, что массовые числа членов каждого из радиоактивных семейств могут быть вычислены по единой формуле

$$A = 4n + b,$$

где n — целое число и b=0, 1, 2 и 3 соответственно для семейств тория, нептуния, урана и актиния. Для семейства урана число n изменяется от 59 для $_{92}U^{238}$ до 51 для $_{82}Pb^{206}$.

Не зная детально, какой именно член данного ряда претерпевает α- или β-распад, можно с полной определенностью сказать, сколько α- и β-распадов должно произойти, чтобы данное исходное ядро превратилось в заданное конечное ядро. Найдем для примера, сколько α- и β-распадов испытает ядро урана, чтобы превратиться в ядро свинца: $_{92}U^{238} \rightarrow \ldots \rightarrow {}_{82}Pb^{206}$.

Число α-распадов n_α найдем сразу, разделив разность массовых чисел начального и конечного ядра на 4, поскольку массовое число изменяется только при α-распаде, причем

при одном распаде уменьшается на 4. Для нашего примера $n_\alpha = (A_1 - A_2)/4 = 8$.

Для нахождения числа β-распадов n_β обратимся к изменению зарядового числа. Оно уменьшилось на 92—82=10 единиц. Однако нужно учесть, что при α-распаде зарядовое число уменьшается на 2, а при β-распаде увеличивается на 1. Таким путем получим уравнение для нахождения числа β-распадов: $Z_1 - Z_2 = 2n_\alpha - n_\beta$; $2n_\alpha - n_\beta = 10$. Учтя найденное значение n_α, получим $n_\beta = 6$. Таким образом, получается, что при превращении в свинец ядро урана испытывает восемь α-распадов и шесть β-распадов.

§ 45.3. Основной закон радиоактивного распада

1. Радиоактивные распады с течением времени уменьшают число нераспавшихся материнских ядер. Найдем, по какому закону происходит убыль числа распадающихся ядер. Пусть в начальный момент времени $t=0$ имеется N_0 ядер радиоактивного элемента X. Выясним, какое число ядер этого элемента останется нераспавшимся к произвольному моменту времени t. Ввиду самопроизвольности процесса распада естественно предположить, что за больший промежуток времени распадается и больше число ядер. Кроме того, за данный промежуток времени, например в течение минуты, распадается тем большее число ядер, чем больше их имеется в наличии. Оба эти положения лежат в основе изучения закона радиоактивных превращений. Если обозначить число нераспавшихся ядер в момент времени t через N, а число нераспавшихся ядер в момент $t - \Delta t$ через $N + \Delta N$, то изменение числа нераспавшихся ядер, т. е. число распавшихся ядер, будет пропорционально и N, и Δt, т. е.

$$\Delta N \sim N \cdot \Delta t, \quad \text{или} \quad \Delta N = -\lambda N \cdot \Delta t, \qquad (45.1)$$

где положительный коэффициент пропорциональности λ называется *постоянной распада*, или радиоактивной постоянной для данного вида ядер. Знак минус в правой части (45.1) означает, что ΔN должно быть отрицательным — происходит распад ядер, уменьшение числа нераспавшихся ядер. Их конечное число меньше начального. Из соотношения (45.1) следует, что постоянная распада представляет собой относительную убыль числа ядер, подвергающихся распаду, за единицу времени:

$$\lambda = -\frac{\Delta N / N}{\Delta t}. \qquad (45.2)$$

Иными словами, постоянная распада характеризует долю ядер, распадающихся за единицу времени, т. е. определяет *скорость* радиоактивного распада. λ не зависит от внешних условий, а определяется лишь внутренними свойствами ядра. λ имеет размерность $сек^{-1}$.

2. С помощью соотношения (45.1) можно решить задачу, которая сформулирована в п. 1: найти закон протекания во времени процесса радиоактивного распада. Аналогично тому, как в § 19.4 был получен закон затухания волн, можно показать, что закон убывания во времени числа радиоактивных ядер данного вещества имеет вид

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \qquad (45.3)$$

Здесь N_0 — первоначальное число радиоактивных ядер, которое существовало в момент, принятый за начало отсчета времени, т. е. при $t=0$, N — число радиоактивных ядер в момент времени t. На рис. 45.2 изображена зависимость $\ln(N/N_0)$ от времени t. Она позволяет определить постоянную распада λ по наклону прямой. Можно показать, что $\operatorname{tg}\alpha=\lambda$ (ср. стр. 393).

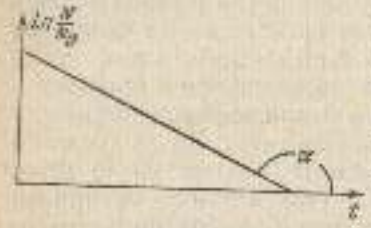


Рис. 45.2.

3. Для оценки устойчивости радиоактивных ядер относительно распада, для суждения о скорости распада на практике чаще используется не постоянная радиоактивного распада λ, а величина *периода полураспада* T. Так называется *время, за которое распадается половина первоначального количества ядер*, или время, по прошествии которого остается нераспавшейся половина первоначального числа ядер: $t=T$, если $N(T)=N_0/2$. Из этого определения, на основе закона распада (45.3), получаем соотношение между T и λ: $N_0/2=N_0e^{-\lambda T}$, откуда, сокращая на N_0 и логарифмируя, получим

$$T=\frac{\ln 2}{\lambda}=\frac{0{,}693}{\lambda}, \quad \text{или} \quad \frac{1}{\lambda}=\frac{1}{0{,}693}T=1{,}44\,T. \qquad (45.4)$$

Периоды полураспада различных естественно-радиоактивных элементов колеблются в очень широких пределах. У урана он составляет 4,5 миллиарда лет, у радия 1590 лет, у протактиния 32 000 лет, у радона 3,825 суток, а у радия-С (один из изотопов полония) $1{,}5\cdot10^{-4}$ сек. У некоторых

искусственно получаемых радиоактивных элементов период полураспада составляет миллионные и стомиллионные доли секунды. У широко применяющихся теперь радиоактивных изотопов периоды полураспада составляют, в большинстве случаев, годы. Поэтому следует учитывать их естественное старение.

4. Постоянство периода полураспада T (или λ) для данного радиоактивного элемента означает, что эти величины являются характеристиками громадных совокупностей атомных ядер. Радиоактивный распад является статистическим процессом (§ 45.6).

В связи с понятием о периоде полураспада иногда возникает неверное представление о том, что если период полураспада равен T, то период полного распада равен, якобы, $2T$. Это, конечно, не так. Если через время T остается половина первоначального количества ядер ($N_0/2$), то через время $2T$ останется половина от половины N_0, т. е. 1/4 начального количества, через $3T$ — половина от $N_0/4$, т. е. $N_0/8$, и т. д.

§ 45.4. Активность и ее измерение

1. Естественно, возникает вопрос: как измерить очень большой или очень маленький период полураспада? Непосредственное использование закона распада (45.3) для этого не пригодно. На помощь приходит то, что продукты радиоактивного распада тоже, как правило, радиоактивны. Поэтому количество дочерних ядер, вообще говоря, изменяется с течением времени. Однако может наступить так называемое *подвижное равновесие* между ростом числа дочерних ядер (вследствие распада материнских) и уменьшением их числа вследствие распада. В условиях равновесия число родившихся в единицу времени дочерних ядер равно числу распавшихся в единицу времени дочерних же ядер. Но число родившихся дочерних ядер равно числу распавшихся материнских ядер. Следовательно, при подвижном равновесии числа распадов в единицу времени материнских и дочерних ядер одинаковы: $-\frac{\Delta N_м}{\Delta t}=-\frac{\Delta N_д}{\Delta t}$. Но согласно (45.1)

$$-\frac{\Delta N}{\Delta t}=\lambda N; \qquad (45.5)$$

следовательно, при равновесии справедливо следующее соотношение:

$$\lambda_м N_м=\lambda_д N_д, \quad \text{т. е.} \quad \frac{N_м}{N_д}=\frac{\lambda_д}{\lambda_м}=\frac{T_м}{T_д}. \qquad (45.6)$$

При равновесии числа материнских и дочерних ядер пропорциональны их периодам полураспада. Этим соотношением пользуются в тех случаях, когда период полураспада одного сорта ядер или слишком мал, или слишком велик, так что воспользоваться законом распада (45.3) практически невозможно.

2. По определению, число распадов в единицу времени $-\Delta N/\Delta t$ называется *активностью* данного радиоактивного препарата. На основании (45.5) имеем, что *активность препарата равна произведению постоянной распада на число нераспавшихся ядер, содержащихся в этом препарате.*

Вследствие непрерывного уменьшения числа нераспавшихся ядер активность остающегося препарата непрерывно уменьшается. Это уменьшение несущественно, если период полураспада велик, как у урана или радия, но с ним приходится считаться, если период полураспада составляет несколько лет или, тем более, дней. Например, в случае известных радоновых ванн их активность уменьшается вдвое менее чем через двое суток, так как период полураспада радона равен 3,825 суток. Такой радиоактивный препарат приходится часто обновлять.

3. Для измерения активности принята единица, названная кюри в честь супругов Пьера и Марии Кюри. За 1 *кюри* принята активность 1 *г* радия, т. е. число распадов, которое происходит в 1 *сек* в 1 *г* радия. Подсчитаем это число. Для этого выразим период полураспада радия $T=1590$ *лет* в секундах и найдем постоянную распада λ. Далее, нужно знать, сколько ядер содержится в 1 *г* радия, т. е. число атомов радия в 1 *г*. Оно равно числу Авогадро N^*, делённому на массу киломоля m^*:

$$N=\frac{N^*}{m^*}=\frac{6{,}023\cdot 10^{23}\ 1/\text{кмоль}}{226\ \text{кг/кмоль}}=2{,}67\cdot 10^{24}\ \text{кг}^{-1}=2{,}67\cdot 10^{21}\ \text{г}^{-1}.$$

После этого сразу найдем активность 1 *г* радия:

$$\lambda N=\frac{0{,}693}{T}N=\frac{0{,}693}{1590\cdot 365\cdot 24\cdot 3600}\cdot 2{,}67\cdot 10^{21}=3{,}7\cdot 10^{10}\ \text{сек}^{-1}.$$

Как видим, в 1 *г* радия ежесекундно распадается 37 миллиардов ядер.

В настоящее время принято следующее определение кюри: 1 *кюри* — это активность такого радиоактивного препарата, в котором ежесекундно происходит $3{,}7\cdot 10^{10}$ распадов. Кюри — очень крупная единица, потому что и

радий, сам по себе,— очень активный элемент, и масса в 1 *г* — довольно большая величина для реальных препаратов *). Поэтому практически применяют меньшие единицы активности. Используются дольные единицы от кюри: 1 *милликюри* $=10^{-3}$ *кюри*; 1 *микрокюри* $=10^{-6}$ *кюри*. Кроме того, применяется единица резерфорд (*rd*) — активность препарата, в котором в 1 секунду происходит 10^6 актов распада: 1 *rd* $=10^6$ *сек*$^{-1}$. Очевидно, что 1 *кюри* $=3{,}7\cdot 10^4$ *rd*.

§ 45.5. Как пользоваться законом радиоактивного распада

1. Формулы (45.1) — (45.5) позволяют решать многие задачи на изучение радиоактивности. Например, по формуле (45.1) можно вычислить, сколько ядер (или какая масса) данного радиоактивного элемента распадется или останется нераспавшейся за тот или иной промежуток времени. Однако следует иметь в виду, что по формуле (45.1) можно находить число распавшихся ядер только в том случае, если этот промежуток во много раз меньше периода полураспада, $\Delta t\ll T$. В противном случае можно получить нелепый ответ: число распавшихся ядер окажется больше, чем их начальное количество. Поясним это примером. Пользуясь (45.1) и (45.5), можно найти, что за промежуток времени Δt распадается следующая доля начального количества ядер:

$$\left|\frac{\Delta N}{N}\right|=\lambda\cdot\Delta t=0{,}693\,\frac{\Delta t}{T}.$$

Отсюда видно, что при $\frac{\Delta t}{T}>\frac{1}{0{,}693}=1{,}44$, т. е. при $\Delta t>1{,}44T$, имеем $\Delta N/N>1$, т. е. число распавшихся ядер превышает число первоначально имевшихся! Для ядер с небольшим периодом полураспада этого можно и не заметить. Например, с первого взгляда кажется естественным решать с помощью (45.1) следующую задачу: найти, какая доля радона распадется за 6 суток. Однако при таком решении получится, что $\Delta N/N>1$, т. е. $\Delta N>N$.

2. Подобные задачи строго решаются при помощи закона распада (45.3). Сначала находится, сколько останется нераспавшихся ядер $N(t)$ к моменту времени t. Число же распавшихся ядер за промежуток времени от $t=0$ до t, очевидно, равно $N_0-N(t)$. Этот путь безошибочный, хотя он

*) Наличное количество радия во всем мире исчисляется килограммами.

требует более громоздких вычислений. Найдем, при каких условиях можно пользоваться формулой (45.1) вместо (45.3) и последующего вычитания. Подставим в (45.1) связь λ с T по формуле (45.4):

$$\lambda N(t)\,\Delta t = -0{,}693\,N(t)\frac{\Delta t}{T}.$$

Из найденного соотношения видно, что результат расчета по формуле (45.1) будет тем точнее, чем меньше величина $\Delta t/T$, т. е. чем сильнее неравенство $\Delta t \ll T$.

§ 45.6. Статистический характер явления радиоактивного распада

1. Закон радиоактивного распада (45.3) является следствием предположения о том, что распад происходит самопроизвольно. Основные предположения, принятые при выводе формулы (45.1), не позволяют сделать заключения о том, *какое именно ядро* претерпевает распад за данный промежуток времени Δt. Речь может идти лишь о числе ядер, которые претерпевают распад в данном интервале времени от t до $t-\Delta t$. Такое представление о радиоактивном распаде означает, что речь идет о статистическом процессе, т. е. распад данного ядра является случайным событием, имеющим ту или иную вероятность.

Введем понятие о *вероятности распада* одного ядра в единицу времени. Если за время Δt из наличного числа N распалось ΔN ядер *), то относительная убыль $-\Delta N/N$ числа ядер, происходящая за единицу времени, т. е. величина $-\frac{\Delta N}{N}\frac{1}{\Delta t}$, представляет собой вероятность распада одного ядра.

2. Такое определение вероятности в точности совпадает со смыслом постоянной распада λ по формуле (45.2). Таким образом, постоянная распада по определению есть вероятность распада одного ядра за единицу времени, много меньшую, чем $1/\lambda$.

Предположим далее, что эта величина не зависит от времени. Физически это означает, что для радиоактивного распада одного ядра несущественно, сколько времени «прожило» данное ядро, и что λ является константой, характеризующей все ядра данного сорта. Можно показать, что такое определение постоянной распада приводит к закону радиоактивного распада (45.3), который является, таким образом, *статистическим законом*.

*) Предполагается, что ΔN достаточно велико. Иначе в подходе $\Delta N/N$ нельзя определять вероятность распада.

§ 45.7. Использование явления радиоактивности для измерения времени в геологии и археологии

1. Убыль числа радиоактивных ядер по закону (45.3) может служить средством измерения времени, протекшего с того момента, когда количество радиоактивных ядер было равно N_0, до некоторого момента времени, когда их количество стало равно N. Другими словами, явление радиоактивности может выполнять роль часов. Промежуток времени между моментами, когда число радиоактивных ядер было N_0 и стало N, равен согласно (45.3) и (45.4)

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{N_0}{N} = 1{,}44T\ln\frac{N_0}{N}. \qquad (45.7)$$

В качестве N обычно берется количество нераспавшихся ядер в настоящее время, так что формула (45.7) определяет возраст данной совокупности радиоактивных ядер. Практически для различных целей нужны часы с различным «ходом». Для определения возраста минералов, содержащихся в земной коре, следует брать «геологические часы», идущие достаточно медленно, т. е. нужно использовать процессы радиоактивного распада с периодом полураспада того же порядка, что и геологические эпохи,— сотни миллионов и миллиарды лет. Этому условию удовлетворяют периоды полураспада изотопов урана — урана-238 и урана-235. Смесь их составляет, в основном, природный уран. Периоды полураспада их равны соответственно 4,5 миллиарда и 900 миллионов лет.

В настоящее время химически чистый природный уран содержит 99,28% $_{92}U^{238}$, 0,714% $_{92}U^{235}$ и 0,006% $_{92}U^{234}$, являющегося продуктом распада $_{92}U^{238}$. Ввиду ничтожности содержания урана-234 им можно пренебречь. Оба изотопа урана $_{92}U^{238}$ и $_{92}U^{235}$ являются родоначальниками независимых радиоактивных семейств и в конце концов превращаются в изотопы свинца (§ 45.2). Ядра свинца представляют собой в конечном итоге распавшиеся ядра урана. По соотношению количеств свинца и урана в природном уране можно рассчитать промежуток времени, в течение которого

накопилось данное количество свинца вследствие распада урана.

2. Схема расчетов такова. В качестве начального момента времени ($t=0$) выберем момент, когда в чистом уране нет свинца. Пусть в настоящее время, к моменту времени t после начала отсчета времени, в природном уране содержится N_U ядер урана и N_{Pb} ядер свинца. В момент времени $t=0$ все ядра свинца были ядрами урана. Количество нераспавшихся ядер урана N_U в настоящее время связано с их числом $N_0=N_U+N_{Pb}$ в начальный момент времени законом радиоактивного распада (45.3):

$$N_U(t)=(N_U+N_{Pb})e^{-\lambda_U t}.$$

Отсюда, логарифмируя, найдем возраст урановой руды:

$$t=\frac{1}{\lambda_U}\ln\frac{N_U+N_{Pb}}{N_U}=1{,}447T_U\ln\left(1+\frac{N_{Pb}}{N_U}\right).$$

В действительности расчет оказывается более сложным, ибо изотопы урана ${}_{92}U^{238}$ и ${}_{92}U^{235}$ имеют различные периоды полураспада. Кроме того, они превращаются в различные изотопы свинца. Но необходимые уточнения можно сделать и определить возраст минералов, содержащих уран, и возраст земной коры. Определенный таким образом возраст земной коры оказался равным примерно 4 миллиардам лет.

3. В археологии явление радиоактивности помогает определять возраст предметов, найденных при раскопках. Однако «урановые часы» для этого не пригодны по двум причинам. Во-первых, предметы, являвшиеся продуктом деятельности человека, не содержали уран, а во-вторых, «урановые часы» идут слишком медленно для человеческой истории. Здесь время обычно измеряется столетиями или тысячелетиями, и поэтому в качестве часов может служить радиоактивный распад с периодом полураспада порядка нескольких столетий или тысячелетий. Сама природа создала необходимые для этого «часы».

4. Частицы, входящие в состав так называемых первичных космических лучей, обладая колоссальной энергией, при взаимодействии с ядрами элементов, входящих в состав земной атмосферы, разбивают атмосферные ядра на всевозможные «осколки» (§ 47.2). Эти осколки обладают тоже большой энергией и составляют вторичные космические лучи. В результате взаимодействия космических лучей с ядрами атмосферного азота последние превращаются

в ядра углерода с массовым числом 14, а не 12, как у обычного углерода. Изотоп углерода ${}_6C^{14}$ радиоактивен, причем его период полураспада равен примерно 5570 годам, что вполне устраивает археологов. Более того, постоянство интенсивности первичных космических лучей (§ 47.2) обуславливает постоянное количество радиоактивного углерода в атмосфере. Из радиоактивного углерода образуется радиоактивный углекислый газ, который усваивается растениями совершенно так же, как и обычный CO_2. Вместе с растительной пищей радиоактивный углерод попадает в организм животных и, будучи усвоенным, входит в состав их тканей и органов.

В живом растении или животном процентное содержание радиоактивного углерода по сравнению с обычным остается постоянным во времени, так как потери углерода восполняются питанием. Но если организм погибает, то питание прекращается, и восполнения углерода больше не происходит. С момента гибели организма начинают идти радиоактивные часы: содержание радиоактивного углерода в организме или изделии из органических материалов начинает убывать в соответствии с законом радиоактивного распада (45.3). Таким образом можно определить время, протекшее с момента гибели организма, или время жизни предмета, сделанного из органического материала.

5. Схема расчетов такова. Установлено, что в каждом грамме углерода живой клетчатки содержится около 75 миллиардов атомов радиоактивного углерода, независимо от того, какое это растение и где оно произрастает. С помощью счетчика радиоактивных излучений (§ 45.8) (изотоп ${}_6C^{14}$ β-радиоактивен) было найдено, что радиоактивный углерод, содержащийся в 1 *г* живой или недавно полученной клетчатки (например, только что срубленного дерева), излучает 17,5 частиц в минуту. Это означает, что активность данного радиоактивного изотопа составляет 17,5 распадов в минуту. Переведем период $T=5570$ лет в минуты и найдем, какое число ядер ${}_6C^{14}$ обладает такой активностью:

$$N=\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta N}{\Delta t}=1{,}44\,T\,\frac{\Delta N}{\Delta t}=1{,}44\cdot5570\cdot365\cdot24\cdot60\cdot1{,}75\approx$$
$$\approx 7{,}5\cdot10^{13}.$$

Таким образом, на 1 *г* углерода, содержащегося в свежей клетчатке, приходится 75 миллиардов ядер радиоактивного углерода. Количество их убывает вследствие радиоактивного распада. Если их убыль не восполняется (организм

погиб), то количество радиоактивных ядер будет убывать со временем по закону (45.3). Активность остающегося радиоактивного углерода будет непрерывно уменьшаться. Если сравнить активность в момент времени t с активностью в момент $t=0$, когда дерево только что погибло, то можно будет определить промежуток времени между этими двумя активностями. В самом деле, согласно определению активности (45.5) можем написать следующие соотношения, относящиеся к моментам $t=0$ и к настоящему моменту t:

$$a_0 = \left|\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_0\right| = \lambda N_0; \qquad a_t = \left|\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_t\right| = \lambda N(t).$$

Но по закону распада $N(t)=N_0e^{-\lambda t}$. Разделив почленно первое равенство на второе, получим $a_0/a_t=e^{\lambda t}$, откуда определим искомое время t:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{a_0}{a_t} = 1{,}44T \ln \frac{a_0}{a_t}.$$

6. Если эту методику применить к деревянным изделиям, которые находят при археологических раскопках, то, строго говоря, таким путем можно узнать, когда погибло или было срублено дерево, из которого было сделано данное изделие. Впрочем, дерево обычно рубится для того, чтобы из него что-то сделать, поэтому тем самым будет определен и возраст найденного изделия.

Рассмотрим пример. Пусть в найденном деревянном изделии на 1 *г* углерода клетчатки приходится 350 импульсов, зарегистрированных счетчиком в течение 40 минут, т. е. активность равна $350/40=8{,}75$ распадов в минуту. По найденной формуле сразу определим возраст этого изделия:

$$t = 1{,}44T \ln \frac{17{,}5}{8{,}75} = \frac{1}{\ln 2} \cdot T \ln 2 = T = 5570 \text{ лет}.$$

Таким путем уточнен возраст многих изделий, найденных при раскопках.

§ 45.8. Экспериментальные методы изучения радиоактивных излучений и частиц

1. Для изучения различных свойств радиоактивных излучений (α- и β-частиц, γ-квантов), а также для исследования частиц в современной ядерной физике применяются различные методы, в основе которых лежат ионизирующее и фотохимическое действия изучаемых частиц. Некоторые из них мы рассмотрим.

Крукс обнаружил, что при попадании α-частиц на флуоресцирующие вещества они вызывают слабые световые вспышки — так называемые сцинтилляции. Было установлено, что каждая попавшая на такое вещество α-частица вызывает одну световую вспышку, и это может быть использовано для счета α-частиц. Однако непосредственный подсчет глазом числа вспышек труден и утомителен. В конце сороковых годов были построены *сцинтилляционные счетчики* частиц. Такой счетчик состоит из флуоресцирующего вещества, в котором частицы, обладающие достаточно большой энергией, вызывают сцинтилляционные вспышки. Каждая вспышка действует на фотокатод электронного умножителя и выбивает из него электроны. Последние, проходя ряд каскадов умножителя, дают на выходе импульс тока, который затем подается на вход усилителя и приводит в действие электромеханический счетчик импульсов. На осциллографе можно получить регистрирующую кривую, показывающую интенсивность отдельных импульсов. Эта интенсивность пропорциональна энергии отдельной сосчитанной частицы. Таким образом определяют не только число частиц, но и распределение их по энергиям.



Рис. 45.3.

На рис. 45.3 изображена схема сцинтилляционного счетчика. Для того чтобы большая часть света, возникшего в результате вспышки, доходила до фотокатода, между веществом и фотоэлектронным умножителем устанавливается светопровод — цилиндрический стержень из органического стекла люцита, внутри которого свет проходит, испытывая непрерывно полное внутреннее отражение, практически без потерь.

2. Излучение Вавилова — Черенкова применяется для счета частиц и γ-квантов (в последнем случае — по вторичным электронам, создаваемым γ-квантами). *Счетчики Че-*

ренкова применяются для счета частиц, движущихся в веществе со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде. В этом случае при движении каждой заряженной частицы возникает излучение Вавилова — Черенкова (§ 23.7). Фиксируя это излучение, можно сосчитать пролетающие частицы. Схема счетчика Черенкова представлена на рис. 45.4. Заряженные частицы проникают вдоль оси в блок из люцита с показателем преломления $n=1{,}5$. Под характерным для эффекта Черенкова углом $\left(\cos\theta=\frac{1}{(v/c)\,n}\right)$ возникает излучение, которое фокусируется сферической поверхностью люцитового корпуса *1* и отражается системой зеркал *2* на фотокатоды *3* двух умножителей, помещенных вне траектории движущихся частиц. Из-за специфических условий возникновения излучения Вавилова — Черенкова такими счетчиками могут быть сосчитаны (при $n=1{,}5$) электроны с энергией выше 0,18 *Мэв*, протоны с энергией, превышающей 320 *Мэв*, и γ-кванты, создающие вторичные электроны достаточно высоких энергий.

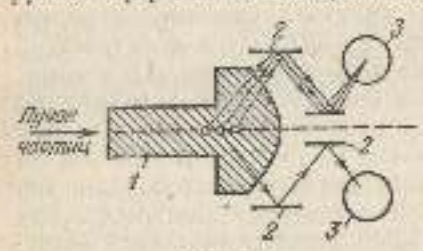


Рис. 45.4.

Поскольку счетчик Черенкова регистрирует направление излучения, он позволяет определить направление движения частицы, вызывающей излучение. Наблюдение излучения Вавилова — Черенкова под различными углами позволяет идентифицировать частицы по их скоростям и энергиям. Счетчики Черенкова в настоящее время устанавливаются на искусственных спутниках Земли и космических кораблях для исследования космического излучения. Они сыграли большую роль в открытии двух элементарных частиц — антипротона и антинейтрона (§ 47.7).

3. На ионизирующем действии частиц, обладающих достаточно большой энергией, основано устройство ионизационных камер, служащих для наблюдения и регистрации частиц (§ 12.2). Если энергия частиц, проходящих через газ, превышает энергию ионизации молекул газа, то такие частицы способны создавать первичные или вторичные ионы обоих знаков. Первичные ионы непосредственно создаются α- и β-лучами, вторичные — рентгеновскими или

γ-лучами. В последнем случае вначале под действием излучений возникают вторичные электроны (фотоионизация), а они уже вызывают затем ионизацию молекул или атомов газа. Регистрация нейтронов основана на изучении процессов их взаимодействия с ядрами.

Число пар ионов, образующихся в газе в единицу времени, служит мерой интенсивности потока частиц или квантов, вызвавших ионизацию. Число пар ионов может быть измерено, если образующиеся ионы направить электрическим полем к электродам и измерять при этом ток. При определенных условиях ионизационный ток пропорционален числу пар ионов, возникших в 1 *сек*. Другими словами, он пропорционален интенсивности потока частиц, вызвавших ионизацию. Такая пропорциональность наблюдается лишь в режиме тока насыщения (§ 12.2), когда все ионы достигают электродов, а не исчезают вследствие рекомбинации или диффузии к стенкам. Устройства, работающие на этом принципе *в режиме тока насыщения*, называются *ионизационными камерами*. Принципиальная схема ионизационной камеры изображена на рис. 45.5. В зависимости от формы электродов *1* и *2* различают плоские, цилиндрические и сферические камеры. К электроду *1* подается напряжение порядка нескольких сот вольт. Электрод *2*, называемый *анодом* или *собирающим*, присоединяется к усилителю. Ионизационный ток измеряется по падению напряжения на высокоомном сопротивлении R усилителем.

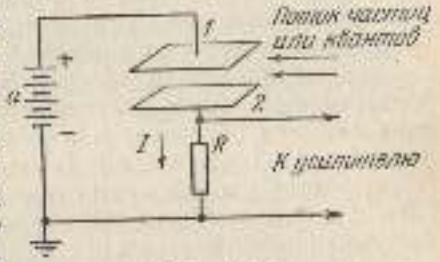


Рис. 45.5.

4. Устройства, работающие в области самостоятельного газового разряда, вызванного ударной ионизацией (§ 12.3), называются *счетчиками*. Наибольшее значение для счетчиков имеет область газового разряда, называемая областью *разряда импульсов* или *областью Гейгера* (по имени Гейгера, который в 1928 г. вместе с Мюллером впервые использовал эту область газового разряда для подсчета электронов). Область Гейгера характеризуется сильным разрядом, вызванным столкновениями, большой ролью ультрафиолетового свечения разряда, которое выбивает фотоэлектроны

из молекул и атомов газа, а также из стенок разрядной трубки. В области Гейгера ионизационный ток не зависит от числа первичных ионов, образованных каждой ионизирующей частицей, первоначально попавшей в счетчик.

Счетчик Гейгера — Мюллера рассмотрен в § 12.4.

5. Большое значение для исследования элементарных частиц сыграла *камера Вильсона*, разработанная Вильсоном в 1911—1912 гг. Принцип работы и устройство камеры Вильсона рассмотрены в т. 1, § 36.9. По предложению Д. В. Скобельцына, камеру Вильсона обычно помещают в сильное однородное магнитное поле (*метод Вильсона — Скобельцына*). Заряженные частицы испытывают в таком поле действие силы Лоренца, и их траектории искривляются (§ 5.2). По радиусу кривизны траектории и по известной скорости частицы может быть определен ее удельный заряд. Наоборот, при известном значении удельного заряда по величине радиуса кривизны определяют скорость и энергию частицы.

6. След пролетающей ионизирующей частицы можно также сделать видимым в перегретой жидкости (т. 1, § 36.10), закипающей при резком уменьшении ее давления. Центрами интенсивного парообразования, приводящего к появлению цепочки пузырьков пара, являются ионы, образующиеся вдоль траектории заряженной частицы. Этот принцип осуществлен в *пузырьковой камере*, предложенной в 1952 г. Глезером. В качестве рабочих жидкостей (наполнителей) в ней применяют жидкий водород, пропан C_3H_8 и другие легко кипящие жидкости (главным образом фреоны). Преимуществом пузырьковой камеры перед камерой Вильсона является значительно бо́льшая (примерно в 10^3 раз) плотность вещества наполнителя. Это позволяет применять ее для регистрации частиц очень больших энергий, которые тормозятся в пузырьковой камере на отрезках в тысячи раз меньших, чем в камере Вильсона. Если в камере Вильсона можно сфотографировать лишь малый участок траектории очень быстрой частицы, то зафиксированный в пузырьковой камере след частицы соответствует в тысячи раз большему отрезку траектории в камере Вильсона.

7. Последним из экспериментальных методов, на котором мы остановимся, является метод *толстослойных*, или *ядерных, фотоэмульсий*, разработанный Л. В. Мысовским и А. П. Ждановым. Он основан на использовании почернения фотографического слоя под действием проходящих через фотоэмульсию быстрых заряженных частиц. Ядерные эмульсии применяются в виде слоев толщиной от 0,5 до 1 *мм* *). Это позволяет исследовать траектории частиц высоких энергий. Например, частица с энергией порядка 10 *Мэв* образует след длиной порядка 0,1 *мм* и не выходит из слоя.

Для изучения следов частиц, обладающих очень высокой энергией и дающих длинные следы, большое число пластинок складывается в стопу, помещаемую наклонно к следу. Взаимное положение отдельных пластинок в стопе предварительно маркируется **). Тогда последовательные участки следов траектории частицы можно изучать по почернению эмульсии в пластинках стопы, следующих друг за другом.

Существенным преимуществом метода фотоэмульсии, помимо простоты применения, является то, что он дает *исчезающий след* частицы, который затем может быть тщательно изучен. Это привело к широкому применению метода ядерных фотоэмульсий при изучении свойств новых элементарных частиц и исследовании космического пространства (путем установки пластинок с ядерными фотоэмульсиями на спутниках, ракетах и космических кораблях). Этим же методом с добавлением к эмульсии соединений бора или лития могут быть изучены следы нейтронов, которые в результате реакций с ядрами бора и лития создают α-частицы, вызывающие почернение в слое ядерной эмульсии. По следам α-частиц делаются выводы о скоростях и энергиях нейтронов, вызвавших появление α-частиц.

§ 45.9. Понятие о теории радиоактивного α-распада

1. Для понимания механизма α-распада важную роль сыграли опыты Резерфорда по рассеянию α-частиц на ядрах урана. Было найдено, что α-частицы, обладающие энергией 8,8 *Мэв*, отталкиваются от ядра по закону Кулона на любых расстояниях от ядра, вплоть до 30 *ферми*. Значит, высота кулоновского потенциального барьера ядра урана не ниже 8,8 *Мэв*. С другой стороны, α-частицы, испускаемые самим ядром урана, имеют энергию лишь 4 *Мэв*, т. е. значительно меньшую высоты потенциального барьера. Отсюда следует, что вылет α-частицы из ядра при его α-распаде представ-

*) Толщина фотослоя на обычных фотопластинках составляет от 10 до 20 *мк*.

**) Для этого стопу облучают тонким пучком рентгеновских лучей, проходящих через все пластинки стопы.

ляет собой эффект прохождения частицы сквозь потенциальный барьер — *туннельный эффект* (§ 34.6). Это квантовое представление позволило объяснить ряд экспериментальных фактов, касающихся α-распада. К ним относится, прежде всего, опытный закон *Гейгера — Нэттолла*: чем больше постоянная радиоактивного распада λ, тем больше длина пробега испускаемых α-частиц. Количественно этот закон выражается следующей формулой:

$$\ln\lambda = A + B\ln R, \qquad (45.8)$$

где R — длина пробега α-частицы в воздухе при 0 °С, A и B — эмпирические коэффициенты, одинаковые для членов одного радиоактивного семейства.

2. Теория α-распада должна была объяснить, почему элементы, стоящие рядом в таблице Менделеева, испускают α-частицы, энергии которых мало отличаются друг от друга, но при этом периоды полураспада их оказываются сильно различающимися. Например, для радиоактивных изотопов полония $_{84}Po^{214}$ и $_{84}Po^{212}$ начальные скорости вылетающих α-частиц равны соответственно $1{,}68\cdot10^7$ *м/сек* и $1{,}92\cdot10^7$ *м/сек*, т. е. очень близки, тогда как их периоды полураспада — 3,05 *мин* и 10^{-7} *сек* — различаются очень сильно.

3. Согласно квантовой механике (§ 34.6), как бы ни был высок потенциальный барьер, имеется отличная от нуля вероятность того, что частица с энергией, меньшей высоты барьера, проникнет сквозь него. Применительно к α-распаду это означает, что из радиоактивного ядра могут вылетать α-частицы, энергии которых меньше высоты барьера и составляют единицы *Мэв*. Для количественного рассмотрения туннельного эффекта необходимо знать форму потенциального барьера, т. е. зависимость потенциальной энергии α-частицы от ее расстояния от центра ядра.

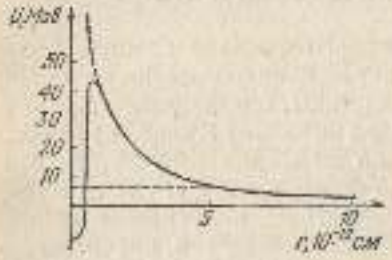


Рис. 45.6.

На рис. 45.6 представлен примерный вид этой зависимости. Наружная стенка барьера, обусловленная кулоновским отталкиванием α-частицы от ядра, представляет собой гиперболу. Форма внутренней стенки потенциальной ямы

определяется зависимостью ядерных сил от расстояния. Поскольку ядерные силы являются сильно короткодействующими по сравнению с кулоновской силой, внутренняя стенка потенциального барьера гораздо круче внешней. На рис. 45.6 она представлена просто вертикальной прямой.

Как уже говорилось в § 34.6, прозрачность барьера сильно зависит от его формы. Однако для барьера даже сравнительно простой формы, представленной на рис. 45.6, математическое решение задачи об α-распаде довольно громоздко. Поэтому для выяснения сути дела рассмотрим предельно простой потенциальный барьер с прямоугольными вертикальными стенками, график которого представлен на рис. 40.3 (стр. 542). Прозрачность такого барьера вычисляется по формуле (34.27):

$$D \approx e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-\mathcal{E})}\,L}. \qquad (45.9)$$

В п. 3 § 34.6 объяснены обозначения, применённые в этой формуле.

С прозрачностью барьера легко связать постоянную распада λ. Альфа-частица, находящаяся в потенциальной яме, подлетая к барьеру, может отразиться от барьера и остаться в ядре, но может и «просочиться» сквозь барьер, выйти из ядра. Прозрачность барьера представляет собой вероятность вылета α-частицы из ядра при одном «ударе» ее о барьер. Постоянная же распада ядра λ равна, по определению, вероятности распада ядра в единицу времени (§ 45.3). Следовательно, для нахождения λ нужно умножить прозрачность барьера D на число n ударов α-частицы о стенку барьера:

$$\lambda = Dn. \qquad (45.10)$$

Величина n обратна времени τ, в течение которого α-частица пролетает от одной стенки барьера до другой, т. е. расстояние L, равное «диаметру» ядра: $L=2r_0$, если r_0 — радиус ядра. Обозначив через v скорость α-частицы, получим, что $\tau=2r_0/v$; следовательно,

$$n = \frac{1}{\tau} = \frac{v}{2r_0} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{2mr_0^2}}. \qquad (45.11)$$

Здесь скорость α-частицы v мы выразили через ее энергию $\mathcal{E}$ согласно нерелятивистской формуле $\mathcal{E}=mv^2/2$, чтобы не усложнять расчетов. Подставив (45.11) и (45.9) в (45.10),

получим окончательно:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{2mr_0^2}} \cdot e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-\mathcal{E})}2r_0}. \qquad (45.12)$$

4. Формула (45.12) выражает зависимость постоянной распада от энергии выбрасываемых частиц. Она должна содержать в себе закон Гейгера — Нэттола. Прологарифмируем (45.12) и получим

$$\ln\lambda = \ln\sqrt{\frac{\mathcal{E}}{2mr_0^2}} - \frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-\mathcal{E})}2r_0. \qquad (45.13)$$

Первый член остается практически постоянным в пределах каждого радиоактивного семейства. Поэтому (45.13) можно записать в виде, соответствующем закону Гейгера — Нэттола:

$$\ln\lambda = A - Bf(\mathcal{E}). \qquad (45.8')$$

Второй член (45.8') не является логарифмической функцией длины пробега, как в законе Гейгера — Нэттола (45.8), но это несоответствие можно объяснить. С одной стороны, эмпирический закон Гейгера — Нэттола не является абсолютно точным. С другой стороны, изложенная теория тоже является весьма приближенной, так что полного согласия между теорией и экспериментом ожидать не приходится. Качественное же согласие имеется: согласно (45.12) или (45.13), чем больше энергия вылетающих α-частиц, а следовательно, и длина их пробега, тем больше постоянная распада. Это можно представить себе так: чем больше энергия α-частиц в радиоактивном ядре, тем труднее ядру удержать α-частицу, тем больше вероятность α-распада ядра.

5. Формула (45.12) объясняет, почему при небольшой разнице в скоростях вылетающих α-частиц периоды полураспада испускающих их ядер могут отличаться очень сильно. Причина этого в том, что энергия α-частицы $\mathcal{E}$ стоит в показателе степени формулы (45.9), а показательная функция очень чувствительна к изменению показателя степени. Это и приводит к тому, что при небольшом различии в энергиях $\mathcal{E}$ получается огромная разница в постоянных распада или в периодах полураспада.

Более точная теория α-распада, учитывающая форму потенциального барьера, приведенную на рис. 45.6, позволила получить громоздкую формулу, связывающую постоянную распада с энергией α-частицы и с порядковым номером элемента в периодической системе. Эта формула согласуется с опытными данными и является теоретическим уточнением опытного закона Гейгера — Нэттола.

7. Опыты показали, что каждый радиоактивный элемент испускает *группы монокинетических α-частиц*, т. е. несколько групп α-частиц, причем в пределах каждой группы энергии α-частиц почти постоянны. Можно поэтому сказать, что энергетический спектр испускаемых при распаде α-частиц является *линейчатым*. Здесь полезно провести аналогию между электронной оболочкой атома и его ядром. Подобно тому как линейчатый спектр фотонов, испускаемых атомом, является следствием дискретности, квантования энергии атома, так и линейчатый спектр энергий α-частиц, испускаемых ядрами данного элемента, свидетельствует о квантовании энергии атомного ядра: *энергия атомного ядра может иметь только дискретный ряд значений*.

§ 45.10. Гамма-лучи

1. Опытами установлено, что γ-излучение ядер не является самостоятельным видом радиоактивности. Гамма-лучи сопровождают процессы α- и β-радиоактивных распадов. Рассмотрим, как ядро испускает γ-лучи.

Пусть материнское ядро, испустив α-частицу, превращается в дочернее ядро. Последнее, как правило, находится в возбужденном состоянии. Переходя в нормальное или в менее возбужденное состояние, дочернее ядро испускает γ-фотон, подобно тому как атом, переходя из возбужденного состояния в нормальное, испускает фотон оптического или рентгеновского излучения. Механизм испускания γ-лучей ядром такой же, как и механизм излучения фотонов атомом. Однако очень важное различие заключается в следующем: энергии γ-фотонов оказываются гораздо бо́льшими, чем энергии оптических фотонов. Это связано с гораздо бо́льшими разностями в энергетических уровнях ядра по сравнению с разностью уровней электронных оболочек атома. Электронные энергетические уровни в атоме раздвинуты на энергии порядка электрон-вольта. Измерения энергии γ-фотонов показали, что энергии ядерных уровней раздвинуты примерно на 0,1 *Мэв*. Это означает, что γ-лучи являются весьма коротковолновым электромагнитным излучением с длиной волны, не превышающей 10^{-11} *м*, т. е. 0,1 Å.

2. *Гамма-излучение, сопровождающее α-распад материнского ядра, испускается дочерним ядром.*

Для доказательства этого вывода проведем анализ некоторых опытных данных. Рассмотрим α-распад радия, вследствие которого он превращается в радон.

Опыт показал, что в спектре α-частиц радия имеются две группы α-частиц с энергиями соответственно 4,793 *Мэв* и 4,612 *Мэв*. Если ядро радия испустит α-частицу с максимальной энергией, то дочернее ядро будет обладать минимальной энергией, т. е. будет находиться в нормальном состоянии. Наоборот, если ядро радия испустит α-частицу с меньшей энергией, то дочернее ядро будет обладать не наименьшей энергией и будет, следовательно, находиться в возбужденном состоянии. Разность энергий между возбужденным и нормальным состояниями дочернего ядра должна равняться энергии излученного γ-фотона. Если эти рассуждения верны, то энергия γ-фотонов, испускаемых дочерними ядрами радона, должна быть равна разности энергий α-частиц, испускаемых материнскими ядрами радия. Действительно, разность энергий α-частиц равна, как видим, $1{,}81 \cdot 10^6$ *эв*, а энергия γ-фотонов, как показали измерения, равна $1{,}89 \cdot 10^6$ *эв*. Согласие вполне удовлетворительное. Его можно улучшить, если учесть энергию отдачи, приобретаемую материнскими ядрами при испускании ими α-частиц.

3. Изучение энергетического спектра α-лучей и измерение энергий γ-фотонов позволяет сделать вывод: подобно энергетическому спектру α-частиц, *спектр γ-лучей является линейчатым*. Изучение энергетических спектров α-частиц и γ-лучей является важным методом исследования энергетических уровней атомных ядер.

4. Большая энергия γ-фотонов объясняет высокую проникающую способность γ-лучей. Она превышает способность рентгеновских лучей проходить сквозь вещества без заметного ослабления.

На большой проникающей способности γ-лучей основана *гамма-дефектоскопия* — метод обнаружения дефектов в изделиях путем просвечивания их γ-лучами, широко применяемый в промышленности и строительстве (металлургия, судостроение и т. д.). Различные местные повреждения в сварных швах, металлических отливках и других объектах обнаруживаются по различной интенсивности γ-лучей, прошедших через исследуемые тела. В зависимости от состава, толщины, плотности и других свойств просвечиваемого изделия будет изменяться интенсивность γ-лучей, достигших приемника, поставленного за объектом. Таким методом определяют местоположение, размеры и формы дефектов (трещины, раковины, непроваренные швы и т. п.).

5. Коротковолновые излучения — γ-лучи и рентгеновские лучи поглощаются в определенной мере и оказывают воздействие на вещества, в которых происходит поглощение. Воздействие γ-излучения, а также других видов ионизирующих лучей на вещество определяется так называемой *дозой излучения D*.

За единицу дозы излучения принимается *рентген* (*р*) — доза излучения, при которой в $1{,}2930 \cdot 10^{-6}$ *кг* воздуха образуются ионы с суммарным зарядом $^1/_3 \cdot 10^{-9}$ *к* каждого знака, т. е.

$$1\ p = 2{,}57976 \cdot 10^{-4}\ к/кг.$$

Это соответствует образованию $2{,}08 \cdot 10^9$ пар одновалентных ионов в 10^{-6} *м*³ воздуха при нормальных условиях (или $1{,}61 \cdot 10^{15}$ пар одновалентных ионов в 1 *г* воздуха) и связано с поглощением около $8{,}4 \cdot 10^{-3}$ *дж* энергии в 1 *кг* воздуха.

Кроме того, для оценки ионизирующего действия излучения вводится понятие *физического эквивалента рентгена* (*фэр*). Физическим эквивалентом рентгена называется доза любого ионизирующего излучения, при котором энергия, поглощенная 10^{-3} *кг* вещества, равна потере энергии на ионизацию, создаваемую в 10^{-3} *кг* воздуха дозой в 1 *р* рентгеновских или γ-лучей:

$$1\ фэр = 8{,}4 \cdot 10^{-3}\ дж/кг = 5{,}63 \cdot 10^{13}\ Мэв/кг = 1{,}61 \cdot 10^{15}\ \text{пар ионов}/кг$$

(в расчете на воздух).

6. При облучении биологической ткани физической дозой γ-лучей в 1 *р* в каждом грамме ткани поглощается около $9{,}3 \cdot 10^{-6}$ *дж* энергии излучения. Для оценки биологического воздействия излучения введено понятие *биологического эквивалента рентгена* (*бэр*). Так называется количество энергии, поглощенное тканью и биологически эквивалентное 1 *р* рентгеновских или γ-лучей. Различные типы излучений по-разному действуют на организм, поэтому универсальных связей между единицами *фэр* и *бэр* нет.

Мощностью N дозы облучения называется доза *D*, отнесенная к единице времени:

$$N = D/t.$$

Существуют расчетные формулы, позволяющие связать мощность дозы с активностью источника радиоактивного излучения, имеющего определенную геометрическую форму и находящегося на определенном расстоянии от приемника.

Для человеческого организма безопасной считается мощность дозы, примерно в 250 раз превосходящая мощность, создаваемую космическим фоном и радиоактивными излучениями из недр Земли. Смертельной для человека считается однократно полученная доза, превышающая 500 *р*.

§ 45.11. Эффект Мёссбауэра

1. Когда мы говорим, что спектр излучения атома и спектр γ-лучей являются линейчатыми, состоят из отдельных монохроматических линий, следует иметь в виду, что строго монохроматического излучения не бывает. Причина этого заключается в конечности времени пребывания атома или ядра в возбужденном состоянии. Только в основном состоянии, в котором энергия минимальна, атом или ядро могут находиться как угодно долго. Все возбужденные состояния ядра имеют энергии, определенные лишь с точностью до величины $\Delta\mathcal{E}$, вытекающей из соотношения неопределенностей (§ 34.2):

$$\Delta\mathcal{E} \approx \hbar/\Delta t, \qquad (45.14)$$

где Δt — время жизни ядра в возбужденном состоянии. Лишь для основного состояния стабильного ядра $\Delta t=\infty$ и $\Delta\mathcal{E}=0$. Чем меньше величина Δt, тем большей становится неопределенность $\Delta\mathcal{E}$ величины энергии возбужденного состояния.

Неопределенность в энергии возбужденного состояния обусловит и неопределенность в частотах γ-фотонов, испускаемых возбужденным ядром при его распаде, т. е. немонохроматичность γ-излучения ядер. Оценим ее.

2. Рассмотрим в качестве примера ядро иридия $_{77}Ir^{191}$. Оно имеет возбужденное состояние с энергией $\mathcal{E}=129$ *кэв*. Неопределенность энергии этого уровня равна $\Delta\mathcal{E}\approx\hbar/\Delta t$, где Δt — время жизни ядра в возбужденном состоянии. Как его оценить? Для оценочных расчетов просто примем, что Δt равно периоду полураспада ядра. Для рассматриваемого изотопа иридия это время $\Delta t=T=10^{-10}$ *сек*. Тогда, на основании (45.14), неопределенность в энергии возбужденного уровня 129 *кэв* составит $5\cdot10^{-6}$ *эв*. Эта величина называется *естественной шириной* Γ *энергетического уровня* $\mathcal{E}$, а величина $\Delta\nu=\Delta\mathcal{E}/h\approx1/\Delta t$ называется *естественной шириной спектральной линии* γ*-излучения* частоты $\nu=\mathcal{E}/h$ (ср. § 36.8). В данном случае относительная ширина уровня (спектральной линии) равна $\Gamma/\mathcal{E}\sim4\cdot10^{-11}$. Отношение $\Gamma/\mathcal{E}$ характеризует степень немонохроматичности γ-излучения.

3. Очень важной задачей ядерной физики являлось отыскание способов измерения весьма малых изменений энергии, сравнимых с естественной шириной уровня Γ, что давало бы возможность измерять энергию уровней в ядрах с весьма большой относительной точностью $\Gamma/\mathcal{E}$.

Методом измерения малых изменений энергии на величину, сравнимую с шириной уровня Γ, является изучение *резонансного поглощения* γ-лучей ядрами. Если ядро поглощает γ-лучи с частотой ν, то это значит, что разность энергий его возбужденного и нормального энергетических уровней равна $\Delta\mathcal{E}=h\nu$. Возможен процесс, который называется резонансным поглощением: ядро может поглощать γ-лучи только таких частот, которые оно само способно испускать. Вспомним (§ 35.4), что аналогичное явление происходит в области оптических частот: атом поглощает свет только таких частот, которые он сам испускает.

Однако до 1958 г. применение этого метода затруднялось тем обстоятельством, что реальная ширина спектральных линий испускания и поглощения γ-лучей оказывалась много большей естественной ширины. Это обусловлено отдачей ядра при испускании и поглощении им γ-фотона. При переходе ядра из возбужденного состояния с энергией $\mathcal{E}$ в основное состояние освобождающаяся энергия уносится не только в виде γ-фотона, но и частично передается ядру вследствие отдачи. Излучающее ядро получает импульс, равный по величине импульсу излученного фотона, но направленный в противоположную сторону. Оценим энергию $\mathcal{E}_{\text{отд}}$ отдачи ядра:

$$\mathcal{E}_{\text{отд}}=\frac{p_{\text{я}}^2}{2m_{\text{я}}}=\frac{p_\gamma^2}{2m_{\text{я}}}=\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2\frac{1}{2m_{\text{я}}}=\frac{(h\nu)^2}{2m_{\text{я}}c^2}=\frac{\mathcal{E}^2}{2m_{\text{я}}c^2}. \qquad (45.15)$$

В этой формуле $p_{\text{я}}$ — импульс, приобретаемый ядром при отдаче, он численно равен импульсу фотона $p_\gamma=h\nu/c$ (§ 32.5); $m_{\text{я}}$ — масса ядра. Подставив числовые данные, найдем, что $\mathcal{E}_{\text{отд}}\approx0{,}05$ *эв*. Это намного превышает естественную ширину уровня. Таким образом, отдача ядра при излучении понизит энергию γ-фотона на величину $\mathcal{E}_{\text{отд}}$, а его частоту — на $\Delta\nu=\mathcal{E}_{\text{отд}}/h$. Аналогичным образом, чтобы ядро с энергией возбуждения $\mathcal{E}$ могло поглотить фотон, энергия

фотона должна быть больше $\mathcal{E}$ на энергию отдачи поглощающего ядра. Энергия поглощаемого фотона должна хватить не только для возбуждения ядра, но и для обеспечения самого ядра энергией $\mathcal{E}_0$ при отдаче: $h\nu_{\text{погл}} = \mathcal{E} + \mathcal{E}_0$.

В итоге получается, что частоты γ фотонов, которые ядро может излучать и поглощать, не равны друг другу, а сдвинуты на величину $2\Delta\nu = 2\mathcal{E}_0/h$. Поглощение γ-лучей оказывается не носит резонансного характера. Это сильно снижает достоинства всего метода: зарегистрировав факт поглощения γ-лучей определенной частоты, нельзя без дополнительного анализа сделать однозначного вывода об энергетических уровнях ядра.

4. В 1958 г. Мёссбауэр разработал метод, позволивший практически обратить в нуль энергию отдачи ядра и создать условия для резонансного поглощения γ-лучей ядрами. *Явление отсутствия отдачи ядер при испускании или γ-лучей получило название эффекта Мёссбауэра.* Идею Мёссбауэра можно понять из формулы (45.15): энергия отдачи ядра будет тем меньше, чем больше его масса. Но увеличить массу покоя ядра невозможно. Мёссбауэр решил создать такие условия, при которых энергию отдачи ядра, излучающего γ-фотон, воспринимает не одно данное ядро, а большая их совокупность, прочно связанная в единое целое. Это условие будет выполнено, если излучающие ядра будут не свободными, а связанными и будут находиться в кристалле. Поскольку масса всего кристалла во много раз больше массы одного ядра, то соответственно уменьшается и потеря энергии на отдачу. Энергию отдачи при этом с большой точностью можно считать равной нулю, и поглощение γ-лучей оказывается резонансным. Линии испускания и поглощения γ-лучей имеют ширину, равную естественной, и оказывается возможным точно измерять малые разности энергий или частот, имеющие порядок естественной ширины уровня или спектральной линии. Так, например, измерения для γ-перехода в ядрах Fe^{57} с энергией перехода $\mathcal{E} = 14{,}4$ *кэв* позволили определить изменение энергии с точностью до величины $\Gamma/\mathcal{E}$, равной $3 \cdot 10^{-13}$, а для γ-перехода в Zn^{67} с энергией перехода $\mathcal{E} = 93$ *кэв* величина $\Gamma/\mathcal{E}$ оказалась равной $5 \cdot 10^{-16}$.

5. Возможность измерять очень малые изменения энергии и высокая точность этих измерений позволили с успехом применить эффект Мёссбауэра для наблюдения очень тонких и важных эффектов в современной физике. Так, в 1960 г. этим методом в лабораторных условиях было измерено

смещение частоты спектральных линий в гравитационном поле (так называемое «красное смещение»). В первом томе в § 24.6, где шла речь о теории тяготения Эйнштейна, мы уже знакомились с этим явлением. Рассмотрим его более подробно.

Если фотон движется в гравитационном поле, то при переходе его из точки с гравитационным потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 его энергия изменяется на величину $\Delta\mathcal{E} = m(\varphi_2 - \varphi_1) = m\Delta\varphi$, в однородном поле тяготения — на величину $\Delta\mathcal{E} = mg\Delta h$ (т. 1, § 18.4). Подобно тому, как при движении тел в поле тяготения увеличение потенциальной энергии приводит к такому же уменьшению их кинетической энергии, так и увеличение гравитационной энергии фотона происходит за счет уменьшения его «собственной» энергии $\mathcal{E} = h\nu$. Это и объясняет наличие знака минус в соотношении

$$\Delta\mathcal{E} = -m\Delta\varphi \quad \text{или} \quad h\Delta\nu = -m\Delta\varphi. \tag{45.16}$$

Масса фотона связана с его энергией и частотой соотношением $m = \mathcal{E}/c^2 = h\nu/c^2$. Относительное изменение частоты при прохождении фотоном гравитационной разности потенциалов $\Delta\varphi$ равно

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta\varphi}{c^2}. \tag{45.17}$$

Это соотношение проявляется следующим образом. Пусть на Земле зарегистрирована какая-нибудь частота излучения Солнца, например красная линия серии Бальмера, испускаемая атомом водорода (§ 35.3). Потенциал поля тяготения Солнца, как и всякой массы, увеличивается по мере удаления от него (т. 1, § 18.8). Потенциал поля тяготения Солнца на поверхности Земли больше, чем на поверхности Солнца ($\Delta\varphi > 0$), и согласно (45.17) $\Delta\nu/\nu$ будет отрицательным. Следовательно, все спектральные частоты Солнца и звезд, регистрируемые на Земле, оказываются уменьшенными, сдвинутыми к красному концу спектра. Поэтому этот эффект называется гравитационным красным смещением. Для излучения Солнца его можно найти, подставив в (45.17) числовые характеристики Солнца; получим, что гравитационное красное смещение составляет

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta\varphi}{c^2} \approx 10^{-6}.$$

Чтобы оценить, много это или мало, перейдем от частоты к длине волны. Можно показать (§ 25.4), что относительное

изменение длины волны равно относительному изменению частоты, $\Delta\nu/\nu = -\Delta\lambda/\lambda$. Знак минус отражает увеличение λ при уменьшении частоты. Для средней длины волны солнечного спектра $\lambda = 5000$ Å, к ее гравитационное покраснение составит $\Delta\lambda = 10^{-6}\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$ Å, т. е. скажется на третьей цифре после запятой. Если на Солнце данная спектральная линия имеет длину волны 5000 Å, то на Земле эта же линия будет иметь длину волны 5000,005 Å. Даже для современной оптической спектроскопии этот эффект является довольно тонким, хотя гравитационное поле тяготения Солнца является очень сильным по сравнению с полем тяготения Земли.

6. Эффект Мёссбауэра позволил измерить гравитационное красное смещение при прохождении фотоном в слабом поле тяготения Земли малых расстояний. Идея опыта проста. Если γ-фотон частоты ν на полу лаборатории пустить вверх, то на потолке лаборатории его частота, вследствие гравитационного красного смещения, будет меньше, чем на полу. Если удастся точно измерить сдвиг частоты, то, сравнив его с теоретическим, можно проверить предсказание общей теории относительности о красном смещении. Оценим, каким требованиям должна удовлетворять аппаратура для осуществления этого опыта.

При подъеме по вертикали в поле тяготения Земли на высоту 10 м гравитационное красное смещение будет равно

$$\left|\frac{\Delta\nu}{\nu}\right| = \frac{\Delta\varphi}{c^2} = \frac{g\Delta h}{c^2} \approx \frac{10 \cdot 10}{10 \cdot 10^{16}} = 10^{-15}.$$

Этот сдвиг частоты будет зарегистрирован, если осуществить резонансное поглощение γ-фотонов так, чтобы относительная ширина линии поглощения была меньше этого значения $\Delta\nu/\nu$. Нужно, чтобы поглощение надежно отсутствовало, если частота γ-фотона, падающего на ядро, отличается от частоты фотона, который ядро может поглотить, на величину, равную $\Delta\nu = 10^{-15}\nu$. Другими словами, нужно иметь источники и приемники γ-лучей, относительная ширина линий которых была бы меньше или равна весьма малой величине 10^{-15}.

Эффект Мёссбауэра позволил решить эту задачу. Брались два одинаковых кристаллических источника γ-лучей, расположенные на расстоянии 20 м один выше другого. Если приемник находился на одной высоте с источником γ-фотонов, то имело место резонансное поглощение. Когда же приемник поднимался на высоту 20 м, поглощение прекращалось, так как частота фотона, падающего на ядро, оказывалась меньшей вследствие гравитационного красного смещения. Чтобы восстановить поглощение, пришлось воспользоваться эффектом Доплера (§ 23.8). При сближении приемника с источником частота, воспринимаемая приемником, увеличивается. При определенной скорости сближения допплеровское увеличение частоты скомпенсирует гравитационное уменьшение ее, и резонансное поглощение восстановится. Расчеты показали, что необходимую скорость сближения легко осуществить. Такой опыт был впервые осуществлен в 1960 г. (т. 1, § 24.6) и явился очень точным подтверждением в земных условиях одного из предсказаний общей теории относительности.

Эффект Мёссбауэра в настоящее время широко применяется в так называемой ядерной спектроскопии для точных исследований энергетических уровней атомных ядер и для изучения многих тонких эффектов в современной физике твердых тел; в их обсуждение мы входить не можем.

§ 45.12. Понятие о закономерностях β-распада

1. Протонно-нейтронное строение ядра исключает возможность вылета из ядра электронов, ибо их в ядре нет. Поэтому теоретическое истолкование β_--радиоактивных превращений ядер явилось трудной задачей ядерной физики. Сам термин «распад» здесь должен употребляться в условном смысле. Знак минус в обозначении β_- для процесса естественной бета-радиоактивности связан с тем, что возможен еще процесс β_+ искусственной бета-радиоактивности (§ 46.2).

Бета-активность ядра является следствием соответствующей радиоактивности протонов и нейтронов, входящих в состав ядра. Испускание β-частиц аналогично испусканию фотона атомом. Подобно тому как в возбужденном атоме нет «готовых» фотонов, они возникают лишь в процессе перехода атома из одного состояния в другое, так и в ядре не содержится ни электронов, ни позитронов. Они рождаются в процессе перехода данного нуклона из одного квантового состояния в другое, например из нейтронного в протонное с испусканием электрона. Это одно из обоснований современного представления о протонах и нейтронах как о различных квантовых состояниях одних и тех же частиц — нуклонов (§ 44.3).

2. Серьезная трудность в понимании механизма β-распада возникла при исследовании энергий электронов, испускаемых β-радиоактивными источниками. Испускание β-частиц есть результат перехода ядра из одного дискретного энергетического состояния в другое. Атомные ядра имеют квантованные энергетические уровни. Об этом свидетельствуют дискретные энергии α-лучей и γ-лучей. Казалось бы, что и спектр энергий β-частиц должен быть тоже дискретным, т. е. должен представлять собой набор определенных возможных значений энергий электронов. Ничего подобного, однако, в действительности не оказалось. *Энергетические спектры электронов при β-распаде всегда сплошные.*

На рис. 45.7 приведен энергетический спектр электронов, испускаемых естественно-радиоактивным калием $_{19}K^{40}$.

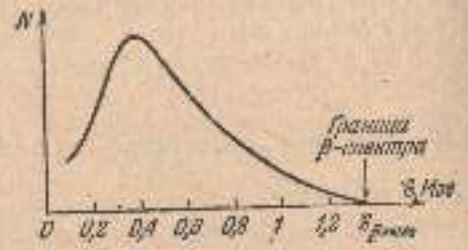


Рис. 45.7.

По оси абсцисс отложена энергия β-частиц, по оси ординат — число β-частиц, имеющих данную энергию. Из кривой видно, что энергетический спектр β-электронов является сплошным. Одинаковые ядра испускают электроны со всевозможными энергиями от нуля до некоторой *верхней границы*. Наличие верхней границы очень существенно. График стремится к нулю не асимптотически, а резко пересекает ось абсцисс при предельных значениях энергии $\mathcal{E}_{\beta\,макс}$. Верхняя граница является характеристикой источника β-лучей. Для данного источника невозможны энергии электронов, превышающие $\mathcal{E}_{\beta\,макс}$. Исследование максимальных энергий β-частиц различных источников показало, что во всех случаях *максимальная энергия β-частиц равна разности энергетических уровней ядер, испускающих β-частицы*.

Это лишь усугубило трудность объяснения непрерывного спектра энергий электронов при β-распаде. В самом деле,

из изложенного в предыдущих параграфах вытекает, что атомные ядра могут находиться лишь в определенных энергетических состояниях. В таком случае, почему же β-активные ядра, которые до и после β-распада имеют вполне определенные энергии, могут выбрасывать электроны со всевозможными энергиями? Можно подумать, что все электроны вылетают из ядра с одинаковыми энергиями, равными разности энергетических уровней ядра, но до выхода из радиоактивного образца частично и по-разному теряют энергию, сталкиваясь с атомами образца. Если это предположение верно, то β-активный препарат должен сам себя разогревать. Однако самые тщательные калориметрические измерения не обнаружили ожидаемого разогрева. Энергия куда-то бесследно исчезала. Над физикой нависла угроза допущения о нарушении закона сохранения энергии.

Некоторые физики, и среди них Бор, пытались даже обосновать теоретически возможность нарушения закона сохранения энергии в отдельных элементарных процессах, происходящих в микромире, в том числе и во внутриядерных явлениях. Согласно этим идеям Бора справедливость закона сохранения энергии должна проявляться в микромире лишь статистически для большого числа элементарных процессов. Однако все достижения квантовой теории в области атомной и ядерной физики не противоречили ни одному закону сохранения. В частности, для элементарных процессов закон сохранения энергии подтверждался всякий раз с поразительной точностью. В те напряженные для физики годы становления квантовой механики и ядерной физики ситуация с теорией β-распада оказалась достаточно трудной.

3. Трудность с энергией β-частиц усугублялась еще трудностью со спином ядра. Как мы видели (§ 44.2), характер спина ядра — целочисленный он или половинный (в единицах $\hbar$) — определяется массовым числом ядра. У ядер с четным массовым числом спин целочисленный, с нечетным — половинный. При β-распаде массовое число не изменяется. С другой стороны, опыт говорит о том, что при β-распаде и характер спина не изменяется. Спин дочернего ядра остается целочисленным при распаде ядра с целым спином и половинным при половинном спине материнского ядра. Но испускаемый ядром электрон также обладает половинным спином. Следовательно, при β-распаде должен меняться характер спина ядра. При целочис-

ленном ядре материнского ядра спин дочернего должен стать полуцелым и наоборот. Ничего подобного, как показали измерения спинов β-радиоактивных ядер и другие данные, не происходит.

4. Обе серьезные трудности в объяснении β-распада преодолел в 1931 г. Паули. Он предположил, что при каждом акте β-распада ядро испускает не одну, а две частицы. Кроме электрона испускается еще одна частица, электрически нейтральная, с ничтожно малой массой и со спином, равным $\hbar/2$, как и у электрона.

На основе этой гипотезы Ферми разработал основы современной теории β-распада. По его предложению введенную Паули новую частицу стали называть *нейтрино*, что означает «маленький нейтрон». Нейтрино принято теперь обозначать символом $_0\nu_e^0$. Согласно современным данным частицей, испускаемой при электронном β-распаде, является не электронное нейтрино $_0\nu_e^0$, а так называемое электронное *антинейтрино*, обозначаемое $_0\bar{\nu}_e^0$ и обладающее, как и электронное нейтрино, спином $\hbar/2$, нулевым зарядом, нулевой массой и магнитным моментом, не превышающим 10^{-3} магнетона Бора (§ 6.2).

Гипотеза нейтрино сразу разрешила все трудности теории β-распада. Недостающую энергию, разность между максимальной энергией электронов $\mathscr{E}_{\beta\,\text{макс}}$ и фактической, уносят электронные антинейтрино. Полная энергия, теряемая ядром при испускании электрона, действительно равна $\mathscr{E}_{\beta\,\text{макс}}$ — верхней границе β-спектра. Но она может различным способом распределяться между электроном и антинейтрино в соответствии с кривой на рис. 45.7. В частности, нулевое значение энергии электрона означает, что вся энергия β-распада уносится антинейтрино. В граничной точке кривой 45.7, где энергия электрона равна $\mathscr{E}_{\beta\,\text{макс}}$, вся энергия распада уносится электроном, а энергия антинейтрино равна нулю. Во всех промежуточных точках кривой 45.7 энергия распада распределяется между электроном и антинейтрино таким образом, что сумма энергий этих частиц все время равна $\mathscr{E}_{\beta\,\text{макс}}$.

Наличие у этих частиц спина, равного $\hbar/2$, разрешало и затруднение со спином ядра. Поскольку вместе с электроном уносятся и антинейтрино, обладающее, как и электрон, спином $\hbar/2$, суммарный спин обеих частиц при взаимно противоположной ориентации их спинов может быть равен нулю.

5. Для подтверждения гипотезы о нейтрино (и антинейтрино) необходимо было доказать на опыте существование такой частицы. Здесь возникли большие трудности. Электрическая нейтральность и ничтожная масса приводят к весьма слабому взаимодействию нейтрино с веществом. Например, ионизирующая способность нейтрино так мала, что один акт ионизации воздуха нейтрино приходится на 300 км пути. Колоссальная проникающая способность нейтрино позволила создать так называемую нейтринную астрономию. Толща земного шара для нейтрино не помеха, как и толща самого Солнца. Поэтому в астрофизике с помощью нейтрино, испущенных ядрами, находящимися во внутренних областях Солнца, надеются получить информацию об этой, пока малодоступной для исследования, области Солнца.

Огромная проникающая способность нейтрино затрудняет удержание этих частиц в приборах. Для опытного обнаружения антинейтрино был использован закон сохранения импульса (как видим, этот закон широко используется в современной физике). Идея одного из опытов состояла в следующем *). Если бы ядро при β-распаде испускало только один электрон, то оно испытывало бы отдачу в направлении, прямо противоположном вылету электрона, причем его импульс был бы численно равен импульсу электрона. Если же ядро кроме электрона испускает еще и антинейтрино, то по закону сохранения импульса векторная сумма трех импульсов — электрона, антинейтрино и ядра отдачи — должна оставаться равной нулю, как и до распада (рис. 45.8). Ядро до распада считаем неподвижным. Таким образом, если антинейтрино действительно испускаются, то отдача ядра будет происходить не в направлении прямой, по которой летит электрон, т. е. не строго противоположно электрону. Опыты полностью подтвердили это.

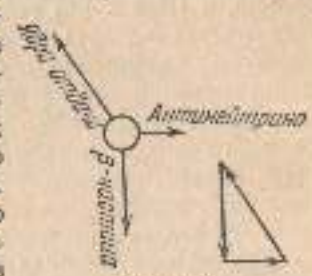


Рис. 45.8.

6. Для решения вопроса о возникновении электронов при распаде следует еще раз напомнить, что при этом распаде согласно правилу смещения число нуклонов в ядре не изменяется и заряд ядра увеличивается на единицу.

*) См. также § 47.7.

Единственной возможностью одновременного осуществления этих условий является *превращение в ядре нейтрона* ${}_0n^1$ *в протон* ${}_1p^1$ *с одновременным образованием электрона* ${}_{-1}e^0$ *и вылетом антинейтрино* ${}_0\bar{\nu}_e^0$:

$$ {}_0n^1 \longrightarrow {}_1p^1 + {}_{-1}e^0 - {}_0\bar{\nu}_e^0. \qquad (45.18) $$

При этом превращении выполняются закон сохранения электрического заряда и, как видно из идеи рассмотренных выше опытов, закон сохранения импульса. Сохраняется также баланс массовых чисел. Остается выяснить энергетическую возможность такого превращения. Оно должно сопровождаться выделением энергии, необходимой для образования электрона и антинейтрино при самопроизвольном протекании естественной β-радиоактивности. Масса покоя нейтрона больше суммы масс покоя протона и электрона, т. е. массы атома водорода, на $0{,}837 \cdot 10^{-3}$ а. е. м. Этой массе Δm по закону Эйнштейна соответствует энергия $\Delta\mathcal{E} = \Delta m \cdot c^2 = 782$ *кэв*. Эта энергия, следовательно, может распределяться между вылетающими электроном и антинейтрино. Таким образом, реакция (45.18) энергетически возможна.

7. Изложенные соображения наводят на мысль о том, что реакция (45.18) может идти не только в ядре, где нейтроны связаны, но и со *свободными нейтронами*. Действительно, в 1959 г. эта реакция была обнаружена на свободных нейтронах. На опыте было показано, что *свободный нейтрон представляет собой β-радиоактивную частицу*. Было найдено, что период полураспада свободных нейтронов равен $(1{,}01 \pm 0{,}03) \cdot 10^3$ *сек*. Электроны, испускаемые свободными нейтронами, оказались имеющими непрерывный энергетический спектр типа представленного на рис. 45.7, причем максимальная энергия электронов составила 782 *кэв*, в соответствии с приведенным выше расчетом.

Период полураспада β-радиоактивных ядер отличается от периода полураспада свободных нейтронов. Причина этого состоит в том, что нейтроны, связанные в ядре, находятся в иных состояниях, чем свободные нейтроны. Это, конечно, относится также и к протонам. Состояния их в ядрах допускают переходы в иные, нейтронные состояния. В этом, как мы увидим, состоит процесс β_--радиоактивности некоторых искусственно радиоактивных ядер (§ 46.2).

В заключение отметим, что, несмотря на принципиальную ясность механизма β_--распада, в настоящее время

некоторые детали β-распада остаются еще теоретически необъясненными. В этом отношении современная теория α-распада является более завершенной, чем теория β-распада.

ГЛАВА 46

ИСКУССТВЕННЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ АТОМНЫХ ЯДЕР

§ 46.1. Превращение азота в кислород. Открытие нейтрона

1. Изучение естественной радиоактивности сыграло большую роль в исследовании строения и свойств атомных ядер. Возникла возможность бомбардировать ядра с помощью α-частиц, обладающих достаточно большими энергиями и способных проникнуть внутрь ядра. Так начали изучать *ядерные реакции* — искусственные превращения атомных ядер, вызванные их взаимодействием с частицами или друг с другом.

Первая ядерная реакция была осуществлена в 1919 г. Эрнестом Резерфордом с помощью α-частиц, испускаемых полонием ${}_{84}Po^{214}$ и имеющих энергию около 7,5 *Мэв*. Схема

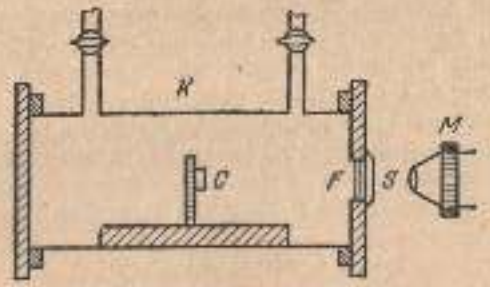


Рис. 46.1.

опыта изображена на рис. 46.1. В камере K, которая наполнялась различными газами, помещался радиоактивный полониевый источник C. Сцинтилляции, вызванные попаданием каких-либо частиц на экран S, наблюдались в микроскоп M. При тех давлениях газов, которые создавались в камере, α-частицы имели такие длины пробегов, что алюминиевая фольга F, поставленная перед экраном S, полностью поглощала все α-частицы, испущенные полонием. Таким образом, в микроскопе не должны были наблюдаться сцинтилляции, вызванные α-частицами. Опыт же показал,

что при наполнении камеры азотом сцинтилляции наблюдались. При заполнении камеры другими газами, например, кислородом или углекислым газом, сцинтилляций не было.

2. Детальное изучение этого явления с помощью автоматизированной камеры Вильсона позволило получать стереоскопические снимки треков частиц и производить измерение пробегов пролетающих частиц. Фотографии следов показали, что изредка след α-частицы заканчивался вилкой, изображенной на рис. 46.2. В точке O исчезает след частицы, поглощенной ядром азота, и вместо него образуются два следа: короткий жирный след ядра кислорода $_8O^{17}$, испытавшего отдачу, и длинный тонкий след, явно не принадлежащий α-частице. Исследование частиц, дающих длинный тонкий след, с помощью магнитного поля позволило найти их удельный заряд q/m. Он оказался таким же, как и для ядра водорода — протона.

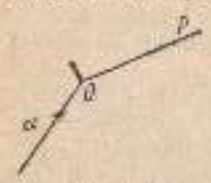


Рис. 46.2.

Это навело Резерфорда на следующую интерпретацию результатов опыта. В точке O происходит столкновение α-частицы с ядром азота и в результате образуются две заряженные частицы, одной из которых является протон. Определить характер второй частицы можно, если принять, что в данном процессе выполняются законы сохранения массового числа и электрического заряда, как и при естественном радиоактивном распаде. Это дает для второй частицы массовое число, равное $4+14-1=17$, а заряд ядра $2+7-1=8$. Следовательно, второй частицей является ядро изотопа кислорода $_8O^{17}$ и ядерная реакция должна иметь вид

$$_2He^4 + {}_7N^{14} \rightarrow {}_1p^1 + {}_8O^{17}. \qquad (46.1)$$

Такая схема реакции была подтверждена и другим путем — применением законов сохранения энергии и импульса к продуктам реакции. В результате было найдено, что отношение масс образовавшихся частиц равно 17 : 1, что соответствует ядерной реакции по уравнению (46.1).

Для того чтобы реакция (46.1) произошла, необходимо «прямое попадание» α-частицы в ядро. Это происходит чрезвычайно редко, потому что атомное ядро имеет весьма малые размеры (§ 35.1) и концентрация ядер-мишеней в газообразном азоте тоже мала. Поэтому фотографии вилок наблюдались очень редко. Ядерная реакция (46.1) явилась

первым искусственным превращением одного химического элемента в другой.

3. После осуществления первой искусственной ядерной реакции были предприняты обширные исследования превращений ядер атомов бора, алюминия, фтора, калия и других элементов под действием α-частиц. В общем виде все эти реакции можно записать следующим образом:

$$_ZX^A + {}_2He^4 \rightarrow {}_{Z+1}Y^{A+3} + {}_1p^1, \qquad (46.2)$$

где $_ZX^A$ — исходное ядро, облучаемое α-частицей, $_{Z+1}Y^{A+3}$ — ядро, получившееся в результате реакции. Примером ядерной реакции может служить ядерная реакция превращения ядра алюминия $_{13}Al^{27}$ в ядро кремния $_{14}Si^{30}$:

$$_{13}Al^{27} + {}_2He^4 \rightarrow {}_{14}Si^{30} + {}_1p^1.$$

В этой реакции были обнаружены протоны с длиной пробега около 0,9 *м*. Такой большой пробег протонов объясняется тем, что в этой реакции выделяется энергия, равная 2,26 *Мэв*.

4. Ядерные реакции под действием α-частиц привели к открытию нейтронов, которые, как известно из предыдущего, входят в состав атомных ядер. В 1930 г. при облучении ядра бериллия $_4Be^9$ α-частицами было обнаружено возникновение весьма сильно проникающего излучения. Предположили, что ядро бериллия, захватив α-частицу, превращается в возбужденное ядро изотопа углерода $_6C^{13}$, переход которого в нормальное состояние сопровождается испусканием квантов жестких γ-лучей. Оценки энергии предполагаемых γ-лучей по их поглощению привели к тому, что γ-квант должен иметь энергию, близкую к 7 *Мэв*.

В 1931 г. Ирен и Фредерик Жолио-Кюри обнаружили, что «бериллиевое излучение», проходя через водородосодержащие соединения, например парафин, интенсивно выбивает протоны, обладающие длиной пробега до 26 *см*. Для получения протонов с такими пробегами γ-кванты должны были бы иметь энергию не 7 *Мэв*, а 55 *Мэв*. Дальнейшие исследования показали, что излучение, которому вначале приписывали электромагнитный характер, вызывает появление ядер отдачи в таких газах, как азот, аргон и даже сравнительно тяжелый криптон. Причем при наблюдаемых в аргоне пробегах ядер отдачи γ-кванты должны были иметь энергию почти на порядок величины большую,

чем та, которую фактически имели частицы проникающего излучения, возникшего в бериллии.

Выход из этого затруднения был указан в 1932 г. Д. Чедвиком. Он доказал, что наблюдаемые в различных газах пробеги и скорости ядер отдачи могут возникнуть при соударении этих ядер не с γ-квантами, а с частицами, масса которых близка к массе протона. Эти частицы и были названы *нейтронами* ($_0n^1$). В самом деле, нейтрон с массой покоя m_n и скоростями v_1 и v_2 до и после упругого центрального соударения с неподвижным ядром, имеющим массу M, сообщит этому ядру скорость v, которая находится из законов сохранения импульса и энергии:

$$v=\frac{2m_n}{m_n+M}v_0.$$

Для случаев прохождения нейтронов через азот ($M=14$) и водород ($M=1$) отношение скоростей ядер отдачи равно

$$\frac{v_N}{v_H}=\frac{m_n+1}{m_n+14}.$$

Из экспериментальных данных о скоростях ядер отдачи отношение v_N/v_H оказалось равным приблизительно 0,13. Это дает для m_n значение, близкое к единице. Отсутствие у нейтрона электрического заряда объясняет большую проникающую способность нейтронов. Не испытывая электрического взаимодействия с электронами атомов и кулоновского взаимодействия с ядрами, нейтроны взаимодействуют с ядрами благодаря ядерным силам и наличию магнитного момента у ядер и нейтрона. Это взаимодействие и приводит к появлению ядер отдачи, наблюдаемых экспериментально.

Таким образом, ядерная реакция, в которой впервые были получены нейтроны, имеет следующий вид:

$$_4Be^9+{}_2He^4\longrightarrow{}_6C^{12}+{}_0n^1. \qquad (46.3)$$

В дальнейшем нейтроны сыграли выдающуюся роль в качестве частиц, вызывающих ядерные реакции.

§ 46.2. Явление искусственной радиоактивности

1. Как указывалось (§ 44.7), устойчивое ядро характеризуется определенными числами протонов и нейтронов: на основе капельной модели ядра получена формула (44.16), определяющая число протонов в устойчивом ядре, а следовательно, и число нейтронов в нем. Если искусственно, путем облучения ядра какими-нибудь частицами, нарушить равновесие между протонами и нейтронами в нем, то ядро окажется *искусственно-радиоактивным*. Если в легком ядре окажется избыточный нейтрон, то в нем произойдет превращение нейтрона в протон по формуле (45.18), сопровождающееся выделением электрона.

2. Легкие ядра, в которых искусственно создано избыточное число нейтронов по сравнению с протонами, т. е. такие ядра, где нарушено условие их стабильности (44.16), являются β^--радиоактивными. Типичным примером является превращение стабильного изотопа натрия $_{11}Na^{23}$ под действием нейтронов в радиоактивный изотоп $_{11}Na^{24}$. Этот изотоп является β^--радиоактивным и превращается в стабильный изотоп магния $_{12}Mg^{24}$, причем процесс сопровождается выбросом электрона, электронного антинейтрино $_0\bar{\nu}_e^0$ (§ 45.12) и γ-кванта:

$$_{11}Na^{24}\longrightarrow{}_{12}Mg^{24}+{}_{-1}e^0+{}_0\bar{\nu}_e^0+\gamma.$$

Радиоактивный изотоп углерода $_6C^{14}$, возникший из стабильного ядра азота $_7N^{14}$ под действием нейтронов (с выделением протонов), распадаясь, вновь превращается в устойчивый изотоп азота:

$$_6C^{14}\longrightarrow{}_7N^{14}+{}_{-1}e^0+{}_0\bar{\nu}_e^0.$$

Радиоактивный изотоп кобальта $_{27}Co^{60}$, испуская электроны, превращается в стабильный изотоп никеля $_{28}Ni^{60}$.

3. Условие (44.16) устойчивости ядер может быть нарушено также путем введения в ядро избыточных протонов. Это приведет к возрастанию энергии ядра по сравнению с ее минимальным значением, соответствующим условию (44.16), и к появлению у ядра радиоактивных свойств. Такие ядра будут претерпевать радиоактивный распад, соответствующий превращению избыточного протона в нейтрон по схеме

$$_1p^1\longrightarrow{}_0n^1+{}_{+1}e^0+{}_0\nu_e^0. \qquad (46.4)$$

Возникающая при этом частица $_{+1}e^0$ с положительным единичным зарядом имеет массу, равную массе электрона, и спин $\hbar/2$; она называется *позитроном*. Реакция сопровождается выбрасыванием электронного нейтрино $_0\nu_e^0$ — незаряженной частицы с массой покоя, равной нулю, что вытекает из тех же соображений, которые были изложены в § 45.12 при обсуждении β^--распада.

4. Явление искусственной радиоактивности было открыто в 1934 г. Ирен и Фредериком Жолио-Кюри. Облучая ядра алюминия, бора и других легких элементов α-частицами и исследуя продукты реакции с помощью камеры Вильсона, помещенной в магнитном поле, они обнаружили испускание позитронов. Причем испускание позитронов *не прекращалось* с окончанием облучения α-частицами, а продолжалось и после этого, убывая со временем по экспоненциальному закону $N = N_0 e^{-\lambda t}$, характерному для радиоактивного распада. Реакции, приводящие к искусственной радиоактивности, происходили по следующей схеме:

$$_{13}Al^{27} + {}_2He^4 \longrightarrow {}_{15}P^{30} + {}_0n^1; \quad {}_{15}P^{30} \longrightarrow {}_{14}Si^{30} + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu^0.$$

Изотоп фосфора $_{15}P^{30}$ (радио-фосфор) β_+-радиоактивен; период полураспада $T = 2{,}5$ *мин*. Аналогично образуется радио-азот:

$${}_5B^{11} + {}_2He^4 \longrightarrow {}_7N^{13} + {}_0n^1; \quad {}_7N^{13} \longrightarrow {}_6C^{13} + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu^0.$$

Период полураспада радиоактивного азота равен 14 *мин*.

При позитронной β_+-радиоактивности вместе с позитроном излучается электронное нейтрино.

Правильность написанных реакций подтвердил химический анализ. Явление искусственной радиоактивности «метит» атомы радиоактивных изотопов. Вылет β-частиц может быть зарегистрирован тем или иным счетчиком (§ 45.8). Удобные для исследовательских целей периоды полураспада обусловили широкое применение метода «меченых» атомов в науке и технике.

§ 46.3. Возникновение и уничтожение электронно-позитронных пар

1. В 1932 г., за два года до открытия супругами Жолио-Кюри искусственной радиоактивности, Андерсон обнаружил позитроны среди частиц, входящих в состав космических лучей (§ 47.2). Вскоре выяснилось, что позитроны возникают в процессе *образования пар*. Так называется процесс *превращения γ-кванта большой энергии в пару частиц — электрон и позитрон*. Этот процесс, происходящий по схеме $\gamma \rightsquigarrow {}_{-1}e^0 + {}_{+1}e^0$, вызывается столкновением γ-кванта с какой-либо заряженной частицей, например атомным ядром, в поле которого и образуется электронно-позитронная пара.

Возникновение пары экспериментально может быть обнаружено, например, в камере Вильсона, находящейся в магнитном поле. Под действием силы Лоренца, действующей на движущийся заряд в магнитном поле, происходит отклонение заряда. Электрон и позитрон, имеющие противоположные по знаку заряды, отклоняются в противоположные стороны. На рис. 46.3 приведена фотография пары, образовавшейся в газе, наполняющем камеру Вильсона, под действием жестких γ-квантов.



Рис. 46.3

2. Образование пары «электрон + позитрон» должно происходить в соответствии с законами сохранения энергии и импульса. Из закона сохранения энергии следует, что для создания пары γ-фотон должен иметь энергию не меньшую, чем $2m_0c^2$, т. е. $h\nu \geqslant 2m_0c^2 = 1{,}022$ *Мэв*, где $m_0c^2 = 0{,}511$ *Мэв* есть энергия покоя каждой из образовавшихся частиц. Закон сохранения импульса накладывает дополнительные ограничения на процесс образования пары. Дело в том, что при образовании из фотона двух частиц с массой покоя $m_0 \neq 0$ суммарный импульс обеих частиц меньше, чем импульс фотона $h\nu/c$ *). Поэтому в системе «фотон — электронно-позитронная пара» закон сохранения импульса оказывается нарушенным.

Это означает, что для образования пары нужно участие еще одной, третьей частицы, принимающей на себя часть импульса фотона, превышающую суммарный импульс обеих частиц. Такой частицей обычно является атомное ядро, но может служить и один из электронов электронной оболочки атома вещества, в котором происходит торможение жестких γ-лучей. В этом последнем случае электрон отдачи получает импульс, который может быть обнаружен по следу этого электрона в камере Вильсона. Импульс ядра отдачи

*) Предлагаем читателю доказать это несложным путем.

при образовании пары также может быть зарегистрирован экспериментально.

Возникновение пары частиц (электрона и позитрона), обладающих каждая спином, равным $\hbar/2$, из γ-фотона требует, помимо выполнения законов сохранения энергии и импульса, чтобы фотон обладал целым спином (в единицах $\hbar$), равным 0 или 1. Ряд веских соображений, в обсуждение которых мы не входим *), привел к выводу, что фотон не может быть бесспиновой частицей и что, следовательно, спин фотона равен $\hbar$.

3. Кроме процесса возникновения электронно-позитронной пары, возможен обратный процесс *соединения* этих частиц, при котором пара *уничтожается* и возникают в подавляющем большинстве случаев два γ-кванта. Этот процесс может быть описан следующим образом:

$$-_1e^0 + +_1e^0 \rightarrow 2\gamma. \qquad (46.5)$$

Появление при таком процессе двух γ-квантов вытекает из закона сохранения импульса. В самом деле, если до воссоединения частиц $-_1e^0$ и $+_1e^0$ суммарный импульс обеих частиц в системе координат, связанной с центром масс системы «электрон — позитрон», был равен нулю, то для сохранения импульса неизменным после уничтожения пары должны образоваться два γ-кванта, импульсы которых направлены в противоположные стороны. Каждый из γ-квантов уносит энергию, равную $h\nu = mc^2 = 0{,}511$ *Мэв*.

Прямым экспериментальным доказательством существования эффекта уничтожения пары являются опыты Л. А. Арцимовича, А. И. Алиханова и А. И. Алиханьяна. Они воспользовались тем, что в свободном состоянии позитрон может существовать весьма недолго. Проходя через вещество, он воссоединяется с одним из электронов атома вещества и при этом возникают два γ-кванта. В описываемых опытах источник позитронов помещался внутри свинцовой оболочки, которая располагалась между двумя счетчиками. Толщина оболочки выбиралась такой, чтобы все позитроны внутри нее соединялись с электронами, а образовавшиеся γ-кванты проходили наружу и фиксировались счетчиками. Опыты показали, что в каждом акте воссоединения позитрона с электроном возникали два γ-кванта, летящих в противоположные стороны. Измерения интенсивности γ-лучей

*) Они требуют применения методов современной квантовой теории поля — так называемой квантовой электродинамики.

позволили измерить энергию $h\nu$ квантов, оказавшуюся близкой к 0,5 *Мэв*.

4. Явления возникновения и уничтожения электронно-позитронной пары представляют интерес как пример взаимосвязи различных форм материи. Мы встречаемся здесь с превращением материи в форме вещества в материю в форме электромагнитного поля и с обратным превращением. Разумеется, при этих превращениях выполняются все законы сохранения. Так, масса γ-кванта, из которого образуется пара, оказывается в точности равной массе образовавшихся частиц. Поэтому не может быть речи ни о каком «уничтожении» или «рождении» массы, а тем более материи в этих процессах. Именно поэтому следует избегать термина «аннигиляция» («превращение в ничто») пары. Этот термин иногда встречается в литературе при описании процесса превращения пары в γ-кванты.

§ 46.4. Составное ядро. Общая характеристика ядерных реакций

1. В любых ядерных реакциях, за исключением спонтанного деления ядер (§ 46.8), атомные ядра сталкиваются с частицами (нейтронами, α-частицами, протонами) или между собой. Однако эти столкновения отличаются от соударений тел и частиц, которые изучаются в классической механике (т. 1, § 17.1), а также от соударений частиц с электронной оболочкой атомов и молекул. В ядерных столкновениях рассматривается передача импульса и энергии от налетающей частицы какой-либо *одной* частице мишени, с которой происходит столкновение. Например, при возбуждении или ионизации атома соударением его с ионом происходит передача энергии от иона к какому-либо электрону атома. В результате этот электрон либо переводится в возбужденное энергетическое состояние, либо, в случае ионизации, удаляется из атома.

2. В ядерных столкновениях мы встречаемся с принципиально иной ситуацией. Ядро представляет собой плотное образование, и когда в него попадает налетающая частица, она не взаимодействует с каким-либо одним нуклоном. Проникая в ядро, частица «застревает» в нем, причем энергия частицы передается *не одному, а многим нуклонам*. Захват ядром попавшей в него частицы приводит к образованию промежуточного, так называемого *составного ядра*. В этом состоит первый этап ядерной реакции.

3. Н. Бор, Л. Д. Ландау и Я. И. Френкель, развившие теорию составного ядра, показали, что энергия, которую приносит с собой частица, за весьма малое время *равномерно* распределяется между всеми частицами составного ядра. Согласно теории составного ядра, оно, как и любое возбужденное тяжелое ядро (с большим массовым числом), может рассматриваться как статистическая система частиц, совершающих неупорядоченные движения, подобные движению частиц в капле жидкости. По своим свойствам составное ядро должно быть аналогично *капле жидкости* (§ 44.7), поскольку быстрое перераспределение энергии между частицами в ядре возможно лишь при частых столкновениях частиц, что характерно для перераспределения энергии между частицами жидкости. Если составному ядру с массовым числом A сообщена энергия $\mathcal{E}$, то средней энергии возбуждения на одну частицу $\mathcal{E}/A$ должна соответствовать некоторая ядерная температура T, определяемая из условия

$$\frac{\mathcal{E}}{A} = \frac{3}{2} kT,$$

где k — постоянная Больцмана (т. 1, § 26.9). Мерой ядерной температуры является средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну частицу составного ядра. Например, при $A = 100$ и $\mathcal{E} = 10$ *Мэв* ядерная температура оказывается по порядку величины равной 10^9 градусам. Огромное значение T показывает условность этого понятия.

4. Статистическое рассмотрение составного ядра-капли оказалось очень плодотворным для описания общих закономерностей протекания ядерных реакций, в частности для понимания второго этапа ядерной реакции — вылета из составного ядра тех или иных частиц. В результате случайных отклонений от равномерного распределения энергии возбуждения между частицами составного ядра, на одной из них может сконцентрироваться энергия, достаточная для вылета этой частицы из ядра. Этот процесс можно рассматривать как испарение частицы из составного ядра-капли.

Между первым этапом ядерной реакции и вылетом из составного ядра тех или иных частиц проходит время, много большее так называемого *ядерного времени*. За ядерное время принимается время, необходимое для того, чтобы частица с энергией порядка 1 *Мэв* и скоростью 10^7—10^8 *м/сек* прошла расстояние, по порядку величины равное диаметру

ядра 10^{-14} *м*, т. е. время, равное

$$\tau_я = \frac{10^{-14}\ м}{10^7\ м/сек} = 10^{-21}\ сек.$$

В настоящее время промежуток 10^{-22}—10^{-20} *сек* представляет собой наименьшее время, встречающееся в природе. Меньшие промежутки времени пока не обнаружены. Время 10^{-22}—10^{-20} *сек* характеризует передачу самых сильных ядерных взаимодействий (§ 47.5). Время жизни составного ядра достигает $(10^6$—$10^7) \cdot \tau_я$. Это означает, что превращения составного ядра — второй этап ядерной реакции — происходят *независимо* от захвата падающей частицы ядром-мишенью, т. е. от первого этапа реакции.

Оба этапа ядерной реакции могут быть изображены следующей схемой:

$$_zX^{A_1} + a \rightarrow {}_{z_2}Y^{A_2} \rightarrow {}_{z_1}C^{A_1} + b, \qquad (46.6)$$

где $_zX^{A_1}$ — исходное ядро-мишень, a — налетающая частица, $_{z_2}Y^{A_2}$ — составное ядро, $_{z_1}C^{A_1}$ — ядро, являющееся продуктом ядерной реакции, b — частица, вылетевшая из ядра в результате реакции.

В том случае, если испущенная ядром частица тождественна с падающей, формула (46.6) описывает рассеяние частицы (неупругое или упругое, в зависимости от того, одинаковы или нет энергии частицы $a = b$ до и после рассеяния). Если же частица b не тождественна a, то происходит *ядерная реакция* в прямом смысле слова.

5. Ядерные реакции могут быть классифицированы по различным признакам: по энергиям вызывающих их частиц, по роду участвующих в них частиц и, наконец, по характеру происходящих ядерных превращений. Различают ядерные реакции при малых, средних и высоких энергиях. Реакции при малых энергиях (порядка электрон-вольта) происходят в основном с участием нейтронов. Реакции при средних энергиях (до нескольких *Мэв*) вызываются, кроме того, заряженными частицами (протонами, α-частицами) и γ-квантами. Реакции при высоких энергиях (сотни и тысячи *Мэв*) приводят к рождению отсутствующих в свободном состоянии элементарных частиц и имеют большое значение для изучения свойств и структуры элементарных частиц (гл. 47).

6. По роду участвующих в ядерных реакциях частиц различают реакции под действием нейтронов, реакции под действием заряженных частиц (кроме перечисленных выше,

или могут быть дейтроны и многозарядные ионы тяжелых химических элементов). Источниками заряженных частиц, помимо естественно-радиоактивных элементов, являются ускорители (§§ 5.4, 5.6).

Для краткого обозначения ядерной реакции принята следующая символика: (a, b), где a — символическое обозначение частицы, вызывающей реакцию, b — обозначение частицы, возникшей в результате реакции. Например, реакции (α, p) и (α, n) происходят под действием α-частиц и приводят к вылету из ядра соответственно протонов ${}_1p^1$ и нейтронов ${}_0n^1$.

§ 46.5. Понятие о взаимодействии нейтронов с веществом

1. Проходя через вещество, нейтроны практически не взаимодействуют с электронными оболочками атомов и молекул, поскольку нейтроны не обладают электрическим зарядом. Взаимодействие нейтронов происходит лишь с ядрами, чем и объясняется большая (по сравнению с заряженными частицами) проникающая способность нейтронов. Характер взаимодействия нейтронов с ядрами различен для случаев быстрых и медленных частиц. Нейтроны называются *быстрыми*, если их скорость v так велика, что соответствующая ей длина де-бройлевской волны $\lambda = \hbar/mv$ намного меньше, чем радиус R ядра, т. е. $\hbar/mv \ll R$ или $v \gg \hbar/mR$. Энергии быстрых нейтронов заключены в пределах от 0,1 *Мэв* до 50 *Мэв*. Если $\lambda \gtrsim R$, т. е. $v \leqslant \hbar/mR$, то нейтроны называются *медленными*. Их энергии не превышают 100 *кэв*.

2. В случае быстрых нейтронов можно считать, что ядро представляет для нейтрона некоторую мишень, с которой он соударится. Площадь мишени считается равной геометрическому сечению ядра, т. е. площади сечения сферического ядра по большому кругу.

Для медленных нейтронов с энергиями до 0,5 *эв* (их называют еще *тепловыми* нейтронами) эффективное поперечное сечение их взаимодействия с ядрами оказывается в 10^2—10^3 раз бо́льшим геометрического сечения ядра. Здесь уместно привести следующую оптическую аналогию. Если линейные размеры рассеивающего свет центра значительно превышают длину световой волны λ, то рассеяние света происходит по законам геометрической оптики и усложняющие явление дифракционные эффекты не учитываются. Это соответствует случаю быстрых нейтронов.

Рассеяние света на объектах с линейными размерами $d \approx \lambda$ происходит по законам волновой оптики, где интерференционные и дифракционные явления играют основную роль. Это соответствует случаю медленных нейтронов.

3. Опыты показали, что в результате взаимодействия нейтронов с ядрами может происходить либо рассеяние нейтронов на ядрах, либо захват нейтронов ядрами. В веществах, которые называются *замедлителями*, взаимодействие нейтронов с ядрами сводится преимущественно к рассеянию, и процессы захвата нейтронов существенной роли не играют.

В качестве замедлителей нейтронов применяют графит, тяжелую воду D_2O, HDO и соединения бериллия. Проходя через такие вещества, быстрые нейтроны испытывают рассеяние на ядрах и замедляются до тех пор, пока их энергия $\mathcal{E}$ не станет равной энергии теплового движения атомов вещества-замедлителя, т. е. $\mathcal{E} \approx kT$, где T — абсолютная температура. Энергия этих тепловых нейтронов переходит в основном в энергию отдачи ядер. При комнатной температуре энергия тепловых нейтронов равна 0,025 *эв*. Дальнейшие столкновения тепловых нейтронов с ядрами вещества-замедлителя не могут привести к уменьшению энергии нейтронов, так как наступает тепловое равновесие между нейтронами и окружающей средой: нейтроны с одинаковой вероятностью могут приобрести и потерять энергию порядка kT. Дальнейшие столкновения тепловых нейтронов с ядрами могут привести лишь к диффузии нейтронов в веществе без потери ими энергии, до тех пор, пока нейтрон не выйдет за пределы замедлителя.

4. В 1934 г. Энрико Ферми, исследуя явление искусственной радиоактивности, заметил, что вещества, приобретающие искусственную радиоактивность при действии нейтронов на их ядра, обнаруживают значительно бо́льшую активность, если нейтроны предварительно пропустить через замедлитель — водородосодержащее вещество типа парафина. Оказалось, что в некоторых случаях медленные нейтроны испытывают, проходя через вещество, не только рассеяние, но и *захват*. Захват нейтронов приводит к искусственной радиоактивности ядер вещества. Опыты показали, что при определенных энергиях медленных нейтронов их захват ядрами происходит наиболее интенсивно. Это явление, называемое *резонансным поглощением нейтронов*, происходит при совпадении энергии нейтрона с энергией составного ядра.

§ 46.6. Трансурановые элементы

1. Ядерные реакции ядер урана с нейтронами сыграли особую роль в ядерной физике. Благодаря этим реакциям было обнаружено деление ядер, о котором пойдет речь в следующем параграфе, а также была обнаружена возможность создания химических элементов, атомы которых имеют заряд ядра, превышающий 92. Такие химические элементы называются *трансурановыми*. Мы остановимся кратко на получении некоторых из них, которое стало возможно благодаря процессам, происходящим в ядерных реакторах (§ 46.10).

Резонансный захват медленных нейтронов наиболее распространенным изотопом урана $_{92}U^{238}$ приводит к образованию радиоактивного изотопа $_{92}U^{239}$, который, испытывая β_--радиоактивное превращение с периодом полураспада 23 *мин*, превращается в изотоп трансуранового элемента нептуния $_{93}Np^{239}$:

$$_{92}U^{238} + {}_0n^1 \longrightarrow {}_{92}U^{239} \xrightarrow[23\ мин]{\beta_-} {}_{93}Np^{239}.$$

2. В свою очередь, ядро изотопа нептуния $_{93}Np^{239}$, являясь β_--радиоактивным с периодом полураспада 2,3 дня, превращается в плутоний $_{94}Pu^{239}$:

$$_{93}Np^{239} \xrightarrow[2,3\ дня]{\beta_-} {}_{94}Pu^{239}.$$

Плутоний $_{94}Pu^{239}$ — важнейший трансурановый элемент. Благодаря эффективному делению под действием тепловых нейтронов (§ 46.7) он играет выдающуюся роль в получении ядерной энергии. Плутоний $_{94}Pu^{239}$ является α-радиоактивным с весьма большим периодом полураспада (24 000 лет). Он превращается в устойчивый изотоп урана $_{92}U^{235}$:

$$_{94}Pu^{239} \xrightarrow[2,4\cdot10^4\ лет]{\alpha} {}_{92}U^{235}.$$

3. Ядерная реакция типа (n, 2n) превращает изотоп урана $_{92}U^{238}$ в искусственно-радиоактивный изотоп $_{92}U^{237}$, который, будучи β_--активным, превращается в изотоп нептуния $_{93}Np^{237}$, являющийся α-радиоактивным с огромным периодом полураспада $2{,}2\cdot10^6$ лет:

$$_{92}U^{238} + {}_0n^1 \longrightarrow {}_{92}U^{237} + 2{}_0n^1; \qquad {}_{92}U^{237} \xrightarrow[6,8\ дня]{\beta_-} {}_{93}Np^{237}.$$

Изотоп нептуния $_{93}Np^{237}$ дает начало одному из радиоактивных семейств ядерных превращений (§ 45.2).

Помимо трансурановых элементов, рассмотренных выше, существуют и другие, получаемые бомбардировкой устойчивых изотопов тяжелых элементов $_{\ 7}U^{235}$ и $_{94}Pu^{239}$ α-частицами. До последнего времени периодическая система элементов была раздвинута до химического элемента с зарядом ядра $Z=103$. В 1964 г. она продвинулась еще на одну клетку. В СССР искусственным путем был получен химический элемент с номером $Z=104$ — курчатовий (§ 46.8).

§ 46.7. Деление ядер

1. Среди ядерных превращений особое место занимает деление тяжелых ядер на осколки приблизительно равной массы, имеющее огромное значение в современной науке и технике. В 1934 г. Ферми, изучая искусственную радиоактивность, обнаружил, что уран, облученный нейтронами, дает радиоактивные продукты, обладающие несколькими периодами полураспада. Вначале было предположено, что происходит образование трансурановых элементов: ядро урана, захватившее нейтрон, образует более тяжелый его изотоп, который в свою очередь, будучи β_--радиоактивным, превращается в химический элемент с $Z=93$. В свою очередь ядро атома этого элемента с помощью β_--распада превращается в ядро атома элемента с $Z=94$. Именно так впервые возникло предположение о существовании трансурановых (заурановых) химических элементов, рассмотренных в предыдущем параграфе.

Для проверки этого предположения в период 1936—1937 гг. были предприняты энергичные исследования ядерных реакций, происходящих при облучении урана нейтронами различных энергий. К удивлению ученых, исследование химических свойств продуктов этих реакций показало, что они напоминают свойства элементов, расположенных в средней части периодической системы. Так, в 1938 г. Ган и Штрассман весьма точным радиохимическим анализом доказали, что облучение урана нейтронами приводит к появлению химического элемента из середины менделеевской таблицы — бария $_{56}Ba$, являющегося химическим аналогом радия $_{88}Ra$. Аналогичный результат был ими получен при облучении нейтронами изотопа тория $_{90}Th^{232}$.

2. Эти удивительные результаты были впервые объяснены Фришем и Мейтнер, которые предположили, что тя-

желые ядра являются *неустойчивыми*. Возбужденное при захвате нейтрона тяжелое ядро (например, урана) может разделиться на две приблизительно равные части, называемые *осколками деления*. При этом нуклоны исходного составного ядра должны распределиться между осколками деления с выполнением законов сохранения зарядов и массовых чисел:

$$Z_U = Z_1 + Z_2; \qquad A_U + 1 \approx A_U - A_1 + A_2,$$

где индексы 1 и 2 относятся к осколкам деления, Z_U и A_U — заряд и массовое число исходного ядра урана. Эксперимент подтвердил это предположение: среди продуктов облучения урана нейтронами были обнаружены, помимо бария, радиоактивные изотопы стронция $_{38}Sr$ и иттрия $_{39}Y$, а кроме того, радиоактивный изотоп химически инертного газа (криптона или ксенона).

3. Простые соображения показывают, что *деление ядра урана на два осколка должно сопровождаться выделением огромной энергии*. В самом деле, из § 44.4 известно, что удельная энергия связи, т. е. энергия связи на один нуклон, в ядрах атомов элементов, расположенных в средней части периодической системы элементов, составляет примерно 8,7 *Мэв*, в то время как для тяжелых ядер она равна 7,6 *Мэв*. Этот факт приобретает теперь первостепенное значение: при делении неустойчивого, «рыхлого» ядра урана на два устойчивых, «упакованных» осколка должна освобождаться энергия, равная 1,1 *Мэв* на один нуклон. Всего для ядра урана $_{92}U^{238}$, содержащего 238 нуклонов, должна выделиться энергия порядка 200 *Мэв*. При делении ядер, содержащихся в 1 *г* урана $_{92}U^{238}$, выделится энергия $8 \cdot 10^{10}$ *дж*, или 22 000 *квт-ч*.

4. Основная часть энергии $\mathcal{E}$ деления должна выделяться в форме кинетической энергии осколков деления. Действительно, если акт деления произошел и осколки находятся друг от друга на расстоянии r, при котором ядерные силы притяжения уже не действуют, то проявляется электростатическая кулоновская энергия отталкивания заряженных ядер — осколков деления. Потенциальная энергия взаимодействия зарядов Z_1e и Z_2e равна

$$U = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Расстояние r между осколками в момент завершения деления, очевидно, будет $r = R_1 + R_2$, где R_1 и R_2 — радиусы

ядер осколков деления, которые можно вычислить по формуле (§ 44.6):

$$R = 1{,}4 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3} \text{ м}.$$

Считая, что $Z_1 = Z_2 = 92/2 = 46$, $R_1 = R_2$ и $A_1 = A_2 = 238/2 = 119$, получим по формуле для U значение, близкое к 200 *Мэв*. Очевидно, что потенциальная энергия U отталкивания ядер-осколков должна перейти в их кинетическую энергию K и осколки деления должны разлетаться с большими скоростями. Опыты подтвердили эти соображения и оценки.

5. Оказалось, что деление урана происходит при облучении его как быстрыми, так и медленными нейтронами, причем действие последних более эффективно. Масс-спектрометрические измерения позволили установить, что тепловые нейтроны производят деление ядер изотопа $_{92}U^{235}$, а энергия активации, т. е. минимальная энергия, необходимая для осуществления реакции деления ядра изотопа $_{92}U^{238}$, а также ядер изотопов тория и протактиния, существующих в природе, составляет приблизительно 1 *Мэв*.

Наличие осколков деления ядер урана было зафиксировано в камере Вильсона, в которую вводилась окись урана, нанесенная на тонкую пленку. Стереоскопические фотографии ясно обнаруживали следы тяжелых осколков, разлетающихся при делении в противоположных направлениях. Этот же результат был получен с помощью метода толстослойных фотоэмульсий.

6. Осколки, которые образуются при делении тяжелых ядер, должны быть β^--радиоактивны и могут испускать нейтроны. Этот вывод непосредственно вытекает из рассмотрения состава исходного тяжелого ядра и ядер — осколков деления. В ядрах атомов химических элементов, расположенных в середине менделеевской таблицы, число нейтронов N примерно равно числу протонов, так что $N/Z \approx 1$. Для тяжелых ядер, перегруженных нейтронами, отношение N/Z возрастает до 1,6. Из этого факта следуют два вывода. Во-первых, осколки деления в момент своего образования должны обладать избытком нейтронов над протонами и при этом должна наблюдаться β^--радиоактивность. Большая перегруженность ядер-осколков нейтронами должна привести к тому, что продукты β^--распада ядер-осколков также будут β^--радиоактивны. Во-вторых, очень существенно, что часть избыточных нейтронов, представляющих собой разность между числом нейтронов в исходном ядре и их числом в ядрах-осколках, будет

желые ядра являются *неустойчивыми*. Возбужденное при захвате нейтрона тяжелое ядро (например, урана) может разделиться на две приблизительно равные части, называемые *осколками деления*. При этом нуклоны исходного составного ядра должны распределиться между осколками деления с выполнением законов сохранения зарядов и массовых чисел:

$$Z_U = Z_1 + Z_2; \qquad A_U + 1 \approx A_U = A_1 + A_2,$$

где индексы 1 и 2 относятся к осколкам деления, Z_U и A_U — заряд и массовое число исходного ядра урана. Эксперимент подтвердил это предположение: среди продуктов облучения урана нейтронами были обнаружены, помимо бария, радиоактивные изотопы стронция $_{38}Sr$ и иттрия $_{39}Y$, а кроме того, радиоактивный изотоп химически инертного газа (криптона или ксенона).

3. Простые соображения показывают, что *деление ядра урона на два осколка должно сопровождаться выделением огромной энергии*. В самом деле, из § 44.4 известно, что удельная энергия связи, т. е. энергия связи на один нуклон, в ядрах атомов элементов, расположенных в средней части периодической системы элементов, составляет примерно 8,7 *Мэ*, в то время как для тяжелых ядер она равна 7,6 *Мэ*. Этот факт приобретает теперь первостепенное значение: при делении неустойчивого, «рыхлого» ядра урана на два устойчивых, «упакованных» осколка должна освобождаться энергия, равная 1,1 *Мэ* на один нуклон. Всего для ядра урана $_{92}U^{238}$, содержащего 238 нуклонов, должна выделиться энергия порядка 200 *Мэ*. При делении ядер, содержащихся в 1 *г* урана $_{92}U^{235}$, выделится энергия $8 \cdot 10^{10}$ *дж*, или 22 000 *квт-ч*.

4. Основная часть энергии $\mathcal{E}$ деления должна выделяться в форме кинетической энергии осколков деления. Действительно, если акт деления произошел и осколки находятся друг от друга на расстоянии r, при котором ядерные силы притяжения уже не действуют, то проявляется электростатическая кулоновская энергия отталкивания заряженных ядер — осколков деления. Потенциальная энергия взаимодействия зарядов Z_1e и Z_2e равна

$$U = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Расстояние r между осколками в момент завершения деления, очевидно, будет $r = R_1 + R_2$, где R_1 и R_2 — радиусы

ядер осколков деления, которые можно вычислить по формуле (§ 44.6):

$$R = 1{,}4 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3} \text{ м}.$$

Считая, что $Z_1 = Z_2 = 92/2 = 46$, $R_1 = R_2$ и $A_1 = A_2 = 238/2 = 119$, получим по формуле для U значение, близкое к 200 *Мэ*. Очевидно, что потенциальная энергия U отталкивания ядер-осколков должна перейти в их кинетическую энергию K и осколки деления должны разлетаться с большими скоростями. Опыты подтвердили эти соображения и оценки.

5. Оказалось, что деление урана происходит при облучении его как быстрыми, так и медленными нейтронами, причем действие последних более эффективно. Масс-спектрометрические измерения позволили установить, что тепловые нейтроны производят деление ядер изотопа $_{92}U^{235}$, а энергия активации, т. е. минимальная энергия, необходимая для осуществления реакции деления ядра изотопа $_{92}U^{238}$, а также ядер изотопов тория и протактиния, существующих в природе, составляет приблизительно 1 *Мэ*.

Наличие осколков деления ядер урана было зафиксировано в камере Вильсона, в которую вводилась окись урана, нанесенная на тонкую пленку. Стереоскопические фотографии ясно обнаруживали следы тяжелых осколков, разлетающихся при делении в противоположных направлениях. Этот же результат был получен с помощью метода толстослойных фотоэмульсий.

6. Осколки, которые образуются при делении тяжелых ядер, должны быть β^--радиоактивны и могут испускать нейтроны. Этот вывод непосредственно вытекает из рассмотрения состава исходного тяжелого ядра и ядер — осколков деления. В ядрах атомов химических элементов, расположенных в середине менделеевской таблицы, число нейтронов N примерно равно числу протонов, так что $N/Z \approx 1$. Для тяжелых ядер, перегруженных нейтронами, отношение N/Z возрастает до 1,6. Из этого факта следуют два вывода. Во-первых, осколки деления в момент своего образования должны обладать избытком нейтронов над протонами и при этом должна наблюдаться β^--радиоактивность. Большая перегруженность ядер-осколков нейтронами должна привести к тому, что продукты β^--распада ядер-осколков также будут β^--радиоактивны. Во-вторых, очень существенно, что часть избыточных нейтронов, представляющих собой разность между числом нейтронов в исходном ядре и их числом в ядрах-осколках, будет

испускаться осколками деления в виде так называемых *нейтронов деления*.

Число нейтронов, образовавшихся в актах деления, может быть несколько различным. Поэтому вводится понятие о *среднем числе* $\bar{\nu}$ возникших нейтронов, приходящемся на один акт деления. Так, для ядер плутония $_{94}Pu^{239}$ и урана $_{92}U^{235}$, которые делятся под действием тепловых нейтронов, число $\bar{\nu}$ равно соответственно 3,0 и 2,5. Таким образом, процесс деления ядер сопровождается *размножением нейтронов*.

7. Теория деления тяжелых ядер была разработана в 1939 г. Я. И. Френкелем, а также Бором и Дж. Уилером на основе гипотезы о неустойчивости тяжелых ядер. В основе теории лежала капельная модель ядра (§ 44.7). Мы рассмотрим кратко основы этой теории, ограничиваясь подсчетом энергетического баланса процесса деления и некоторыми, связанными с этим, вопросами. Нас будет интересовать лишь первая стадия деления — образование ядер-осколков, и мы не будем рассматривать их радиоактивных превращений.

Как известно из § 44.7, капельная модель ядра позволяет получить полуэмпирическую формулу для энергии связи ядра-капли. В этой формуле содержится ряд членов, из которых два представляют наибольший интерес для рассмотрения первой стадии деления ядра. Это, во-первых, поверхностная энергия $\mathcal{E}_s$ ядра-капли, равная

$$\mathcal{E}_s = 4\pi R^2\sigma,$$

где σ — «поверхностное натяжение». Во-вторых, электростатическая энергия $\mathcal{E}_k$ взаимодействия протонов, определяемая формулой

$$\mathcal{E}_k = \frac{3}{5}\frac{Z^2e^2}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

где Ze — заряд ядра, R — его радиус. Все остальные члены, выражающие различные свойства ядерных сил, зависят от общего числа A нуклонов в ядре. Для подсчета энергетического баланса деления ядра все эти члены не будут иметь значения, ибо общее число частиц сохраняется неизменным.

8. Подсчитаем энергию, которая освобождается при делении исходного ядра с зарядом Ze и массовым числом A на два одинаковых дочерних ядра-осколка, так что $A_1 = A_2 = A/2$ и $Z_1 = Z_2 = Z/2$.

Формулу для энергии связи в ядре до деления перепишем, удерживая лишь существенно важные члены, в таком виде:

$$\mathcal{E} = 4\pi R^2\sigma + \frac{3}{5}\frac{Z^2e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}. \qquad (46.7)$$

При делении ядра должно выполняться условие неизменности объема капли, т. е.

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 2\cdot\frac{4}{3}\pi R_1^3,$$

где R_1 — радиус ядра-осколка. Отсюда $R_1 = R/\sqrt[3]{2}$.

Энергия связи в двух ядрах-осколках по формуле (46.7) запишется следующим образом:

$$\mathcal{E}' = 2\left(4\pi R_1^2\sigma + \frac{3}{5}\frac{Z_1^2e^2}{4\pi\varepsilon_0 R_1}\right).$$

Подставив вместо R_1 его выражение и, кроме того, учитывая, что $Z_1 = Z/2$, получим

$$\mathcal{E}' = 2\left(4\pi\sigma\frac{R^2}{\sqrt[3]{4}} + \frac{3}{5}\sqrt[3]{2}\,\frac{Z^2e^2}{16\pi\varepsilon_0 R}\right). \qquad (46.8)$$

Разность $\Delta\mathcal{E}$ выражений (46.7) и (46.8) представляет собой энергию, которая освобождается при симметричном делении тяжелого ядра в виде кинетической энергии его осколков:

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E} - \mathcal{E}' = 4\pi R^2\sigma\left(1 - \frac{2}{\sqrt[3]{4}}\right) + \frac{3}{5}\frac{Z^2e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(1 - \frac{\sqrt[3]{2}}{2}\right). \qquad (46.9)$$

Первый член в формуле (46.9) имеет отрицательный знак, ибо $1 - (2/\sqrt[3]{4}) = 1 - \sqrt[3]{2} \approx -0{,}26$. Это соответствует тому, что при сохранении объема деление ядра-капли приводит к увеличению суммарной поверхности капель — осколков деления *). Физически это означает, что баланс одной только поверхностной энергии приводит к энергетической нецелесообразности процесса деления — энергетически выгодно, наоборот, слияние мелких капель с уменьшением свободной поверхности. Второй член выражения (46.9) положителен — электростатическая энергия взаимодействия протонов при делении убывает. Общий энергетический баланс деления определяется знаком $\Delta\mathcal{E}$. При $\Delta\mathcal{E} > 0$

*) Легко подсчитать, что $2\cdot 4\pi R_1^2 = 4\pi R^2 - 0{,}26\pi R^2$.

энергия будет выделяться, при $\Delta\mathcal{E}<0$ она поглощается. Все зависит от соотношения между поверхностной энергией, которая должна затрачиваться при разделении капли, и электростатической энергией, которая выделяется при делении.

9. Существуют некоторые критические параметры Z, R и σ ядра-капли, при которых процесс деления происходит *изоэнергетически*, без изменения энергии системы ($\Delta\mathcal{E}=0$), или является энергетически выгодным ($\Delta\mathcal{E}>0$). Запишем это условие в форме $\Delta\mathcal{E}\geqslant 0$. Тогда по формуле (46.9) получаем

$$\frac{3}{5}\frac{Z^2e^2}{4\pi\varepsilon_0 R} : 4\pi R^2\sigma \geqslant 2\frac{\sqrt[3]{2}-1}{2-\sqrt[3]{2}} \geqslant 0{,}70. \qquad (46.10)$$

Левая часть неравенства (46.10) представляет собой отношение энергии кулоновского отталкивания протонов, стремящегося разорвать ядро-каплю, к поверхностной энергии, стремящейся противодействовать растеканию капли. Полагая, согласно (44.11), $R=r_0A^{1/3}$, где $r_0=1{,}4\cdot10^{-15}$ м, можно переписать (46.10) со знаком равенства следующим образом:

$$\frac{3}{5}\frac{e^2}{(4\pi)^2\varepsilon_0 r_0^3\sigma}\left(\frac{Z^2}{A}\right)=0{,}70. \qquad (46.10')$$

Единственной переменной величиной в равенстве (46.10') является так называемый *параметр деления* Z^2/A. Для того чтобы определить, для каких значений параметра деления процесс деления будет энергетически выгоден, т. е. будет выполнено условие $\Delta\mathcal{E}\geqslant 0$, подставим в предыдущее выражение численные значения всех констант. Тогда получим следующее неравенство, определяющее необходимые значения параметра деления:

$$Z^2/A>17. \qquad (46.11)$$

Это условие выполняется для всех ядер, начиная с серебра $_{47}Ag^{107}$, для которого параметр деления ≈ 20. Чем больше параметр деления, тем легче должно делиться ядро.

§ 46.8. Энергия активации деления. Спонтанное деление ядер

1. Результат предыдущего параграфа как будто говорит о том, что все ядра атомов химических элементов второй половины периодической системы (при $Z\geqslant 47$) должны быть неустойчивы по отношению к процессу деления. Опыт же показывает, что подавляющее большинство изотопов с массовыми числами A, большими 108, являются устойчивыми, за исключением наиболее тяжелых, которые могут претерпевать так называемое самопроизвольное (спонтанное) деление, о котором речь пойдет дальше. Это кажущееся противоречие объясняется тем, что выполнения условия $\Delta\mathcal{E}\geqslant 0$ еще недостаточно для того, чтобы реакция деления произошла. Для осуществления реакции необходима затрата некоторого минимального количества энергии, называемого *энергией активации деления ядра* (или *порогом деления*) $\mathcal{E}_a$. Ядро-капля будет наиболее устойчиво в том случае, если сумма поверхностной и электростатической энергии сферического ядра-капли будет наименьшей. Пусть при этом ядро имеет радиус R. Отклонение от сферической формы ядра приведет к увеличению его поверхности и к соответствующему возрастанию поверхностной энергии $\mathcal{E}_s$. Одновременно с этим будет происходить уменьшение электростатической энергии $\mathcal{E}_k$, ибо при сферической форме ядра протоны максимально сближены друг с другом и энергия их отталкивания будет наибольшей.

2. При малых деформациях ядра-капли условие его устойчивости будет нарушено. Однако даже для малой деформации ядра необходимо затратить определенную энергию. Вначале, при нулевой деформации, ядро находится в устойчивом состоянии. При малых деформациях ядро — заряженная капля — приходит в колебания: попеременно то вытягивается, то сжимается. Когда деформация ядра достигнет некоторого критического значения, колебания ядра-капли приведут к его делению. Последовательные стадии деления ядерной капли изображены на рис. 46.4.

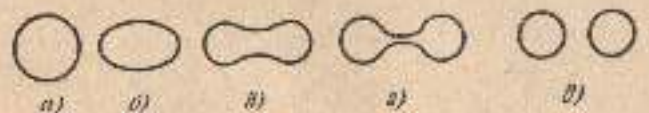


Рис. 46.4.

Промежуточные состояния связаны с образованием и удлинением «перетяжки» в капле (рис. 46.4, в). Если энергия возбуждения ядра окажется меньшей, чем энергия активации, то деформация возбужденного ядра-капли не дойдет до критической, ядро не разделится и перейдет в основное состояние, испустив γ-квант.

3. Френкель, а также Бор и Уиллер теоретически рассмотрели задачу о связи энергии активации деления ядра с параметром деления Z^2/A. Оказалось, что при определенном, так называемом *критическом* значении параметра $(Z^2/A)_{крит}$ ядро становится неустойчивым и самопроизвольно делится. Оказывается, что

$$(Z^2/A)_{крит} \approx 49. \qquad (46.12)$$

При $Z^2/A < (Z^2/A)_{крит}$ требуется затрата энергии активации $\mathcal{E}_a$, чтобы была достигнута критическая деформация ядра-капли, приводящая к делению. Для тяжелых ядер $\mathcal{E}_a$ составляет 5—7 *Мэв*, т. е. имеет тот же порядок величины, что и энергия связи нейтрона в тяжелом ядре, или, что то же самое, энергия связи, приходящаяся на один нуклон.

При $Z^2/A > (Z^2/A)_{крит}$ невозможно существование ядра. Деление такого сверхтяжелого ядра должно происходить самопроизвольно за время, сравнимое с ядерным временем 10^{-22} *сек*. Условие (46.12) ограничивает возможности устойчивого существования сверхтяжелых ядер. Наиболее тяжелыми являются трансурановые ядра, получаемые искусственным путем. Они имеют наибольшие значения параметра деления. Если для изотопа урана $_{92}U^{238}$ параметр деления равен 35,6, то для америция $_{95}Am^{243}$ он составляет 37,3.

В 1964 г. в лаборатории ядерных реакций Объединенного института ядерных исследований в Дубне под руководством акад. Г. Н. Флерова получен изотоп курчатовия — нового трансуранового элемента с $Z=104$ и массовым числом 260. Для получения этого элемента изотоп плутония $_{94}Pu^{242}$ облучался ядрами неона $_{10}Ne^{22}$. После захвата ядра неона ядро плутония приходило в возбужденное состояние и после испускания четырех нейтронов превращалось в ядро нового элемента $_{104}Ku^{260}$:

$$_{94}Pu^{242} + {}_{10}Ne^{22} \rightarrow {}_{104}Ku^{260} + 4{}_0n^1.$$

У нового, сто четвертого элемента периодической системы элементов параметр деления $Z^2/A \approx 41$, т. е. имеет значение, уже приближающееся к критическому. Время жизни ядер этого элемента и другие его характеристики тщательно исследуются в Дубне.

4. При значениях $Z^2/A < (Z^2/A)_{крит}$ возможно самопроизвольное деление ядер, происходящее аналогично α-распаду (§ 45.9), т. е. путем туннельного эффекта. В 1939—1940 гг. Г. Н. Флеров и К. А. Петржак впервые наблюдали самопроизвольное деление урана $_{92}U^{238}$. С помощью весьма чувствительной методики они обнаружили в ионизационной камере импульсы, создаваемые осколками деления урана, не подвергнутого действию нейтронов, вызывающих деление. Период полураспада спонтанного деления составляет, по оценкам Флерова и Петржака, 10^{16}—10^{17} лет. Напомним, что для естественной α-радиоактивности урана $_{92}U^{238}$ период полураспада составляет 10^9 лет, т. е. на семь порядков меньше.

5. На опыте обнаружена существенная разница в делении ядер двух изотопов урана — $_{92}U^{238}$ и $_{92}U^{235}$. Как уже отмечалось в § 46.7, ядра урана $_{92}U^{238}$ делятся под действием нейтронов с кинетической энергией не менее 1 *Мэв*, в то время как ядра урана $_{92}U^{235}$ делятся при захвате самых медленных, тепловых нейтронов. Объяснение этих различий заключается в следующем. Составное ядро $_{92}U^{239}$, возникшее при захвате нейтрона ядром $_{92}U^{238}$, имеет параметр деления Z^2/A, равный 35,46, и энергию активации деления $\mathcal{E}_a = 7{,}0$ *Мэв*. Энергия связи нейтрона, захваченного ядром $_{92}U^{238}$, составляет около 6 *Мэв*. Таким образом, деление ядер $_{92}U^{238}$ может быть вызвано нейтронами с кинетической энергией не менее 1 *Мэв*. Для составного ядра $_{92}U^{236}$, получившегося при захвате нейтрона ядром $_{92}U^{235}$, параметр деления и энергия активации деления равны соответственно 35,9 и 6,6 *Мэв*. Эти значения указывают, что условия для деления ядер $_{92}U^{235}$ под действием нейтронов более благоприятны, чем для ядер $_{92}U^{238}$. Кроме того, энергия возбуждения, сообщаемая ядру $_{92}U^{236}$ при захвате нейтрона, составляет около 6,8 *Мэв*.

Тепловые нейтроны вызывают деление ядер изотопа урана $_{92}U^{235}$ и трансуранового элемента плутония $_{94}Pu^{239}$.

§ 46.9. Цепная реакция деления

1. Для практического применения деления тяжелых ядер важнейшее значение имеет выделение большой энергии при каждом акте деления и появление при этом нескольких (двух, трех) нейтронов. Если каждый из этих нейтронов, взаимодействуя с соседними ядрами делящегося вещества, в свою очередь вызывает в них реакцию деления, то проис-

ходит *лавинообразное* нарастание числа актов деления. Такая реакция деления называется *цепной*. Свое название эта реакция получила по аналогии с цепными химическими реакциями, т. е. реакциями, продукты которых могут вновь вступать в соединения с исходными веществами.

В 1939 г. Я. Б. Зельдович и Ю. Б. Харитон впервые указали на возможность существования цепной ядерной реакции деления. Каждый из нейтронов, образовавшихся при одном акте деления, если он будет захвачен ядром, вызовет появление новых нейтронов деления, в свою очередь способных вызвать реакции деления, и т. д.

2. Рассмотрим несколько подробнее возможность осуществления цепной реакции. Предположение о том, что каждый из нейтронов захватывается соседними ядрами, в действительности не реализуется. Часть вторичных нейтронов попадает в ядра атомов тех веществ, которые непременно присутствуют в той области, где реализуется цепная реакция, но не являются делящимися, — замедлители нейтронов, теплоносители, уносящие тепло из зоны реакции, и др. Часть нейтронов может просто выйти за пределы *активной зоны* — того пространства, где происходит цепная реакция.

Очевидно, что непременным условием возникновения цепной реакции является наличие размножающихся нейтронов. Введем понятие о коэффициенте k размножения нейтронов. *Коэффициентом размножения нейтронов* называют отношение числа нейтронов, возникших в некотором звене реакции, к числу таких нейтронов в предшествующем ему звене. Необходимым условием для развития цепной реакции является требование $k \geqslant 1$. Величина k определяется, во-первых, значением среднего числа нейтронов, возникших при одном акте деления (§ 46.7), во-вторых, вероятностями различных процессов взаимодействия нейтронов с ядрами делящегося вещества и примесей в нем, а также размерами системы.

Роль последнего фактора существенна потому, что с уменьшением размеров активной зоны увеличивается доля нейтронов, выходящих за ее пределы, и уменьшается возможность дальнейшего развития цепной реакции. Потери нейтронов пропорциональны площади поверхности, а генерация нейтронов пропорциональна массе и, следовательно, объему делящегося вещества. Например, для делящегося вещества, имеющего сферическую форму (объем $V \sim R^3$, поверхность $S \sim R^2$, $S/V \sim 1/R$), с уменьшением R, т. е.

с уменьшением объема и массы делящегося вещества, будет расти доля потерь нейтронов, вылетающих из активной зоны. Минимальные размеры активной зоны, при которых возможно осуществление цепной реакции, называются *критическими размерами*.

Минимальная масса делящихся веществ, находящихся в системе критических размеров, называется *критической массой*.

Для уменьшения потерь нейтронов и уменьшения критических параметров делящегося вещества его окружают *отражателем* — слоем неделящегося вещества, обладающего малым эффективным поперечным сечением для захвата нейтронов и большим сечением их рассеяния. Отражатель возвращает в активную зону большую часть вылетевших из нее нейтронов. В качестве отражателей используются те же вещества, которые применяются для замедления нейтронов (§ 46.5), — графит, тяжелая вода D_2O и HDO, соединения бериллия.

3. Одной из наиболее важных характеристик цепной реакции является скорость ее развития, зависящая, помимо коэффициента k размножения нейтронов, от среднего времени τ между двумя последовательными актами деления. Очевидно, что τ определяет среднее время жизни одного «поколения» нейтронов, т. е. среднее время от момента деления до захвата нейтрона ядром атома делящегося вещества. Точнее, время τ складывается из времени деления ядра, времени запаздывания вылета нейтрона из ядра относительно момента деления и времени, прошедшего до следующего захвата.

4. В случае развивающейся цепной реакции для резкого уменьшения времени τ, т. е. для получения весьма быстрой цепной реакции взрывного типа, необходимо осуществить процесс размножения на быстрых нейтронах; для получения управляемой цепной реакции необходимо увеличивать время τ, т. е. нужно стремиться к тому, чтобы время запаздывания вылета нейтронов относительно момента деления и время перемещения нейтронов до следующего захвата по возможности были бо́льшими. Первое зависит от механизма возникновения вторичных нейтронов и меньше поддается воздействию, второе — от взаимодействия вылетевших из ядра нейтронов с окружающими ядрами, т. е. от замедления нейтронов, их движения в веществе и, наконец, от их захвата. Управление цепной реакцией сводится, в основном, к воздействию на эти процессы.

§ 46.10. Ядерные реакторы

1. Управляемые цепные реакции осуществляются в *ядерных реакторах* или *атомных котлах*.

В качестве сырьевых и делящихся веществ в реакторах используются $_{92}U^{238}$, $_{94}Pu^{239}$, $_{92}U^{235}$, а также $_{90}Th^{232}$. В естественной смеси изотопов урана изотопа $_{92}U^{238}$ содержится в 140 раз больше, чем изотопа $_{92}U^{235}$. Для понимания процессов, которые могут происходить в реакторе с природной смесью изотопов, необходимо учитывать различия в условиях, при которых происходит деление ядер обоих изотопов урана. Исследование энергетического спектра нейтронов, испускаемых при делении, показывает, что их энергии составляют в основном около 0,7 *Мэв*. Эти нейтроны способны вызвать деление лишь ядер $_{92}U^{235}$. Те немногие нейтроны, энергия которых превышает энергию активации деления ядра $_{92}U^{238}$, с большей вероятностью претерпевают неупругое рассеяние и их энергия оказывается, как правило, ниже порога деления ядра $_{92}U^{238}$. В результате ряда столкновений с ядрами урана нейтроны теряют энергию *большими* порциями, замедляются и испытывают захват ядрами $_{92}U^{238}$ или поглощаются ядрами $_{92}U^{235}$. Поглощение нейтронов ядрами $_{92}U^{235}$ способствует развитию цепной реакции, поглощение же их ядрами $_{92}U^{238}$ выводит нейтроны из цепной реакции и ведет к обрыву цепной реакции. Расчеты показывают, что в *естественной смеси* изотопов урана вероятность обрыва цепной реакции *превышает* вероятность развития реакции и цепная реакция деления *не может развиваться* ни на быстрых, ни на медленных нейтронах.

2. *В ядерных реакторах на медленных нейтронах* условием, обеспечивающим развитие цепной реакции, является применение замедлителя для уменьшения захвата нейтронов ядрами $_{92}U^{238}$. При каждом столкновении с ядрами замедлителя нейтрон теряет энергию *большими* порциями, и это благоприятствует «проскакиванию» энергии нейтрона через ту область энергий, при которых происходит захват нейтрона ядрами $_{92}U^{238}$. В качестве замедлителей применяют углерод (в виде графита), дейтерий (в виде тяжелой воды D_2O и HDO), бериллий и окись бериллия, ядра которых меньше других ядер захватывают тепловые нейтроны.

3. Различаются два типа реакторов на медленных нейтронах — *гомогенные* и *гетерогенные*. В гомогенных реакторах делящееся вещество равномерно распределяется по объему замедлителя (например, растворяется в воде).

В гетерогенных реакторах уран расположен отдельными блоками по объему замедлителя — тяжелой воды или графита. В гомогенных реакторах нейтроны в ходе замедления все время находятся вблизости от ядер атомов урана, распределенных по всему объему. Это приводит к большей вероятности поглощения нейтронов ядрами атомов урана, а не замедлителя, но это же снижает вероятность избежать захвата нейтронов ядрами $_{92}U^{238}$. В гетерогенных реакторах, наоборот, сравнительно мала вероятность поглощения тепловых нейтронов ядрами урана, но зато повышается вероятность избежать захвата ядрами $_{92}U^{238}$, ибо значительную часть времени замедляемые нейтроны с энергиями, «опасными» для захвата, проводят за пределами блоков делящегося урана. Работе реактора способствует также снижение утечки нейтронов, достигаемое за счет увеличения критических размеров и применения отражателей нейтронов.

4. Быстрое развитие цепной реакции сопровождается выделением большого количества энергии, что может вызвать излишний перегрев реактора. При достижении реактором требуемой мощности необходимо режим развивающейся реакции свести к критическому режиму со значением $k=1$ и затем поддерживать этот режим. Для уменьшения коэффициента размножения нейтронов в активную зону реактора вводятся стержни из материалов, сильно поглощающих тепловые нейтроны, например из бора или кадмия. Такие *управляющие стержни* уменьшают значение k и предотвращают нарастание скорости цепной реакции, поддерживая ее в стационарном режиме.

5. Деление ядер урана, осуществляемое в реакторах, сопровождается образованием большого числа различных радиоактивных осколков. Расчеты показывают, что на 22 000 *квт-ч* энергии образуется примерно 1 *г* осколков. При этом испускаются β-лучи и γ-излучение. Кроме того, реакторы, работающие с замедлителями, испускают мощные потоки тепловых нейтронов, которые используют для получения различных искусственно-радиоактивных изотопов. Эти изотопы применяют для исследований в различных областях народного хозяйства.

Нейтронные потоки и γ-лучи, возникающие в ядерных реакторах, имеют большую интенсивность, обладают высокой проникающей способностью и губительно действуют на организм человека. Поэтому для защиты персонала, обслуживающего ядерные реакторы, применяют специаль-

ные меры. Одна из наиболее эффективных мер — автоматизация процессов управления реактором.

6. Примером гетерогенного ядерного реактора на медленных нейтронах является реактор первой в мире советской атомной электростанции, введенной в эксплуатацию 27 июня 1954 г. Полезная мощность реактора составляет 5000 *квт*. Замедлителем нейтронов служит графит. Активная зона реактора представляет собой графитовый цилиндр диаметром 1,5 *м* и высотой 1,7 *м*, окруженный графитовым отражателем. В активной зоне расположены 128 вертикальных рабочих каналов для помещения в них делящегося вещества — природной смеси урана, обогащенной изотопом $_{92}U^{235}$. Рабочие каналы выполнены в форме стальных трубок, на которые надеты втулки из уранового сплава. Внутри трубок протекает вода для охлаждения урана. В активной зоне расположены также 22 канала для управляющих стержней из карбида бора, сильно поглощающего тепловые нейтроны. С помощью управляющих стержней мощность реактора поддерживается на необходимом заданном уровне. Вода, охлаждающая реактор, становится радиоактивной. Нагретая вода поступает в парогенератор и там передает тепло воде, циркулирующей во втором замкнутом контуре, в котором образуется пар с давлением 12,5 *атм* и температурой 260 °С, подводимый затем к турбине.

Управление узлами атомной электростанции автоматизировано и производится на расстоянии.

7. Первая советская атомная электростанция (АЭС) явилась прототипом для крупнейшей в СССР Белоярской атомной электростанции им. И. В. Курчатова. Первый блок этой станции мощностью 100 тыс. *квт* введен в эксплуатацию в 1964 г. Использование сверхкритических параметров пара (давление 250 *атм*, температура 535—565 °С) позволило повысить коэффициент полезного действия этой станции.

Урановые реакторы на тепловых нейтронах могут решить задачу энергоснабжения в ограниченном масштабе, который определяется количеством урана $_{92}U^{235}$. При использовании всего природного запаса $_{92}U^{235}$ можно получить энергию, приблизительно эквивалентную запасам обычного топлива на Земле.

8. Для увеличения ядерных энергетических ресурсов используются процессы, происходящие при захвате нейтронов ядрами $_{92}U^{238}$ и тория $_{90}Th^{232}$. Они приводят к появлению эффективно делящихся плутония $_{94}Pu^{239}$ и изотопа

урана $_{92}U^{233}$. Схема получения плутония рассмотрена в § 46.6:

$$_{92}U^{238}(n, \gamma) \rightarrow {}_{92}U^{239} \xrightarrow[23\ мин]{\beta^-} {}_{93}Np^{239} \xrightarrow[2{,}3\ дня]{\beta^-} {}_{94}Pu^{239}.$$

Реакция на торий происходит по следующей схеме:

$$_{90}Th^{232}(n, \gamma) \rightarrow {}_{90}Th^{233} \xrightarrow[23\ мин]{\beta^-} {}_{91}Pa^{233} \xrightarrow[27{,}4\ дня]{\beta} {}_{92}U^{233}.$$

Захват нейтронов ядрами $_{92}U^{238}$ сопровождается созданием ядерного горючего, которое может быть химическим путем отделено от $_{92}U^{238}$. Этот процесс называется *воспроизводством ядерного горючего*. При делении одного ядра $_{92}U^{235}$ образуется в среднем 2,5 нейтрона, из которых лишь один необходим для поддержания цепной реакции. Остальные 1,5 нейтрона могут быть захвачены ядрами $_{92}U^{238}$ и из них могут быть образованы 1,5 ядра $_{94}Pu^{239}$. В специальных *бридерных* (*воспроизводящих*) *реакторах* коэффициент воспроизводства ядерного горючего превышает единицу. В урановых реакторах, работающих на медленных нейтронах, этого осуществить нельзя. Действительно, в таком реакторе деление происходит в 84,5 случаях из 100 поглощений тепловых нейтронов ядрами $_{92}U^{235}$. Теоретически возможный максимальный коэффициент воспроизводства ядерного горючего составит 2,5·0,845—1=1,11 вместо 1,5. В результате поглощения нейтронов замедлителем и их вылета за пределы реактора он еще уменьшится. В реакторах с замедлителем коэффициент воспроизводства ядерного горючего, как правило, меньше единицы. Например, в реакторе первой АЭС он составляет всего 0,32.

Бридерные реакторы работают на быстрых нейтронах. Активной зоной является сплав урана, обогащенного изотопом $_{92}U^{238}$, с тяжелым металлом (висмут, свинец), мало поглощающим нейтроны. В бридерных реакторах отсутствует замедлитель. Управление таким реактором производится перемещением отражателя или изменением массы делящегося вещества.

9. В СССР созданы реакторы на быстрых нейтронах, дающие огромную интенсивность нейтронных потоков. В Советском Союзе — пионере ядерной энергетики — ведется большая работа по ядерному реакторостроению и мирному использованию энергии делящихся ядер.

Последовательная борьба Советского Союза за мирное использование внутриядерной энергии нашла свое отра-

жение к достигнутом в 1964 г. соглашении между СССР и США о направлении большого количества расщепляющихся материалов для использования в мирных целях, в том числе *для опреснения морской воды*. Расчеты показывают, что реактор на быстрых нейтронах мощностью $2{,}2 \cdot 10^8$ *вт* может обеспечить работу электростанции мощностью $6{,}1 \cdot 10^8$ *вт* и дистилляционной опреснительной установки производительностью 180 тыс. $м^3$ пресной воды в сутки при стоимости воды 2—3 копейки за 1 $м^3$. При достижении реакторами мощности $(10—20) \cdot 10^9$ *вт* стоимость опресненной воды настолько снизится, что можно будет ставить вопрос о применении ее для орошения засушливых земель.

Одновременно с решением проблемы большой ядерной энергетики и увеличением мощности реакторов в СССР успешно решаются проблемы малой ядерной энергетики. Уменьшение размеров реакторов крайне важно для использования ядерного горючего в двигателях, где лимитирован вес горючего. Такие двигатели устанавливаются на подводных лодках и ледоколах дальнего плавания. Как известно, в 1959 г. в СССР вступил в строй первый в мире ледокол «Ленин» с двигателем на ядерном топливе. В течение трех лет машины ледокола «Ленин» работали без перезарядки горючего.

§ 46.11. Атомная бомба

1. Особым реактором на быстрых нейтронах, в котором осуществляется быстрая неуправляемая цепная реакция взрывного типа, является *атомная бомба*. Ядерным взрывчатым веществом в ней служат чистые делящиеся вещества $_{92}U^{235}$, $_{94}Pu^{239}$ и $_{92}U^{233}$. В период до взрыва развитию цепной реакции препятствует вылет нейтронов за пределы делящегося вещества. Быстрая цепная реакция взрывного типа оказывается возможной при определенных критических параметрах (размере и массе) устройства. Отсутствие замедлителя приводит к значительному снижению критических размеров системы. Для изотопов $_{92}U^{235}$, $_{94}Pu^{239}$ и $_{92}U^{233}$ критическая масса составляет, по-видимому, 10—20 *кг*. При плотности вещества $\rho = 18{,}7$ *г/см*^{3} его критическая масса занимает объем шара радиусом 4—6 *см*. Некоторое уменьшение критической массы взрывчатого вещества бомбы может быть достигнуто за счет помещения заряда в оболочку из металлов, имеющих большую плотность и мало поглощающих нейтроны.

2. Для осуществления взрывной реакции необходимо, чтобы взрывчатое вещество находилось вначале в состоянии, при котором невозможно быстрое развитие цепной реакции. Перевод вещества бомбы в такие условия, при которых может произойти неуправляемая цепная реакция, должен производиться максимально быстро. Для этой цели вначале ядерный заряд бомбы делится, например, на две части, каждая из которых находится еще в условиях, когда реакция невозможна. В момент осуществления взрыва одна из половин заряда выстреливается в другую и при их соединении почти мгновенно происходит взрывная цепная реакция.

3. Взрывная реакция приводит к выделению колоссальной энергии. Температура, развивающаяся при этом, достигает 10^7 градусов. Разрушительная сила бомбы, сброшенной на Хиросиму, была эквивалентна взрыву 20 000 тонн тринитротолуола. В поздних образцах атомного оружия разрушительная сила доведена до эквивалента в сотни тысяч тонн и более. Если к этому добавить, что при атомном взрыве возникает огромное количество радиоактивных осколков деления, в том числе и весьма долго живущих, то станет очевидным, что ядерный взрыв представляет собой ужасную катастрофу. Тем большее значение приобретает та борьба, которую последовательно проводит Советский Союз за запрещение использования ядерного оружия. Существенным этапом этой борьбы явилось соглашение о запрещении экспериментальных ядерных взрывов в трех средах (в воздухе, на земле и под водой), достигнутое в 1963 г.

§ 46.12. Термоядерные реакции

1. Кроме реакции деления тяжелых ядер, существует еще один путь выделения ядерной энергии — синтез ядер гелия из ядер изотопов водорода. Водород имеет три изотопа: легкий водород, или протий, с атомным весом 1,008, тяжелый водород, или дейтерий, с атомным весом 2,015 и сверхтяжелый водород, или тритий, с атомным весом 3,017. Ядра этих изотопов называются соответственно протон, дейтрон (или дейтерон) и тритон и обозначаются: $_1H^1$ или $_1p^1$, $_1H^2$ или $_1D^2$, $_1H^3$ или $_1T^3$. Удельная энергия связи ядра гелия (§ 44.4) значительно превышает удельную энергию связи ядер изотопов водорода. Поэтому при синтезе ядер гелия из водородных ядер будет выделяться энергия. Весьма эффективной в отношении выделения

энергии является следующая реакция:

$$_1D^2 + {}_1T^3 \rightarrow {}_2He^4 + {}_0n^1. \qquad (46.13)$$

Оказывается, что при этой реакции выделяется энергия, равная 17,6 *Мэв*.

2. Выделение энергии на один нуклон в реакции синтеза в несколько раз больше, чем при делении тяжелых ядер. Так, при делении ядер урана, как уже говорилось, выделяется энергия около 200 *Мэв*, что составляет на один нуклон 200/238≈0,85 *Мэв*. В реакции же (46.13) на один нуклон выделяется 17,6/5≈3,5 *Мэв*, т. е. в четыре раза больше. Еще бо́льшая энергия выделяется при синтезе ядра гелия из четырех протонов:

$$4\,{}_1p^1 \rightarrow {}_2He^4 + 2\,{}_{+1}e^0. \qquad (46.13')$$

В этой реакции выделяется энергия, равная 26,8 *Мэв*, т. е. выделение энергии на одну частицу составляет 26,8/4≈≈6,7 *Мэв*.

3. Для осуществления реакции синтеза, для слияния легких ядер, нужно преодолеть потенциальный барьер, обусловленный кулоновским отталкиванием одноименно заряженных ядер. Оценим качественно высоту этого барьера.

Для слияния ядер дейтронов их нужно сблизить вплотную, т. е. на расстояние между центрами, равное удвоенному радиусу ядра водорода, $r \approx 3 \cdot 10^{-15}$ *м*. Для этого нужно совершить работу, равную электростатической потенциальной энергии ядер, находящихся на этом расстоянии друг от друга: $U = e^2/4\pi\varepsilon_0 r$. Подставив числа, найдем, что высота потенциального барьера составляет примерно 0,1 *Мэв*. Ядра дейтрона смогут преодолеть этот барьер, если при столкновении они будут обладать соответствующей кинетической энергией. Средняя кинетическая энергия теплового движения дейтронов ($^3/_2 kT$) равна 0,1 *Мэв* и достаточна для преодоления потенциального барьера при $T = 2 \cdot 10^9$ °К, т. е. при температуре порядка миллиардов градусов. Это значительно больше температуры внутренних областей Солнца, которая оценивается примерно в 10^7 °К.

4. Однако термоядерные реакции синтеза могут происходить и при температурах меньших, чем 10^9 °К. Дело в том, что скорости ядер распределены по закону Максвелла, и поэтому при температуре, меньшей 10^9 °К, например при $T \approx 10^7$ °К, имеется некоторая доля ядер, энергия которых превышает высоту потенциального барьера и которые, следовательно, могут начать реакцию синтеза.

Из приведенных данных видно, что реакции синтеза ядер требуют нагрева до очень высоких температур. Поэтому эти реакции называются *термоядерными*.

Частицы, находящиеся в «хвосте» максвелловского распределения при $T \approx 10^7$ °К, имеют энергии порядка десятков килоэлектрон-вольт, что еще, однако, значительно ниже кулоновского барьера. В ядерных реакциях заряженных частиц при обычных температурах вероятность туннельного проникновения сквозь кулоновский барьер при столкновении ядер невелика. Однако она очень быстро увеличивается с ростом энергии сталкивающихся частиц. Например, для двух ядер дейтерия эта вероятность при средней энергии частиц 1,7 *кэв* (соответствующей температуре $2 \cdot 10^7$ °К) превышает в 10^{37} раз вероятность туннельного слияния двух ядер дейтерия, обладающих средней энергией 17 *эв* ($T = 2 \cdot 10^5$ °К). Температура 10^7 °К оказывается достаточной для того, чтобы начала протекать термоядерная реакция за счет туннельного слияния ядер, находящихся в «хвосте» максвелловского распределения. Кроме того, благоприятную роль для протекания термоядерных реакций играет то обстоятельство, что с повышением температуры интенсивнее происходят столкновения ядер, находящихся на «хвосте» максвелловского распределения, что способствует проникновению ядер друг в друга сквозь кулоновский потенциальный барьер.

5. Температура порядка 10^7 °К характерна для центральной части Солнца. С другой стороны, спектральный анализ излучения Солнца позволяет установить, что в составе Солнца, как и в составе многих других звезд, имеется значительная часть водорода (около 80%) и гелия (до 20%). Углерод, азот и кислород составляют не более 1% массы звезд. Впрочем, если учесть, что масса Солнца колоссальна ($1{,}99 \cdot 10^{30}$ *кг*), то на Солнце имеется достаточное количество этих газов. Сопоставление всех этих данных с условиями протекания термоядерных реакций привело к выводу, что *термоядерные реакции должны происходить на Солнце и звездах* и являться источником энергии, компенсирующим их излучение. Ежесекундно Солнце излучает энергию $3{,}8 \cdot 10^{26}$ *дж*, что соответствует уменьшению его массы покоя на 4,3 млн. тонн. Полезно отметить, что *удельное* выделение энергии Солнца, т. е. выделение, приходящееся на единицу массы в одну секунду, оказывается при этом весьма малым,

всего $1{,}9 \cdot 10^{-4}$ *дж/сек·кг*. Оно составляет лишь 1% от удельного выделения энергии в живом организме в процессе обмена веществ.

Малое удельное выделение Солнцем энергии за 1 сек объясняет, почему мощность излучения энергии нашим светилом практически не изменялась за несколько миллиардов лет существования солнечной системы.

6. В 1938 г. было высказано предположение о возможном протекании термоядерных реакций на Солнце в форме так называемого *протонно-протонного цикла*. В одном из вариантов протонно-протонного цикла происходят, как считают, следующие реакции. Цикл начинается с соединения двух протонов с образованием дейтрона и испусканием позитрона и электронного нейтрино:

$$_1p^1 + {}_1p^1 \longrightarrow {}_1D^2 + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu_e^0.$$

Далее дейтрон реагирует с протоном, образуя ядро легкого изотопа гелия $_2He^3$, а избыток энергии выделяется в виде γ-излучения:

$$_1D^2 + {}_1p^1 \longrightarrow {}_2He^3 + \gamma.$$

Заметим, что позитрон, образовавшийся на первом этапе цикла, соединяясь с электроном плазмы, также дает γ-излучение.

С 1951 г. считают, что наиболее вероятным продолжением цикла является соединение ядер гелия $_2He^3$ с образованием ядра $_2He^4$ (α-частицы) и двух протонов:

$$_2He^3 + {}_2He^3 \longrightarrow {}_2He^4 + 2{}_1p^1.$$

Результатом цикла является синтез водородных ядер в ядро гелия, сопровождающийся выделением энергии.

7. В 1939 г. Г. Бете рассмотрел цикл термоядерных реакций, называемый *углеродно-азотным циклом или циклом Бете*. В этом цикле соединение ядер водорода в ядро гелия облегчается при помощи ядер углерода $_6C^{12}$, играющих роль катализаторов термоядерной реакции. Началом цикла является проникновение быстрого протона в ядро углерода $_6C^{12}$ с образованием ядра неустойчивого радиоактивного изотопа азота $_7N^{13}$ и с излучением γ-кванта:

$$_6C^{12} + {}_1p^1 \longrightarrow {}_7N^{13} + \gamma.$$

С периодом полураспада 14 *мин* в ядре $_7N^{13}$ происходит превращение (46,4) $_1p^1 \rightarrow {}_0n^1 + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu_e^0$ и образуется ядро

изотопа углерода $_6C^{13}$:

$$_7N^{13} \longrightarrow {}_6C^{13} + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu_e^0.$$

Приблизительно через каждые 2,7 млн. лет ядро $_6C^{13}$, захватив протон, образует ядро устойчивого изотопа азота $_7N^{14}$:

$$_6C^{13} + {}_1p^1 \longrightarrow {}_7N^{14} + \gamma.$$

Спустя в среднем 32 млн. лет ядро $_7N^{14}$ захватывает протон и превращается в ядро кислорода $_8O^{15}$:

$$_7N^{14} + {}_1p^1 \longrightarrow {}_8O^{15} + \gamma.$$

Неустойчивое ядро $_8O^{15}$ с периодом полураспада 3 *мин* испускает позитрон и нейтрино и превращается в ядро $_7N^{15}$:

$$_8O^{15} \longrightarrow {}_7N^{15} + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu_e^0.$$

Завершается цикл реакцией поглощения ядром $_7N^{15}$ протона и распадом его на ядро углерода $_6C^{12}$ и α-частицу, происходящими приблизительно через 100 тысяч лет:

$$_7N^{15} + {}_1p^1 \longrightarrow {}_6C^{12} + {}_2He^4.$$

Новый цикл начинается вновь с поглощения углеродом $_6C^{12}$ протона, происходящего в среднем через 13 млн. лет. Отдельные реакции цикла отделены временами, которые с точки зрения земных масштабов времени являются непомерно большими. Однако нужно учесть, что этот цикл является *замкнутым* и *непрерывно происходящим*. Поэтому различные реакции цикла происходят на Солнце одновременно, начавшись в разные моменты времени.

Результатом *одного* цикла является превращение четырех протонов в ядро гелия с появлением двух позитронов и γ-излучения, к которому следует добавить излучение, возникающее при слиянии позитронов с электронами плазмы. Количество энергии, выделяющейся на одно ядро гелия, составляет 26,8 *Мэв*. В пересчете на грамм-атом гелия это составляет 700 тыс. *квт-ч* энергии. Этого количества энергии достаточно для компенсации энергии, излучаемой Солнцем. Хотя термоядерные реакции на Солнце и приводят к уменьшению на нем водорода, расчеты показывают, что количества водорода, имеющегося на Солнце, хватит для поддержания термоядерных реакций и излучения Солнца на миллиарды лет.

8. Из предыдущего ясно, какое большое значение имеет осуществление в земных условиях термоядерных реакций

для получения энергии. Достаточно сказать, что при использовании дейтерия, содержащегося в одном литре обычной воды, в реакции термоядерного синтеза выделится столько же энергии, сколько выделится при сгорании около 350 *л* бензина.

Впервые условия, близкие к тем, какие реализуются в недрах Солнца, были осуществлены в СССР, а несколько позднее в США, в *водородной бомбе*, где происходит самоподдерживающаяся термоядерная реакция взрывного характера. Взрывчатым веществом, в котором происходила термоядерная реакция, являлась смесь дейтерия $_1D^2$ и трития $_1H^3$. Необходимая для протекания реакции высокая температура была получена за счет взрыва «обычной» атомной бомбы.

9. Теоретически основой для получения искусственных *управляемых* термоядерных реакций являются реакции, происходящие в дейтериевой высокотемпературной плазме. Задача заключается, однако, не только в создании условий, необходимых для интенсивного выделения энергии в термоядерных процессах, но главным образом в поддержании этих условий. Для осуществления *самоподдерживающейся* термоядерной реакции нужно, чтобы скорость выделения энергии в системе, где происходит реакция, была не меньше, чем скорость отвода энергии от системы.

Расчеты показывают, что для обеспечения самоподдерживающейся управляемой термоядерной реакции необходимо довести температуру дейтериевой плазмы до нескольких сотен миллионов градусов. При температурах порядка 10^8 градусов термоядерные реакции обладают заметной интенсивностью и сопровождаются выделением большой энергии. Так, при температуре порядка 10^8 градусов мощность, выделяемая в единице объема плазмы при соединении дейтериевых ядер, составляет примерно 3 *вт/м*^{3}, в то время как при температуре $\sim 10^6$ градусов она равна всего лишь 10^{-11} *вт/м*^{3}.

10. Основной причиной потерь энергии высокотемпературной плазмой является ее *огромная теплопроводность*, быстро растущая (пропорционально $T^{7/2}$) при рассматриваемых высоких температурах. Отвод энергии из плазмы может происходить благодаря диффузии горячих частиц из области, где происходит реакция, на стенки аппарата, в котором находится плазма. Если плазму не теплоизолировать от контакта с любыми окружающими веществами, то ее нельзя нагреть даже до нескольких сот тысяч градусов, так как вся энергия, выделяющаяся в результате реакций синтеза, будет уходить на стенки. Иными словами, необходимо удержать плазму в заданном объеме, не допуская ее расширения.

Идея эффективной магнитной термоизоляции плазмы применительно к проблеме управляемого термоядерного синтеза была предложена в СССР А. Д. Сахаровым и И. Е. Таммом в 1950 г. Если пропустить через плазму в форме столба вдоль его оси сильный электрический ток, то магнитное поле этого тока, которое имеет форму, обычную для прямолинейного проводника, создает электродинамические силы, которые будут стремиться сжать плазменный столб. Таким образом столб плазмы окажется оторванным от стенок и стянутым в *плазменный шнур* (§ 12.8). Очевидно, что сжатие плазмы может происходить до тех пор, пока давление, вызванное электродинамическими силами, не уравновесится газокинетическим давлением частиц самой плазмы. На рис. 46.5 шнур *2* изолирован от стенок *1* магнитным полем *H*. Электрический ток *I*, пропущенный через газ, выполняет несколько функций: а) в начальной стадии создает плазму благодаря интенсивной ионизации; б) стягивает плазму в шнур; в) за счет выделения джоулева тепла и сжатия нагревает плазму до высокой температуры.

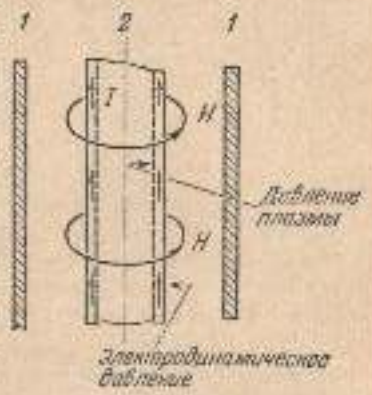


Рис. 46.5.

В первоначальных опытах, проводившихся в СССР Л. А. Арцимовичем и его сотрудниками, в дейтерии, находящемся под давлением в 0,01—0,1 *мм рт. ст.*, с помощью батареи конденсаторов большой емкости создавался мощный импульсный разряд. Максимальная сила тока в момент разрядного импульса достигала 10^6—10^8 *а* при длительности нарастания тока от нуля до максимума 5—10 *мксек*. Возникшая плазма сначала быстро стягивалась в шнур к оси разрядной трубки. В конце сжатия температура шнура достигала 10^8 градусов и даже нескольких миллионов градусов.

Однако удержать плазменный шнур в таком состоянии не удается: происходят быстрые радиальные его колеба-

ния — он то расширяется, то снова сжимается. Вследствие *неустойчивости*, *неустойчивости* плазмы в плазменном шнуре возникают деформации, которые изменяют геометрическую форму шнура. Результатом этого является нарушение термоизоляции, интенсивное взаимодействие плазмы со стенками, приводящее к загрязнению дейтерия веществом стенок и к быстрому охлаждению плазмы. Все это происходит за время в несколько микросекунд, сравнимое с временем разрядного импульса. К моменту, когда достигнут максимум тока, температура плазмы уже снижается по сравнению с той, которая у нее была в момент окончания первого сжатия в шнур.

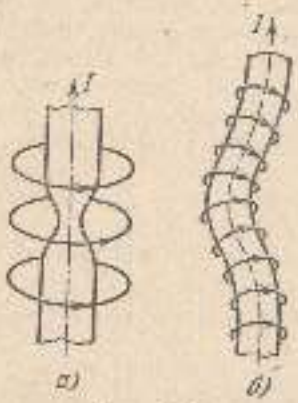


Рис. 46.6.

На рис. 46.6 представлены две простейшие деформации плазменного шнура — его местное сужение и изгиб. Для осуществления управляемых термоядерных реакций необходимо выяснить условия, при которых высокотемпературная плазма, помещенная в магнитном поле надлежащей конфигурации, может сохранить *устойчивость*. Решение этого вопроса, наряду с поисками путей повышения температуры плазмы до необходимой для самоподдерживающейся реакции синтеза, является главным направлением, в котором развиваются исследования по управляемым термоядерным реакциям.

Проблема устойчивости плазмы потребовала прежде всего тщательного изучения деформаций, которые могут возникнуть в плазменном шнуре. Не вдаваясь в детали, укажем, что в случае деформации, изображенной на рис. 46.6, *а*, в области сужения (перетяжки) плазмы возрастает напряженность магнитного поля, а вместе с ней возрастают и электродинамические силы, стягивающие шнур в этой области. Между тем давление самой плазмы во всех ее сечениях одинаково и плазма может свободно перетекать вдоль столба. Следовательно, в месте сужения возросшее электродинамическое давление не будет уравновешиваться давлением плазмы, и сужение будет продолжаться вплоть до разрыва шнура в области первоначального сужения. Аналогично можно показать, что возникшая в

плазменном шнуре деформация изгиба будет развиваться и приведет к дальнейшему изгибанию шнура.

В настоящее время детально изучены возможные виды неустойчивости плазмы. Для стабилизации плазмы применяются различные варианты использования дополнительных внешних магнитных полей, не связанных с током, проходящим через плазму (§ 12.8).

Серьезным успехом на пути создания управляемых термоядерных реакций явилось осуществление в 1964 г. в Сибирском отделении Академии наук СССР под руководством Г. И. Будкера плазмы с контролируемой температурой в 100 млн. градусов. Это достигнуто с помощью сжатия плазмы и ее нагревания ударными волнами (т. 1, § 30.8), возникающими в плазме в результате очень быстрого нарастания магнитного поля. Оказалось, что этот нагрев может быть осуществлен за время, меньшее времени развития неустойчивостей плазмы. При этом с помощью специальных разрядников за десятые доли микросекунды подводилась мощность порядка 200 млн. *квт*. В плазме с плотностью 10^{13}—10^{14} *см*$^{-3}$ осуществлена термоядерная реакция. Аналогичные результаты получены Е. К. Завойским с сотрудниками в Институте атомной энергии им. И. В. Курчатова.

Важнейшей задачей теперь является повышение времени существования устойчивого режима плазмы и ее плотности. Несмотря на то, что сложных нерешенных задач, связанных с созданием практически реализуемых термоядерных реакций, еще очень много, настойчивые усилия ученых приближают решение этой гигантской задачи — получение практически неисчерпаемого источника энергии.

ГЛАВА 47

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

§ 47.1. Два подхода к структуре элементарных частиц

1. Элементарными называются такие частицы, которые на современном уровне развития физики нельзя считать соединением других, более «простых» частиц. Элементарная частица при взаимодействии с другими частицами или полями должна вести себя как единое целое.

В современной физике микромира рассматривается проблема природы, свойств и взаимных превращений частиц.

Структура электрона и протона — частиц, известных еще в классической физике,— рассматривается с двух точек зрения. Иногда можно считать эти частицы *бесструктурными* материальными точками, обладающими электрическим зарядом и массой. Например, если нас интересует электрическое поле, созданное электроном вдали от него, то можно не учитывать структуру самого электрона. Представление о точечной элементарной частице находится в согласии с теорией относительности.

2. Если элементарная частица имеет конечные размеры, является протяженной, то она, будучи единым целым, не должна деформироваться, так как деформация по смыслу этого понятия связана с возможностью независимых движений отдельных частей целого. Но в применении к элементарной частице это означает, что внешнее воздействие на нее должно было бы *мгновенно* передаваться от одних ее частей к другим. Это противоречит основному положению теории относительности об отсутствии в природе скоростей передачи взаимодействий, больших скорости света в вакууме. Таким образом, с точки зрения теории относительности элементарная частица должна быть точечной. Но в § 36.5 было введено понятие о классическом радиусе электрона, которое неизбежно означает наличие некоторой *протяженности* частицы в пространстве и существование у нее определенной *структуры*.

3. Из электродинамики известно, что неподвижная заряженная частица с зарядом e создает электростатическое поле с потенциалом φ, равным $e/4\pi\varepsilon_0 r$, где r — расстояние от частицы. Для бесструктурной, точечной частицы это означает, что созданное ею поле в точке ее нахождения (при $r \to 0$) обладает бесконечным потенциалом, а следовательно, и бесконечной потенциальной энергией U. Но тогда и масса поля, созданного частицей, по формуле $m = U/c^2$ тоже будет бесконечной. Так в физику бесструктурных частиц вошли «бесконечности». Развитие всей квантовой механики и ее применение к элементарным частицам представляло собой непрерывное создание различных методов устранения «бесконечностей», введения определенной структуры элементарных частиц, которая не противоречила бы теории относительности.

4. Для выяснения структуры частиц микромира необходимо иметь дело с частицами весьма больших энергий. Легко показать, что с увеличением энергии сталкивающихся частиц можно получить информацию о явлениях, происходящих на все более малых расстояниях между частицами. В самом деле, предположим, что требуется выяснить, что происходит при соударении двух элементарных частиц на весьма малом расстоянии δ между этими частицами. Если координата частицы определена с точностью до δ, то неопределенность в ее импульсе будет $\Delta p \geqslant \hbar/\delta$ и, следовательно, неопределенность в энергии частицы будет не меньше, чем $\Delta\mathcal{E} = \sqrt{(\Delta p)^2 c^2 + m_0^2 c^4}$ (т. 1, § 16.3). Чем меньше изучаемые расстояния δ, связанные со структурой элементарных частиц, тем больше должны быть импульс p и энергия $\mathcal{E}$ частиц, ибо они не могут быть меньше, соответственно, чем Δp и $\Delta\mathcal{E}$.

5. Как всякая бурно развивающаяся область знаний, учение об элементарных частицах не находится пока еще в таком завершенном состоянии, которое допускало бы его систематическое изложение, в особенности в рамках более или менее элементарного курса. Поэтому в этой завершающей главе книги мы ограничимся кратким изложением основных экспериментальных данных и в меньшей степени будем касаться их теоретического истолкования.

§ 47.2. Понятие о космических лучах и их свойствах

1. Из космического пространства на Землю доставляются потоки частиц — атомных ядер высокой энергии, а также другие частицы, созданные этими ядрами в атмосфере Земли. Все эти частицы получили название *космических лучей*.

2. Космические лучи были обнаружены в начале двадцатого века при изучении ионизации сухого воздуха, заключенного в замкнутый сосуд. Опыты показали, что заряженный электроскоп, помещенный в очень толстую свинцовую оболочку, все же теряет свой заряд. Изучение причин этого явления привело к обнаружению излучения внеземного происхождения, обладающего высокой проникающей способностью. Тот факт, что обнаруженное излучение приходит на Землю из космического пространства, подтверждается следующим. При подъеме в атмосферу до высоты 1000 $м$ происходит незначительное уменьшение интенсивности ионизации, сменяющееся затем быстрым ее ростом, который нельзя объяснить, если считать, что источники ионизации находятся в недрах Земли. Исследования показали, что космическое излучение поступает на Землю из всего космического пространства, о чем свидетельствует

практическая независимость интенсивности ионизации воздуха космическими лучами от суточного вращения Земли.

Интенсивность космических лучей определяется плотностью потока частиц — числом частиц, проходящих в 1 *сек* через единицу площади поверхности. Изменение интенсивности космических лучей с высотой показано на рис. 47.1 (интенсивность I дана в относительных единицах).

3. Космические лучи отклоняются магнитным полем Земли, и поэтому интенсивность космических лучей зависит от широты места на Земле. Наибольшее отклоняющее действие магнитное поле Земли производит в экваториальной области. Здесь наибольшее число частиц испытывает сильное отклонение и не проходит в нижние слои атмосферы. Это явление называется *широтным эффектом*. На высоте 10 *км* широтный эффект достигает 36%. Изучение отклоняющего действия магнитного поля Земли на космические лучи показало, что положительные частицы, входящие в их состав, отклоняются к востоку, а отрицательные — к западу (*восточно-западный эффект*).

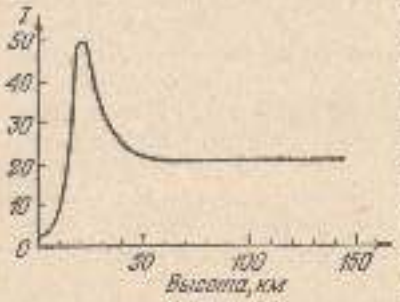


Рис. 47.1.

4. Космические лучи за пределами земной атмосферы называются *первичными космическими лучами*. Их состав изучается с помощью ионизационных камер, счетчиков, пачек ядерных фотоэмульсий, поднимаемых на воздушных шарах, ракетах, а также установленных на космических кораблях. Исследования показали, что в состав первичного космического излучения входят атомные ядра с различными массовыми числами и энергиями на один нуклон, заключенными в интервале $10^9\ эв \leqslant \mathcal{E} \leqslant 10^{15}\ эв$. Первичное космическое излучение с энергией менее 10^{13} *эв* на 90% состоит из протонов, примерно на 9% из ядер гелия, оставшийся 1% приходится на ядра более тяжелых элементов. Общая энергия, приносимая космическими лучами на Землю в 1 *сек*, невелика ($\sim 1{,}5 \cdot 10^8$ *квт*), она сравнима с энергией видимого света звезд. Однако отдельные частицы первичных космических лучей обладают огромной энергией порядка 10^{19}—10^{21} *эв*.

5. Опыты показали, что на высотах, больших 50—60 *км* над уровнем Земли, наблюдается постоянная интенсивность космических лучей (рис. 47.1). Однако по мере приближения к Земле наблюдается резкое изменение интенсивности. Из этого следует, что помимо первичных, существуют еще *вторичные космические лучи*. Свою огромную энергию частицы первичных космических лучей расходуют главным образом при неупругих столкновениях с ядрами атомов азота и кислорода воздуха в верхних слоях атмосферы. Результатом этих столкновений и связанных с ними процессов являются вторичные космические лучи, которые достигают поверхности Земли. Оценка длин пробегов протонов и тяжелых ядер первичных лучей показывают, что ниже 20 *км* все космическое излучение является вторичным.

Вторичные космические лучи обладают определенной проникающей способностью. Для изучения проникающей способности вторичных космических лучей измеряется их интенсивность I после прохождения через слой свинца различной толщины d. На рис. 47.2 приведены результаты измерений, в которых за единицу принята интенсивность космических лучей при $d=0$. При толщинах d от 0 до 10—13 *см* происходит быстрое ослабление интенсивности вторичных космических лучей, а при дальнейшем увеличении толщины их интенсивность практически не изменяется.

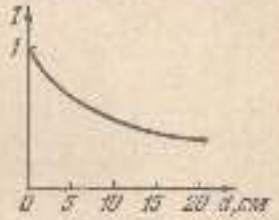


Рис. 47.2.

В связи с этим в составе вторичных космических лучей различают *мягкую* и *жесткую компоненты*. Мягкая компонента сильно поглощается свинцом, жесткая компонента обладает в свинце большой проникающей способностью. В жесткую компоненту входят более тяжелые быстрые заряженные частицы, теряющие энергию в основном лишь на ионизацию атомов, встречающихся на их пути. В составе мягкой компоненты находятся легкие заряженные частицы — электроны и позитроны, а также фотоны.

6. Вне земной атмосферы обнаружены *околоземные радиационные пояса* (зоны), которые представляют собой две разграниченные области с сильно повышенной интенсивностью космических лучей (по сравнению с наблюдаемой на относительно малых высотах). Образование этих поясов связано, как показали исследования последних лет, с захва-

том и удержанием заряженных частиц магнитным полем Земли. Внутренняя зона находится от Земли на расстояниях 600—6000 *км*. В некоторых местах, например в области магнитных аномалий в южной части Атлантики, она спускается до 300 *км*. Внешний пояс находится от Земли на расстояниях $2 \cdot 10^4$—$5 \cdot 10^4$ *км*, в некоторых местах (на широтах 55—70°) спускаясь к Земле до 300—1500 *км*. Внутренняя зона содержит в основном протоны высоких энергий, от 10—20 *Мэв* до 700—800 *Мэв*. Во внешней зоне основными частицами являются электроны с энергией, меньшей 100 *кэв*.

Радиационные пояса должны быть характерны для всех небесных тел, обладающих магнитным полем. Данные о зонах повышенной космической радиации имеют существенное значение для полетов человека в космическое пространство, в первую очередь для полетов на Луну.

7. Гипотезы о происхождении первичного космического излучения опираются на данные об энергии первичных частиц и на радиоастрономические данные. Считается, что в первичных лучах заряженные частицы приобретают большие энергии благодаря ускорению, которое они получают в электромагнитных полях звезд и Солнца. Существенно, что ускорение заряженных частиц должно происходить *постепенно*. В противном случае, если бы энергии 10^{19} *эв* и более, которыми обладают тяжелые и сверхтяжелые ядра, имеющиеся в первичном излучении, получались ими сразу в результате некоторых сверхбыстрых процессов, ядра сразу бы «испарялись» на составляющие их нуклоны. Энергии связи в ядре не хватило бы для удержания нуклонов друг возле друга в ядре при быстром сообщении ему энергии даже значительно меньшей, чем 10^{19} *эв*. При вращении звезд, обладающих магнитным полем, создаются вихревые электрические поля. Магнитные поля звезд, действуя на протоны и ядра, удерживают их на замкнутых траекториях, двигаясь по которым они приобретают в электрических полях колоссальные ускорения.

Согласно расчетам Ферми, в облаках межзвездной материи возникают движения заряженных масс, создающие переменные электромагнитные поля. В этих полях заряженные частицы первичного космического излучения могут ускориться до самых больших энергий, которые в нем наблюдаются. Предполагается, что начальная энергия первичных частиц (*порог инжекции*) имеет своей природой ударные волны (т. I, § 30.8), возникающие в результате

столкновений газовых масс при взрыве так называемых *сверхновых звезд*. Энергия этих взрывов — внутриядерного происхождения, поэтому энергия космических лучей имеет своей первопричиной ядерную энергию.

§ 47.3. Мюоны (μ-мезоны) и их свойства

1. Взаимодействие космических лучей с веществом долгое время являлось единственным методом изучения элементарных частиц. Лишь после создания современных ускорителей (§§ 5.4, 5.6) стало возможным изучать в лабораториях природу, взаимные превращения и структуру элементарных частиц. В мощном ускорителе, построенном под Серпуховом вблизи Москвы, энергия ускоряемых частиц достигает 76 *Гэв* (1 *Гэв* = 10^9 *эв*). Однако в первичных космических лучах регистрируются частицы с энергиями порядка 10^{19} *эв*. Поэтому исследование космических лучей не утратило своей роли метода изучения элементарных частиц и их превращений при высоких энергиях.

2. Возможность рождения новых частиц при столкновении быстрой заряженной частицы первичных лучей (например, протона) с ядром атома азота или кислорода атмосферы вытекает из соотношения между массой и энергией. При энергии протона 10^4 *Гэв*, приблизительно в 10^4 раз превышающей его энергию покоя, столкновение протона с ядром приводит не только к расщеплению ядра на его составные части — нуклоны. За счет колоссального избытка энергии и массы первичной частицы над энергией и массой покоя ядра, энергии протона хватает не только для сообщения кинетической энергии продуктам расщепления — ее достаточно также и для рождения новых частиц, как обладающих массой покоя, так и имеющих лишь массу, связанную с полями (фотоны).

3. В 1937 г. Андерсон и Неддермейер, изучая поглощение космических лучей в свинцовых фильтрах по методу камеры Вильсона, помещенной в магнитное поле, обнаружили новые частицы — мезоны. Они получили трек заряженной частицы и по характеру искривления трека в магнитном поле установили положительный знак частицы. По производимому ею ионизационному действию и потерям энергии была оценена масса покоя частицы. Она составляет приблизительно 200 m_e, где m_e — масса покоя электрона. Впоследствии были обнаружены отрицательные частицы с такой же массой. В дальнейшем для отличия этих частиц

от других частиц с массой покоя, промежуточной между массами покоя электрона и протона, мезоны с массой $\approx 200\, m_e$ были названы *мюонами* (μ-*мезонами*).

Точные экспериментальные исследования масс покоя μ±-мезонов, проведенные при изучении распада частиц более тяжелых, чем μ-мезоны, привели к значению $m_\mu = (206{,}766 \pm 0{,}004)\, m_e$.

4. Изучение изменения интенсивности жесткой компоненты космических лучей в зависимости от высоты показало, что на уровне моря интенсивность мюонов заметно меньше, чем на высокой горе. Причиной убыли интенсивности мюонов за время пролета ими расстояния H, равного высоте горы, является *самопроизвольный распад мюона* на другие частицы. Оценим время этого распада. Время пролета t можно определить следующим образом: $t = H/v \approx H/c$. При этом предполагается, что мюоны движутся со скоростью, близкой к скорости света в вакууме. Далее воспользуемся формулой (45.3) для радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \tag{47.1}$$

По известным из измерений числам мюонов на горе (N_0) и на уровне моря (N) можно определить постоянную распада λ, а по ней и среднее время жизни мюона τ_μ. По определению, назовем средним временем жизни мюона время, в течение которого первоначальное число мюонов убывает в e раз, т. е. $N = N_0/e$. Тогда по формуле (47.1) имеем

$$N_0/e = N_0 e^{-\lambda \tau_\mu},$$

откуда $-1 = -\lambda \tau_\mu$ или $\tau_\mu = 1/\lambda$. Другими словами, формулу (47.1) можно переписать иначе:

$$N = N_0 e^{-t/\tau_\mu}. \tag{47.2}$$

Из формулы (47.2) легко получить после логарифмирования:

$$\tau_\mu = \frac{t}{\ln(N_0/N)}. \tag{47.2'}$$

Оценки τ_μ по формуле (47.2) привели к значению $\tau_\mu \approx 10^{-6}$ *сек*. Более точные опыты по определению τ_μ, проведенные по методу поглощения жесткой компоненты космических лучей в свинцовых фильтрах с использованием весьма точных методов регистрации μ-мезонов, привели к значению $\tau_\mu = (2{,}15 \pm 0{,}07) \cdot 10^{-6}$ *сек*. Наиболее точным значением τ_μ

в настоящее время считается

$$\tau_\mu = (2{,}2001 \pm 0{,}0008) \cdot 10^{-6}\ \textit{сек}.$$

5. Мюоны могут испытывать распад по схемам:

$$\mu^+ \longrightarrow {}_{+1}e^0 + {}_0\nu_e^0 + {}_0\bar{\nu}_\mu^0, \tag{47.3}$$

$$\mu^- \longrightarrow {}_{-1}e^0 + {}_0\bar{\nu}_e^0 + {}_0\nu_\mu^0, \tag{47.3'}$$

где ${}_0\nu_e^0$ и ${}_0\nu_\mu^0$ — электронное и мезонное нейтрино (и соответственно антинейтрино).

В настоящее время установлено, что нейтрино ${}_0\nu_e^0$ и антинейтрино ${}_0\bar{\nu}_e^0$, испускаемые вместе с электронами, отличаются от нейтрино ${}_0\nu_\mu^0$ и антинейтрино ${}_0\bar{\nu}_\mu^0$, испускаемых вместе с мезонами. Поэтому теперь принято различать электронное и мезонное нейтрино (и антинейтрино).

Электроны ${}_{-1}e^0$ и позитроны ${}_{+1}e^0$ от распада мюонов были отчетливо обнаружены по методу чувствительных ядерных фотоэмульсий. Энергия электрона (или позитрона), возникшего в реакциях (47.3) и (47.3'), не превышает 50 *Мэв* и гораздо меньше энергий μ-мезонов. Поэтому электрон (позитрон) не может быть единственной частицей при распаде μ±-мезона. Анализ процесса распада по законам сохранения привел к схемам (47.3) и (47.3'). Из этих схем следует, что спин μ-мезонов, как и электрона, должен быть равен $\hbar/2$, ибо спин нейтрино и антинейтрино равен $\pm\hbar/2$ каждый и эти спины взаимно компенсируются (при отсутствии строго выделенных ориентаций каждого из спинов).

6. Исследования показали, что мюоны весьма слабо взаимодействуют с ядрами атомов, являются *ядерно-неактивными* частицами. В частности, это было обнаружено при изучении поглощения мюонов ядрами атомов свинца. Выяснилось, что взаимодействие мюонов с ядрами свинца характеризуется временем 10^{-2} *сек*, которое в 10^{14} раз больше ядерного времени (10^{-22} *сек*), характеризующего внутриядерные взаимодействия нуклонов (§ 46.4). Отсюда следовало, что мюоны взаимодействуют с ядрами в 10^{13} раз слабее, чем это необходимо для обеспечения короткодействующего характера ядерных сил. Этот результат позволил сделать важный вывод о том, что мюоны не могут быть квантами ядерного поля, обеспечивающими обменное взаимодействие нуклонов в ядре (§ 44.5).

7. Слабое взаимодействие μ-мезонов с ядрами аналогично столь же слабому взаимодействию с ядрами электронов

и позитронов, а также нейтрино и антинейтрино. По этому признаку все указанные частицы в настоящее время объединяются в особый класс элементарных частиц, называемых *лептонами* (см. табл. 47.2, стр. 718). В современной физике слабое взаимодействие считается особым типом взаимодействий, наблюдаемых в природе наряду с электромагнитными (§ 47.5).

Для того чтобы отличать элементарные частицы, входящие в группу лептонов, им приписывается характеристика, называемая *лептонным зарядом*. Считается, что все лептоны (электроны, отрицательные мюоны и нейтрино) имеют лептонный заряд, равный +1, все антилептоны (позитроны, положительные мюоны и антинейтрино) — лептонный заряд, равный —1, а все остальные частицы не имеют лептонного заряда (табл. 47.2). Процессы, происходящие с участием лептонов, характеризуются относительно медленным их протеканием и происходят так, что суммарная величина лептонного заряда сохраняется неизменной (закон сохранения лептонного заряда).

Из ядерной неактивности мюонов следует, что они не могут быть теми частицами в первичных космических лучах, которые взаимодействуют с ядрами атомов атмосферных газов. К 1946 г. в физике космических лучей было накоплено достаточно данных о том, что в составе первичных космических лучей должны существовать *ядерно-активные* частицы, сильно взаимодействующие с ядрами и имеющие массы, промежуточные между массой $\mu^{\pm}$-мезона и протона.

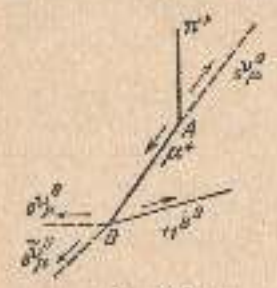


Рис. 47.3.

§ 47.4. Пионы (π-мезоны) и их свойства

1. В 1947 г. С. Поуэлл и его сотрудники обнаружили в ядерных фотоэмульсиях частицы более тяжелые, чем мюоны, с массой покоя, близкой к $300\,m_e$. На рис. 47.3 изображена схема процесса, обнаруженного в фотоэмульсии. В точке A частица с массой покоя $\approx 300\,m_e$ остановилась и возникла частица с массой покоя $\approx 200\,m_e$, движущаяся до точки B, где она также остановилась. Частица с треком AB оказалась μ^+-мезоном с соответствующим ему распадом в точке B. Первичная частица, распад которой привел в точке A к рождению μ-мезона, была названа *пионом*, или π-мезоном. На рис. 47.4 схематично изображена последовательность $(\pi-\mu-e)$-распада.

Из анализа длин пробегов были найдены энергии обеих частиц, а из законов сохранения энергии и импульса установлено, что вместе с положительным пионом должна рождаться еще одна частица, которая уносит значительно бо́льшую энергию, чем μ^+-мезон. Масса ее, как это следовало из законов сохранения, должна была быть значительно меньше масс покоя мезона и электрона. Отсутствие электронно-позитронных пар в фотоэмульсии на пути второй частицы (§ 46.3), родившейся вместе с μ-мезоном, исключало возможность того, что это был γ-фотон. Исследования показали, что при распаде π^+-мезона рождается, кроме положительного мюона, мезонное нейтрино ${}_0\nu_\mu^0$ согласно реакции



Рис. 47.4.

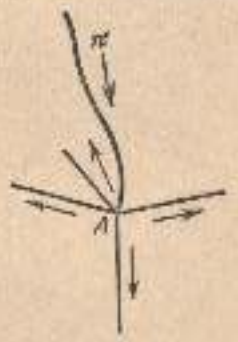


Рис. 47.5.

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + {}_0\nu_\mu^0 . \qquad (47.4)$$

2. Изучение взаимодействия пионов с легкими ядрами показало, что может происходить захват пиона ядром. Такой захват приводит к расщеплению ядер, которое обнаруживается в виде звезды в ядерной фотоэмульсии. На рис. 47.5 показана точка A, в которой произошло образование звезды. Анализ следов в ядерных фотоэмульсиях, проведенный на основе законов сохранения энергии и импульса и учитывающий энергию связи и кинетическую энергию всех частиц, показал, что энергия покоя π-мезона близка к 140 *Мэв*, что соответствует массе покоя $\approx 270\,m_e$.

3. Изучение ядерных превращений типа звезды, вызываемых пионами, показало, что, кроме *положительных пионов* (π^+), существуют *отрицательные пионы* (π^-), которые легче поглощаются ядрами атомов. Это нетрудно понять. Положительный пион должен иметь значительно бо́льшую кинетическую энергию, чем отрицательный пион, чтобы

преодолеть кулоновское отталкивание положительного ядра, проникнуть в него и вызвать ядерное превращение типа звезды. Чаще положительные пионы распадаются вблизи ядра по уравнению (47.4).

В космических лучах пионы образуются в результате разрушения ядер атомов атмосферных газов быстрыми космическими частицами (протонами, α-частицами). Наряду с тяжелыми частицами при разрушении ядер образуются и пионы.

4. Вскоре после обнаружения пионов в космических лучах они были получены искусственно в лаборатории. Вычисления, которые мы не приводим, показывают, что для возникновения пионов нужны весьма быстрые заряженные частицы, которые должны взаимодействовать с ядрами атомов мишени, где должны быть получены пионы. Например, энергия протонов должна быть порядка 300 *Мэв*.

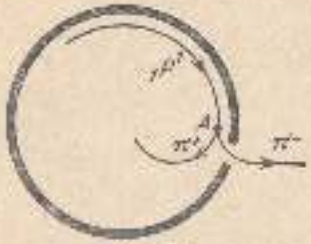


Рис. 47.6.

Схема получения пионов изображена на рис. 47.6. При бомбардировке мишени A из бериллия или углерода быстрыми протонами $_1p^1$ (а также α-частицами) возникали пионы, вылетающие из мишени под произвольными углами. Магнитное поле ускорителя закручивало пионы по круговым траекториям с радиусами, определяемыми их скоростями. Пионы, вылетавшие из мишени вперед, разделялись: отрицательные пионы выводились из камеры ускорителя, а положительные отклонялись внутрь камеры. Для пионов, вылетающих из мишени назад, картина отклонений будет обратная. На рис. 47.6 это не показано.

Пионы, выведенные из камеры, исследовались по их энергиям, импульсам и массам методами отклонения в электрических и магнитных полях. Изучение пионных пучков позволило установить время τ жизни π-мезонов. Измерения с помощью сцинтилляционных счетчиков (§ 45.8) фиксируют промежуток времени между моментом зарождения пиона и моментом его распада на мюон и нейтрино (или антинейтрино).

Оказалось, что время жизни *одинаково* для положительных π^+ и отрицательных π^--пионов:

$$\tau_{\pi^\pm} = (2{,}551 \pm 0{,}026) \cdot 10^{-8} \text{ сек}$$

и на два порядка меньше, чем у мюонов. Это согласуется с тем, что в космических лучах у поверхности Земли число пионов много меньше числа мюонов. Отрицательный пион распадается по схеме, аналогичной уравнению (47.4):

$$\pi^- \longrightarrow \mu^- + {}_0\bar{\nu}^0_{\mu_2}, \tag{47.5}$$

где μ^- — отрицательный мюон, а ${}_0\bar{\nu}^0_{\mu}$ — мезонное антинейтрино.

Опыты с искусственными пионами позволили найти точное значение массы покоя пионов:

$$m_{\pi^\pm} = (273{,}2 \pm 0{,}1)\, m_e.$$

5. Опыты показали, что, кроме заряженных пионов ($\pi^\pm$-мезонов), существуют нейтральные пионы (π^0-мезоны). Они обладают весьма малым временем жизни и распадаются на два γ-фотона:

$$\pi^0 \longrightarrow \gamma + \gamma. \tag{47.6}$$

Оценка времени жизни нейтрального пиона основана на анализе последующего образования γ-фотонами электронно-позитронных пар (§ 46.3):

$$\pi^0 \begin{cases} \gamma \longrightarrow {}_{+1}e^0 + {}_{-1}e^0, \\ \gamma \longrightarrow {}_{+1}e^0 + {}_{-1}e^0. \end{cases} \tag{47.7}$$

Так как ни π^0-мезон, ни γ-фотон не оставляют следов в ядерных эмульсиях, время жизни π^0-мезона определяется измерением расстояний l в фотоэмульсии от точки O, где образуется π^0-мезон в результате действия быстрых заряженных частиц на ядра, до ближайшей точки A, где рождается пара ${}_{+1}e^0 - {}_{-1}e^0$ (рис. 47.7). Такой анализ позволил установить, что время жизни π^0-мезона составляет $\approx 5 \cdot 10^{-15}$ *сек*. Более точные измерения привели к следующему значению:

$$\tau_{\pi^0} = (1{,}80 \pm 0{,}29) \cdot 10^{-15} \text{ сек}.$$

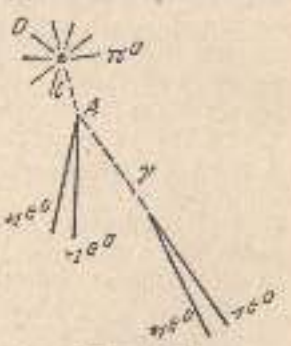


Рис. 47.7.

Приведенные цифры показывают, что при изучении элементарных частиц в современной ядерной физике их характеристики измеряются с большой точностью.

6. Для измерения массы нейтрального пиона и других нейтральных частиц нельзя воспользоваться, как для заряженных частиц, изучением траектории частицы в магнитном поле. В этих случаях пользуются законами сохранения энергии и импульса, а также реакциями взаимодействия данной частицы с другими частицами. Например, при взаимодействии отрицательного пиона с протоном происходит превращение π^--мезона в нейтральный пион, а протона — в нейтрон:

$$\pi^- + {}_1p^1 \rightarrow \pi^0 + {}_0n^1.$$

Нейтральный пион распадается на два фотона:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma - \gamma.$$

Массы и энергии протона, нейтрона и π^--мезона в этих превращениях известны, а энергии γ-фотонов могут быть измерены. Кроме того, должны быть использованы данные об импульсах частиц в указанных превращениях. Тогда можно определить массу покоя нейтрального пиона:

$$m_{\pi^0} = (264 \pm 0{,}1)\, m_e.$$

7. Спин нейтрального пиона может быть определен из реакции его распада (47.6). Из этой реакции следует, что спин π^0-мезона не равен единице. В противном случае нейтральный пион не мог бы распадаться на два фотона, каждый из которых имеет спин, равный $\hbar$. В настоящее время установлено, что спин π^0-мезона равен нулю. Это соответствует тому, что в реакции (47.6) спины каждого из фотонов как бы компенсируют друг друга. Спины заряженных π-мезонов также оказались равными нулю, как это следует из целого ряда данных.

§ 47.5. Классификация взаимодействий в ядерной физике

1. Различие в массах покоя заряженных ($\pi^\pm$) и нейтрального (π^0) пионов, так же как и различие в массах покоя двух состояний нуклона в ядре — протонного и нейтронного, рассматривается на данном этапе развития ядерной физики в связи с представлением о *зарядовой независимости ядерных сил* и вытекающими отсюда следствиями. Как уже указывалось (§ 44.5), ядерные силы, действующие между нуклонами, не зависят от того, имеет ли ядерная частица заряд. Различие между протоном и нейтроном

в отношении заряда проявляется лишь в электромагнитных, а не ядерных взаимодействиях частиц. Требование зарядовой независимости ядерных сил приводит к определенным ограничениям взаимодействия пионов с нуклонами. Короткодействующий характер ядерных сил можно объяснить «обменом» нуклонов пионами (§ 44.5).

2. Как показали расчеты, для зарядовой независимости ядерных сил необходимо, чтобы взаимодействие нуклонов с заряженными пионами было одинаковым независимо от знака заряда пиона. Если бы в ядре отсутствовали электромагнитные взаимодействия и единственным взаимодействием было *π-мезонное, ядерное взаимодействие*, то зарядовая независимость ядерных сил привела бы к одинаковым значениям масс нуклонов (протона и нейтрона) и одинаковым значениям масс всех пионов. Различие в массах нуклонов и соответственно пионов возникает за счет наличия, помимо ядерного, еще электромагнитного взаимодействия, обусловленного зарядом частиц. Энергии взаимодействующих заряженных частиц отличны от энергий нейтральных частиц. Вследствие этого и массы покоя заряженных и нейтральных частиц оказываются различными. Подобно тому как учет влияния спина на энергию электронов в атоме приводит к расщеплению энергетических уровней электронов (§ 36.6), учет добавок электромагнитного взаимодействия к ядерному приводит к тому, что двойное состояние нуклона (протонно-нейтронное) расщепляется на два различных по массам покоя состояния — массы частиц ${}_0n^1$ и ${}_1p^1$ оказываются различными. Вследствие тех же причин вместо одной массы покоя пионов возникают две близкие массы покоя — у заряженных пионов и у нейтрального пиона.

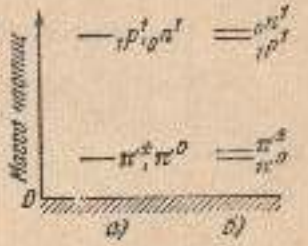


Рис. 47.8.

На рис. 47.8 условно изображены значения масс без учета электромагнитного взаимодействия (*а*) и с учетом электромагнитного взаимодействия (*б*).

3. Зарядовая независимость ядерных сил и наличие дополнительных электромагнитных взаимодействий частиц в ядре приводят к тому, что массы нейтральных и заряженных частиц отличаются. Это отличие имеет электромагнитное происхождение. Масса частицы как бы складывается из основной части, имеющей ядерно-мезонное происхожде-

ное, и некоторой дополнительной массы, имеющей электромагнитную природу. Считается, что эта добавочная масса может быть как положительной, т. е. связанной с увеличением энергии, так и отрицательной, если энергия уменьшается в результате электромагнитного взаимодействия. Например, в нуклоне, где масса m_n на $2{,}53m_e$ больше, чем масса протона, электромагнитная добавка отрицательна. У пионов, где масса нейтрального π^0-пиона на $8{,}98m_e$ меньше массы $\pi^\pm$-пионов, электромагнитная добавка к массе положительна. Электромагнитная добавка к массам у заряженных $\pi^\pm$-пионов принимается одинаковой и эти пионы имеют одинаковую массу покоя.

4. Зарядовая независимость ядерных сил и те следствия, к которым она приводит, является характерным признаком так называемых *сильных взаимодействий*. Примером таких взаимодействий, помимо ядерных сил между нуклонами, служат процессы образования мезонов в ядерных взаимодействиях при высоких энергиях. Все процессы, в которых проявляются сильные взаимодействия, протекают весьма быстро во времени. Характерным временем для сильных взаимодействий является ядерное время, приблизительно равное 10^{-23} *сек* (см. табл. 47.1).

Таблица 47.1

Тип взаимодействия	Сравнительная величина взаимодействий	Характерное время протекания, сек
Сильное	1	10^{-20}—10^{-22}
Электромагнитное	1/137	10^{-18}—10^{-15}
Слабое	10^{-14}	10^{-10}—10^{-8}

5. Кроме сильных взаимодействий, существуют еще *электромагнитные* и *слабые взаимодействия*. О слабых взаимодействиях мы уже говорили, рассматривая взаимодействие мюонов с ядрами. Слабыми являются также взаимодействия, приводящие к процессам $\beta_\pm$-распадов ядер. Электромагнитные взаимодействия обусловлены наличием у элементарных частиц электрических зарядов. Этими взаимодействиями объясняется кулоновское отталкивание протонов в ядрах, а также процессы рождения и уничтожения электронно-позитронных пар. Для электромагнитных и слабых взаимодействий между частицами не существует зарядовой независимости — силы взаимодействий этих типов *зависят* от наличия у частиц электрического заряда.

В табл. 47.1 приведена сравнительная характеристика типов взаимодействий между элементарными частицами.

§ 47.6. Каоны (K-мезоны) и гипероны

1. В 1949 г. были обнаружены частицы с массами покоя, близкими к $1000\,m_e$. Они называются *каонами*, или K-мезонами. Выяснилось, что эти частицы вызывают в ядерных фотоэмульсиях ядерные превращения типа звезд. Вторичными частицами этих превращений являются пионы и мюоны, а также электроны и позитроны. Существуют заряженные каоны — положительные K^+ и отрицательные K^-, а также нейтральные (K^0) каоны и анти-ка-нуль ($\bar{K}^0$) каоны (вопрос об античастицах подробнее рассмотрен дальше, в § 47.7). В дальнейшем выяснилось, что K^0- и $\bar{K}^0$-каоны являются «смесью» двух других нейтральных частиц K_1^0 и K_2^0, которые имеют различные времена жизни (см. табл. 47.2, стр. 718).

2. Детальное изучение распадов методом ядерных фотоэмульсий показало, что *все* каоны относятся по массам покоя, зарядам и спинам к разновидностям близких друг к другу частиц. Каоны, как и пионы, не имеют спина — спин всех каонов равен нулю. Массы заряженных каонов оказались равными

$$m_{K^\pm} = (966{,}3 \pm 0{,}4)\, m_e,$$

а массы обоих K^0-каонов (K_1^0 и K_2^0) — несколько бо́льшими; например,

$$m_{K_1^0} = 974{,}5\, m_e.$$

Времена жизни заряженных каонов одинаковы и равны

$$\tau_{K^\pm} = (1{,}229 \pm 0{,}008) \cdot 10^{-8}\, сек.$$

Время жизни нейтральных каонов различно:

$$\tau_{K_1^0} \approx (0{,}92 \pm 0{,}02) \cdot 10^{-10} \text{ сек},$$

$$\tau_{K_2^0} \approx (5{,}62 \pm 0{,}68) \cdot 10^{-8} \text{ сек}.$$

3. Все сведения о разновидностях каонов получены при изучении их распадов, а также механизмов их рождения. Рассмотрим в качестве примера распады положительного K^+-каона. Чаще всего положительный каон распадается на положительный мюон и мезонное нейтрино ${}_0\nu_\mu^0$:

$$K_{\mu 2}^+ \to \mu^+ + {}_0\nu_\mu^0.$$

Индексами внизу у K^+-каона обозначены частицы, появившиеся в результате распада, и общее число частиц при распаде. В дальнейшем это сделано и в других реакциях распадов.

Достаточно часто происходит распад на два пиона:

$$K_{\pi 2}^+ \to \pi^+ + \pi^0.$$

Помимо указанных, наблюдаются еще четыре вида распадов положительного каона:

$$K_{\pi 3}^+ \to \pi^+ + \pi^- + \pi^+,$$

$$K_{\pi 3}^+ \to \pi^+ + \pi^0 + \pi^0,$$

$$K_{\mu 3}^+ \to \mu^+ + \pi^0 + {}_0\nu_\mu^0,$$

$$K_{e3}^+ \to {}_1e^0 + \pi^0 + {}_0\nu_e^0.$$

Такого типа распады наблюдались как в космических лучах, так и в случае искусственных положительных каонов, полученных в ускорителях.

4. В ядерных фотоэмульсиях обнаружена также большая группа частиц, называемых *гиперонами*. Это частицы с массами покоя, бо́льшими, чем массы покоя нуклонов. Массы покоя гиперонов заключены в интервале от $(2182{,}75 \pm 0{,}22)\, m_e$ для лямбда-нуль-гиперона (Λ^0) до $(3278 \pm 6)\, m_e$ для омега-минус-гиперона (Ω^-). Все гипероны имеют спины, равные $\hbar/2$. Исключение составляет Ω^--гиперон, у которого спин равен $^3/_2\hbar$.

Нуклоны (протоны и нейтроны) и гипероны являются родственными частицами и их относят к одному классу тяжелых частиц — *барионов* (табл. 47.2, стр. 718).

Для всех элементарных частиц может быть введено понятие *барионного* или *ядерного* (*нуклонного*) *заряда*. Если определить, что для барионов этот заряд равен единице, для антибарионов — минус единице, а для частиц, не принадлежащих к классу бариона, равен нулю, то можно сформулировать *закон сохранения барионного* (*ядерного*) *заряда: при всех ядерных превращениях в изолированной системе барионный заряд сохраняется неизменным*.

Закон сохранения барионного заряда, как и закон сохранения электрического заряда, справедлив как при сильных (ядерных) взаимодействиях, так и при электромагнитных взаимодействиях. Если, например, до превращения имелся один барион — нейтрон с барионным зарядом, равным единице, то после превращения должен существовать один барион — нейтрон, протон или один из гиперонов, для которых ядерный заряд тоже равен единице.

5. Гипероны весьма неустойчивы и имеют время жизни, изменяющееся в интервале *от* 10^{-11} *сек до* 10^{-13} *сек*. В табл. 47.2 приведены все необходимые сведения, характеризующие гипероны и другие элементарные частицы.

Изучение свойств гиперонов в пузырьковых камерах, помещенных в магнитное поле, позволило установить наличие как нейтральных, так и заряженных положительных и отрицательных гиперонов.

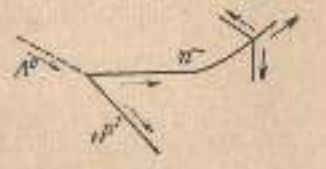


Рис. 47.9.

На рис. 47.9 приведена в качестве примера схема распада лямбда-нуль-гиперона (Λ^0), заканчивающаяся распадом в форме звезды π^--пиона, который образовался из Λ^0-гиперона:

$$\Lambda^0 \to {}_1p^1 + \pi^-.$$

Изучение следов частиц, изображенных на рис. 47.9, позволило определить энергии протона ${}_1p^1$ и π^--пиона и определить по балансу энергии при распаде массу Λ^0-гиперона:

$$m_{\Lambda^0} = (2182{,}75 \pm 0{,}22)\, m_e.$$

Весьма точное определение в камерах момента рождения Λ^0-гиперона и момента его распада позволило измерить

время жизни этой частицы:

$$\tau_{K^+} = (2{,}62 \pm 0{,}02) \cdot 10^{-10} \text{ сек}.$$

6. При изучении каонов и гиперонов выяснилось, что свойства их необычны и отличаются от свойств других частиц. Поэтому каоны и гипероны называются *странными частицами*.

Рождение странных частиц несомненно вызывается сильным взаимодействием, т. е. время рождения этих частиц соответствует времени сильных взаимодействий (10^{-23}—10^{-22} *сек*). Вместе с тем, распадаясь на *ядерно-активные* пионы по схемам, приведенным выше, т. е. на частицы, характеризующие сильные взаимодействия, каоны имеют значительно бо́льшие времена жизни (10^{-10}—10^{-8} *сек*), характерные для ядерно-пассивных мюонов, т. е. для слабого взаимодействия. Далее, было установлено, что каоны и гипероны всегда рождаются парами и не в любых комбинациях.

Наконец, обнаружилось существенное отличие в условиях образования и реакциях взаимодействия каонов с другими частицами. Например, при энергиях в несколько *Гэв* число возникающих K^--каонов в 10^3 раз превышает число образующихся K^--каонов; K^+-каон возникает в паре как с K^--каоном, так и с гиперонами, а K^--каон возникает в паре *только* с K^+-каоном.

7. В современной физике элементарных частиц объяснены необычные свойства странных частиц. В основе этого объяснения лежит идея о том, что зарядовая независимость присуща не только пионному взаимодействию нуклонов в ядре. Считается, что при взаимодействии каонов и гиперонов также проявляется зарядовая независимость. Мы не можем входить в детали этого вопроса. Мы опускаем также многие другие вопросы физики элементарных частиц, рассмотрение которых требует введения некоторых особых характеристик элементарных частиц, выходящих за рамки этой книги.

§ 47.7. Античастицы

1. В современной физике элементарных частиц обнаружено, что, за небольшим исключением, каждой элементарной частице соответствует античастица. В качестве примеров частиц и античастиц укажем на электрон и позитрон, мюоны μ^+ и μ^-, пионы π^+ и π^-, электронное и

мезонное нейтрино ${}_e\nu^0_e$, ${}_\mu\nu^0_\mu$ и антинейтрино ${}_e\tilde{\nu}^0_e$, ${}_\mu\tilde{\nu}^0_\mu$, каоны K^+ и K^-.

Массы покоя, спины и времена жизни у частиц и античастиц одинаковы. Значения электрических, а также ядерных зарядов частиц и античастиц численно равны, но противоположны по знаку. Знаками отличаются также у частиц и античастиц их магнитные моменты. Наличие электрического заряда не является непременным условием существования пары частица — античастица.

В настоящее время известно всего несколько частиц, у которых отсутствуют античастицы, или, точнее, известны несколько частиц и античастиц, которые *тождественны* друг с другом: фотон, π^0-мезон, а также каоны K^0_1 и K^0_2. Такие частицы называются *абсолютно или истинно нейтральными*. Понятие абсолютной нейтральности не следует смешивать с электрической нейтральностью частицы, ибо у последней может быть античастица. Отсутствия электрического заряда еще недостаточно для абсолютной нейтральности частицы.

2. Впервые представление об античастице возникло в 1927–1928 гг., когда Дирак на основе квантовой механики показал, что электрон должен иметь спин и что для свободного электрона имеются две области значений полной энергии $\mathcal{E}$: одна от $m_e c^2$ до $-\infty$, другая от $-m_e c^2$ до $-\infty$, где m_e — масса покоя электрона. Отрицательные значения полной энергии свободного электрона означали возможность существования *отрицательной* массы, что представляло серьезные трудности. Например, электрон в состояниях с отрицательной массой должен был, испытывая действие внешней силы, приобретать ускорение, направленное *противоположно* действующей силе. Попытки считать, что действие внешней силы, нарушающей свободное движение, может означать нарушение выводов из теории Дирака, оказались несостоятельными. Дело в том, что наличие отрицательной энергии вытекает из теории относительности. Согласно теории относительности, между энергией $\mathcal{E}$, импульсом p и массой покоя m_e электрона имеется связь (т. I, § 16.3):

$$\mathcal{E}^2 = p^2c^2 + m_e^2c^4,$$

откуда при $p=0$ имеем, что $\mathcal{E} = \pm m_e c^2$. На рис. 47.10 изображены две области дозволенных значений энергии, разделенные интервалом $2m_e c^2$. В этом интервале нет дозво-

ленных для электрона уровней энергии. Как показал Дирак, в квантовой механике вероятность перехода из состояния с положительной энергией в область состояний с отрицательной полной энергией *отлична от нуля*. В классической физике наличие отрицательных энергий не принималось во внимание. Поскольку переход от положительных

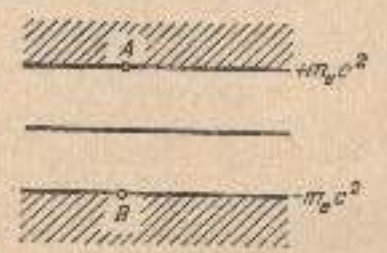


Рис. 47.10.

энергий (точка A на рис. 47.10) в область отрицательных энергий (точка B) требует «скачка» величиной $2m_e c^2$, такой переход считался невозможным. Для того чтобы понять интерпретацию, которую Дирак дал полученному им результату, заметим, что для электрона ($-e$) с отрицательной массой ($-m_e$) удельный заряд $\frac{-e}{-m_e}$ равен удельному заряду положительного электрона ($+e$) с положительной массой:

$$\frac{-e}{-m_e}=\frac{+e}{+m_e}.$$

3. Дирак высказал гипотезу о том, что область отрицательных энергий на рис. 47.10 содержит квантованные уровни отрицательной энергии. Все эти уровни *заполнены* электронами, которые, в соответствии с принципом Паули, размещаются на этих уровнях. Электроны на отрицательных уровнях создают некоторый фон, который себя не обнаруживает, если все уровни полностью заняты. Электроны на отрицательных уровнях не могут проявить никакого действия. Уровни энергии, расположенные в области положительных энергий (выше точки A на рис. 47.10), лишь частично заполнены электронами. Если электрон, находящийся на уровне с отрицательной энергией, получит энергию $\mathscr{E}\geq 2m_e c^2$, то он перейдет в область положительных энергий, где проявит себя как «обычный» электрон. На освободившемся месте в фоне отрицательных энергий появится при этом «дырка», проявляющая себя как *положительный электрон*, т. е. *позитрон*.

Гипотеза Дирака была подтверждена экспериментально в 1932 году, когда позитрон обнаружили в космических лучах.

Рассмотренный Дираком процесс есть не что иное, как процесс образования электронно-позитронной пары (§ 46.3). В схеме Дирака процесс уничтожения электронно-позитронной пары означает переход электрона с уровня положительной энергии на вакантное «пустое» место в фоне отрицательных энергий, сопровождающийся переходом энергии и массы сливающихся частиц в энергию и массу электромагнитного поля (рождение двух γ-фотонов).

4. Открытие пары частица — античастица (электрон — позитрон) указало на *симметрию* элементарных частиц в отношении знака их зарядов, получившую название *принципа зарядового сопряжения*. Согласно этому принципу *заряженные элементарные частицы существуют парами*. У каждой заряженной частицы должна быть античастица с противоположным по знаку электрическим зарядом. Поэтому у протона должна существовать античастица — *антипротон* ${}_{-1}\tilde{\mathrm{p}}^{1}$.

Впоследствии принцип зарядового сопряжения был распространен не только на заряды, но и на такие характеристики элементарных частиц, как лептонный и барионный заряд и др. Особенно важным было обобщение принципа зарядового сопряжения на нейтральные частицы: нейтрон и нейтрино. Согласно этому обобщению следовало ожидать, что должны существовать *антинейтрон* ${}_{0}\tilde{\mathrm{n}}^{1}$, *электронное антинейтрино* ${}_{0}\tilde{\nu}_{e}^{0}$ *и мезонное антинейтрино* ${}_{0}\tilde{\nu}_{\mu}^{0}$.

5. При соединении частицы с античастицей происходит выделение энергии, не меньшей удвоенной энергии покоя каждой из них. Зарождение пары частица — античастица требует затраты энергии, *превышающей* удвоенную энергию покоя пары. Это связано с необходимостью сообщить рождающейся паре некоторый импульс и кинетическую энергию.

Расчеты показывают, что наименьшая энергия, необходимая для рождения пары протон — антипротон, составляет в системе координат, где один нуклон покоится, $6m_p c^2$ (m_p — масса покоя протона) или 5,6 *Гэв* (т. 1, § 21.7). Однако за счет ряда эффектов при практическом осуществле-

ния получения пары ${}_1p^1 - {}_{-1}\tilde{p}^1$ (внутренние движения нуклонов в ядрах мишени и др.) наименьшая энергия для рождения этой пары снижается до 4,3 *Гэв*.

6. Особенностью античастиц является их способность к быстрому воссоединению со своими частицами — позитронов с электронами, антипротонов с протонами, антинейтронов с нейтронами. Это связано с тем, что вещество, из которого построена окружающая нас природа, состоит из частиц — электронов, протонов и нейтронов. Античастицы — позитроны, антипротоны и антинейтроны, — встречаясь в веществе со своими имеющимися в избытке «партнерами по паре», воссоединяются с ними и перестают существовать, вызывая по законам сохранения рождение новых частиц и полей.

Легко представить себе, что в так называемом «антивеществе» «антиатомы» содержали бы в своих ядрах антипротоны и антинейтроны, а на периферии «антиатомов» находились бы позитроны. Электроны, протоны и нейтроны в «антивеществе» испытывали бы столь же быстрое воссоединение при встрече с позитронами, антипротонами и антинейтронами. Таким образом, стабильность «привычных» частиц и нестабильность их античастиц условна: в вакууме античастицы — позитроны, антипротоны и антинейтроны — столь же стабильны, как и их частицы — электроны, протоны и нейтроны.

7. Пятидесятые годы нашего столетия ознаменовались обнаружением на опыте тяжелых античастиц.

Антипротон ${}_{-1}\tilde{p}^1$ был обнаружен экспериментально в конце 1955 г. О. Чемберленом, Э. Сегре, К. Виганом и Т. Ипсилантисом при бомбардировке медной мишени протонами, ускоренными в камере беватрона — ускорителя протонов (г. Беркли, США) — до энергии порядка 6 *Гэв*. Схема опыта изображена на рис. 47.11. Пучок ускоренных протонов бомбардировал медную мишень *T*. Возникшие при этом отрицательные частицы отклонялись магнитным полем беватрона и пропускались через дополнительное магнитное поле двух магнитных линз M_1, пропускающих частицы с определенным импульсом, равным 1,19 *Гэв·сек/см*. Вместе с предполагаемыми антипротонами ${}_{-1}\tilde{p}^1$ при этом через магнитное поле проходили π^--пионы. Например, при энергии протонов 6,2 *Гэв* на один антипротон приходится 62 000 π^--пионов.

Основная трудность эксперимента по идентификации антипротонов состояла в отделении их от π^--пионов и измерении их масс. Массы частиц определялись по результатам измерений их импульсов (методом отклонения в магнитных полях) и скоростей. Последние измерялись двумя независимыми способами: по времени пролета и с помощью счетчиков Черенкова. Пучок отрицательных частиц проходил через фокусирующее магнитное поле Q_1 и попадал в сцинтилляционный счетчик S_1. Затем, пройдя последовательно через магнитную линзу Q_2, отклоняющее магнитное поле M_2, второй сцинтилляционный счетчик S_2 и счетчики Черенкова C_1 и C_2, частицы регистрировались сцинтилляционным счетчиком S_3. Черенковский счетчик C_1 пропускал частицы, для которых $\frac{v}{c} > 0{,}79$. Черенковский счетчик C_2 отфильтровывал π^--пионы. Он пропускал лишь частицы, для которых $\frac{v}{c}$ заключено в пределах $0{,}75 < \frac{v}{c} < 0{,}78$. Этому условию удовлетворяли антипротоны ${}_{-1}\tilde{p}^1$, для которых при импульсе 1,19 *Гэв·сек/см* отношение $\frac{v}{c} = 0{,}78$; для π^--пионов при том же импульсе $\frac{v}{c} = 0{,}99$. Кроме того, измерялось время t пролета частиц между счетчиками S_1 и S_2, равное соответственно $5{,}1 \cdot 10^{-8}$ *сек* для ${}_{-1}\tilde{p}^1$ и $4 \cdot 10^{-8}$ *сек* для π^--пионов.

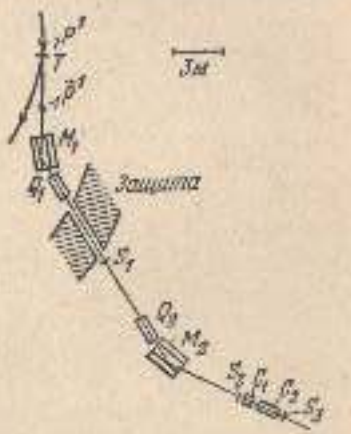


Рис. 47.11.

Фиксирование антипротона происходило по трем признакам: срабатыванию счетчиков S_1, S_2, C_1 и S_3 при пролете антипротона и отсутствию срабатывания при этом счетчика C_2, а также по измерению времени пролета частиц между счетчиками S_1 и S_2. В опыте было зарегистрировано несколько десятков антипротонов и построена кривая относительного выхода антипротонов и π^--пионов в зависимости от энергии первичных протонов, изменяющейся в пределах от 4,3 *Гэв* до 6,2 *Гэв*.

Надежность методики обнаружения антипротонов и тождественность масс антипротона и протона проверялась следующим остроумным способом. Если изменить направления всех магнитных полей на противоположные и направить в установку протоны с импульсом 1,19 *Гэв·сек/см*, то срабатывание всех счетчиков должно происходить точно так же, как и при прохождении через установку антипротонов. Опыты подтвердили это, и таким образом существование антипротона было доказано совершенно однозначно.

Измерение магнитного момента антипротона подтвердило, что эта частица имеет знак заряда, противоположный протону. Магнитный момент в первых, недостаточно точных, опытах оказался равным $-1{,}8\ \mu_я$ и меньшим теоретически ожидаемого значения $-2{,}79\ \mu_я$.

8. В 1956 г. в опытах Б. Корка, Г. Ламбертсона, О. Пиччони и В. Вензеля был экспериментально обнаружен *антинейтрон* ${}_0\bar{n}^1$. Для получения этой частицы использовалась реакция перезарядки антипротонов ${}_{-1}\bar{p}^1$, происходящая при превращении антипротона и протона в антинейтрон и нейтрон:

$$ {}_{-1}\bar{p}^1 + {}_1p^1 \rightarrow {}_0\bar{n}^1 + {}_0n^1. \qquad (47.8) $$

Факт образования антинейтрона обнаруживался по воссоединению его с нейтроном. При этом должна выделяться энергия $\mathcal{E} = 2m_n c^2 = 1900\ Мэв$, где m_n — масса покоя нейтрона (и антинейтрона). Эта энергия идет в основном на образование π^-- и $K^\pm$-мезонов в соотношении приблизительно 95% к 5%. Наблюдение звезд в фотоэмульсиях при воссоединении нейтрона и антинейтрона показало, что при этом образуются в среднем три заряженных пиона, каждый из которых уносит энергию $\approx 250\ Мэв$. Кроме заряженных, возникают нейтральные π^0-пионы и K^0-каоны, на которые приходится остальная энергия воссоединения. По характеру поглощения пионов, образовавшихся в процессе воссоединения, удалось установить, что воссоединение происходит при взаимодействии антинейтрона с нейтроном, расположенным *вблизи* поверхности ядра.

Схема опыта по обнаружению антинейтрона изображена на рис. 47.12. Антипротоны возникали при бомбардировке мишени из бериллия протонами, ускоренными в беватроне до энергии 6,2 *Гэв*. Методом, описанным выше, выделялся пучок антипротонов с интенсивностью 350—600 антипротонов в час. Пучок антипротонов после прохождения по-

следнего счетчика схемы, изображенной на рис. 47.11 *), поступал в так называемый конвертер X, в котором происходила перезарядка антипротонов по уравнению (47.8).

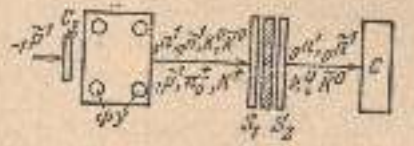


Рис. 47.12.

Конвертер представлял собой сосуд, наполненный сцинтиллирующей органической жидкостью. Результаты перезарядки антипротонов фиксировались сеткой фотоумножителями $ФУ$.

Антипротоны ${}_{-1}\bar{p}^1$, возникшие в конвертере вместе с другими частицами, проходили далее через два счетчика сцинтилляций S_1 и S_2, разделенных свинцовым экраном. В этих счетчиках отделялись все заряженные частицы, γ-кванты, а также мезоны π^0 и $K^0_{1,2}$. В последнем черенковском счетчике C из свинцового стекла регистрировались процессы воссоединения антинейтронов с нейтронами по мощному черенковскому излучению продуктов воссоединения. Ими являются в основном пионы. Регистрация антинейтронов сводилась в опыте к наблюдению срабатывания счетчиков C_k, C и конвертера X при отсутствии импульсов от счетчиков S_1 и S_2, которые не срабатывали на нейтральные антинейтроны. В первом опыте наблюдалось 60 антинейтронов с выходом примерно 0,0028 на один антипротон.

Подобно свободному нейтрону, свободный антинейтрон испытывает радиоактивный распад с периодом полураспада $(1{,}01 \pm 0{,}03) \cdot 10^3\ сек$ (§ 45.12). Реакция распада антинейтрона имеет вид

$$ {}_0\bar{n}^1 \rightarrow {}_{-1}p^1 + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu^0_\nu, $$

где ${}_0\nu^0_\nu$ — электронное нейтрино.

9. Огромный интерес и большие трудности представляло прямое экспериментальное доказательство наличия нейтрино, а также решение вопроса о том, представляют ли

*) Этот счетчик одновременно фиксировал, что возникшие антипротоны летят в нужном направлении.

Таблица 47.3

Название частицы и античастицы	Обозначение		Электрический заряд e		Масса: *Мэв*
Фотон	γ		0		0
ЛЕПТОНЫ					
Нейтрино:					
электронное нейтрино, антинейтрино	ν_e	$\bar{\nu}_e$	0	0	$0\ (< 2\cdot10^{-4})$
μ-мезонное нейтрино, антинейтрино	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	0	0	$0\ (< 4)$
Электроны:					
электрон, позитрон	e^-	e^+	-1	$+1$	$0{,}511006\pm2\cdot10^{-6}$
Мюоны:					
μ^--мезон, μ^+-мезон	μ^-	μ^+	-1	$+1$	$106{,}659\pm0{,}002$
МЕЗОНЫ					
Пионы:					
π^+-мезон, π^--мезон	π^+	π^-	$+1$	-1	$139{,}60\pm0{,}05$
π^0-мезон	π^0		0		$136{,}01\pm0{,}05$
Каоны:					
K^+-мезон, K^--мезон	K^+	K^-	$+1$	-1	$493{,}8\pm0{,}2$
K^0-мезон, анти-K^0-мезон	K^0	$\bar{K}^0$	0	0	$498{,}0\pm0{,}5$
БАРИОНЫ					
Нуклоны:					
протон, антипротон	p	$\bar{p}$	$+1$	-1	$938{,}256\pm0{,}005$
нейтрон, антинейтрон	n	$\bar{n}$	0	0	$939{,}550\pm0{,}005$
Гипероны:					
Λ^0-гиперон, анти-Λ^0-гиперон	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	0	0	$1115{,}40\pm0{,}11$
Σ^+-гиперон, анти-Σ^+-гиперон	Σ^+	$\bar{\Sigma}^-$	$+1$	-1	$1189{,}41\pm0{,}14$
Σ^--гиперон, анти-Σ^--гиперон	Σ^-	$\bar{\Sigma}^+$	-1	$+1$	$1197{,}08\pm0{,}19$
Σ^0-гиперон, анти-Σ^0-гиперон	Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	0	0	$1192{,}3\pm0{,}3$
Ξ^--гиперон, анти-Ξ^--гиперон	Ξ^-	$\bar{\Xi}^+$	-1	$+1$	$1320{,}8\pm0{,}2$
Ξ^0-гиперон, анти-Ξ^0-гиперон	Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$	0	0	$1314{,}3\pm1{,}0$
Ω^--гиперон, анти-Ω^--гиперон	Ω^-	$\bar{\Omega}^+$	-1	$+1$	1676 ± 3

$c\tau$: τ_c	Время жизни, *сек*	Спин, $\hbar$	Барионный заряд	Лептонный заряд
0	Стабилен	1	0	0
$<4\cdot10^{-4}$	Стабильна	1/2	0 0	+1 −1
<5	Стабильны	1/2	0 0	+1 −1
1	Стабильны	1/2	0 0	+1 −1
$206{,}760\pm0{,}004$	$(2{,}3001\pm0{,}0009)\cdot10^{-8}$	1/2	0 0	+1 −1
$273{,}2\pm0{,}1$	$(2{,}551\pm0{,}026)\cdot10^{-8}$	0	0 0	0 0
$284{,}2\pm0{,}1$	$(1{,}80\pm0{,}29)\cdot10^{-10}$	0	0	0
$966{,}3\pm0{,}4$	$(1{,}229\pm0{,}038)\cdot10^{-8}$	0	0 0	0 0
$974{,}5\pm1{,}0$	K_1^0: $(0{,}92\pm0{,}02)\cdot10^{-10}$ K_2^0: $(5{,}62\pm0{,}66)\cdot10^{-8}$	0	0 0	0 0
$1636{,}69\pm0{,}01$	Стабильна	1/2	+1 −1	0 0
$1838{,}63\pm0{,}01$	$(1{,}01\pm0{,}03)\cdot10^{8}$	1/2	+1 −1	0 0
$2182{,}75\pm0{,}22$	$(2{,}62\pm0{,}02)\cdot10^{-10}$	1/2	+1 −1	0 0
$2327{,}6\pm0{,}3$	$(0{,}788\pm0{,}027)\cdot10^{-10}$	1/2	+1 −1	0 0
$2342{,}6\pm0{,}4$	$(1{,}58\pm0{,}05)\cdot10^{-10}$	1/2	+1 −1	0 0
$2333{,}4\pm0{,}6$	$\tau_{эксп}<10^{-14}$, $\tau_{теор}\approx10^{-19}$	1/2	+1 −1	0 0
$2584{,}7\pm0{,}4$	$(1{,}74\pm0{,}05)\cdot10^{-10}$	1/2	−1 −1	0 0
2572 ± 2	$(3{,}09\pm0{,}40)\cdot10^{-10}$	1/2	+1 −1	0 0
3278 ± 6	$\approx0{,}7\cdot10^{-10}$	3/2?	+1 −1	0 0

нейтрино ($_0\nu_e^0$) и антинейтрино ($_0\bar{\nu}_e^0$) тождественные или различные частицы, т. е. не является ли нейтрино абсолютно нейтральной частицей.

В связи с развитием физики и техники ядерных реакторов возникли возможности для обнаружения антинейтрино. Осколки деления тяжелых ядер, как известно, имеют избыток нейтронов и претерпевают радиоактивный β_--распад, при котором испускаются электронные антинейтрино $_0\bar{\nu}_e^0$. С помощью достаточно мощных потоков антинейтрино были поставлены опыты по изучению взаимодействия антинейтрино $_0\bar{\nu}_e^0$ с протонами $_1p^1$. Идея опытов заключалась в обнаружении реакции захвата электронного антинейтрино $_0\bar{\nu}_e^0$ протоном $_1p^1$. Реакция происходит следующим образом:

$$_0\bar{\nu}_e^0 + {}_1p^1 \longrightarrow {}_0n^1 + {}_{+1}e^0. \qquad (47.9)$$

Аналогичная реакция для захвата электронного нейтрино $_0\nu_e^0$ нейтроном $_0n^1$ происходит так:

$$_0\nu_e^0 + {}_0n^1 \longrightarrow {}_1p^1 + {}_{-1}e^0. \qquad (47.9')$$

Можно показать, что процессы указанного типа допустимы, если превращения нейтрона в протон и протона в нейтрон происходят по схемам (§§ 45.12 и 46.2):

$$_0n^1 \longrightarrow {}_1p^1 - {}_{-1}e^0 + {}_0\bar{\nu}_e^0,$$
$$_1p^1 \longrightarrow {}_0n^1 + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu_e^0.$$

10. Опыт по обнаружению антинейтрино, вызывающего превращение протона в нейтрон и позитрон по уравнению (47.9), был поставлен в 1953—1954 гг. на пучках антинейтрино от реактора Ф. Рейнесом и К. Коуэном. Мишенью и детектором процессов служила камера объемом около 1 $м^3$, наполненная сцинтиллирующей жидкостью, имеющей в своем составе водород и кадмий. Большое число фотоумножителей фиксировало реакцию, происходящую по уравнению (47.9). Образовавшиеся при реакции позитроны, встречаясь с электронами атомов жидкости, соединялись с ними и образовывали каждый по два γ-кванта, появление которых фиксировалось вспышкой в сцинтиллирующей жидкости. Возникшие нейтроны замедлялись водородом и захватывались кадмием (радиационный захват). Каскад γ-квантов, возникающий при радиационном захвате, давал вторую вспышку. Наблюдения этих вспышек позволили надежно

установить протекание реакции (47.9) и подтвердили существование электронного антинейтрино.

В 1956 г. были поставлены надежные по результатам опыты, которые позволили установить, что нейтрино взаимодействует с веществом иначе, чем антинейтрино, и что поэтому их нужно считать двумя отличными друг от друга частицами. Реакции (47.9) и (47.9′) были однозначно установлены и подтвердили различие частиц $_0\nu_e^0$ и $_0\bar{\nu}_e^0$. Нейтрино отличается от антинейтрино лептонным зарядом, а также другими характеристиками, в обсуждение которых мы не можем входить.

11. Вопрос о различии между электронными и мезонными нейтрино и антинейтрино возник при изучении распада заряженных π-мезонов по уравнениям (47.4) и (47.5). Оказалось, что если отделить образующиеся нейтрино и антинейтрино и затем осуществить реакции захвата этих частиц, например нейтрино нейтронами, то реакция (47.9′) *не осуществляется*, а вместо нее захват происходит по уравнению

$$_0\nu_\mu^0 + {}_0n^1 \longrightarrow {}_1p^1 + \mu^-, \qquad (47.9'')$$

свидетельствующему о различии частиц $_0\nu_e^0$ и $_0\nu_\mu^0$.

12. В заключение укажем, что античастицы были обнаружены и среди гиперонов. Антигипероны подчиняются общим требованиям для всех античастиц.

Для образования пары гиперон — антигиперон требуется значительно большая энергия, чем для создания пар нуклонов. Например, наиболее легкий из антигиперонов антилямбда-нуль гиперон ($\bar{\Lambda}^0$) может быть создан при энергиях на 1—1,5 *Гэв* больших, чем те энергии, при которых возникают антинуклоны. Это связано с относительно большой массой покоя гиперонов.

13. В последние годы обнаружено большое количество новых частиц, которые были названы *резонансными частицами*, *резонансами* или *резонансами*. Так теперь называют весьма короткоживущие образования (с временем жизни $\approx 10^{-23}$ *сек*).

Основанием для того, чтобы считать резонансы частицами, является то, что в ряде случаев при своем образовании, а также и при распаде они ведут себя как одна частица с определенными характеристиками: спином, электрическим и барионным зарядами и другими характеристиками, которых мы не рассматривали. Резонансы имеют также определенные импульсы и энергии.

Термин *резонанс* в применении к частицам возник еще в пятидесятых годах, когда при исследовании рассеяния на протонах пионов с энергией около 200 *Мэв* было обнаружено резкое увеличение рассеяния, названное резонансом. Резонансные состояния, аналогичные пионно-протонному резонансу, оказались имеющими свойства частиц, и название укрепилось: обнаружилось, что у каждой из тяжелых, сильно взаимодействующих частиц существуют присущие ей резонансы, отличающиеся большей массой. Обнаружено также существование и мезонных резонансов.

Число открытых частиц и резонансов в настоящее время уже настолько велико, что в последние годы в физике элементарных частиц были предприняты серьезные и успешные попытки их классификации. Однако решение этого вопроса находится еще в такой стадии, что мы не сочли возможным рассматривать его в этой книге.

14. В связи с тем, что число частиц и резонансов весьма велико, само представление об элементарности многих из частиц ставится под сомнение. Поэтому определение элементарной частицы оказывается недостаточным, и вряд ли есть возможность дать в настоящее время исчерпывающее определение элементарной частицы.

Чем глубже физика проникает в познание свойств «элементарных» частиц, тем все более оправдывается гениальное ленинское предвидение о том, что электрон так же неисчерпаем, как и атом.

§ 47.8. Структура нуклонов

1. В § 47.1 мы видели, что теория относительности требует, чтобы элементарные частицы не имели структуры, были бы точечными. Любая протяженность частицы в пространстве, наличие у нее некоторой структуры, находится в противоречии с теорией относительности. Вместе с тем, отсутствие структуры у элементарных частиц, непротяженные частицы вещества, представляются совершенно неудовлетворительными и с философской, и с физической точек зрения. Как указано в § 36.6, выражение для классического радиуса электрона предполагает у него наличие определенных размеров и, следовательно, некоторой структуры. В современной физике на смену классическим моделям элементарных частиц пришли попытки отыскания таких структур этих частиц, которые не противоречили бы теории

относительности. В настоящее время имеются прямые экспериментальные доказательства наличия структуры элементарных частиц и разработаны способы ее изучения.

2. Одним из методов изучения структуры нуклона является исследование упругого рассеяния пионов с энергией порядка 7 *Гэв* на протонах. Другой метод состоит в исследовании упругого рассеяния электронов на протонах и нейтронах. Эти методы позволили сделать определенные выводы о структуре нуклона. Упругое рассеяние пионов на протонах, как показали опыты, происходит так, что пион *мало* отклоняется от первоначального направления полета, а протон получает *незначительную* отдачу, т. е. переданный протону импульс Δp невелик. Из соотношения неопределенностей следует, что этот процесс должен происходить в некоторой области пространства, характеризуемой линейными размерами $a \gtrsim \frac{\hbar}{\Delta p}$. Детальное изучение упругого рассеяния пионов на протонах показало, что этот процесс следует представлять себе как результат дифракции пионов на некоторой поглощающей пионы области, определяющей *размеры нуклона*. Оценки показали, что эти размеры имеют порядок 10^{-15} *м*.

3. Экспериментальные данные об упругом рассеянии электронов на нуклонах могли быть сопоставлены с теоретическим расчетом рассеяния электронов на *точечном* протоне.

Опытные данные, конечно, расходились с теоретическими и для их согласования необходимо было ввести некоторое *распределение электрического заряда внутри* нуклона. Из опытов по упругому рассеянию пионов и электронов на протонах и из сопоставления этих опытов с теорией были сделаны простейшие предположения о распределении плотности ρ электрического заряда внутри нуклона (рис. 47.13). В нуклоне имеется *центральная часть (керн)* с радиусом $r_k \approx 0{,}2 \cdot 10^{-15}$ *м*, в котором сосредоточен положительный заряд e_k, равный приблизительно $+0{,}35e$, где e — величина элементарного заряда. В области с линейным размером $r_n \approx 0{,}8 \cdot 10^{-15}$ *м* распределено пионное облако (пионная «шуба» керна), на долю которого приходится заряд e_n, равный $0{,}5e$ для про-

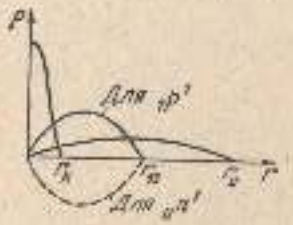


Рис. 47.13.

тона и $-0{,}5e$ для нейтрона. Эту область называют «пионной атмосферой» нуклона. Наконец, в области с размерами $r_c \approx 1{,}45 \cdot 10^{-13}$ м, называемой «пионной стратосферой» нуклона, распределен положительный заряд e_c, равный $e_c \approx +0{,}15e$.

4. Представление о такой структуре нуклона дает правильный заряд $+e$ для протона ($0{,}35e - 0{,}5e - 0{,}15e = e$) и заряд, равный нулю, для нейтрона ($0{,}35e - 0{,}5e \mid 0{,}15e - 0$).

Вместе с тем такая структура нуклона позволяет объяснить наличие отрицательного магнитного момента p_{mn} у нейтрона и аномальное значение магнитного момента протона p_{mp} (§ 44.2). Обратим внимание на то, что магнитный момент протона, равный $2{,}79\ \mu_я$, на $1{,}79\ \mu_я$ превышает значение $1\ \mu_я$, которое следовало бы ожидать по аналогии с тем, что магнитный момент электрона равен одному магнетону Бора μ_B. Магнитный момент нейтрона p_{mn} отрицателен: $p_{mn} \approx -1{,}9\ \mu_я$.

Можно предположить, что как аномальное значение магнитного момента протона, так и отрицательная величина магнитного момента нейтрона объясняются наличием у нуклона пионной «шубы» («пионной атмосферы»). В самом деле, вращение заряженного пионного облака вокруг его оси должно быть связано с появлением некоторого «тока» и соответствующего ему магнитного момента. В случае протона положительное пионное облако создает магнитный момент, *дополнительный* к магнитному моменту керна *того же знака*, что и приводит к аномальному значению магнитного момента протона. В случае нейтрона *отрицательное* пионное облако создает *отрицательный* магнитный момент.

Представление о «шубе» нуклона оказывается весьма плодотворным и позволяет, например, объяснить различие масс нейтрона и протона существованием энергий электростатического и магнитного взаимодействий керна нуклона с пионными облаками.

В настоящее время имеются данные о том, что вокруг керна нуклона существует система оболочек из нуклон-антинуклонных пар, K-мезонов, пар пионов и виртуальных фотонов, обусловливающих электромагнитные взаимодействия нуклонов.

5. Как ни странно, меньше всего данных имеется о структуре электрона — самой «древней» из всех элементарных частиц. Есть ряд теоретических данных о том, что электрон также имеет некоторую «атмосферу». По-видимому, электрону можно приписать структуру, аналогичную структуре нуклона. Вокруг центра электрона имеется система оболочек, образованных парами частиц и античастиц (пионов, нуклон-антинуклонов и др.). При этом «атмосфера» электрона более прозрачна, чем у нуклона. Есть основания считать, что размер электрона окажется значительно бо́льшим, чем это считалось в классической физике (§ 36.5). В настоящее время интенсивно изучаются столкновения электронов между собой по методу встречных пучков, для которых характерны сверхвысокие энергии соударяющихся частиц. Эти опыты должны дать сведения о структуре электрона.

Заметим в заключение, что физика элементарных частиц находится в настоящее время в состоянии бурного развития теории и совершенствования экспериментальных методов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В этой книге рассмотрены все важнейшие разделы классической и современной физики. При изложении основных физических идей, методов и результатов мы стремились показать, что между классической и современной физикой нет глубокой пропасти и разрыва, что физика представляет собой непрерывно развивающуюся науку, в которой одни физические идеи, теории и результаты закономерно сменяются другими.

2. В двух томах этого курса, начиная с изучения ньютоновской механики и теории относительности, мы последовательно рассмотрели основы термодинамики и молекулярной физики, электродинамику, колебательные и волновые процессы, включая учение об электромагнитных волнах и оптику. При этом мы стремились показать, что идеи специальной теории относительности пронизывают всю современную физику и позволяют по-новому осветить многие разделы классической физики. С самого начала курса мы стремились показать, что в атомном мире существуют определенные ограничения для чисто классического описания микрообъектов.

Существенное место во втором томе отведено современной физике атомов и их объединений в молекулы и кристаллы, а также основам ядерной физики и физики элементарных частиц.

3. Все построение современного курса физики представляет собой последовательное и непрерывное углубление

сведений о явлениях природы, о законах, которые управляют процессами, происходящими в окружающем нас мире.

Изучение механики происходит на макроскопическом уровне, где объектами изучения являются макроскопические тела, движущиеся со скоростями либо много меньшими скорости c света в вакууме (ньютоновская механика), либо соизмеримыми со скоростью света, релятивистскими скоростями (механика специальной теории относительности). Макроскопические тела имеют массы, несоизмеримо превышающие массы атомов и молекул, входящих в их состав. При этом с полной очевидностью проявляет себя важный принцип соответствия между последовательно развивающимися физическими теориями — результаты механики специальной теории относительности переходят в результаты ньютоновской механики при условии, что $(v/c)^2 \ll 1$.

4. Следующий, молекулярный уровень изучения явлений позволяет изучить особенности поведения атомов, молекул и их совокупностей. Молекулярная физика с ее своеобразным сочетанием статистических и термодинамических методов является первым шагом на пути углубления в микромир. Развитие физики микромира происходит особенно быстро, и именно здесь новые результаты, добытые физикой, оказали столь глубокое, революционизирующее влияние на науку и технику, на повседневную жизнь человека.

На молекулярном уровне изучения физики уже приходится встречаться с необходимостью в некоторых случаях отказаться от методов, применяемых в макрофизике. Появляется необходимость использовать идеи и результаты специальной теории относительности, новые квантовые представления и закономерности.

С методологической точки зрения в этом нет ничего неожиданного. Переход к новым количественным масштабам с необходимостью приводит, как учит диалектический материализм, качественно к существенно иным закономер-

постям. В микромире должны действовать иные законы, чем в макромире.

5. С полной очевидностью этот вывод подтверждается в электродинамике, где изучаются явления, объясняемые поведением заряженных частиц — электронов и ионов в вакууме и веществе. Здесь рассмотрение проводится уже на внутримолекулярном уровне. В классической электродинамике за длительный период ее развития установлено большое число законов, описывающих различные явления электричества, магнетизма и оптики. Именно в этой области физики при изучении взаимодействия электромагнитных полей с веществом вскрылись недостатки чисто классического описания. Достаточно вспомнить, что описание взаимодействия теплового излучения с веществом с помощью хорошо развитых методов классической теории излучения, классической статистической физики и электронной теории привело к появлению квантовых представлений. Изучение электрических свойств твердых тел — металлов и, в особенности, полупроводников оказалось невозможным при использовании только методов классической физики. На протяжении двух томов этого курса таких примеров недостаточности чисто классического описания было приведено много.

Однако в области электричества, магнетизма и даже взаимодействия света с веществом классические методы в соединении с идеями специальной теории относительности в ряде случаев приводят к правильному объяснению многих фактов и закономерностей. В этом находит свое выражение органическая преемственность и связь классической и современной физики, отсутствие между ними «китайской стены», которая разделяла бы физику на «классическую» и «современную». Из трудностей классического описания возникли новые идеи, понятия и методы исследования, которые отнюдь не отбросили все то, что было получено в классической физике.

6. Исследования свойств и строения атомов, молекул и твердых тел на основе методов квантовой физики, изучение атомного ядра и элементарных частиц — все это достижения физики двадцатого века. Они оказались возможными прежде всего благодаря быстрому развитию современной техники физических экспериментальных исследований — фактору, сыгравшему огромную роль в развитии современной физики.

В первой четверти нашего столетия были созданы теория относительности и квантовая механика. В этих важнейших направлениях физической науки найдены те особые законы, которыми управляется микромир движений со скоростями, близкими к скорости света. Общая теория относительности позволила физике охватить своими методами изучение мегамира — звезд, галактик и других объектов.

В настоящее время квантовая механика и теория относительности — это не только теории, позволяющие проникнуть в сокровенные глубины явлений, происходящих в окружающем нас мире. Теория относительности уже давно является основой для получения расчетных, инженерных формул ускорительной техники и теоретической основой ядерной техники и атомной промышленности. Квантовая механика успешно применяется к расчетам ядерных реакторов, электронных и полупроводниковых приборов, квантовых генераторов и усилителей. Все в большей степени квантовая механика становится основой многих областей современной техники, входит в инженерную практику.

7. Основные идеи теории относительности и квантовой механики кажутся при первом знакомстве с ними необычными, противоречащими тому, к чему человек привыкает в повседневной жизни. Сложившееся традиционное обучение физике в школьном курсе во многом способствует тому, что новые идеи трудно усваиваются. Невозможность свести новые идеи к привычным представлениям, отсутствие в ряде случаев аналогий, облегчающих «понимание» изучаемых

идей,— все это действительно составляет определенные трудности в начальный период изучения современной физики. Однако значительная часть этих трудностей возникает в тех случаях, когда недостаточно подчеркиваются логические, внутренние связи между классической и современной физикой, между различными аспектами рассмотрения физических явлений. Немаловажную роль в затруднениях при изучении основ современной физики играет также и то, что ее идеи вводятся в курс физики слишком поздно, в конце его. Между тем, время и терпение — два фактора, без которых немыслимо усвоение новых идей, и не только новых.

8. Глубокие внутренние связи между классической и современной физикой находят свое выражение, как уже сказано выше, в *принципе соответствия*, согласно которому между дальнейшим развитием разделов физики и их предшествующим содержанием устанавливаются определенные связи: в определенных предельных случаях новое физическое учение переходит в старое. Тем самым установленные на определенном этапе развития физики закономерности, правильно объясняющие экспериментальные данные, не отбрасываются с развитием нового этапа учения, а включаются в него как предельный случай, справедливый в определенных условиях.

9. Все здание классической и современной физики, несмотря на его сложную «архитектуру», прочно покоится на фундаменте законов сохранения. Все те законы сохранения, которые были установлены в классической физике, применимы и в физике микромира — им подчиняются, как мы видели, элементарные процессы, происходящие с отдельными частицами вещества. Во всеобщности действия законов сохранения находят свое доказательство единство и многообразие явлений природы. В физике элементарных частиц появились новые законы сохранения, в которых находит свое подтверждение ленинское учение об абсолютной и относительной истине и о непрерывном переходе в процессе познания от сущностей менее глубоких к сущностям более глубоким.

10. Современная физика принадлежит к числу наиболее быстро развивающихся наук. Ее динамический характер особенно сказывается в таких разделах, как физика атомного ядра и элементарных частиц, физика твердого тела и др., а также ряде пограничных, соприкасающихся с физикой наук (биофизика и др.). Развитие новейшей физики приводит к появлению многих новых дисциплин. Вряд ли можно было думать несколько десятков лет тому назад, что возникнет механика плазмы, магнитная гидродинамика, что появятся квантовая радиотехника и другие новейшие разделы физики.

11. Эти заключительные замечания и, как надеются авторы, все содержание обоих томов «Основ физики» и других книг показывают, какое значение имеет изучение физики в современном среднем и высшем образовании. Именно поэтому время и усилия, затраченные на усвоение современного курса физики, должны сторицей окупиться в дальнейшей учебе и работе учащихся и студентов.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Международная система единиц (СИ)

Наименование величины	Единица измерения	Обозначение единицы
Основные единицы		
Длина	Метр	*м*
Масса	Килограмм	*кг*
Время	Секунда	*сек*
Температура	Градус Кельвина	°K
Сила электрического тока	Ампер	*а*
Сила света	Свеча	*св*
Дополнительные единицы		
Плоский угол	Радиан	*рад*
Телесный угол	Стерадиан	*стерад*
Производные единицы		
Площадь	Квадратный метр	$м^2$
Объем	Кубический метр	$м^3$
Частота	Герц (1/сек)	*гц*
Объемная масса (плотность)	Килограмм на куб. метр	$кг/м^3$
Скорость	Метр в секунду	*м/сек*
Угловая скорость	Радиан в секунду	*рад/сек*
Ускорение	Метр на секунду в квадрате	$м/сек^2$
Угловое ускорение	Радиан на секунду в квадрате	$рад/сек^2$
Сила	Ньютон ($кг \cdot м/сек^2$)	*н*
Давление (механическое напряжение)	Ньютон на кв. метр	$н/м^2$
Динамическая вязкость	Ньютон-секунда на кв. метр	$н \cdot сек/м^2$
Кинематическая вязкость	Кв. метр на секунду	$м^2/сек$
Работа, энергия, количество теплоты	Джоуль	*дж*
Мощность	Ватт	*вт*
Количество электричества	Кулон	*к*
Электрическое напряжение, разность потенциалов, электродвижущая сила	Вольт	*в*

Наименование величины	Единица измерения	Обозначение единицы
Напряженность электрического поля	Вольт на метр	*в/м*
Электрическое сопротивление	Ом	*ом*
Электрическая емкость	Фарада	*ф*
Поток магнитной индукции	Вебер	*вб*
Индуктивность	Генри	*гн*
Магнитная индукция	Тесла ($вб/м^2$)	*тл*
Напряженность магнитного поля	Ампер на метр	*а/м*
Световой поток	Люмен	*лм*
Яркость	Свеча на кв. метр	$св/м^2$
Освещенность	Люкс	*лк*

Определения основных единиц

Метр—длина, равная 1650763,73 длин волн (в вакууме) излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ атома криптона-86.

Килограмм—единица массы—представлен массой международного прототипа килограмма.

Секунда—1/31556925,9747 часть тропического года для 1900 г. января 0 в 12 часов эфемеридного времени.

Ампер—сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 *м* один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ единиц силы Международной системы на каждый метр длины.

Градус Кельвина—единица измерения температуры по термодинамической температурной шкале, в которой для температуры тройной точки воды установлено значение 273,16 °K (точно).

Свеча—единица силы света, значение которой принимается таким, чтобы яркость полного излучателя при температуре затвердевания платины была равна 60 *св* на 1 $см^2$.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ТАБ

(в скобках приводится массовые числа наибо

Внешние электроны элемент	I	II	III	IV	V
Первую, или K-оболочку	Водород 1H 1,00797				
Вторую, или L-оболочку	Литий 3 Li 6,939	Бериллий 4 Be 9,0122	Бор 5 B 10,811	Углерод 6 C 12,01115	Азот 7 N 14,0067
Третью, или M-оболочку	Натрий 11 Na 22,9898	Магний 12 Mg 24,312	Алюминий 13 Al 26,9815	Кремний 14 Si 28,086	Фосфор 15 P 30,9738
Четвертую, или N-оболочку	Калий 19 K 39,102	Кальций 20 Ca 40,00	Скандий 21 Sc 44,956	Титан 22 Ti 47,90	Ванадий 23 V 50,942
	Медь 29 Cu 63,54	Цинк 30 Zn 65,37	Галлий 31 Ga 69,72	Германий 32 Ge 72,59	Мышьяк 33 As 74,9216
Пятую, или O-оболочку	Рубидий 37 Rb 85,47	Стронций 38 Sr 87,62	Иттрий 39 Y 88,905	Цирконий 40 Zr 91,22	Ниобий 41 Nb 92,906
	Серебро 47 Ag 107,870	Кадмий 48 Cd 112,40	Индий 49 In 114,82	Олово 50 Sn 118,69	Сурьма 51 Sb 121,75
Шестую, или P-оболочку	Цезий 55 Cs 132,905	Барий 56 Ba 137,34	57–71 *)	Гафний 72 Hf 178,49	Тантал 73 Ta 180,948
	Золото 79 Au 196,967	Ртуть 80 Hg 200,59	Таллий 81 Tl 204,37	Свинец 82 Pb 207,19	Висмут 83 Bi 208,980
Седьмую, или Q-оболочку	Франций 87 Fr (223)	Радий 88 Ra (226)	89–103 **)	Курчатовий 104 Ku	

*) Семейство лантанидов	Лантан 57 La 138,91	Церий 58 Ce 140,13	Празеодим 59 Pr 140,907	Неодим 60 Nd 144,24
	Тербий 65 Tb 158,924	Диспрозий 66 Dy 162,50	Гольмий 67 Ho 164,930	Эрбий 68 Er 167,26
**) Семейство актинидов	Актиний 89 Ac (227)	Торий 90 Th 232,038	Протактиний 91 Pa (231)	Уран 92 U 238,03
	Берклий 97 Bk (247)	Калифорний 98 Cf (251)	Эйнштейний 99 Es (254)	Фермий 100 Fm (253)

ЛИЦА ЭЛЕМЕНТОВ

лее долгоживущих известных изотопов)

VI	VII	VIII			0	Число электронов в оболочках
					Гелий* 2 He 4,0026	He 2
Кислород 8 O 15,9994	Фтор 9 F 18,9984				Неон 10 Ne 20,183	Ne 2, 8
Сера 16 S 32,064	Хлор 17 Cl 35,453				Аргон 18 Ar 39,948	Ar 2, 8, 8
Хром 24 Cr 51,996	Марганец 25 Mn 54,9381	Железо 26 Fe 55,847	Кобальт 27 Co 58,9332	Никель 28 Ni 58,71		
Селен 34 Se 78,96	Бром 35 Br 79,909				Криптон 36 Kr 83,80	Kr 2, 8, 18, 8
Молибден 42 Mo 95,94	Технеций 43 Tc (99)	Рутений 44 Ru 101,07	Родий 45 Rh 102,905	Палладий 46 Pd 106,4		
Теллур 52 Te 127,60	Иод 53 J 126,9044				Ксенон 54 Xe 131,30	Xe 2, 8, 18, 18, 8
Вольфрам 74 W 183,85	Рений 75 Re 186,2	Осмий 76 Os 190,2	Иридий 77 Ir 192,2	Платина 78 Pt 195,09		
Полоний 84 Po (210)	Астатин 85 At (210)				Радон 86 Rn (222)	Rn 2, 8, 18, 32, 18, 8

Прометий 61 Pm (145)	Самарий 62 Sm 150,35	Европий 63 Eu 151,96	Гадолиний 64 Gd 157,25	
Тулий 69 Tu 168,934	Иттербий 70 Yb 173,04	Лютеций 71 Lu 174,97		Lu 2, 8, 18, 32, 9, 2
Нептуний 93 Np (237)	Плутоний 94 Pu (244)	Америций 95 Am (243)	Кюрий 96 Cm (247)	
Менделевий 101 Md (256)	102 (255)	Лоуренсий 103 Lw (257)		Lw 2, 8, 18, 32, 32, 9, 2

Яворский Борис Михайлович,
Пинский Аркадий Арнольдович

Основы физики, т. 2

М., 1972 г., 768 стр. с илл.

Редактор *В. А. Гиляровский*

Техн. редактор *С. Я. Шкляр*

Корректор *Н. Б. Мандрова*

Сдано в набор 30/VIII 1971 г. Подписано к печати 30/XI 1971 г. Бумага 60×90¹/₁₆. Физ. печ. л. 24. Условн. печ. л. 48,0. Уч.-изд. л. 49,46. Тираж 200 000. Т-20015. Цена книги 1 р. 90 к. Заказ № 2016.

Издательство «Наука»
Главная редакция
физико-математической литературы.
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Ордена Трудового Красного Знамени
Первая Образцовая типография
имени А. А. Жданова
Главполиграфпрома Комитета по печати
при Совете Министров СССР
Москва, М-54, Валовая, 28